



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**VLIV VELIKOSTI NORMÁLOVÝCH SIL NA
NELINEÁRNÍ SEISMICKOU ANALÝZU**

THE INFLUENCE OF THE MAGNITUDE OF NORMAL FORCES ON NONLINEAR
SEISMIC ANALYSIS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. ONDŘEJ HOLIŠ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

BRNO 2023

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav stavební mechaniky
Student: **Bc. Ondřej Holíš**
Vedoucí práce: **Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.**
Akademický rok: 2023/24
Studijní program: N0732A260023 Stavební inženýrství – pozemní stavby

Děkan Fakulty Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Vliv velikosti normálových sil na nelineární seismickou analýzu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Tématem diplomové práce je analýza modelů budov, jež jsou vystaveny seismickým účinkům a zohledňují nelineární chování konstrukcí. Podle normy [1] lze nelineární chování konstrukcí zohlednit buď nelineární metodou statického přitěžování nebo nelineárním dynamickým výpočtem časového průběhu odezvy.

Cíle a výstupy diplomové práce:

Úkolem této práce je parametrická analýza modelů konstrukcí na účinky zemětřesení se zahrnutím nelineárního chování konstrukce podle normy EC8 [1]. Bude provedena studie vlivu velikosti normálových sil na hlavních nosných prvcích na tyto účinky. Bude použita především metoda statického přitěžování a následně vybrané modely budou analyzovány nelineárním dynamickým výpočtem časového průběhu odezvy.

Pro zadané analýzy budou vytvořeny odpovídající zjednodušené výpočetní modely budovy ve zvoleném výpočetním softwaru. Získané výsledky budou porovnány jak v závislosti na použité analýze, tak v závislosti na velikosti zkoumaných normálových sil.

Seznam doporučené literatury a podklady:

- [1] ČSN EN 1998-1 : Eurocode 8 - Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení
- [2] Baťa M., Plachý V., Trávníček F. : Dynamika stavebních konstrukcí
- [3] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran B.: Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, John Wiley & sons, ISBN 0-471-98773-5, New York, (2000)
- [4] Němec, I. at all. (2010) Finite Elements Analysis of Structures. Aachen: Shaker Verlag.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku.

V Brně, dne 24. 3. 2023

L. S.

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
vedoucí ústavu

Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.
vedoucí práce

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA, dr. h. c.
děkan

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá studii vlivu velikosti normálových sil a zatížení na nelineární dynamickou analýzu. K řešení těchto úloh byly použity metody postupného přitěžování a nelineární výpočet časového průběhu. Bylo vytvořeno množství numerických modelů s různými nelinearitami a postupně se zvyšujícím zatížením. Výsledky byly následně zpracovány do grafů a tabulek pro porovnání. K výpočtům byly použity programy RFEM 5, RFEM 6 a program vytvořený v jazyce Python.

Abstract

The thesis is focused on studying the influence of the magnitude of normal forces and loads on the nonlinear dynamic analysis. Pushover method and nonlinear time history analysis were used to solve these problems. A number of numerical models with different nonlinearities and progressively increasing loads have been developed. The results were then compiled into graphs and tables for comparison. RFEM 5, RFEM 6 and a program in Python were used for the calculations.

Klíčová slova

normálová síla, seismické zatížení, nelineární dynamika, metoda postupného přitěžování, nelineární výpočet časového průběhu, plastické klouby, plasticita, Python, metoda konečných prvků, RFEM

Keywords

normal force, seismic loading, nonlinear dynamics, pushover method, nonlinear time history analysis, plastic hinges, plasticity, Python, finite element method, RFEM

Citace

HOLIŠ, Ondřej. *Vliv velikosti normálových sil na nelineární seismickou analýzu*. Brno, 2023. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Vedoucí práce Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.

Vliv velikosti normálových sil na nelineární seismickou analýzu

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem *Vliv velikosti normálových sil na nelineární seismickou analýzu* zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

.....
Bc. Ondřej Holíš
12. ledna 2024

Poděkování

Rád bych poděkoval především vedoucímu práce panu Ing. Zbyňku Vlkovi, Ph.D. za jeho trpělivost při profesionálním a věcném vedení této diplomové práce. Také bych chtěl poděkovat své rodině, přítelkyni a kamarádům, kteří mě po celou dobu studia podporovali.

Obsah

1	Úvod	8
2	Návrh seismicky odolných konstrukcí	9
2.1	Seismické zatížení a kritéria návrhu	9
2.1.1	Charakteristiky seismického zatížení	9
2.1.2	Hlavní kritéria seismického návrhu	10
2.2	Zdroje nelinearity v ocelových rámech	11
2.2.1	Geometrické nelinearity	11
2.2.2	Materiálové nelinearity	12
2.2.3	Plastické klouby a spoje	13
3	Způsoby řešení nelineárních dynamických úloh	14
3.1	Nelineární statický výpočet (metoda postupného přitěžování)	14
3.1.1	Spektrum vodorovné pružné odezvy	15
3.1.2	Určení výsledného posunu pro metodu postupného přitěžování	15
3.2	Nelineární výpočet časového průběhu	16
3.2.1	Metody řešení	17
3.2.2	Útlum	17
4	Program HOLFEM	18
4.1	Jazyk Python a využívané knihovny třetích stran	18
4.1.1	Knihovna NumPy	18
4.1.2	Knihovna matplotlib	18
4.2	Systém zadávání a definovatelné proměnné	19
4.3	Lineární analýza	20
4.3.1	Maticе tuhosti prutového elementu	20
4.3.2	Průběh lineárního výpočtu	23
4.3.3	Příklad a porovnání výsledků	24
4.4	P- Δ analýza	25
4.4.1	Formulace geometrické matice tuhosti	25
4.4.2	Průběh P- Δ analýzy	27
4.4.3	Příklad a porovnání výsledků	28
4.5	ZASE UPRAVIT	28
4.6	Analýza polotuhých kloubů pomocí korekční matice	29
4.6.1	Korekční matice tuhosti	29
4.6.2	Postup výpočtu polotuhých kloubů	31
4.6.3	Příklad a porovnání výsledků	32
4.7	Analýza s nelineárními klouby	33

4.7.1	Vztah mezi pootočením a ohybovým momentem	33
4.7.2	Picardova metoda	35
4.7.3	Postup výpočtu s nelineárními klouby	37
4.7.4	Příklad a porovnání výsledků	39
5	Výpočty	42
5.1	Metoda postupného přítěžování	42
5.1.1	Bez uvažování materiálových nelinearit	45
5.1.2	Bilineární plastické klouby	48
5.1.3	Klouby vyjádřené funkcí	52
5.1.4	Nelineární plastický prut	57
5.1.5	Porovnání výsledků	60
5.2	Nelineární výpočet časového průběhu	63
5.2.1	Bez uvažování nelinearit	65
5.2.2	Bilineární plastické klouby	66
5.2.3	Nelineární plastické pruty	67
5.2.4	Porovnání výsledků	68
6	Závěr	74
	Literatura	75

Seznam obrázků

2.1	Působení seismického zatížení [11]	10
2.2	Rozdíl pružné a skutečné odezvy konstrukce [11]	11
2.3	Možnosti modelování prutu s plastickými vlastnostmi [5]	12
2.4	Plastická deformace na konci nosníku a ve spoji	13
4.1	Zadání příkladu momentového rámu.	19
4.2	Průběh lineárního výpočtu v programu HOLFEM.	23
4.3	Výsledné posuny konstrukce 4.1 v RFEM 6	24
4.4	Výsledné posuny konstrukce 4.1 v programu HOLFEM	24
4.5	Postup výpočtu P- Δ analýzy	27
4.6	Zadání příkladu svislého nosníku.	28
4.7	P- Δ analýza v programech RFEM 6 a HOLFEM	28
4.8	Postup výpočtu s polotuhými klouby	31
4.9	Výsledné posuny konstrukce 4.1 s polotuhými klouby v RFEM 6	32
4.10	Výsledné posuny konstrukce 4.1 s polotuhými klouby v programu HOLFEM	33
4.11	Různé hodnoty tvarového parametru n	34
4.12	Různé hodnoty tvarového parametru n s větší přesností	34
4.13	Průběh výpočtu Picardovy iterační metody z [12]	35
4.14	Příklad řešení Picardovou metodou	37
4.15	Postup výpočtu s nelineárními klouby	38
4.16	Zadání příkladu momentového rámu o 4 patrech.	39
4.17	Moment ku pootočení v kloubech pro příklad 4.16	40
4.18	Příklad 4.16 v programech RFEM 6 a HOLFEM	41
5.1	Statické schéma rámu o 5 patrech.	43
5.2	Pružné spektrum odezvy pro následující výpočty	44
5.3	Návrhové spektrum pro následující výpočty	45
5.4	Výsledek stabilitní analýzy pro rám bez nelinearit	46
5.5	Výsledek modální analýzy pro rám bez nelinearit	46
5.6	Kapacitní křivky bez nelinearit v programu RFEM 6	47
5.7	Kapacitní křivky bez nelinearit v programu HOLFEM	47
5.8	Diagram plastického kloubu v programu RFEM 6	49
5.9	Výsledek stabilitní analýzy pro rám s plastickými klouby RFEM 6	50
5.10	Výsledek modální analýzy pro rám s plastickými klouby RFEM 6	50
5.11	Kapacitní křivky s plastickými klouby v programu RFEM 6	51
5.12	Bilineární kapacitní křivky s plastickými klouby v programu RFEM	51
5.13	Nelineární závislost ohybového momentu a pootočení ve spoji	52
5.14	Výsledek stabilitní analýzy pro rám s nelineárními klouby	53
5.15	První vlastní tvar pro rám s nelineárními klouby	54

5.16	Kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu RFEM 6	55
5.17	Bilineární kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu HOLFEM	55
5.18	Kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu RFEM 6	56
5.19	Bilineární kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu HOLFEM	56
5.20	Výsledek stabilitní analýzy pro rám s plastickými příčlemi RFEM 6	58
5.21	Výsledek modální analýzy pro rám s plastickými příčlemi RFEM 6	58
5.22	Kapacitní křivky s plastickými příčlemi v programu RFEM 6	59
5.23	Bilineární kapacitní křivky s plastickými příčlemi v programu RFEM 6	59
5.24	Závislosti deformací na velikosti spojitého zatížení q	60
5.25	Řešený akceleroogram ve směru x a y	64
5.26	Výsledné posuny ve směru x a y pro model bez nelinearit	65
5.27	Výsledné posuny ve směru x a y pro model s plastickými klouby	66
5.28	Výsledné posuny ve směru x a y pro model s plastickým materiálem	67
5.29	Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 5$ kN/m	68
5.30	Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 10$ kN/m	69
5.31	Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 20$ kN/m	70
5.32	Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 30$ kN/m	71

Seznam zkratek

$C_{\varphi_{init}}$	počáteční rotační tuhost. 34
C_{φ}	rotační tuhost. 29, 32, 38
E_m^*	skutečná deformační energie potřebná pro vznik plastického mechanismu. 16
E_p	modul pružnosti plastické části bilineárního pracovního diagramu. 57
F_y^*	síla rovna síle v základu při vytvoření plastického mechanismu . 16, 48, 52, 57, 60, 62
S	součinitel podloží. 15
$S_e(T)$	spektrum pružné odezvy. 15, 16
T	perioda vlastních kmitů lineární soustavy s jedním stupněm volnosti. 15
T^*	perioda vlastních kmitů idealizované soustavy s jedním stupněm volnosti. 16, 48, 52, 57, 60, 62
T_r	vlastní perioda odpovídající vlastnímu tvaru kmitu. 72
T_B	nejmenší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení. 15
T_C	největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení. 15
T_D	doba kmitů, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu. 15
Γ	normované příčné síly. 15, 16, 48, 52, 57, 60
Φ	normované posuny, posun v bodě $\Phi_n = 1$. 15
η	koreční součinitel útlumu, s referenční hodnotou $\eta = 1$ pro poměrný viskózní útlum 5 %. 15
λ	vlastní číslo. 26
ω_r	vlastní úhlová frekvence odpovídající vlastnímu tvaru kmitu. 17, 72
\bar{F}	normované příčné síly. 15
σ	napětí. 25, 26
φ	pootočení prutu. 21, 29, 33, 34, 39
ζ	poměrný viskózní útlum konstrukce . 17, 44
a_{gR}	referenční špičkové zrychlení podloží typu A . 44
a_g	návrhové zrychlení podloží typu A. 15
d_m^*	posun na původí únosnostní křivce při síle F_y^* . 16, 48, 52, 57, 60
d_{et}^*	výsledný posun konstrukce o periodě T^* při neomezeném pružném chování. 16

d_t	výsledný posun konstrukce určený metodou postupného přítěžování. 16
d_t^*	výsledný posun konstrukce s jedním stupněm volnosti určený metodou postupného přítěžování. 16, 48, 52, 57, 60–62
d_y^*	plastická deformace idealizované soustavy s jedním stupněm volnosti. 16, 48, 52, 57, 60, 62
f_r	vlastní frekvence odpovídající vlastnímu tvaru kmitu. 72
m^*	hmotnost náhradní soustavy s jedním stupněm volnosti. 15, 16, 48, 52, 57, 60
r_i	faktor tuhosti. 29
C	korekční matice tuhosti. 30, 31, 37, 38
K	globální matice tuhosti. 20, 21, 23, 26, 27, 35
N	matice normálových sil. 25
S	geometrická matice tuhosti. 25–27
T	transformační matice. 22
c	matice tlumení. 16, 17
d	globální vektor uzlových deformací. 20, 23, 25, 35
f	globální vektor uzlových sil. 20, 23, 35
k	lokální matice tuhosti. 16, 17, 21–23, 30, 31
m	hmotnostní matice. 16, 17
p	vektor zatížení z funkce buzení. 16
u	vektor posunutí. 16
A	plocha průřezu. 19, 22, 25, 26
E	Youngův modul pružnosti. 19, 20, 25, 29, 57
I	moment setrvačnosti. 19, 20, 25, 29
L	délka prutu. 25, 26, 28–30
M	ohybový moment. 21, 29, 33, 34, 38, 39
N	normálová síla. 25
V	posouvající síla. 21
e	součinitel korekční matice. 30
f	jednotlivé lokální uzlové síly. 21
m	jednotlivé lokální uzlové momenty. 21
n	tvarový parametr. 3, 33, 34, 39
q	spojité zatížení. 4, 20, 39, 43, 48, 51, 52, 54, 57, 60–63, 68–72
w	svislý průhyb ve směru osy Z. 20, 21, 25
MKP	metoda konečných prvků. 20, 25, 35

Kapitola 1

Úvod

Navrhování budov v seismicky aktivních oblastech představovalo a bude vždy představovat inženýrskou výzvu. V našich geografických podmínkách se s nimi našťěstí trápit nemusíme, je ale vhodné mít tyto koncepty osvojené a být připraveni dynamické úlohy řešit efektivně a dle nejaktuálnějších vědeckých poznatků.

S postupujícím vývojem výpočetních technologií a zvyšující se komplexitou navrhovaných staveb je nezbytné využívat pokročilejší analytické metody schopné lépe simulovat svět kolem nás.

Diplomová práce se zabývá studií vlivu normálové síly na metody řešení nelineární dynamické analýzy. Bylo vytvořeno množství numerických modelů s různými typy nelinearit simulující odezvu zvolené konstrukce při seismickém zatížení. Výpočty jsou prováděny pomocí metody postupného přítěžování a nelineárním výpočtem časového průběhu. Část výsledků z komerčních softwarů je ověřena v řešiči prutových konstrukcí vytvořeném pro potřeby této práce.

Cílem diplomové práce je osvojení si základních principů při navrhování seismicky odolných konstrukcí a rozšíření znalostí v problematice řešení nelineárních dynamických úloh studií jednoho z klíčových parametrů, tedy normálové síly a velikosti svislého zatížení.

Kapitola 2

Návrh seismicky odolných konstrukcí

2.1 Seismické zatížení a kritéria návrhu

Dynamické zatížení je charakteristické svou proměnlivostí v čase. Tím se výrazně liší od klasického statického zatížení. Odkazuje na pohyb, zrychlení nebo rychlost, které působí na posuzovanou konstrukci a v závislosti na svém směru a velikosti mohou napáchat velké škody.

Mezi časté dynamické jevy patří například vítr, účinky strojů, účinky chodců, účinky dopravy a nebo účinky zemětřesení. Tím posledním se tato práce zabývá.

2.1.1 Charakteristiky seismického zatížení

Zemětřesení můžeme kategorizovat do dvou typů. Přírodní a umělé.

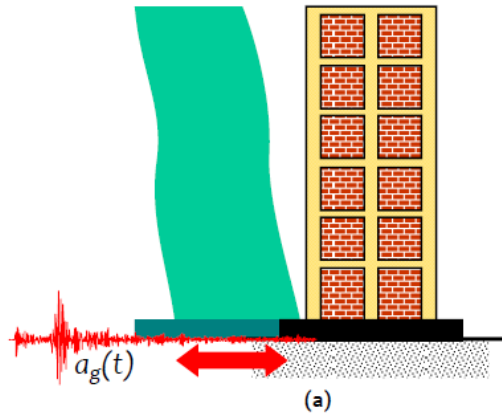
Za umělou seismicitu je zodpovědný člověk. Nejedná se o přírodní jev. Můžou to být například stavební práce, důlní práce nebo v kritickém případě propad důlní štoly.

Přírodní seismicita vzniká nejčastěji v důsledku uvolňování napětí v zemské kůře. Můžou se objevit tři druhy zemětřesení:

- tektonická - náhlé uvolnění nahromaděné energie v tektonicky aktivních oblastech,
- sopečná - původní jev sopečné činnosti,
- řítivá - zřícení stropů podzemních dutin.

Zemětřesení se může vyskytnout kdekoliv na planetě, avšak jsou oblasti, kde je pravděpodobnost výskytu mnohem větší. Tyto oblasti jsou zpravidla na hranicích mezi tektonickými deskami.

Při návrhu odolnosti budov na účinky zemětřesení je možné si tento jev představit jako pohyb v místě základů, na který zbytek konstrukce reaguje.



Obrázek 2.1: Působení seismického zatížení [11]

2.1.2 Hlavní kritéria seismického návrhu

Mezi nejdůležitější parametry, na které je při návrhu v seismicky aktivních oblastech brán zřetel, jsou hmotnost a tuhost objektu. Na hmotnosti konstrukce je přímo závislá zatěžovací síla a tuhost udává velikost deformací způsobených seismickým jevem.

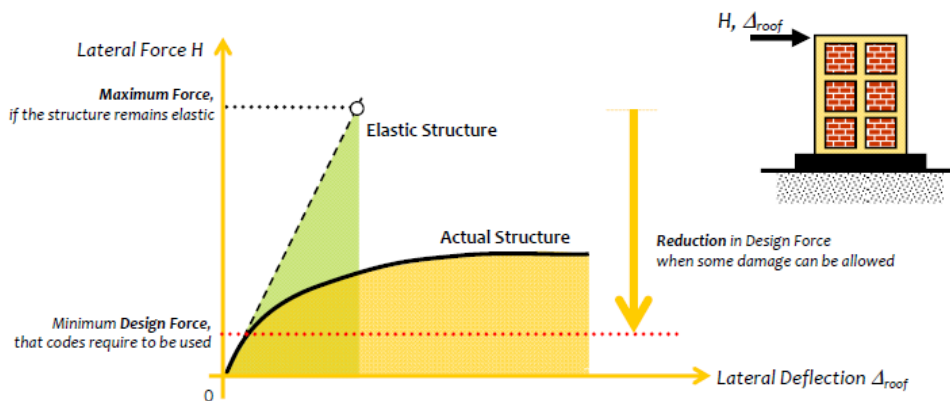
Navrhování budov tak, aby se při zemětřesení chovaly pružně a nedošlo k jejich poškození, může způsobit nerentabilnost stavebního záměru. Je tedy nutné počítat s tím, že se konstrukce poškodí a tím disipuje energii, která je do ní během zemětřesení vložena. Za žádnou cenu však nesmí dojít ke kolapsu budovy. Stavební objekt musí být dostatečně duktilní, aby poškození dílčí části konstrukce nevedlo ke kritickému přetížení, nebo ztrátě stability, dalších konstrukčních částí.

Tyto požadavky je nutné plnit již při prvotním architektonickém návrhu hmoty. Je dobré si uvědomit, že všechny budovy jsou vlastně konzoly trčící ze zemského povrchu. Nejideálnější z inženýrského hlediska by byla co nejnižší, co nejlehčí a půdorysně jednoduchá konstrukce, aby nedocházelo k velkému rozdílu tuhostí v různých směrech. Architektonické požadavky jsou však často přesně opačné. [11]

V normě Eurokód 8 [1] lze proto nalézt kritéria pro splnění požadavků na mezní stavy únosnosti a mezní stavy omezeného poškození. U prvního zmíněného požaduje Eurokód 8, aby bylo prokázáno, že nosný systém má odolnost a kapacitu disipovat energii. Proto zavádí norma součinitel duktility q , jehož hodnoty jsou omezeny mezním stavem dynamické stability konstrukce a malocyklovou únavou konstrukčních detailů (spojů). Pro splnění požadavku na mezní stav omezeného poškození má být zajištěno dodržení limitních hodnot deformací. U konstrukcí důležitých pro ochranu osob je nutné prokázat, že nosný systém vykazuje dostatečnou odolnost a tuhost k tomu, aby se ve stavbách udržely funkční životně důležité provozy.

2.2 Zdroje nelinearit v ocelových rámech

Jak už bylo zmíněno výše, uvažovat při dynamických výpočtech pouze pružné chování může růst k neekonomickému a zbytečně předimenzovanému návrhu. Jakmile ale budeme chtít vyšetřovat odezvu konstrukce za hranicí lineární pružné teorie, je nutné využít co nejpřesnější analýzy. Na obrázku 2.2 lze vidět možný rozdíl mezi lineárně pružným výpočtem a skutečnou konstrukcí



Obrázek 2.2: Rozdíl pružné a skutečné odezvy konstrukce [11]

2.2.1 Geometrické nelinearity

Při lineárně pružných výpočtech uvažujeme tyto předpoklady:

1. nedeformovaná původní geometrie konstrukce,
2. malé rotace,
3. malá poměrná přetvoření.

Pro řešení komplexních výpočtů, například při metodě postupného přitěžování, tyto zásady nelze splnit a pokud bychom se jimi řídili, vypočtené výsledky by byly nepoužitelné. [14]

Nejprve se tedy vzdáme prvního předpokladu a umožníme konstrukci reagovat na prvotní deformaci způsobenou zatěžovací silou. Představme si sloup zatížený svislou a vodorovnou silou na volném konci. Podle zásad lineární pružnosti spočítáme o kolik se tento sloup zdeformuje ve vodorovném směru. Jenže najednou dojde i k posunu vodorovné síly, která je nyní excentrická od osy sloupu a vyvodí dodatečný ohybový moment. Tento jev se nazývá P- Δ efekt a je podrobněji popsán v následující kapitole o programu HOLFEM. Teorie zabývající se řešením tohoto typu úloh se nazývá teorie druhého řádu.

Pokud však chceme ještě přesnější výsledky, za cenu vyšší výpočetní náročnosti, existuje i přístup, který výše zmíněné předpoklady úplně přehodnotí. Nazývá se teorie třetího řádu. Při jejím řešení předpokládáme:

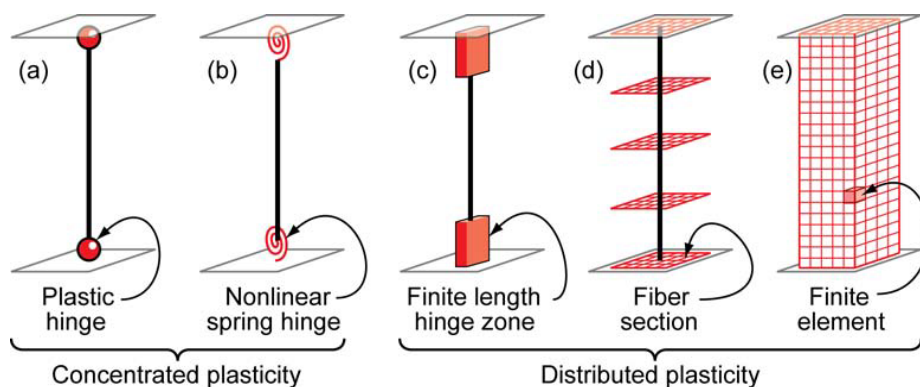
1. postupně se deformující geometrii konstrukce,
2. velké rotace,
3. velká poměrná přetvoření.

Výsledky poskytnuté tímto způsobem výpočtu jsou prohlašovány za nejpřesnější. Je však nutné použít iterační proces, který řeší úlohu do té doby, než je nalezena rovnováha mezi zatěžovacími silami a silami vnitřními. Všechny výsledky v této práci poskytnuté programy RFEM 5 a 6 počítají s principy teorie třetího řádu. Program HOLFEM v současné době pouze s P- Δ analýzou.

2.2.2 Materiálové nelinearity

Při lineárně pružném výpočtu se řídíme Hookovým zákonem o vztahu mezi napětím a poměrným přetvořením. Ten je však platný pouze do překročení meze kluzu. Například u oceli ale dochází k tahovému zpevnění a samotná mez pevnosti se v pracovním diagramu pohybuje výrazně výš. Pro lepší popsání materiálového chování, je v normě [1] doporučeno využít alespoň bilineární závislosti mezi napětím a poměrným přetvořením. To, že dojde k nevratným deformacím konstrukce, už není tak podstatné. Podstatné je, aby splnila požadavek mezního stavu únosnosti a mezního stavu omezeného poškození.

Při řešení prutových konstrukcí je možné uvažovat několik přístupů k simulaci plasticity.



Obrázek 2.3: Možnosti modelování prutu s plastickými vlastnostmi [5]

Pruty s koncentrovanou plasticitou jsou v této práci oba využívány. Tento typ modelu může, při správném nastavení, vykazovat velmi dobré a použitelné výsledky při menší výpočetní náročnosti. Jsou vhodnější pro posuzování ocelových konstrukcí, kde jsme schopni přesněji identifikovat pozici vytvoření plastického kloubu, nebo přímo nastavit nelineární závislost ohybového momentu na pootočení ve spoji. Jsou navíc poměrně lehké na implementaci do výpočetního programu. Značnou nevýhodou však je nutná znalost předpokládaných kritických míst, které při zatěžování mohou nastat.[5]

Pro porovnání výpočtů bude posuzován i model s distribuovaným plastickým chováním. Ty jsou však náchylné k větší výpočetní náročnosti.

Při posuzování dynamickou metodou výpočtu časového průběhu, kde dochází k cyklickému zatěžování, je pro lepší přesnost výsledků vhodné uvažovat s některým z typů hysterezních pracovních diagramů.

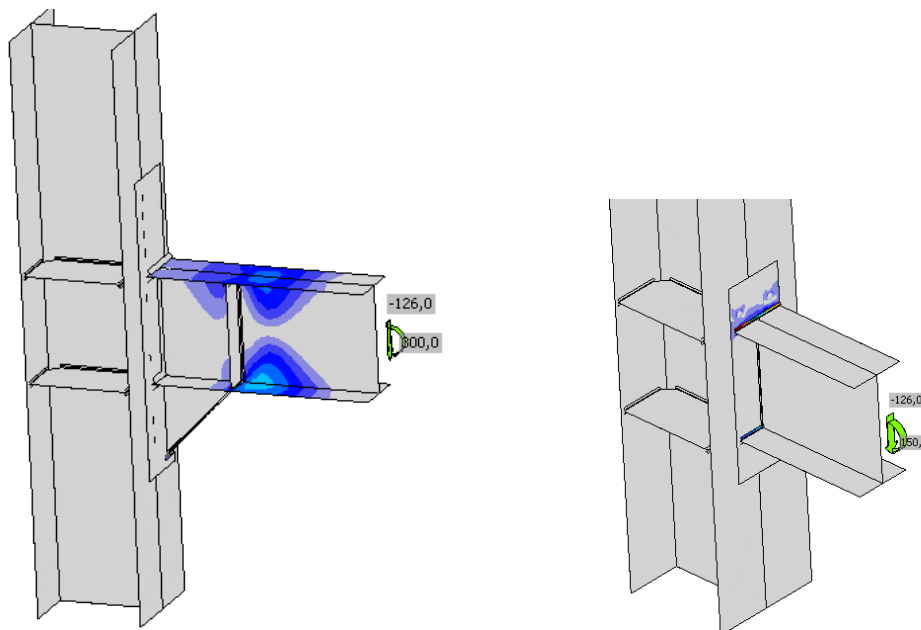
2.2.3 Plastické klouby a spoje

Kritickým místem při návrhu ocelových konstrukcí bývají tradičně spoje mezi jednotlivými konstrukčními prvky. Při návrhu spoje nosníku ke sloupu je možné využít dvou přístupů.

První je založen na umístění disipativních zón na koncích nosníků tak, aby se energie ze zemětřesení rozptýlila prostřednictvím cyklického plastického ohybu konců nosníku.

Druhý přístup se opírá o rozptyl energie prostřednictvím cyklického plastického ohybu samotného spoje, takže se disipativní zóny posouvají do spojovacích prostředků. [9]

K vizualizaci byly vytvořeny 2 modely spojů v programu IdeaStatica, na kterých jde pozorovat změnu polohy plastické oblasti, při větší tuhosti spoje, ze spoje do nosníku.



Obrázek 2.4: Plastická deformace na konci nosníku a ve spoji

Norma [1] jasně preferuje první přístup tím, že předepisuje návrh dostatečně tuhé spoje tak, aby v něm nedošlo k disipaci energie. Při poddimenzování spoje však může nastat i druhý případ. Pro porovnání jsou v této diplomové práci řešeny oba.

Velkou pozornost je nutné věnovat dostatečnému návrhu sloupů. Pokud dojde ke vzniku plastického kloubu ve sloupu, začne se vlivem normálové síly celý rám velmi rychle bortit a vznikne mechanismus, který vede ke kolapsu. Tomu musí být za každou cenu zabráněno. Proto se osvědčila filozofie návrhu "strong column weak beam". Neboli silné sloupy, slabší nosníky. Je tak zajištěno, že k disipaci energie dojde díky menší tuhosti v nosníku, který alespoň není dominantně zatížen normálovou silou a můžeme v něm plastické chování bezpečně výpočetně ověřit. [9]

Kapitola 3

Způsoby řešení nelineárních dynamických úloh

3.1 Nelineární statický výpočet (metoda postupného přitěžování)

Je metoda, ve které použitím konstantního svislého zatížení a narůstajících vodorovných sil, nebo ohybových momentů, vytvoříme křivku popisující vztah mezi celkovou vodorovnou silou a posunem konstrukce v nejvyšším bodě. [1]

Výpočet slouží převážně k:

- ověření či přezkoušení pevnosti pomocí poměru α_u/α_1 ,
- odhadnutí očekávaných plastických mechanismů a rozložení poškození,
- odhadnutí chování konstrukce existujících, nebo opravovaných staveb,
- jako alternativa k základnímu návrhu založeném na lineárně pružném výpočtu.

Vodorovné zatížení má být dle [1] rozděleno na dva druhy příčných sil po výšce. První rovnoměrné rozdělení - tedy úměrné hmotám bez ohledu na výšku podlaží. Druhé modální rozdělení - úměrné příčným silám, shodujícím se s rozdělením příčných sil vycházejícím z modální analýzy a prvních vlastních tvarů. Zatížení má být aplikováno v těžišti stropní konstrukce.

Norma [1] také určuje, že má být použito alespoň bilineárního vztahu mezi zatížením a deformací na úrovni prvku. V duktilních prvcích má být předpokládáno překročení meze kluzu. Tato podmínka je platná jak pro metodu postupného přitěžování, tak pro nelineární časově závislou analýzu.

Stručný popis průběhu analýzy je následující. Prvně se vytvoří návrhové spektrum odezvy pro danou seizmickou oblast a proběhne přírůstkové zatěžování konstrukce. Z výsledků přírůstkového zatěžování vodorovnými silami je poté idealizována závislost pružněplastické síly na posunu a konstrukce je transformována na náhradní soustavu s jedním stupněm volnosti. Ze zmíněné náhradní soustavy je následně vypočítán výsledný posun.

3.1.1 Spektrum vodorovné pružné odezvy

Spektrum odezvy je graf maxim "odezvy" (posunutí, zrychlení, napětí atd.) jednostupňové soustavy na zadanou funkci buzení v závislosti na některém parametru. Tento parametr je nejčastěji vlastní frekvence, nebo perioda.

Norma [1] předpokládá, že je vodorovné seizmické zatížení vyjádřeno dvěma kolmými složkami, které jsou vzájemně nezávislé a mají stejná spektra odezvy. Normové spektrum vychází z periody vlastních kmitů lineární soustavy s jedním stupněm volnosti T . Spektrum pružné odezvy $S_e(T)$ je definováno těmito výrazy:

$$\begin{aligned} 0 \leq T \leq T_B : \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B}(\eta \cdot 2,5 - 1)\right], \\ T_B \leq T \leq T_C : \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5, \\ T_C \leq T \leq T_D : \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \frac{T_C}{T}, \\ T_d \leq T \leq 4s : \quad S_e(T) &= a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2}, \end{aligned} \tag{3.1}$$

kde $S_e(T)$ značí spektrum pružné odezvy, T periodu vlastních kmitů soustavy s jedním stupněm volnosti, a_g návrhové zrychlení podloží, T_B nejmenší periodu kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení, T_C největší perioda kmitů, které přísluší konstantní hodnota spektra pružného zrychlení, T_D doba kmitů, při níž začíná obor konstantní hodnoty spektra pružného posunu, S součinitel podloží a η korekční součinitel útlumu.

Hodnoty jednotlivých neznámých určuje norma Eurokód 8 [1] podle určeného typu základové půdy. Norma také představuje 2 typy spekter, které se v případě nerespektování vlivu hlubinné geologické stavby, mají použít pro návrh obě. V ostatních případech určuje národní příloha použití typu spektra dle lokace stavby.

Jednotlivé velikosti period z 3.1 udává norma také v národní příloze na závislosti s typem základové půdy, na které je konstrukce založena. Stejně tak hodnoty referenčního špičkového zrychlení pro naše území.

3.1.2 Určení výsledného posunu pro metodu postupného přítěžování

Pro určení výsledného posunu metodou postupného přítěžování je zapotřebí prvně vygenerovat spektrum pružné odezvy podle 3.1 a křivku únosnosti udávající poměr mezi smykovou silou v základu a posunem sledovaného bodu. Sledovaný bod by měl být v nejvyšším místě konstrukce v těžišti patra, ne však například ve vrcholu atiky. V tomto místě by také měl normalizovaný posun, určený z modální analýzy, být roven 1.

Pro transformaci na náhradní soustavu s jedním stupněm volnosti využijeme vztahu

$$m^* = \sum m_i \Phi_i = \sum \bar{F}_i, \tag{3.2}$$

kde m^*_i značí hmotnost náhradní soustavy s jedním stupněm volnosti, Φ_i normovaný posun v bodě a \bar{F}_i normované příčné síly. Následuje výpočet transformačního součinitele Γ

$$\Gamma = \frac{m^*}{\sum m_i \Phi_i^2} = \frac{\sum \bar{F}_i}{\sum \left(\frac{\bar{F}_i^2}{m_i} \right)}. \tag{3.3}$$

Následně křivku únosnosti vydělíme transformačním součinitelem 3.3. Dostaneme tak síly a posuny, které odpovídají soustavě s jedním stupněm volnosti.

Z křivky únosnosti soustavy s jedním stupněm volnosti je možné určit sílu na mezi kluzu F_y^* , která je rovná smykové síle v základu při vytvoření plastického mechanismu. Princip výpočtu je, aby plochy pod křivkami únosnosti mezi idealizovaným a skutečným systémem, byly stejné. Plastická deformace systému s jedním stupněm volnosti d_y^* je tedy dána vztahem

$$d_y^* = 2 \left(d_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right). \quad (3.4)$$

Zde zmíněné d_m^* značí posun na původní únosnostní křivce při síle F_y^* a E_m^* potřebnou deformační energii pro vznik plastického mechanismu. Nyní můžeme určit periodu vlastních kmitů idealizované náhradní soustavy T^* závislé i na m^* tak, že

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* d_y^*}{F_y^*}}. \quad (3.5)$$

Když známe T^* dopočítáme výsledný posun konstrukce o této periodě d_{et}^* dosazením zmíněné periody do spektra $S_e(T)$ a do vztahu 3.6

$$d_{et}^* = S_e(T^*) \left[\frac{T^*}{2\pi} \right]^2 \quad (3.6)$$

Pro určení výsledného posunu pro konstrukce s krátkými, středními a dlouhými periodami d_t^* je v normě uveden postup s několika dalšími výrazy v závislosti na délce periody.

Pokud se však výsledný posun d_t^* výrazně liší od posunu d_m^* tak norma říká, že se může použít iterační postup, kde se namísto původního d_m^* použije nynější d_t^* a výpočet se od bodu 3.4 opakuje, dokud oba posuny nejsou totožné.

Výsledný posun soustavy s více stupni volnosti d_t se následně vypočítá pomocí transformačního součinitele Γ

$$d_t = \Gamma d_t^*. \quad (3.7)$$

3.2 Nelineární výpočet časového průběhu

Nejobecnější řešení dynamické odezvy konstrukce je přímou integrací pohybových rovnic 3.8 [15]

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t). \quad (3.8)$$

Princip výpočtu je hledání v konečném počtu časových kroků řešení této soustavy rovnic. Časový krok je variabilní a je nutné i zohlednit počáteční podmínky soustavy. Použitý postup řešení definuje metodu numerické integrace. Výběr této metody ovlivňuje nároky na výpočet a přesnost řešení.

3.2.1 Metody řešení

Můžeme je rozdělit na explicitní a implicitní. [15]

Explicitní metody jsou vhodné převážně pro řešení rychlých dynamických jevů v krátké časové oblasti a i při problémech nelineární dynamiky. Základ explicitních metod je, že neřeší systém lineárních rovnic v každém kroku. Místo toho využívají diferenciální rovnici v čase t pro predikci výsledků v čase $t+\Delta t$. Tento postup vyžaduje velmi malý časový krok a je tedy extrémně výpočetně náročné.

Jako příklad explicitní metody může sloužit diferenční metoda, která využívá náhrady derivací podle času konečnými diferencemi. Tato metoda je vhodná, pokud je matice $\mathbf{c} = 0$, nebo při diagonální matici \mathbf{m} . Nevýhodou je, že pro první krok musí být použit speciální postup.

Implicitní metody se snaží o uspokojení diferenciální rovnice v čase t po vyřešení též rovnice v čase $t-\Delta t$. Tyto metody vyžadují řešení soustavy lineárních rovnic v každém kroku, ale časový přírůstek mezi kroky může být výrazně větší. Jsou tedy výpočetně méně náročné a využívají se při časově dlouhých dynamických dějích.

K neznámějším implicitním metodám patří například Newmarkova metoda, neboli metoda průměrného zrychlení. Byla vytvořena primárně pro řešení lineárních dynamických problémů, ale po letech vědeckého vývoje ji lze použít i na nelineární dynamiku. [15]

3.2.2 Útlum

Pro definici matice \mathbf{c} většinou nemáme dostatek informací o tlumení jednotlivých částí konstrukce. Byl proto vyvinut postup, kterým lze tuto matici jednoduše sestavit. Postup se nazývá model proporcionálního tlumení, neboli Rayleighův model útlumu. V něm se využívají koeficienty α a β pro řešení rovnice

$$\mathbf{c} = \alpha \mathbf{m} + \beta \mathbf{k}. \quad (3.9)$$

Hodnoty koeficientů se dají zjistit buď experimentálně, nebo ze dvou vybraných tvarů kmitu. Je doporučeno zvolit první dva tvary, u kterých je nejvýraznější participace účinných modálních hmot v daném směru.

Po výběru dvou zmíněných tvarů kmitu a zjištění jejich vlastních úhlových frekvencí ω_r lze řešit soustavu dvou rovnic

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_r} + \beta \omega_r \right), \quad (3.10)$$

kde ζ značí poměrný viskózní útlum.

Kapitola 4

Program HOLFEM

Jedná se o jednoduchý program pro výpočty rovinných prutových konstrukcí na bázi metody konečných prvků, vytvořeném v programovacím jazyce Python pro účely této diplomové práce. Program zvládá řešení lineárních výpočtů, $P-\Delta$ analýzu i řešení konstrukcí s polotuhými klouby a klouby s nelineární závislostí ohybového momentu a pootočení.

V následujících částech bude vysvětlen základní princip fungování programu HOLFEM, stručný teoretický základ k jmenovaným metodám a budou porovnány výsledky jednotlivých analýz s komerčním softwarem RFEM 6.

4.1 Jazyk Python a využívané knihovny třetích stran

Programovací jazyk Python je považován za jeden z nejrozšířenějších programovacích jazyků. Mezi jeho výhody patří například snadno zapamatovatelná syntaxe vycházejících z anglického jazyka, množství open-source knihoven vytvořených ostatními uživateli a možnost objektově orientovaného programování. Je také specifický strukturováním samotných příkazů. Místo používání středníku, jako v ostatních programovacích jazycích, je možné využívat strukturování kódu pomocí odsazení tabulátorem do příslušných sloupců. Tímto způsobem je dosaženo snadnější čitelnosti. [13]

Zmíněný program využívá několik knihoven, které by se daly považovat za základní rozšíření jazyku Python. Knihovny byly používány pouze k řešení dílčích matematických a programátorských problémů.

4.1.1 Knihovna NumPy

Jedna z nejrozšířenějších knihoven umožňující efektivní práci s programováním polí v jazyce Python.

Její nejsilnější předností je možnost uspořádání několika polí do datových struktur nazývajících se "NumPy arrays", se kterými následně pracuje jako s multidimenzionálními tenzory. S nimi je schopna provádět množství předdefinovaných numerických výpočtů a operací. [6]

Za zmínku stojí dva příkazy, na kterých je program HOLFEM postaven. Příkaz `linalg.solve` pro řešení lineárního systému rovnic a `.dot` pro maticový součin.

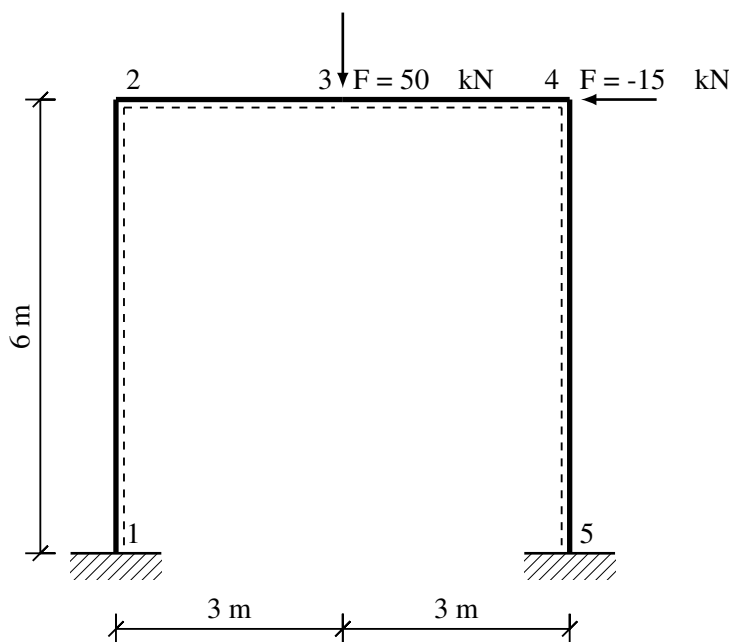
4.1.2 Knihovna matplotlib

Další z velmi oblíbených knihoven. Využívá se k vizualizaci dat. Umožňuje rychlou a jednoduchou tvorbu rovinných i prostorových grafů a animací ve vysoké kvalitě rozlišení. [7]

4.2 Systém zadávání a definovatelné proměnné

V současné době stále nebylo vytvořeno grafické prostředí programu. Je proto nutné využívat zadávání v libovolném editoru schopném spustit programovací jazyk Python.

Způsob zadávání lze demonstrovat na následujícím příkladu. Mějme následující rám z válcovaných profilů IPE 160, ocel S235 s modulem pružnosti $E = 210$ GPa, momentem setrvačnosti $I = 8.69 \cdot 10^6$ mm⁴ a plochou průřezu $A = 2010$ mm² zatížený uprostřed rozpětí svislou silou $F = 50$ kN a vodorovnou silou $F = 15$ kN.



Obrázek 4.1: Zadání příkladu momentového rámu.

Tento rám by se dal do programu HOLFEM zadat následovně. Nejprve je nutné definovat souřadnice bodů v kartézském systému souřadnic. Následuje určení prutů, které spojují jednotlivé body a konečně pole s momentem setrvačnosti a modulem pružnosti. Ty musí být ve stejném pořadí jako pruty. Tedy pro první prut odpovídá první moment setrvačnosti a první modul pružnosti. Zápis vypadá následovně.

```
1 body = np.array([[0,0],[0,6000],[3000,6000],[6000,6000],[6000,0]])
2 pruty = np.array([[0,1],[1,2],[2,3],[3,4]])
3 klouby = np.array([[0,0],[0,0],[0,0],[0,0]])
4 tuhosti = np.array([[0,0],[0,0],[0,0],[0,0]])
5 E = np.array([210e3,210e3,210e3,210e3])
6 I = np.array([8.69e6,8.69e6,8.69e6,8.69e6])
7 A = np.array([2010,2010,2010,2010])
```

Výpis 4.1: Zadání do programu HOLFEM.

Proměnné klouby a tuhosti zatím ponechme nulové. Vrátime se k nim v dalších příkladech. Každá analýza má svou vlastní funkci, které na sebe navazují. Proto je možné volat každou zvlášť a nebo v určitém pořadí. Následující řádky musí být vždy až na konci dokumentu. Zde se i zadávají podpory a jednotlivá zatížení.

```

1 ram = Solver(E, I, body,pruty, A, W, rho, klouby, tuhosti)
2
3 podpory = ram.podpory
4 podpory[0,0] = 0
5 podpory[0,1] = 0
6 podpory[0,2] = 0
7
8 podpory[4,0] = 0
9 podpory[4,1] = 0
10 podpory[4,2] = 0
11
12 sila = ram.sila_v_bode
13 sila[3,0] = -15000
14 sila[2,1] = -50000
15
16 ram.solve_linear()
17 #ram.solve_P_delta()
18 #ram.Linearni_klouby
19 #ram.Nelinearni_klouby(0.0000001)
20 ram.tisk(5)

```

Výpis 4.2: Zadání podpor, sil a spouštění jednotlivých analýz.

Síly a podpory se přiřazují k zadanému bodu prvním číslem v závorce. Druhé číslo značí orientaci odebrané vazby, nebo síly (0 = směr x, 1 = směr y, 2 = pootočení/ohybový moment). U podpor musí být chtěná proměnná nulová, u sil byla zadána požadovaná hodnota zatížení.

Funkce pro výpočty lineární analýzy a P- Δ analýzy nevyžadují žádné dodatečné zadání od uživatele. U výpočtu nelineárních kloubů je požadována přesnost, kterou musí výpočet splnit (číslo v závorce za funkcí) a u funkce tisku je tímto způsobem možné upravit měřítko.

4.3 Lineární analýza

Je základní druh výpočtu, ze kterého postupně vycházejí složitější typy analýz. V současné době je program schopný počítat rovinné rámové konstrukce podle prutové teorie Eulera-Bernoulliniho.

4.3.1 Matice tuhosti prutového elementu

Mějme diferenciální rovnici ohýbaného nosníku [3]

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = q(x), \quad (4.1)$$

kde E značí Youngův modul pružnosti, I moment setrvačnosti, $q(x)$ funkci zatížení a $w(x)$ funkci svislého průhybu.

Najít exaktní řešení této diferenciální rovnice se i na poměrně jednoduchých konstrukcích stává velmi náročné. I díky technologickému pokroku v oblasti výpočetních technologií je v dnešní době mnohem výhodnější řešit statické úlohy pomocí maticových zápisů. Jedna z nejprominentnějších metod se nazývá metoda konečných prvků (MKP), pomocí které se zmíněná diferenciální rovnice rozloží na soustavu lineárních rovnic. Ty se dají zapsat následovně

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{f}, \quad (4.2)$$

kdy \mathbf{K} znamená globální matice tuhosti, \mathbf{d} vektor globálních uzlových deformací a \mathbf{f} vektor globálních uzlových sil. Vektor \mathbf{d} je pro nás v této rovnici neznámý, vektor \mathbf{f} charakterizuje zatížení

aplikované na konstrukci. Globální matice tuhosti \mathbf{K} se skládá z lokálních matic tuhosti \mathbf{k} jednotlivých prutů. Pro odvození využijeme již zmíněnou rovnici 4.1 a z ní si vyvodíme diferenciální rovnice ohybového momentu M a posouvající síly V

$$M(x) = EI \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$V = EI \frac{d^3 w}{dx^3}.$$
(4.3)

Po derivaci rovnic 4.3 a využití lokálního uzlového názvosloví a konvence dostáváme následující rovnice

$$f_{1y} = V = EI \frac{d^3 w(0)}{dx^3} = \frac{EI}{L^3} (12w_1 + 6L\varphi_1 - 12w_2 + 6L\varphi_2)$$

$$m_1 = M = EI \frac{d^2 w(0)}{dx^2} = \frac{EI}{L^3} (6Lw_1 + 4L^2\varphi_1 - 6Lw_2 + 2L^2\varphi_2)$$

$$f_{2y} = -V = -EI \frac{d^3 w(L)}{dx^3} = \frac{EI}{L^3} (-12w_1 - 6L\varphi_1 + 12w_2 - 6L\varphi_2)$$

$$m_2 = M = EI \frac{d^2 w(L)}{dx^2} = \frac{EI}{L^3} (6Lw_1 + 4L^2\varphi_1 - 6Lw_2 + 2L^2\varphi_2),$$
(4.4)

kde f_{1y} a f_{2y} značí jednotlivé lokální uzlové síly, m_1 a m_2 jednotlivé lokální uzlové ohybové momenty, w uzlové posuny ve svislém směru a φ pootočení prutu v jednotlivých bodech. Zderivované rovnice 4.4 se nejčastěji vyjadřují v maticovém zápise a po dosazení do rovnice 4.2

$$\begin{Bmatrix} f_{1y} \\ m_1 \\ f_{2y} \\ m_2 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix}.$$
(4.5)

Takto zapsanou lokální matici tuhosti je však ještě nutné rozšířit o vliv normálové síly a transformovat ji do lokálních souřadnic prutu. Lokální matice tuhosti s vlivem normálové síly vypadá následovně

$$[\mathbf{k}'] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EI}{L^3} & 6\frac{EI}{L^3}L & 0 & -12\frac{EI}{L^3} & 6\frac{EI}{L^3}L \\ 0 & 6\frac{EI}{L^3}L & 4\frac{EI}{L^3}L^2 & 0 & -6\frac{EI}{L^3}L & 2\frac{EI}{L^3}L^2 \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EI}{L^3} & -6\frac{EI}{L^3}L & 0 & 12\frac{EI}{L^3} & -6\frac{EI}{L^3}L \\ 0 & 6\frac{EI}{L^3}L & 2\frac{EI}{L^3}L^2 & 0 & -6\frac{EI}{L^3}L & 4\frac{EI}{L^3}L^2 \end{bmatrix}.$$
(4.6)

Za povšimnutí stojí, že nám přibyl další parametr průřezu prutu a sice jeho průřezová plocha A . Transformační matice \mathbf{T} slouží k převedení výsledných deformací z lokálního souřadnicového systému prutu do globálního

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

kde $S = \sin \theta$ a $C = \cos \theta$. Úhel θ odpovídá úhlu natočení prutu ku globálním osám. Pro získání finální podoby lokální matice tuhosti dosadíme obě předešlé matice 4.6 a 4.7 do následujícího vztahu

$$\mathbf{k} = \mathbf{T}^T \mathbf{k}' \mathbf{T} \quad (4.8)$$

a získáme tak

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\frac{6I}{L} S & -\left(AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2\right) & -\left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\frac{6I}{L} S \\ & AS^2 + \frac{12I}{L^2} C^2 & \frac{6I}{L} C & -\left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & -\left(AS^2 + \frac{12I}{L^2} C^2\right) & \frac{6I}{L} C \\ & & 4I & \frac{6I}{L} S & -\frac{6I}{L} C & 2I \\ & & & AC^2 + \frac{12I}{L^2} S^2 & \left(A - \frac{12I}{L^2}\right) CS & \frac{6I}{L} S \\ & & & & AS^2 + \frac{12I}{L^2} C^2 & -\frac{6I}{L} C \\ & \text{symetrie} & & & & 4I \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Výsledná lokální matice tuhosti 4.9 nepočítá s vlivem smykových sil na ohyb prutu. Toto zjednodušení vede zhruba k 3 % odchylce oproti modelu, který tyto síly uvažuje. [8]

4.3.2 Průběh lineárního výpočtu

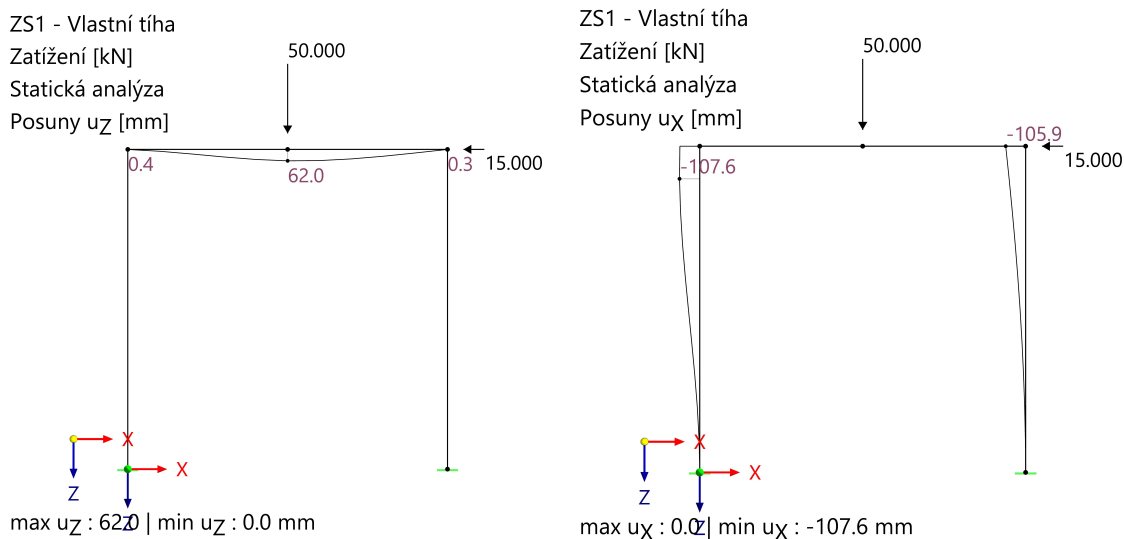
Následný graf byl vytvořen pro vizuální reprezentaci jednotlivých kroků výpočtu v programu HOLFEM.



Obrázek 4.2: Průběh lineárního výpočtu v programu HOLFEM.

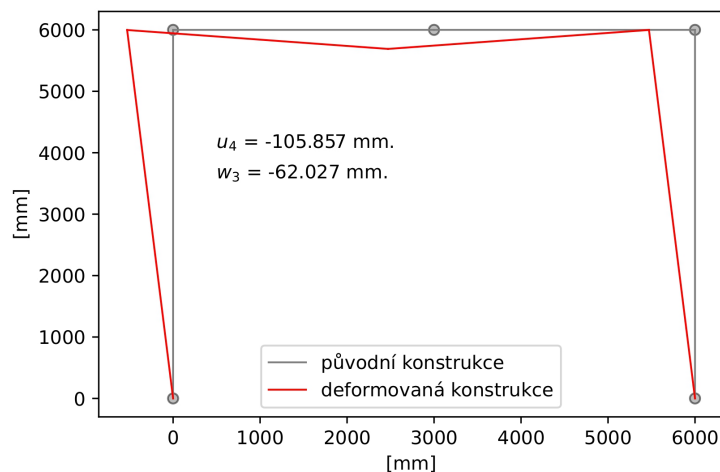
4.3.3 Příklad a porovnání výsledků

Pro porovnání výsledků s programem RFEM 6 byla řešena již zmíněná konstrukce 4.1. Výsledky programu RFEM 6.



Obrázek 4.3: Výsledné posuny konstrukce 4.1 v RFEM 6

Následují výsledky z programu HOLFEM.



Obrázek 4.4: Výsledné posuny konstrukce 4.1 v programu HOLFEM

Na první pohled je zřejmé, že je možné prezentovat výsledky lineární analýzy z obou programů za totožné.

Samotné grafy se od sebe vizuálně lehce liší. Je to dáno tím, že program HOLFEM provádí výpočty pouze v zadaných 5 bodech, ale RFEM dělí pruty na více integračních bodů, ve kterých probíhají výpočty. Tento nedostatek se dá samozřejmě eliminovat větším počtem bodů a prutů.

4.4 P-Δ analýza

Pro laterálně zatížené konstrukce, u kterých není vliv vlastní tíhy či dalšího normálového zatížení zanedbatelný jsou výsledky poskytované lineární analýzou nedostačující. Dochází zde k dodatečné deformaci v bočním směru právě díky zmíněnému P-Δ efektu. Kvůli vybočení konstrukce a prvotní deformaci způsobené laterálním zatížením vzniká excentrický ohybový moment od normálové síly. Tento ohybový moment může buď dále oslabovat konstrukci a zvětšovat vodorovnou deformaci, nebo může mít i příznivý efekt. Záleží na směřování zmíněného normálového zatížení. Dá se říci, že dochází k tahovému zpevnění konstrukce a k tlakovému oslabení.

Na řešení takové úlohy už nám nestačí pouze jeden krok jako u lineární analýzy. Jsou potřeba minimálně dva. V prvním kroku vypočítáme úlohu lineárně, použijeme výsledky lineárního řešení na sestavení takzvané geometrické matice tuhosti, kterou přičteme k původní matici tuhosti a celou soustavu přepočítáme ještě jednou.

P-Δ analýzu můžeme z hlediska přesnosti zařadit jako mezistupeň mezi geometricky lineárním a nelineárním výsledkem. Oproti komplexnějšímu geometricky nelineárnímu výpočtu má však jednu zásadní výhodu. Tou je výrazně menší výpočetní náročnost.

4.4.1 Formulace geometrické matice tuhosti

Odvození geometrické matice prutu vycházející z Eulerovy-Bernoulliniho je podobné, jako u klasické matice tuhosti [14]

$$EIw^{iv} + Nw'' = EIw^{iv} + \sigma Aw'' = 0, \quad (4.10)$$

kde první část vede na již známou lokální matici tuhosti. Nás bude zajímat část druhá s normálovou silou N , kterou lze pro další formulace vyjádřit jako součin plochy průřezu A a napětí σ . Rovnici 4.10 můžeme rozepsat do podoby, aby korespondovala se slabou formulací MKP

$$\frac{1}{2} \int_L w'' EI w'' dx + \frac{1}{2} \int_L w' \sigma A w' dx \rightarrow \min. \quad (4.11)$$

Zajímá nás druhý integrál, který vede na sestavení geometrické matice tuhosti prutu \mathbf{S} . Abychom ji odvodili musíme nejprve definovat funkci vychýlení

$$w(\xi) = \mathbf{N}(\xi) \hat{\mathbf{d}} \quad (4.12)$$

$$-1 \leq \xi \leq 1 \quad (4.13)$$

Nyní pokračujeme vyjádřením derivace w'

$$w'(\xi) = \frac{dw}{dx} = \frac{dw}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \frac{d\mathbf{N}}{d\xi} \hat{\mathbf{d}} = \frac{2}{L} \mathbf{N}' \hat{\mathbf{d}}, \quad (4.14)$$

kde pro \mathbf{N}' platí, že

$$\frac{d\mathbf{N}}{d\xi} = \mathbf{N}' = \left[\frac{1}{4}(-3 + 3\xi^2) \quad \frac{1}{4}(-1 - 2\xi + 3\xi^2) \frac{L}{2} \quad \frac{1}{4}(3 - 3\xi^2) \quad \frac{1}{4}(-1 + 2\xi + 3\xi^2) \frac{L}{2} \right] \quad (4.15)$$

Dosazením do druhého integrálu 4.11 dostáváme řešení geometrické matice tuhosti \mathbf{S}

$$\mathbf{S} = \sigma A \frac{2}{L} \int_{-1}^1 \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' d\xi. \quad (4.16)$$

Po dokončení integrace můžeme uvést v maticovém zápisu, že

$$\mathbf{S} = \frac{\sigma A}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & 4 - L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Matici \mathbf{S} je nyní nutné rozšířit o vliv normálové síly a přetřansformovat ji do globálních souřadnic. Stejným způsobem jako 4.8 s použitím transformační matice 4.7 dostáváme výslednou geometrickou matici prutu

$$\mathbf{S} = \frac{\sigma A}{L} \begin{bmatrix} \frac{6}{5}S^2 & -\frac{6}{5}SC & -\frac{L}{10}S & -\frac{6}{5}S^2 & \frac{6}{5}SC & -\frac{L}{10}S \\ -\frac{6}{5}SC & \frac{6}{5}C^2 & \frac{L}{10}C & \frac{6}{5}SC & -\frac{6}{5}C^2 & \frac{L}{10}C \\ -\frac{L}{10}S & \frac{L}{10}C & \frac{2L^2}{15}S & \frac{L}{10}S & -\frac{L}{10}C & -\frac{L^2}{30} \\ -\frac{6}{5}S^2 & \frac{6}{5}SC & \frac{L}{10}S & -\frac{6}{5}SC & -\frac{6}{5}C^2 & -\frac{L}{10}C \\ -\frac{L}{10}S & \frac{L}{10}C & -\frac{L^2}{30} & -\frac{L}{10}C & -\frac{L}{10}C & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

I zde odpovídají $S = \sin \theta$ a $C = \cos \theta$. Úhel θ patří úhlu natočení prutu ku globálním osám. Napětí v prutech σ je převzato z prvotních lineárních výsledků.

Geometrická matice \mathbf{S} se také využívá pro řešení stabilitních problémů. Hledáme tedy takové zatížení, při kterém začne deformace narůstat bez zvětšení hodnoty zatížení. Mějme tedy matici tuhosti z lineárního řešení \mathbf{K}_{lin} a geometrickou matici \mathbf{S} . Obě matice musely být vypočítány na konstrukci s jistým zatížením. Hledáme tedy takový násobitel matice \mathbf{S} , pojmenovaný λ , který by vyhovoval determinantní rovnici [12]

$$\det |\mathbf{K}_{lin} + \lambda \mathbf{S}| = 0. \quad (4.19)$$

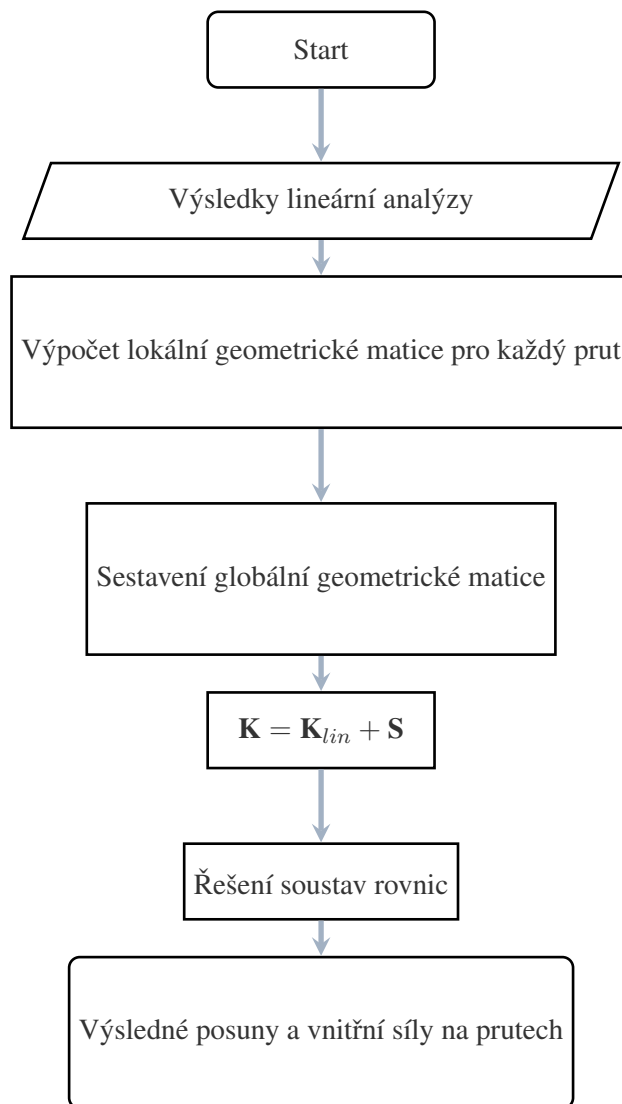
Vynásobením původního zatížení násobitelem λ dostaneme kritické zatížení. Zmíněný výpočet stability je označován jako lineární. Řeší se na původní geometrii konstrukce. Nelineární výpočet stability spočívá v postupném zvětšování zatížení na konstrukci. Poskytuje přesnější řešení, je však výpočtově velmi náročný.

Stabilitní problémy nejsou v současné době do programu HOLFEM implementovány.

4.4.2 Průběh P-Δ analýzy

S geometrickou maticí se pracuje stejně, jako s klasickou maticí tuhosti. Je vygenerována pro každý prut, dosadí se do globální geometrické matice a ta je potom přičtena ke globální matici tuhosti z lineárního řešení.

Posloupnost výpočtu byla znázorněna na grafu 4.5.



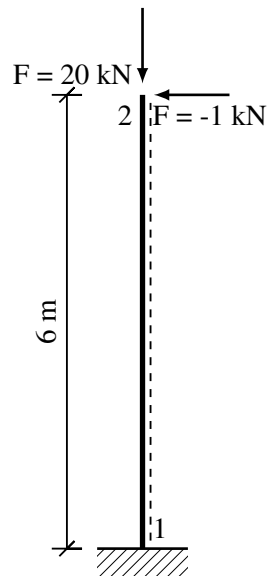
Obrázek 4.5: Postup výpočtu P-Δ analýzy

4.4.3 Příklad a porovnání výsledků

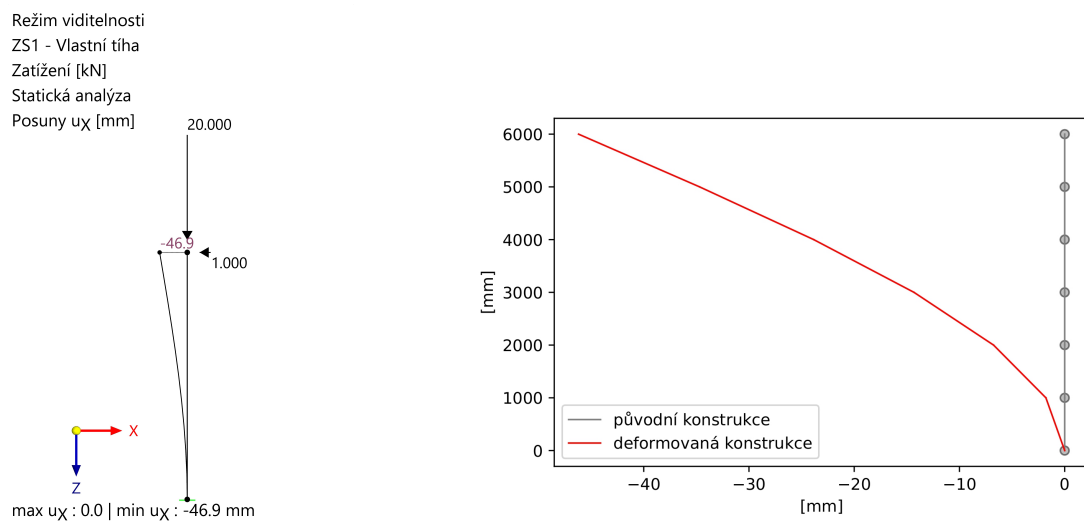
Již zadaný příklad 4.1 není pro porovnání zcela vhodný. V tomto případě jsou díky zanedbatelnému vlivu svislé síly výsledky totožné jako u lineární analýzy. Proto porovnání proběhlo na odlišném zadání.

4.5 ZASE UPRAVIT

Jedná se o stejný nosník IPE 160 o délce $L = 6$ m, z konstrukční oceli S235 jako v 4.1. Nosník bude svisle orientovaný, ve spodní části vetknutý. Zatížený vodorovnou silou $F = 1$ kN a svislou silou $F = 20$ kN. Výsledky z obou programů jsou následující.



Obrázek 4.6: Zadání příkladu svislého nosníku.



Obrázek 4.7: P- Δ analýza v programech RFEM 6 a HOLFEM

Porovnání s geometricky lineárním výpočtem bylo zobrazeno v tabulce 4.1.

	Geometricky lineární výpočet	P- Δ analýza	Rozdíl mezi výpočty
RFEM 6	39,5 mm	46,9 mm	18,73 %
HOLFEM	39,45 mm	46,19 mm	17,08 %

Tabulka 4.1: Vodorovné posuny příkladu 4.6

V tabulce 4.1 je jasně viditelný důsledek P- Δ efektu. Více jak 17 % odlišnost už není zanedbatelná.

Zde je už možné pozorovat zřetelnější rozdíl v porovnávaných programech. Stále se však jedná o odchylku lehce nad 1 %. Výsledky proto mohou být prohlášeny za uspokojivé.

4.6 Analýza polotuhých kloubů pomocí korekční matice

Do této chvíle byl předpokládán styk mezi pruty jako dokonale tuhý. Tento předpoklad není zcela špatný, ale zvláště u ocelových konstrukcí, kde spoje mezi prvky hrají důležitou roli, je nutné, aby výpočetní program uměl zohlednit tuhost spojovacích prvků.

V praxi je běžné, že při návrhu takové konstrukce se vytváří několik konečně-prvkových modelů. Jeden globální model se všemi kombinacemi zatížení a potřebný počet detailnějších modelů spojů. Po navržení spoje je silně doporučováno reflektovat jeho tuhost v globálním modelu, kde se mohou více či méně změnit deformace a vnitřní síly. Vzniká tak cyklus, jehož trvání silně ovlivňují zkušenosti jedince, který návrh provádí.

Pro výpočet polotuhých kloubů v programu HOLFEM byl zvolen postup prezentovaný v odborném článku pány Monforton a Wu v roce 1963 [10].

Princip této aproximační metody spočívá ve vytvoření korekční matice tuhosti, kterou je původní matice tuhosti vynásobena.

4.6.1 Korekční matice tuhosti

Rotační tuhost spoje, značenou C_φ můžeme slovně vyjádřit jako změna úhlu φ na jednotku ohybového momentu. Matematicky se jedná o lineární závislost

$$C_\varphi = \frac{M}{\varphi}. \quad (4.20)$$

Když známe požadovanou tuhost, můžeme ji dosadit do vztahu

$$r_i = \frac{1}{1 + \left(\frac{3EI}{C_{\varphi i} L} \right)}, \quad (4.21)$$

kde r_i značí faktor tuhosti bodu i a $C_{\varphi i}$ požadovanou tuhosti v bodě i . Samotné i může dosahovat hodnot 1 nebo 2 myšleno pro levý či pravý kloub prutu.

Hodnoty faktoru tuhosti r_i se pohybují v rozmezí mezi nulou a jedna. Pro $r_i = 0$ platí, že se konec prutu chová jako kloub a $r_i = 1$ odpovídá dokonale tuhému spoji.

Samotná korekční matice byla definována jako

$$\mathbf{C} = \frac{1}{(4 - r_1 r_2)} \begin{bmatrix} e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{22} & e_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{55} & e_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{65} & e_{66} \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Součinitele e jsou rozepsány

$$e_{11} = 4 - r_1 r_2, \quad (4.23)$$

$$e_{22} = 4r_2 - 2r_1 r_2, \quad (4.24)$$

$$e_{23} = -2Lr_1(1 - r_2), \quad (4.25)$$

$$e_{32} = \frac{6}{L}(r_1 - r_2), \quad (4.26)$$

$$e_{33} = 3r_1(2 - r_2), \quad (4.27)$$

$$e_{44} = 4 - r_1 r_2, \quad (4.28)$$

$$e_{55} = 4r_1 - 2r_2 + r_2 r_1, \quad (4.29)$$

$$e_{56} = 2Lr_2(1 - r_1), \quad (4.30)$$

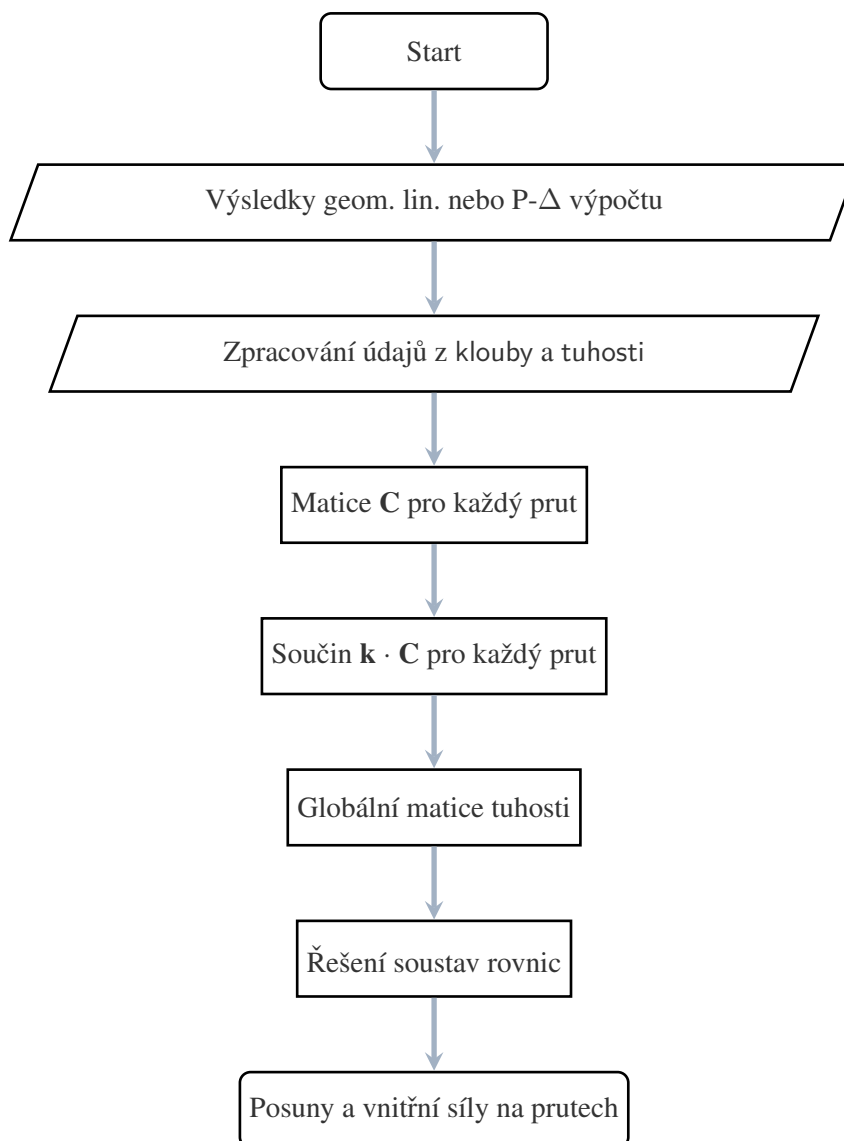
$$e_{65} = \frac{6}{L}(r_1 - r_2), \quad (4.31)$$

$$e_{66} = 3r_2(2 - r_1). \quad (4.32)$$

Korekční matice \mathbf{C} je vytvořena pro každý prut stejně jako matice tuhosti \mathbf{k} . Pro každý prut tedy proběhne maticový součin. Výsledné matice jsou dosazeny do globální matice tuhosti jako u ostatních druhů výpočtu.

4.6.2 Postup výpočtu polotuhých kloubů

Na následujícím grafu 4.8 je zobrazena posloupnost výpočtů a návaznost na další druhy analýz.



Obrázek 4.8: Postup výpočtu s polotuhými klouby

Z grafu 4.8 je možné vyčíst, že analýzu polotuhých spojů nelze učinit v jednom kroku. Je na uživateli, jestli si přeje provést pouze geometricky lineární výpočet, nebo i P- Δ analýzu. V závislosti na tuhosti kloubů je na uvážení, jestli je nutné znovu generovat geometrickou matici i po výpočtu analýzy s polotuhými klouby.

4.6.3 Příklad a porovnání výsledků

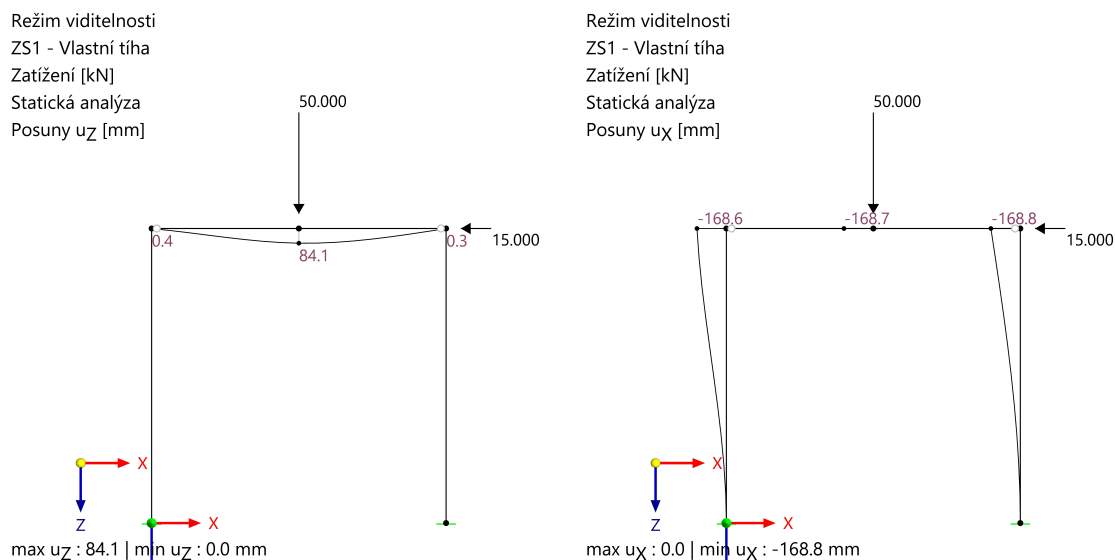
Pro výpočet byla namodelována stejná konstrukce 4.1 jako u lineární analýzy opatřena o tuhost v rámových rozích na příčli $C_\varphi = 800$ kNm/rad. Vše ostatní zůstává totožné.

Příklad zadání konstrukce v programu HOLFEM vypadá následovně.

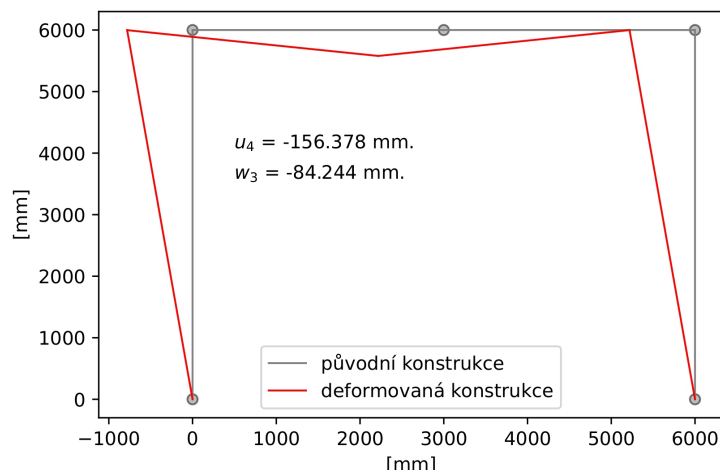
```
1 body = np.array([[0,0],[0,6000],[3000,6000],[6000,6000],[6000,0]])
2 pruty = np.array([[0,1],[1,2],[2,3],[3,4]])
3 klouby = np.array([[0,0],[2,0],[0,2],[0,0]])
4 tuhosti = np.array([[0,0],[800e6,0],[0,800e6],[0,0]])
5 E = np.array([210e3,210e3,210e3,210e3])
6 I = np.array([8.69e6,8.69e6,8.69e6,8.69e6])
7 A = np.array([2010,2010,2010,2010,2010])
```

Výpis 4.3: Zadání do programu HOLFEM s klouby.

Přiřazení polotuhého kloubu ke konci prutu je zadáváno v řadě klouby číslem 2 v kolonce pro příslušný směr. Následuje zadání tuhosti kloubu v tuhosti. Obě čísla musí být na stejné pozici. Je možné ponechat tuhost nulovou. Potom se spoj chová jako dokonalý kloub. Výsledky výpočtu v programu RFEM 6 jsou následující.



Obrázek 4.9: Výsledné posuny konstrukce 4.1 s polotuhými klouby v RFEM 6



Obrázek 4.10: Výsledné posuny konstrukce 4.1 s polotuhými klouby v programu HOLFEM

Svislé posuny jsou u obou programů prakticky totožné. U vodorovných posunů je zhruba 8% rozdíl. Ten se dá vysvětlit aproximační povahou použité metody [10], nebo numerickou odchylkou při řešení soustavy rovnic či maticovém násobení.

4.7 Analýza s nelineárními klouby

Chceme-li navrhovat konstrukce na účinky seizmického zatížení dle metody postupného přítěžování je nutné uvažovat s nelineárním chováním jednotlivých prvků. V ideálním případě by měly být ve výpočtu zahrnuty jak nelinearity geometrické, tak nelinearity materiálové. Norma ČSN EN 1998-1 [1] předepisuje využití alespoň bilineárního vztahu mezi zatížením a deformací na úrovni prvku, aby byla zahrnuta pevnost nosných prvků a jejich chování za mezí kluzu.

V programu HOLFEM lze tyto požadavky simulovat pomocí vzorce napodobujícího chování ocelového spoje až do oblasti porušení. K výpočtu bylo použito stejné metody jako pro řešení lineárních polotuhých kloubů [10] rozšířené o iterační proces dle Picarda.

4.7.1 Vztah mezi pootočením a ohybovým momentem

Pro realističtější simulaci chování spojů v ocelových konstrukcích využívá program HOLFEM vztah převzatý z [4]

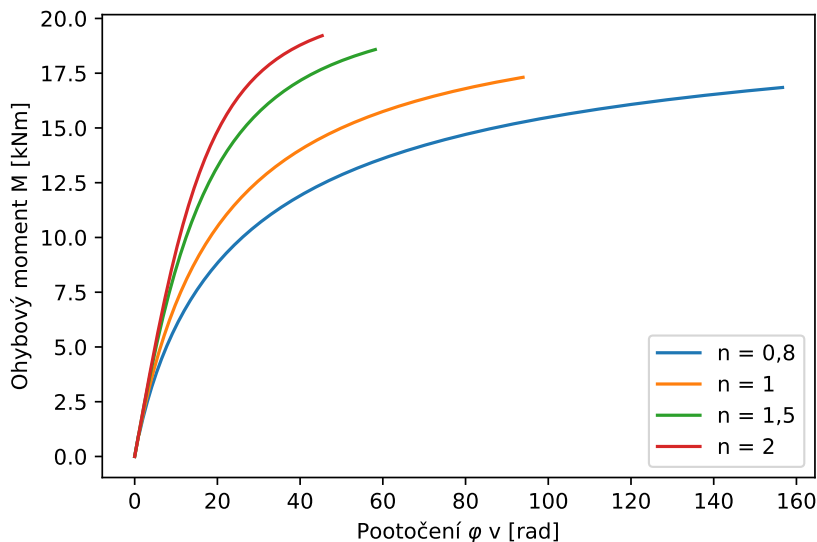
$$M(\varphi) = \frac{M_u \cdot \left(\frac{\varphi_r}{\varphi_0}\right)}{\left[1 + \left(\frac{\varphi_r}{\varphi_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}}, \quad (4.33)$$

kde $M(\varphi)$ vyjadřuje ohybový moment při pootočení spoje φ , M_u ohybový moment, při kterém dojde k porušení, φ_r pootočení spoje, φ_0 referenční pootočení a n tvarový parametr.

Referenční pootočení φ_0 se dá určit z

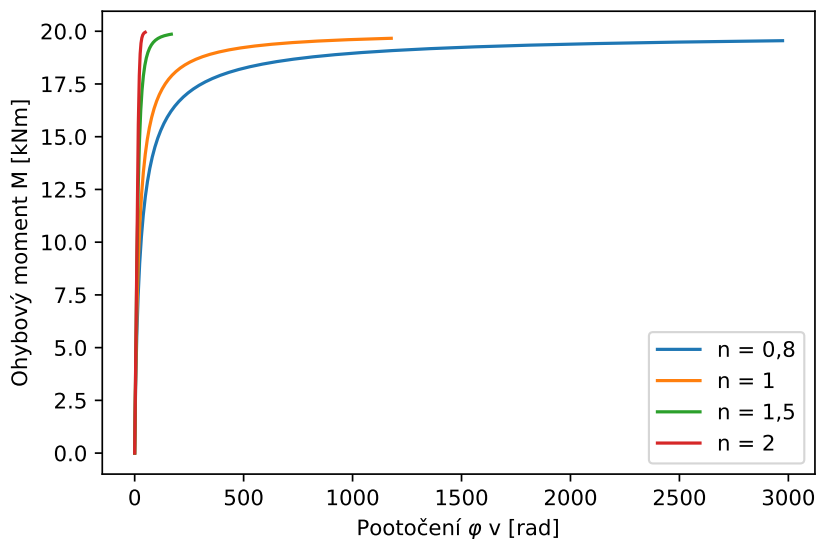
$$\varphi_0 = \frac{M_u}{C_{\varphi_{init}}}, \quad (4.34)$$

kde $C_{\varphi_{init}}$ značí počáteční rotační tuhost. Funkci 4.33 se stejnými počátečními hodnotami a různými tvarovými parametry n je vidět na obrázku 4.11.



Obrázek 4.11: Různé hodnoty tvarového parametru n

Obrázek 4.11 může být lehce matoucí. Všechny funkce 4.33 měly stejné počáteční hodnoty, kromě parametru n , avšak přesto končí viditelně v různých bodech, namísto společného M_u . Je to dáno tím, že křivky byly počítány pomocí Picardovy iterační metody a po jistém bodě už vypočtené hodnoty φ nekonvergovaly. Při nastavení většího maximálního počtu iterací a výrazném zvýšení bodů tvořících křivku dostáváme při stejném zadání obrázek 4.12.



Obrázek 4.12: Různé hodnoty tvarového parametru n s větší přesností

Vzorec 4.33 je tedy na řešení nelineárních výpočtů velmi vhodný, protože při minimálním nárůstu velikosti ohybových momentů dovoluje po překročení simulované meze kluzu prakticky neomezené pootočení. Neobsahuje navíc velké množství neznámých veličin, je proto poměrně snadné nastavit počáteční parametry dostatečně přesně, aby odpovídaly požadovanému chování spoje.

4.7.2 Picardova metoda

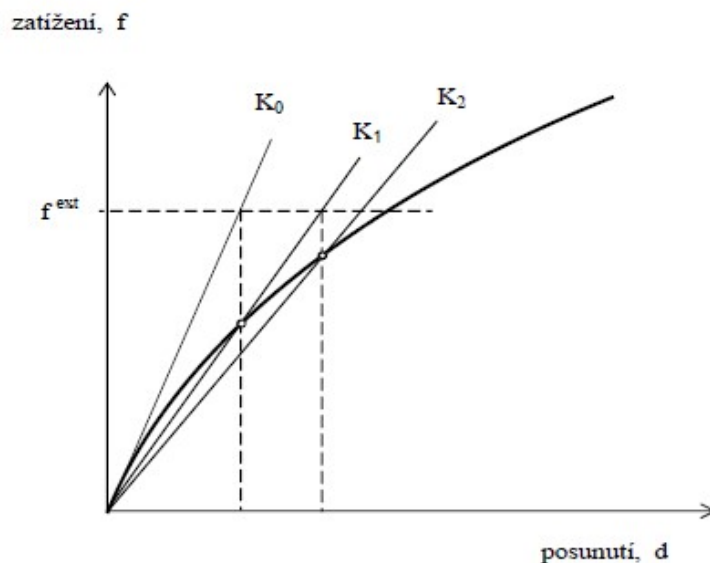
Neboli přímá iterační metoda, kde začínáme s počátečním odhadem neznámých \mathbf{d} , které můžeme označit jako $\mathbf{d}^{(0)}$. Na základě tohoto odhadu chceme pomocí iteračního procesu výsledek vektoru $\mathbf{d}^{(i)}$ stále zpřesňovat, dokud nedojde buď ke splnění podmínky konvergence, nebo překročení maximálního počtu iterací a přerušení výpočtu. [12]

Dosazením a úpravou základního vztahu pro MKP 4.2 dostáváme iterační rovnici

$$\mathbf{d}^{(i+1)} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{d}^{(i)}) \cdot \mathbf{f}. \quad (4.35)$$

Rovnice značí, že nadcházející vektor posunů $\mathbf{d}^{(i+1)}$ byl vypočítán z tuhosti konstrukce již zdeformované v předchozí iteraci vypočteným vektorem $\mathbf{d}^{(i)}$. Vektor zatížení \mathbf{f} přitom zůstává pořád stejný, není ve výpočtu nijak měněn. Na rozdíl od Newton-Raphsonovy metody pro řešení nelineárních algebraických rovnic se výsledky z jednotlivých iterací nesčítají. Posun konstrukce z iterace, která splnila podmínky konvergence je finální.

Pro jednu proměnnou lze princip Picardovy metody znázornit na obrázku 4.13.



Obrázek 4.13: Průběh výpočtu Picardovy iterační metody z [12]

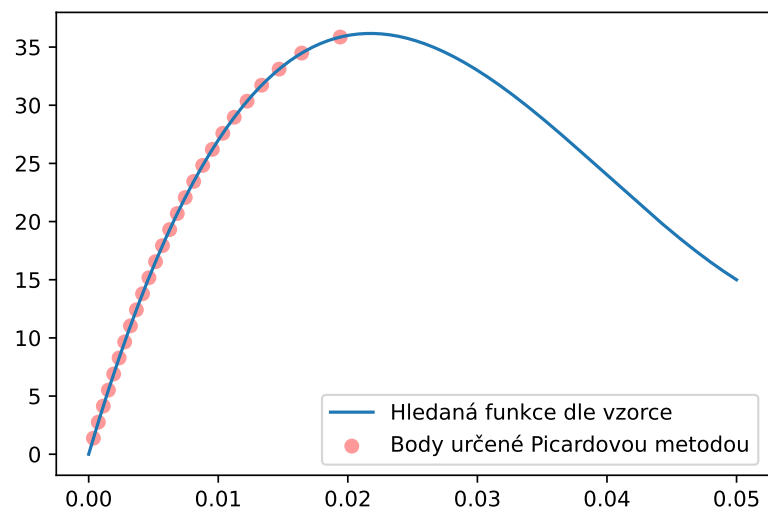
Pro lepší představu, jak s metodou pracovat, byl vytvořen v programovacím jazyce Python následující skript, který vygeneruje graf 4.14 znázorňující předem zadanou funkci, kterou kopírují body určené Picardovou metodou.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 K1 = 1e6
5 K2 = 12e4
6 K3 = 38e2
7
8 f = np.linspace(0,40,30)
9 d_porovnavaci = np.linspace(0,0.05,10000)
10 f_porovnavaci = K1*d_porovnavaci]**3-K2*d_porovnavaci]**2+K3*d_porovnavaci[:]
11 d = np.zeros(len(f))
12 konec = True
13
14 for i in range(len(d)):
15     podminka = 0.000000000000001
16     rozdil = 1
17     k = 0
18     d_predchozi = 0
19     d_ted = f[i]/K1 #prvni odhad d(0)
20     while rozdil > podminka:
21         f_v_bode = K1*d_ted**3-K2*d_ted**2+K3*d_ted
22         K_nove = f_v_bode/d_ted
23         rozdil = np.abs(d_ted-d_predchozi)
24         d_predchozi = d_ted
25         d_ted = f[i]/K_nove
26
27         k = k+1
28         if rozdil < podminka:
29             d[i] = d_ted
30
31         if k > 1000:
32             check = i
33             konec = False
34             break
35     if konec == False:
36         break
37     check = i-1
38
39 d = d[:check] #zkraceni rady o hodnoty, které nedosahly konvergence
40 f = f[:check]
41
42 #tisk grafu
43 fig, graf = plt.subplots()
44 graf.plot(d_porovnavaci, f_porovnavaci, label = "Hledana funkce dle vzorce")
45 graf.scatter(d,f, label = "Body urcene Picardovou metodou", c = "r", alpha = 0.4)
46 graf.legend()
47 plt.show()

```

Výpis 4.4: Příklad aplikace Picardovy iterační metody.



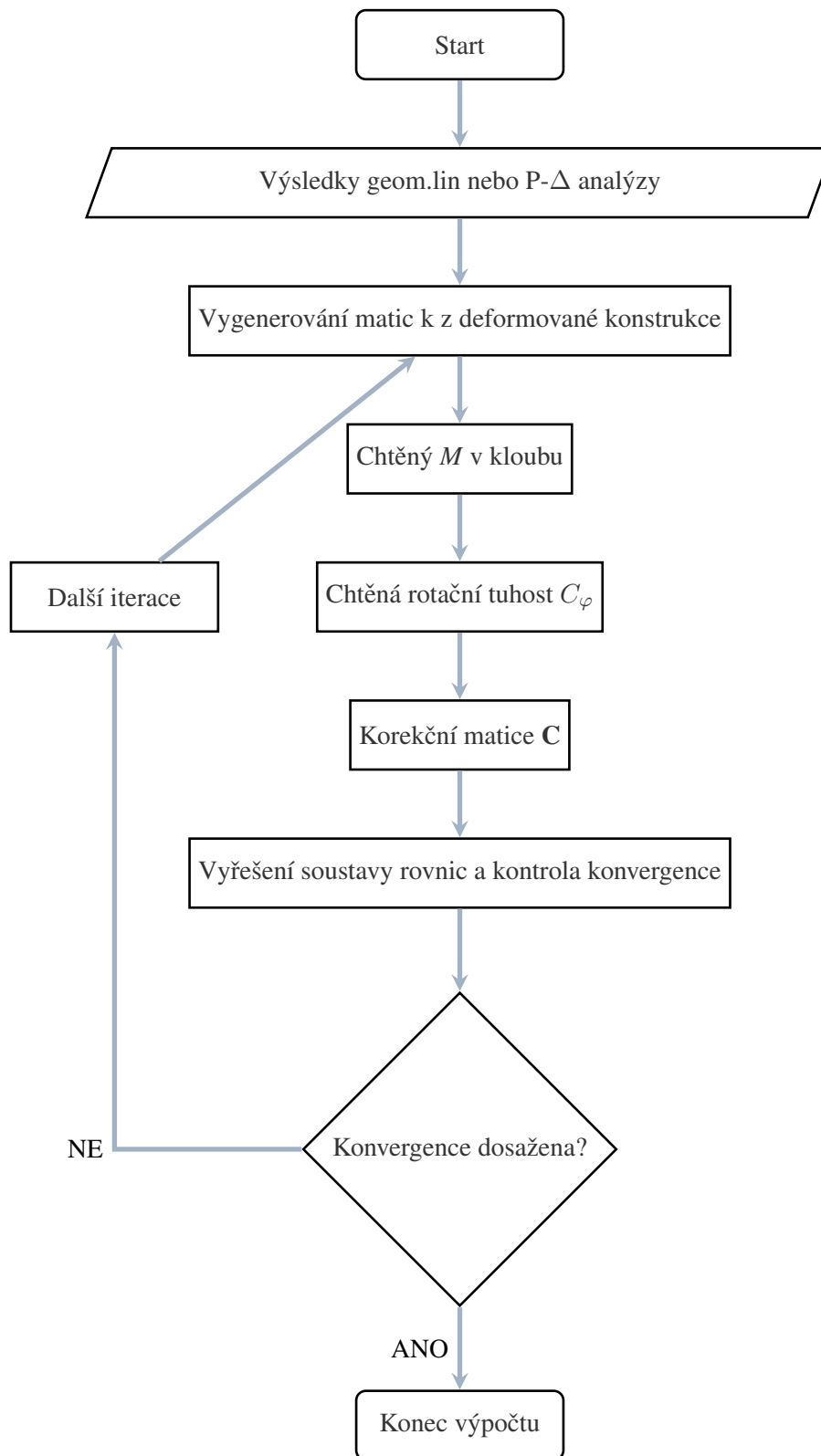
Obrázek 4.14: Příklad řešení Picardovou metodou

Hodnoty, u kterých nebyla podmínka konvergence splněna, byly z řad vyřazeny, aby se nezobrazovaly. Na první pohled je viditelné, že takto formulovaná výpočetní metoda není schopna výpočtu po dosažení maxima hledané funkce. Byl by to zásadní problém, pokud by se jednalo o analýzu železobetonových konstrukcí, kde dochází ke ztrátě pevnosti. Při řešení ocelových konstrukcí je však uvažováno pouze s plastickým zpevněním materiálu, takže maximum není překročeno.

4.7.3 Postup výpočtu s nelineárními klouby

Postup výpočtu je dosti podobný, jako při řešení úlohy s polotuhými klouby, rozšířený o iterační proces vycházející z Picardovy metody.

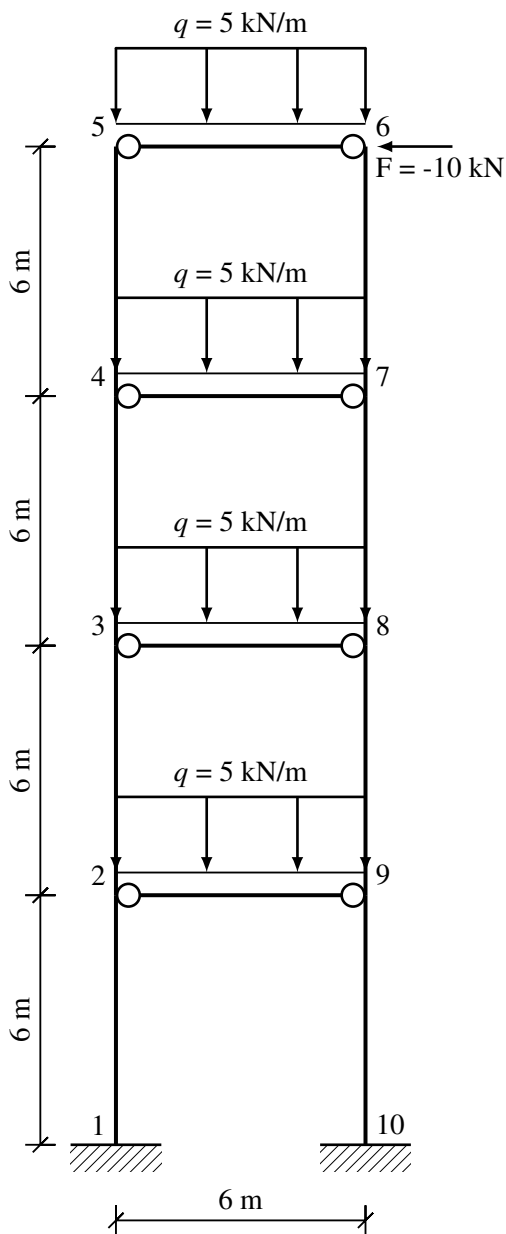
Po geometricky lineární a $P-\Delta$ analýze jsou jejich výsledky použity k vygenerování nových matic tuhosti ze zdeformované geometrie konstrukce. Dále se využije přebrané pootočení v jednotlivých kloubech k nalezení upraveného ohybového momentu podle vzorce 4.33 a z něj je zjištěna tuhost, ze které se sestaví korekční matice C dle [10]. Jako poslední je ověřena konvergence tím, že se posuny z předchozí a současné iterace od sebe odečtou. Pokud je maximální rozdíl menší než podmínka, je výpočet ukončen. Pokud ne, proces se opakuje.



Obrázek 4.15: Postup výpočtu s nelineárními klouby

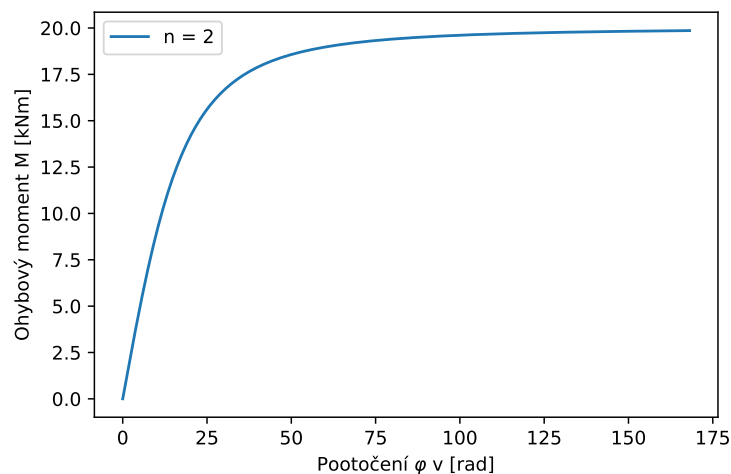
4.7.4 Příklad a porovnání výsledků

V kontextu této práce byl kladen důraz převážně na porovnávání vodorovných posunů několika patrových ocelových konstrukcí. Proto byla pro posouzení vybrána 24 m vysoká rámová ocelová konstrukce ze sloupů HEA 300 a příčlemi IPE 160. Sloupy jsou od sebe vzdáleny 6 m horizontálně a příčle taktéž 6 m vertikálně. Na příčlích bylo uvažováno rovnoměrné spojitě zatížení $q = 5 \text{ kN/m}$ a vodorovnou silou $F = 10 \text{ kN}$.



Obrázek 4.16: Zadání příkladu momentového rámu o 4 patrech.

V kloubovém spoji příčle ke sloupu bylo pro příklad 4.16 uvažováno chování přípoje dané funkcí 4.33 s parametry $M_u = 20 \text{ kNm}$, $\varphi_0 = 20 \text{ rad}$ a parametr $n = 2$. Vztah mezi pootočením a ohybovým momentem je zobrazen na obrázku 4.17.



Obrázek 4.17: Moment ku pootočení v kloubech pro příklad 4.16

Stejné chování kloubu bylo v programu RFEM 6 nasimulováno diagramem.

Program HOLFEM neumí vytvořit ze spojitého zatížení ekvivalentní síly, které by zadal do jednotlivých bodů. Je proto nutné tuto operaci provést manuálně. Zadání geometrie je následující.

```

1 body = np.array([[0,0],[0,6000],[0,12000], [0,18000], [0,24000],[6000,24000], [6000,18000], [6000,12000],
2               [6000,6000], [6000,0]])
3
4 # 2 = polotuchy linearni, nebo nelinearni kloub
5 klouby = np.array([[0,0], [0,0], [0,0], [0,0], [2,2], [0,0], [0,0],[0,0], [0,0], [2,2], [2,2],[2,2]])
6
7 tuhosti = np.array([[0,0],[0,0],[0,0], [0,0], [0,0], [0,0], [0,0], [0,0], [0,0],[0,0], [0,0], [0,0], [0,0]])
8
9 E = np.array([ 210000,210000, 210000,210000, 210000, 210000, 210000, 210000,210000, 210000,
10              210000,210000])
11 #HEA 300 a IPE 160
12 I = np.array([ 1.826e8,1.826e8, 1.826e8,1.826e8, 8.69e6, 1.826e8, 1.826e8,1.826e8, 1.826e8, 8.69e6, 8.69e6,
13              8.69e6])
14 A = np.array([11300,11300,11300,11300,2010,11300,11300,11300,11300,2010,2010,2010])

```

Výpis 4.5: Zadání geometrie příkladu do programu HOLFEM.

Následuje zadání podpor, ekvivalentních sil a spouštění jednotlivých analýz na konci souboru.

```

1 ram = Solver(E, I, body,pruty, A, W, rho, klouby, tuhosti)
2
3 podpory = ram.podpory
4 podpory[0,0] = 0
5 podpory[0,1] = 0
6 podpory[0,2] = 0
7
8
9 podpory[9,0] = 0
10 podpory[9,1] = 0
11 podpory[9,2] = 0
12
13 sila = ram.sila_v_bode
14 sila[5,0] = -10000

```

```

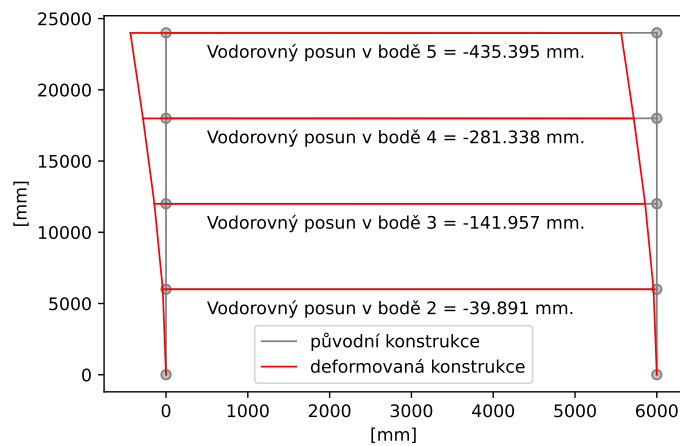
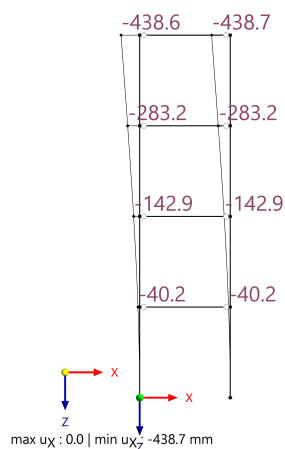
15 sila[1,1] = -15e3
16 sila[8,1] = -15e3
17 sila[2,1] = -15e3
18 sila[7,1] = -15e3
19 sila[3,1] = -15e3
20 sila[6,1] = -15e3
21 sila[4,1] = -15e3
22 sila[5,1] = -15e3
23 sila[1,2] = 15e6
24 sila[8,2] = -15e6
25 sila[2,2] = 15e6
26 sila[7,2] = -15e6
27 sila[3,2] = 15e6
28 sila[6,2] = -15e6
29 sila[4,2] = 15e6
30 sila[5,2] = -15e6
31 ram.solve_linear()
32 ram.solve_P_delta()
33 #cislo v zavorce = kriterium konvergence
34 ram.Nelinearni_klouby(0.000000001)
35
36 ram.tisk(1)

```

Výpis 4.6: Zbylé zadání do programu HOLFEM.

Výsledky z obou programů jsou následující.

ZS1 - Vlastní tíha
 Statická analýza
 Posuny u_x [mm]



Obrázek 4.18: Příklad 4.16 v programech RFEM 6 a HOLFEM

Velikost vodorovných posunů je v tomto případě u obou programů shodná. Při nárůstu svislého zatížení se však odchylka lehce zvětšuje. Je tedy nutné stanovit meze, do kterých program HOLFEM počítá přesně. Experimentálně bylo zjištěno, že zmíněná mez se pohybuje do zhruba 40 % kritického zatížení. Poté už jsou odchylky ve výsledcích příliš velké. Pro naše výpočty, kdy se dostáváme na maximum zhruba 15 % zmíněného kritického zatížení je tedy možné prohlásit program HOLFEM za dostatečný výpočetní nástroj.

Kapitola 5

Výpočty

5.1 Metoda postupného přitěžování

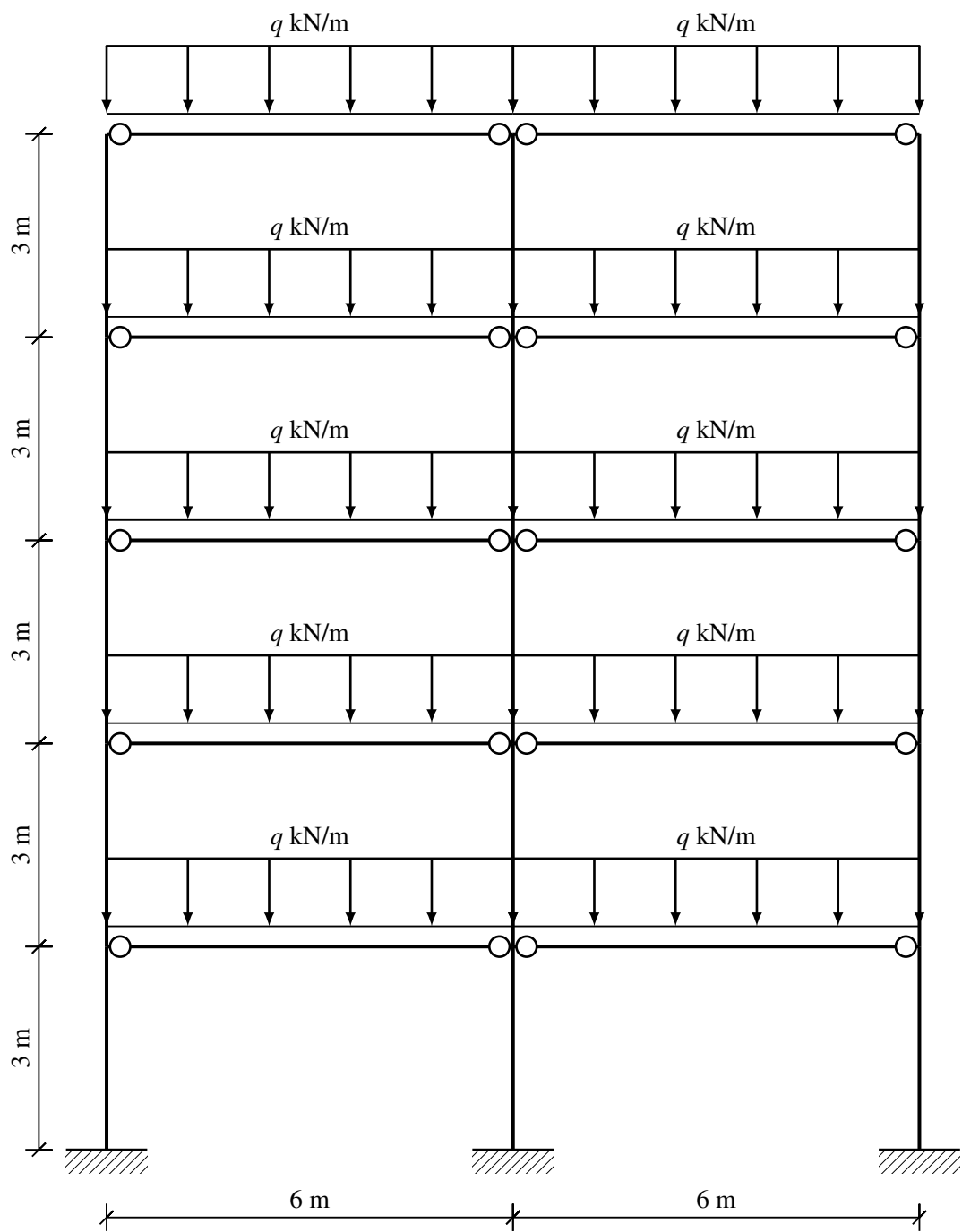
V této kapitole bude posuzován rovinný ocelový rám metodou postupného přitěžování jak bez nelinearit, tak s uvážením několika druhů nelineárního chování. Výpočty budou probíhat zároveň v programech RFEM 6 a HOLFEM. Zatížení je uvažováno tak, aby odpovídalo určitému procentu kritické normálové síly a budou sledovány výsledky při zvětšující se hodnotě zatížení.

Posuzovaná 5 patrová rámová konstrukce je tvořena dvěma poli příčlích z ocelových profilů IPE 300 a sloupy HEB 300 obojí z oceli S235. Délka příčlích byla uvažována 6 m, výška patra 3 m. Statické schéma je vyobrazeno na obrázku 5.1.

Velikost svislého spojitého zatížení se bude měnit, aby byl zkoumán vliv normálové síly při výpočtech metodou postupného přitěžování. Bude postupně narůstat až do hranice, kdy budou výsledky vlivem zvolené výpočetní metody stejné.

Vodorovné zatížení bude vycházet z výsledků modální analýzy a bude v každém výpočtu postupně narůstat zvoleným krokem. Kvůli četnosti výpočtů bude zvolen pouze první modální tvar.

Pro porovnání výsledků proběhnou první výpočty na konstrukci bez nelinearit, kde bude uvažován dokonale tuhý spoj příčlích ke sloupům, další výpočty budou poté nelinearity obsahovat. Jmenovitě nelineární chování spoje příčle-sloup převzaté z modelu v programu IdeaStatica, bilineární plastický kloub a nakonec celá konstrukce s bilineárním materiálovým modelem s plastickým zpevněním.

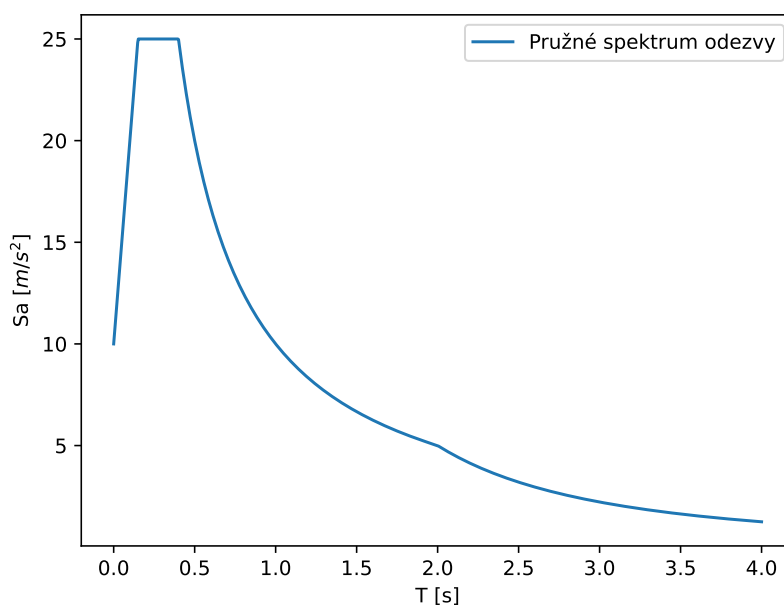


Obrázek 5.1: Statické schéma rámu o 5 patrech.

Výsledné posuny určené metodou postupného přitěžování budou určovány ze spektra pružné odezvy vytvořeném podle normy [1]. Byl vygenerován první typ spektra, s uvažovanou základovou půdou třídy A, poměrným viskózním útlumem konstrukce $\zeta = 5 \%$.

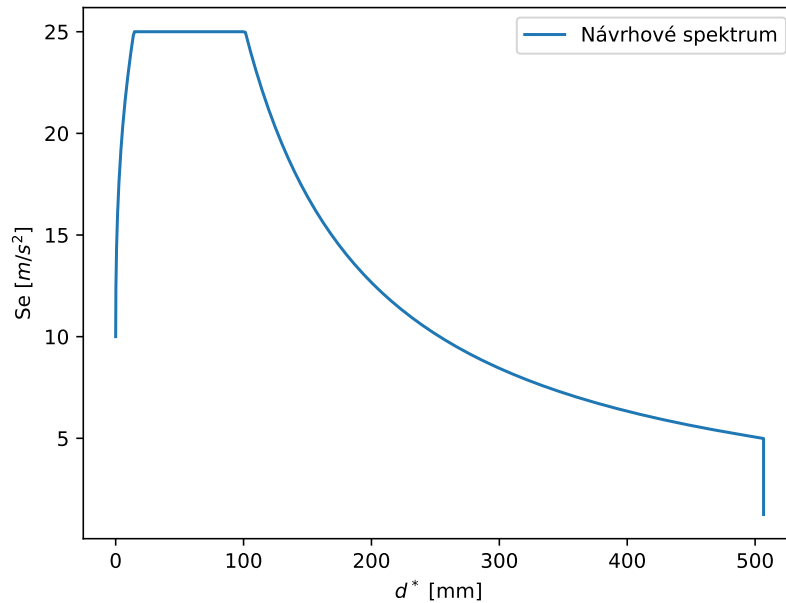
Hodnoty referenčního špičkového zrychlení a_{gR} dosahují dle národní přílohy normy [1] na území České republiky hodnot v rozmezí od 0,03-0,07 g, které nejsou dostatečně velké, aby byly výsledky metody postupného přitěžování výrazně odlišné. Pro potřeby této diplomové práce byla zvolena $a_{gR} = 1$ g.

Byla uvažována 2. třída významu konstrukce. Výsledné pružné spektrum je vidět na obrázku 5.2.



Obrázek 5.2: Pružné spektrum odezvy pro následující výpočty

Bylo vytvořeno taktéž návrhové spektrum, ukázáno na obrázku 5.3



Obrázek 5.3: Návrhové spektrum pro následující výpočty

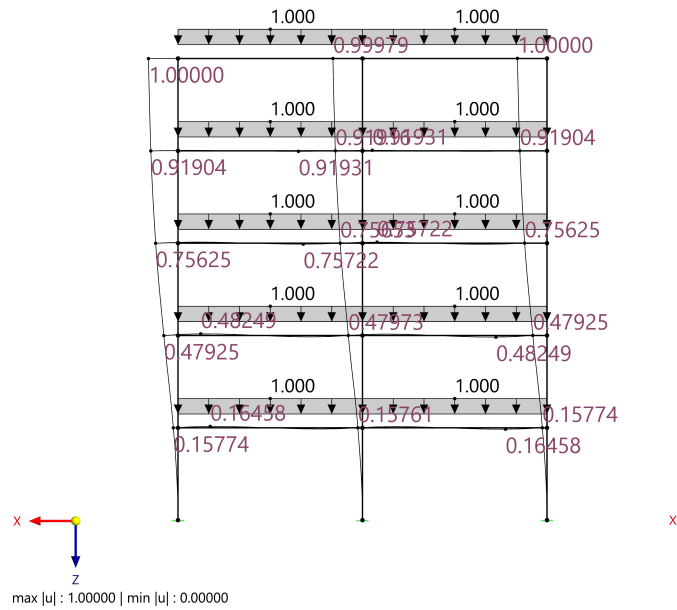
Omezující vodorovný posun metody postupného přitěžování bude pro všechny případy 800 mm.

5.1.1 Bez uvažování materiálových nelinearit

Jako první budou výpočty provedeny na zvolené konstrukci 5.1 bez uvažování jakýchkoliv materiálových nelinearit a předpokladem kompletně tuhých spojů příčle a sloupu.

Při provedení stabilitní analýzy s velikostí spojitého zatížení $q = 1 \text{ kN/m}$ vychází součinitel kritického zatížení pro první vlastní tvar 657,385. Přírůstkovým posouzení stability byl výsledek ověřen, součinitel kritického zatížení vyšel taktéž přesných 657. Výsledky stabilitní analýzy a první vlastní tvar se součinitelem kritického zatížení jsou viditelné na obrázku 5.4.

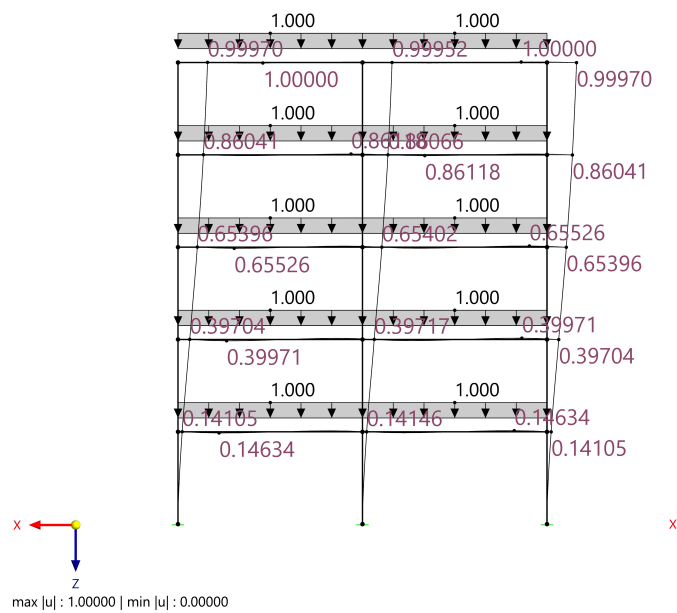
ZS1 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Posouzení stability
 Vlastní tvar č. 1 - 657.385
 Normalizované posuny [u]



Obrázek 5.4: Výsledek stabilitní analýzy pro rám bez nelinearit

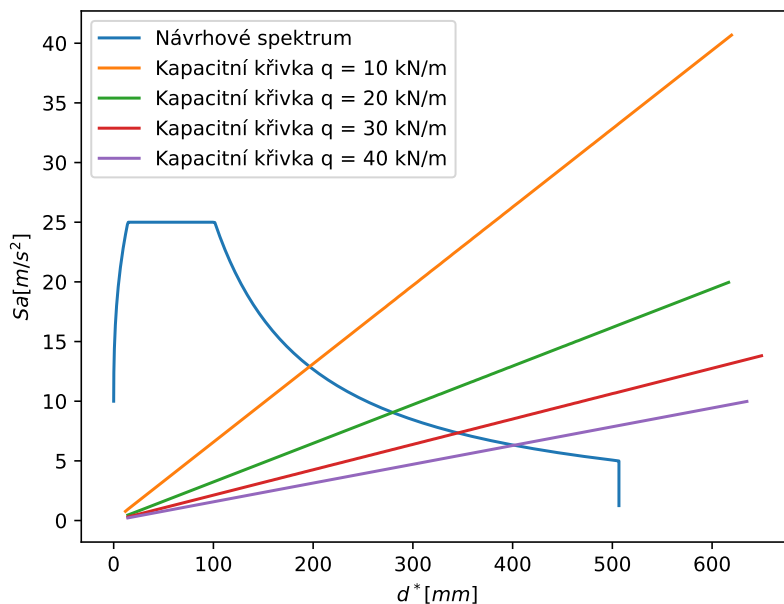
Procentuální hodnoty zatížení dosahují 1,5 %, 3 %, 5,3 % a 6,1 % kritického zatížení. První vlastní tvar a jemu náležící vlastní frekvence je vyobrazen na obrázku 5.5.

ZS2 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Modální analýza
 Tvar č. 1 - 4.102 Hz
 Normalizované posuny [u]

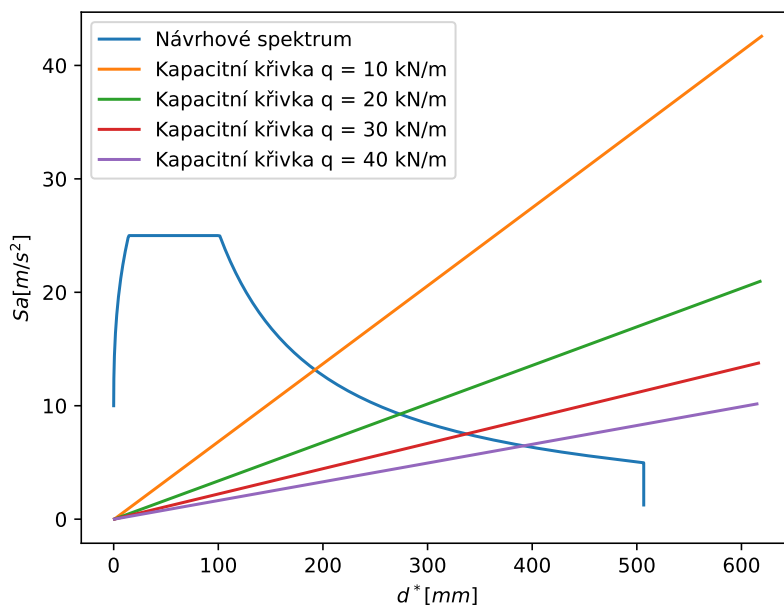


Obrázek 5.5: Výsledek modální analýzy pro rám bez nelinearit

Kapacitní křivky byly vytvořeny v programech RFEM 6 a HOLFEM. Kvůli absenci jakýchkoliv nelinearit není nutné provádět bilineární idealizaci pružněplastické síly. Výsledky jsou vyobrazeny na obrázcích 5.6 a 5.7.



Obrázek 5.6: Kapacitní křivky bez nelinearit v programu RFEM 6



Obrázek 5.7: Kapacitní křivky bez nelinearit v programu HOLFEM

Konečné posuny a další důležité hodnoty z výpočtů byly sestaveny do tabulky 5.1

	q [kN/m]	m^* [kg]	Γ	d_m^* [mm]	F_y^* [kN]	d_y^* [mm]	T^* [s]	d_t^* [mm]
HOLFEM	10	36600	1.30	1558.01	620.40	0.76	192.14	250.26
	20	73200	1.30	1534.44	618.90	1.08	273.47	356.19
	30	109800	1.30	1510.87	617.37	1.33	337.12	439.09
	40	146400	1.30	1510.87	628.40	1.55	392.73	511.52
RFEM 6	10	36648	1.30	1492.91	620.34	0.78	196.40	255.52
	20	73295	1.30	1464.74	617.49	1.10	279.76	363.98
	30	109943	1.30	1521.08	650.60	1.36	345.13	449.03
	40	146590	1.30	1464.74	635.71	1.58	401.44	522.29

Tabulka 5.1: Výsledné posuny určené metodou postupného přitěžování pro rám bez nelinearit

Příčle dokonale vetknuté ke sloupům a konstrukce modelovaná bez materiálových nelinearit vedly k výraznému zvýšení tuhosti. Proto bylo uvažováno zatížení v rozmezí od 10 do 40 kN/m. Vyšší zatížení nebylo uvažováno, kvůli pro nevyhovujícím únosnostním posudkům. Výsledky poskytnuté oběma programy jsou prakticky totožné. Největší vzájemná odchylka je lehce pod 4 %. Můžeme tedy konstatovat, že programy počítají správně.

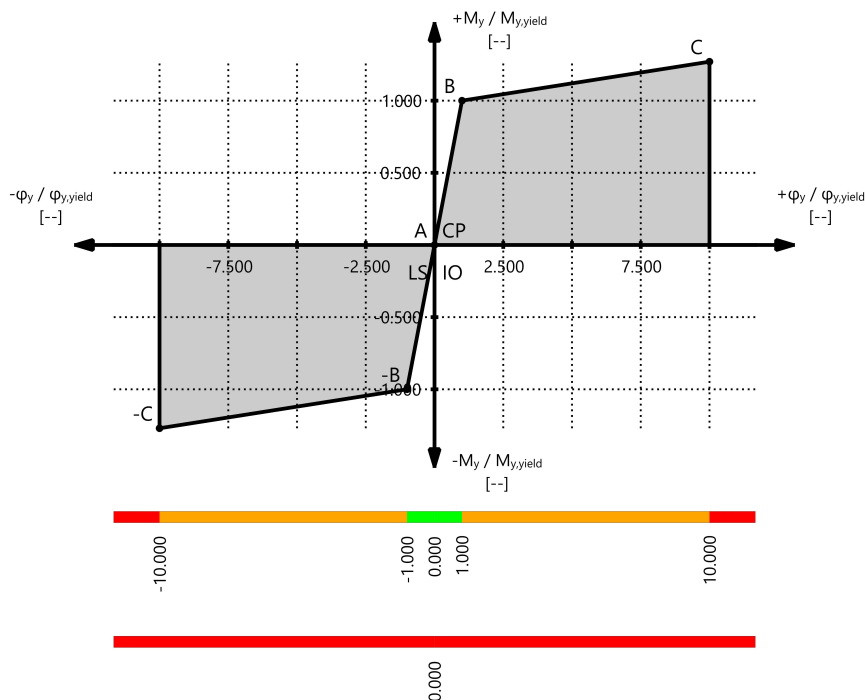
5.1.2 Bilineární plastické klouby

Jedná se o nejčastěji prováděný typ nelinearit při seizmické analýze metodou postupného přitěžování. Po překročení meze kluzu daného materiálu dojde k výraznému snížení tuhosti, až k formaci úplného kloubu. Graf závislosti ohybového momentu na pootočení u plastického kloubu lze vidět na obrázku 5.8.

Tyto výpočty byly prováděny pouze v programu RFEM 6. Je zde taky možnost prohlédnout si postupný rozvoj plastických kloubů v konstrukci, kdy je v grafice barevně odlišeno, v jaké části bilineárního diagramu se poskytované výsledky nacházejí. To je jedna z největších výhod metody postupného přitěžování, že je možné sledovat, kde postupně vznikají kritická místa v konstrukci a adekvátně návrh upravit.

Jednotlivá zatížení aplikovaná na rám nabývají hodnot $q = 5, 10, 20, 30$ kN/m. Nad 30 kN/m už konstrukce nevyhovuje na posouzení únosnosti a metoda postupného přitěžování neposkytuje vyšší hodnoty posunu. Procentuálně jsou zatížení vyjádřena 2,7 %, 5,4 %, 10,9 % a 16,3 % kritického zatížení.

Plastic Diagram

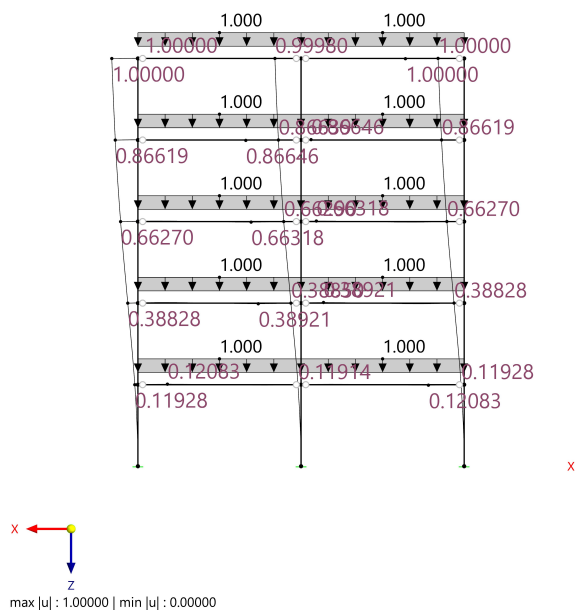


Obrázek 5.8: Diagram plastického kloubu v programu RFEM 6

Výsledky stabilitní analýzy jsou vidět na obrázku 5.9. Kritický součinitel poskytnutý z lineárního výpočtu stabilitní analýzy vychází 429. Nelineární přírůstková metoda určila kritický součinitel rovný 184. Nelineární kritický součinitel je tedy výrazně menší, než z lineárního výpočtu. Vychází tak, kvůli podstatě lineární metody, která je blíže vysvětlena v podkapitole o P- Δ analýze vzorcem 4.19. V prvním kroku výpočtu se zformuje matice tuhosti a vyřeší se úloha se zadaným zatížením, z výsledků se zformuje geometrická matice a je řešen problém vlastních čísel. Není zde tedy možnost plně započítat nelineární chování kloubů, kde po překročení určitého ohybového momentu dojde k poklesu tuhosti. Proto je v těchto případech přírůstková metoda, která zatížení zvyšuje, dokud nedojde do bodu, kdy se konstrukce bez přidání dalšího zatížení deformuje, jednoznačně přesnější.

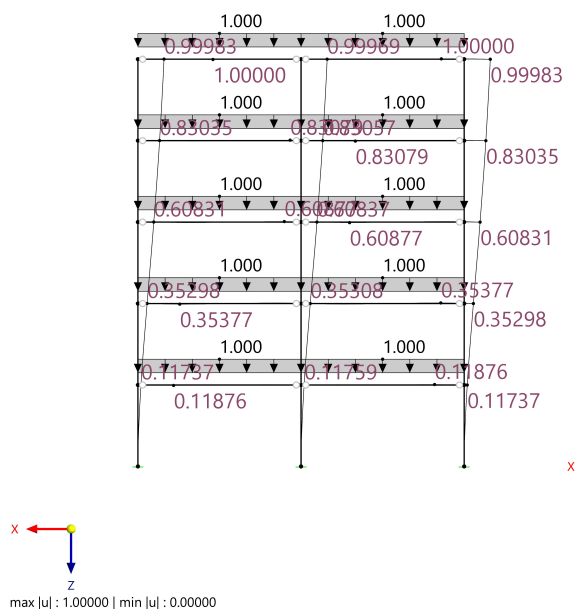
První vlastní tvar a jemu odpovídající vlastní úhlová frekvence byly pomocí modální analýzy spočítány a zobrazeny na 5.10.

ZS1 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Posouzení stability
 Vlastní tvar č. 1 - 429.002
 Normalizované posuny [u]

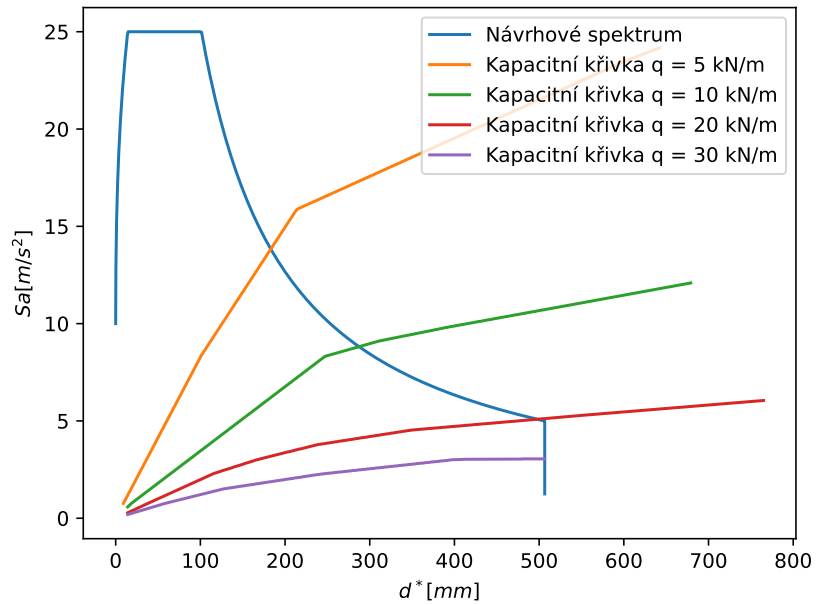


Obrázek 5.9: Výsledek stabilitní analýzy pro ráms s plastickými klouby RFEM 6

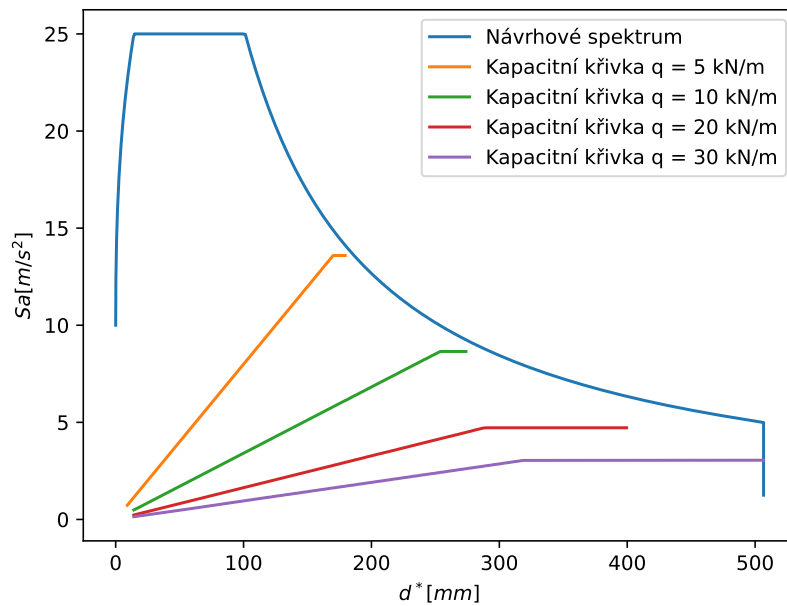
ZS2 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Modální analýza
 Tvar č. 1 - 3.257 Hz
 Normalizované posuny [u]



Obrázek 5.10: Výsledek modální analýzy pro ráms s plastickými klouby RFEM 6



Obrázek 5.11: Kapacitní křivky s plastickými klouby v programu RFEM 6



Obrázek 5.12: Bilineární kapacitní křivky s plastickými klouby v programu RFEM

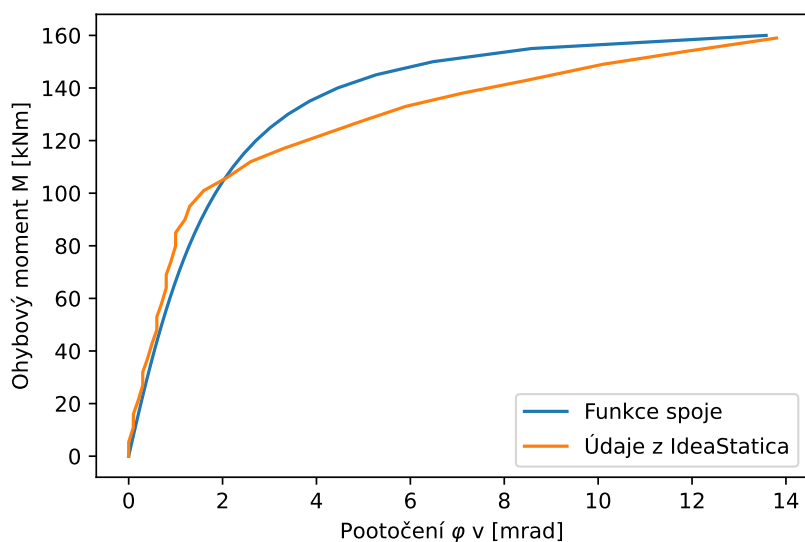
Na grafech 5.11 a 5.12 jsou znázorněny kapacitní křivky při jednotlivých velikostech spojitého zatížení q . Exaktní hodnoty byly uspořádány do tabulky 5.2.

	q [kN/m]	m^* [kg]	Γ	d_m^* [mm]	F_y^* [kN]	d_y^* [mm]	T^* [s]	d_t^* [mm]
RFEM 6	5	17459	1.32	237.23	170.01	0.70	178.03	235.59
	10	34919	1.32	302.19	253.83	1.08	272.57	360.70
	20	69837	1.32	329.66	288.20	1.55	393.26	520.41
	30	104756	1.32	319.80	320.23	2.03	506.61	670.40

Tabulka 5.2: Výsledné posuny určené metodou postupného přitěžování pro rám s plastickými klouby

5.1.3 Klouby vyjádřené funkcí

V tomto případě bylo nelineární chování spoje uvažováno podle vzorce 4.33. Byl vymodelován experimentální spoj v programu IdeaStatica a dle výsledků z analýzy tuhosti spoje byly určeny počáteční parametry.

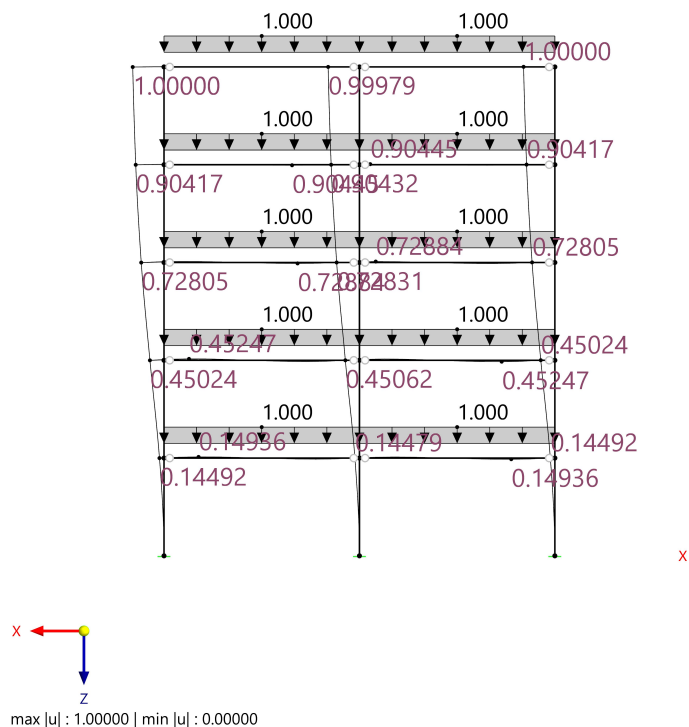


Obrázek 5.13: Nelineární závislost ohybového momentu a pootočení ve spoji

Na obrázku 5.13 je vidět výsledek. Program IdeaStatica používá k nelineárním výpočtům bi-lineární závislost mezi napětím a poměrným pretvořením. Byla snaha dosáhnout co nejmenšího rozdílu ploch pod křivkami.

Výsledky stabilitní analýzy jsou následující.

ZS1 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Posouzení stability
 Vlastní tvar č. 1 - 576.977
 Normalizované posuny [u]

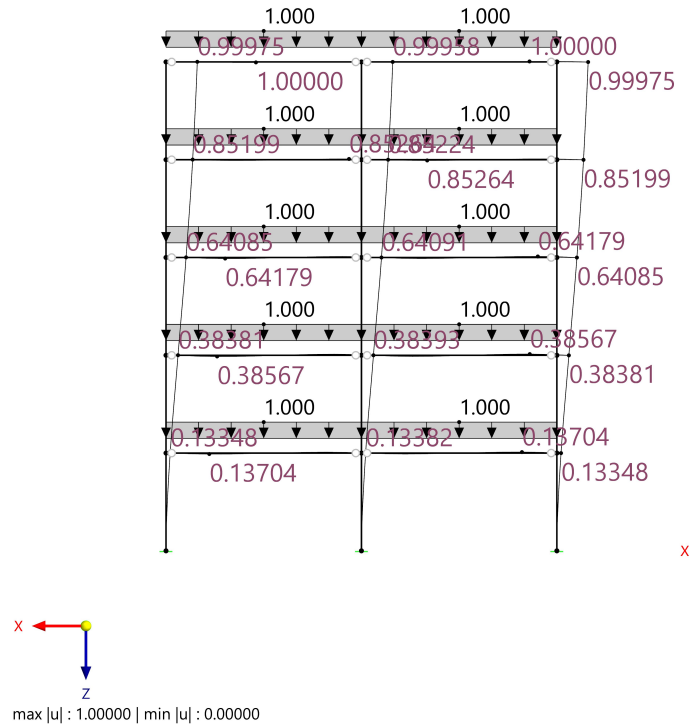


Obrázek 5.14: Výsledek stabilitní analýzy pro rám s nelineárními klouby

Součinitel byl vypočítán jako 576,977 pro spojité zatížení s velikostí $q = 1 \text{ kN/m}$. Při nelineárním přírůstkovém výpočtu stability byl dosažen součinitel kritického zatížení hodnoty 203. Je zde tedy zásadní rozdíl mezi jednotlivými druhy analýz, pravděpodobně kvůli nelineárnímu chování v kloubech. Uvažován bude tedy výsledek z nelineární analýzy.

Výsledky modální analýzy jsou prezentovány na obrázku 5.15.

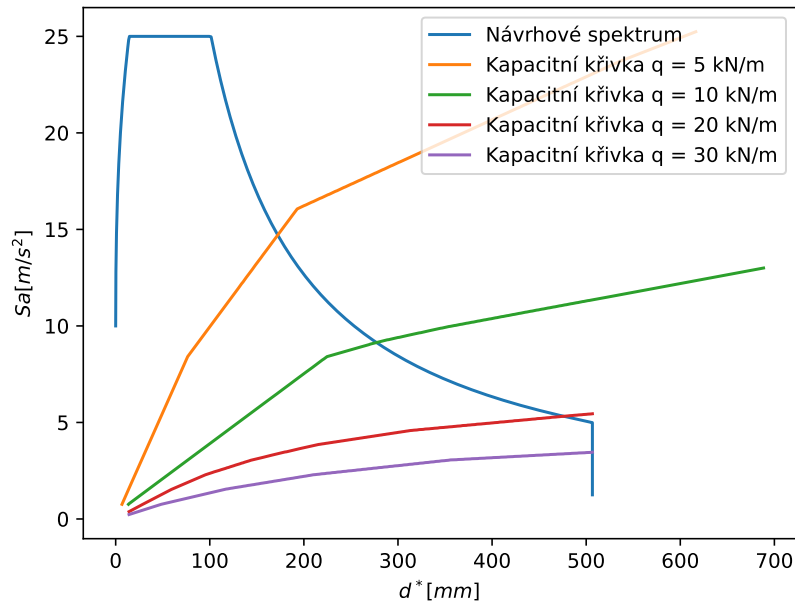
ZS2 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Modální analýza
 Tvar č. 1 - 3.823 Hz
 Normalizované posuny [u]



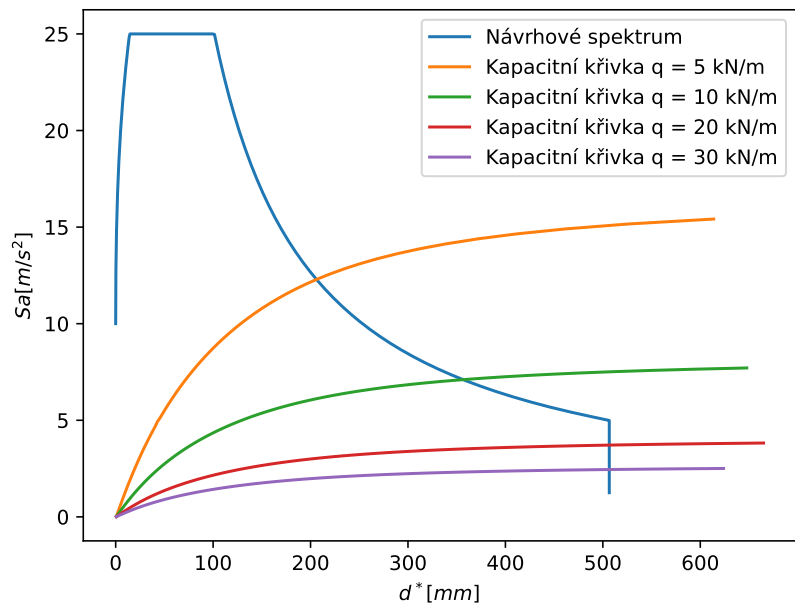
Obrázek 5.15: První vlastní tvar pro rám s nelineárními klouby

Výpočet metodou postupného přitěžování byl prováděn v programech RFEM 6 i HOLFEM při velikostech svislého zatížení $q = 5, 10, 20, 30$ kN/m. Při hodnotách vyšších než 30 kN/m už ocelový rám nevyhovoval na posouzení únosnosti a metoda postupného přitěžování neposkytovala rozdílné výsledky.

Vypočítané kapacitní křivky z obou programů při zmíněných zatíženích jsou vyobrazeny na grafech 5.16 a 5.17.

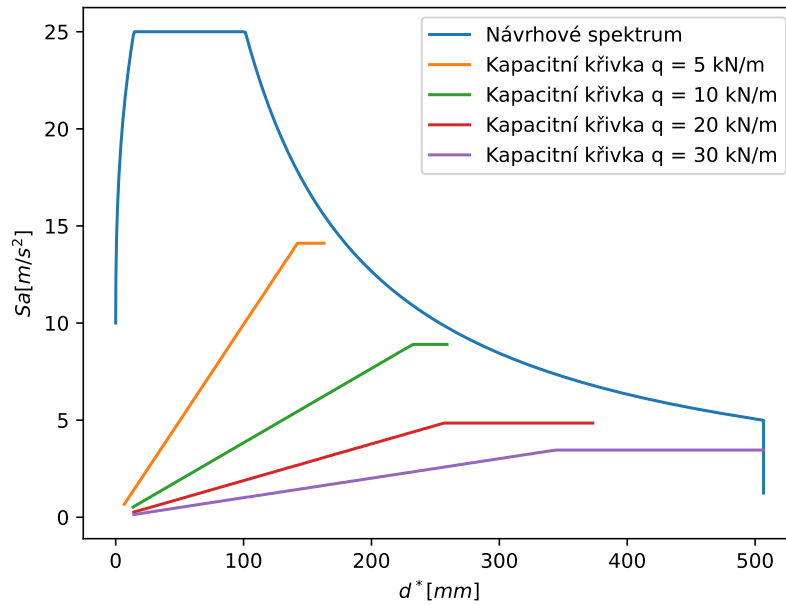


Obrázek 5.16: Kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu RFEM 6

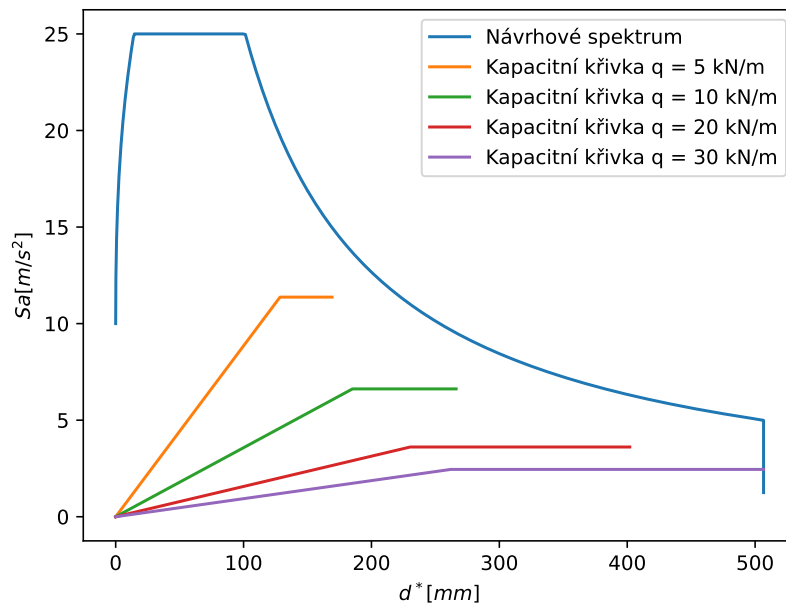


Obrázek 5.17: Bilineární kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu HOLFEM

Idealizované závislosti pružněplastických sil na posunech z obou programů je možné porovnat na obrázcích 5.18 a 5.19. Výsledky z programu HOLFEM byly převedeny na idealizované bilineární křivky podle postupu nacházejícího se v příloze B normy [1].



Obrázek 5.18: Kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu RFEM 6



Obrázek 5.19: Bilineární kapacitní křivky s nelineárními klouby v programu HOLFEM

Pro přehlednější srovnání výsledků byla vytvořena tabulka 5.3 . Jsou zapisovány pouze poslední iterace z obou programů.

	q [kN/m]	m^* [kg]	Γ	d_m^* [mm]	F_y^* [kN]	d_y^* [mm]	T^* [s]	d_t^* [mm]
HOLFEM	5	18000.00	1.31	169.05	204.69	128.51	0.67	221.32
	10	36000.00	1.31	264.14	238.28	185.19	1.05	348.23
	20	72000.00	1.31	413.73	259.96	230.33	1.59	525.84
	30	108000.00	1.31	506.61	264.66	262.06	2.05	662.69
RFEM 6	5	18068.35	1.31	163.10	254.89	142.15	0.63	208.88
	10	36136.70	1.31	259.14	321.45	232.18	1.02	336.18
	20	72273.39	1.31	373.15	350.88	257.09	1.45	478.85
	30	108410.09	1.31	506.61	374.63	343.70	1.98	656.25

Tabulka 5.3: Výsledné posuny určené metodou postupného přitěžování pro rám s nelineárními klouby

I přes to, že porovnávané křivky o z obou programů se na grafech 5.16 a 5.17 nejsou totožné a viditelně se liší, rozdíly ve výsledných posunech nejsou nikterak velké. Největší rozdíl můžeme vidět při hodnotě zatížení $q = 20$ kN/m a to zhruba 9,8 %. Rozdíly mohou být způsobeny například odlišným zadáváním funkce do obou programů (HOLFEM - exaktní vzorec, RFEM - diagram), odlišným způsobem řešení nelineárních rovnic a nebo samotnou povahou aproximační metody s využitím korekčních matic tuhosti v programu HOLFEM.

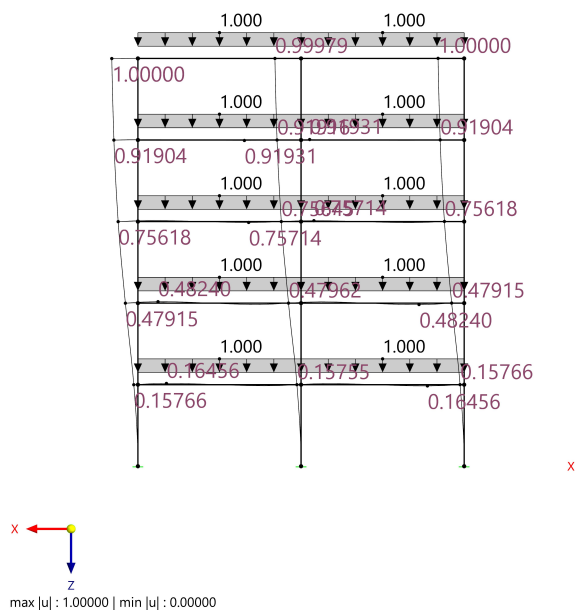
5.1.4 Nelineární plastický prut

Následující přechází z konceptu ponechání plastického chování v jednom bodě (klouby) do uvažování celého nelineárního prutu. Spoj mezi příčlím a sloupy je v tomto případě modelován jako dokonale vetknutý. Plastické chování bylo však přiřazeno pouze k příčlím rámu. Při výpočtech se stejným materiálovým modelem na sloupech byla vykazována velká algoritmická nestabilita a výsledky nebyly pro metodu postupného přitěžování použitelné. Tento druh úlohy je v současné době možné řešit pouze v jednom z používaných programů, a sice v RFEMu.

Hodnoty plastického modulu pružnosti E_p byly přebrány z [2] a pro ocel s lineárním tahovým zpevněním je doporučována hodnota $E_p = E/100$.

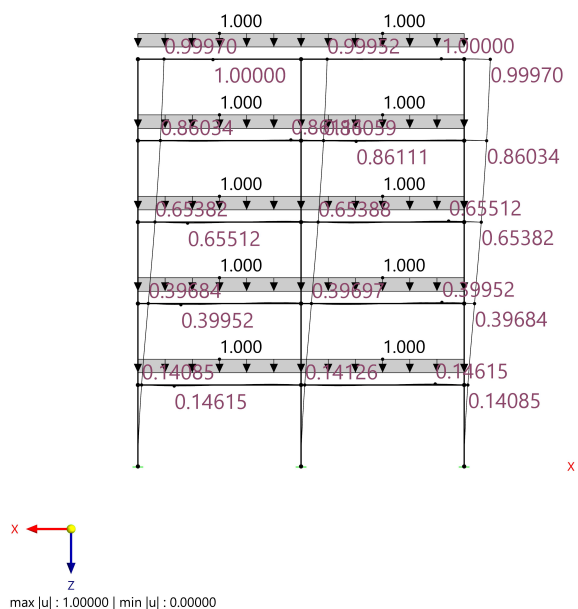
I zde jsou výsledky z lineárního a přírůstkového výpočtu kritického součinitele velmi odlišné. Lineárním přístupem vychází 650,982, zato nelineárním řešením pouhých 71. Výsledky lineárního řešení jsou vidět na obrázku 5.20 a první vlastní tvar určený modální analýzou 5.21.

ZS1 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Posouzení stability
 Vlastní tvar č. 1 - 658.982
 Normalizované posuny |u|

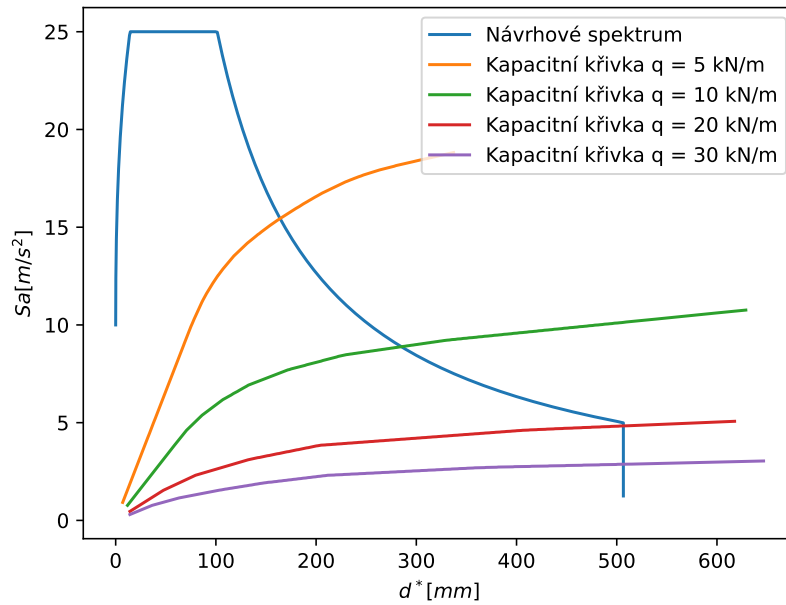


Obrázek 5.20: Výsledek stabilitní analýzy pro ráms s plastickými příčlemi RFEM 6

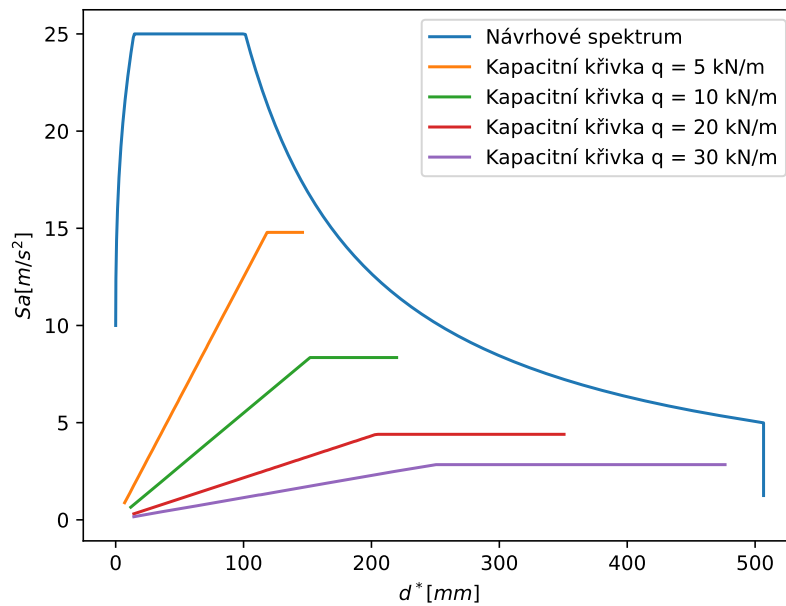
ZS2 - Vlastní tíha
 Zatížení [kN/m]
 Modální analýza
 Tvar č. 1 - 4.108 Hz
 Normalizované posuny |u|



Obrázek 5.21: Výsledek modální analýzy pro ráms s plastickými příčlemi RFEM 6



Obrázek 5.22: Kapacitní křivky s plastickými příčlemi v programu RFEM 6



Obrázek 5.23: Bilineární kapacitní křivky s plastickými příčlemi v programu RFEM 6

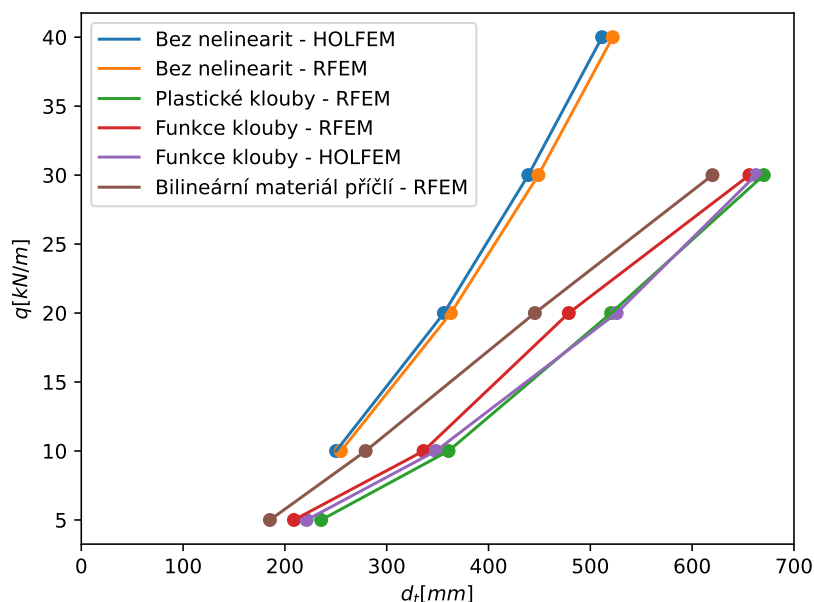
Přesné hodnoty z grafů 5.22 a 5.23 byly shrnuty do tabulky 5.4.

	q [kN/m]	m^* [kg]	Γ	d_m^* [mm]	F_y^* [kN]	d_y^* [mm]	T^* [s]	d_t^* [mm]
RFEM 6	5	18325	1.30	146.07	270.94	118.36	0.56	185.26
	10	36650	1.30	219.66	306.14	151.98	0.85	279.30
	20	73299	1.30	350.57	322.48	203.68	1.35	445.53
	30	109949	1.30	505.31	311.99	248.86	1.86	613.20

Tabulka 5.4: Výsledné posuny určené metodou postupného přitěžování pro rám s plastickými příčlemi

5.1.5 Porovnání výsledků

Pro přehledné porovnání výsledků z výpočtů s různými druhy nelinearit byl vytvořen graf 5.24. Je na něm zřetelně vidět rozdíl mezi výpočty uvažující lineární chování materiálu a těmi, kde nelinearity uvažovány jsou.



Obrázek 5.24: Závislosti deformací na velikosti spojitěho zatížení q

V tabulkách 5.5, 5.6, 5.7 a 5.8 bylo provedeno srovnání v procentuálních hodnotách kritického zatížení.

	q [kN/m]	% krit. zatížení	d_t^* [mm]
HOLFEM	10	1,5	250.26
	20	2,3	356.19
	30	4,6	439.09
	40	6,1	511.52
RFEM 6	10	1,5	255.52
	20	2,3	363.98
	30	4,6	449.03
	40	6,1	522.29

Tabulka 5.5: Výsledné posuny v porovnání s procentuální hodnotou kritického zatížení, rám bez nelinearit, součinitel kritického zatížení = 657

	q [kN/m]	% krit. zatížení	d_t^* [mm]
RFEM 6	5	2,7	235.59
	10	5,4	360.70
	20	10,9	520.41
	30	16,3	670.40

Tabulka 5.6: Výsledné posuny v porovnání s procentuální hodnotou kritického zatížení, rám s plastickými klouby, součinitel kritického zatížení = 184

	q [kN/m]	% krit. zatížení	d_t^* [mm]
HOLFEM	5	2,4	221.32
	10	4,9	348.23
	20	9,9	525.84
	30	14,78	662.69
RFEM 6	5	2,4	208.88
	10	4,9	336.18
	20	9,9	478.85
	30	14,78	656.25

Tabulka 5.7: Výsledné posuny v porovnání s procentuální hodnotou kritického zatížení, rám s klouby vyjádřenými funkcí, součinitel kritického zatížení = 203

	q [kN/m]	% krit. zatížení	d_t^* [mm]
RFEM 6	5	7,1	185.26
	10	14,1	279.30
	20	28,25	445.53
	30	42,3	613.20

Tabulka 5.8: Výsledné posuny v porovnání s procentuální hodnotou kritického zatížení, rám s plastickým materiálem na příčlích, součinitel kritického zatížení = 71

Závěrečné zhodnocení výsledků asi nikoho tématu znalého nepřekvapí. S rostoucím zatížením rostly i výsledné posuny určené nelineární metodou postupného přitěžování. Jako zajímavý poznatek může sloužit fakt, že se kromě případu konstrukce s plastickými příčlemi, pohybujeme do pouhých 15-20 % kritického zatížení.

Už zmíněný rozdíl při řešení uvažující nelinearity a bez nich lze kromě grafu 5.24 i v součinitelích kritického zatížení. Konstrukce bez nelinearit je výrazně tužší a dosahuje meze únosnosti při pouhých 6 % kritického zatížení.

Zajímavá je různost výsledků mezi rámem s plastickými klouby a rámem s plastickým materiálem na příčlích. Druhý zmiňovaný dosahuje menších deformací i přes to, že součinitel kritického zatížení z nelineární přírůstkové analýzy je u příkladu s plastickými příčlemi výrazně nižší. Vysvětlení může být, že když je u plastického kloubu dosaženo jeho maximální kapacity, tak kompletně ztrácí rotační tuhost. Namísto toho u plastického prutu není žádná horní hranice účinnosti.

Po bližším přezkoumání tohoto fenoménu bylo zjištěno, že při posouzení stability přírůstkovou metodou nedojde k vyčerpání kapacity plastického kloubu. Neztratí tedy kompletně svou rotační tuhost jako při extrémním vychýlení konstrukce při výpočtech metodou postupného přitěžování.

Modely s plastickými klouby a s nelineární funkcí určující vztah mezi pootočením a ohybovým momentem vykazují velmi podobné výsledky, až na posouzení kloubů s funkcí při zatížení $q = 20$ kN/m v programu RFEM. V tomto bodě dochází také k největší odchylce obou programů. Je na diskuzi, který z výsledků je bližší realitě.

Výsledky z programu HOLFEM je možné prohlásit za uspokojivé. Největší, již zmíněná, odchylka oproti programu RFEM dosahuje hodnoty 9,8 %. Zbylé výsledky se od sebe liší do 4 %. Za zmínku stojí, že samotné zpracování kapacitních křivek a určování výsledného posunu metodou postupného přitěžování probíhalo ve skriptu napsaném taktéž v programovacím jazyce Python a je možné, že lehká numerická odchylka nastala i v tomto kroku. Mezi další důvody odchylek mohly být způsobeny samotnou podstatou metody řešení pomocí korekční matice, výrazně menším počtem konečných prvků, nebo numerickou chybou řešiče lineárních rovnic z knihovny NumPy i způsob samotného zadávání funkce do kloubu. Do programu RFEM diagramem, do programu HOLFEM vzorcem. To je i důvod rozdílného vzhledu kapacitních křivek z obou softwarů.

Kde se však výsledky neshodují jsou síly F_y^* a posuny d_y^* které vycházejí z programu HOLFEM výrazně nižší. Lehce tak ovlivňují výpočet T^* . Výsledná odchylka není nijak výrazná proto, protože se obě veličiny nacházejí pod odmocninou.

5.2 Nelineární výpočet časového průběhu

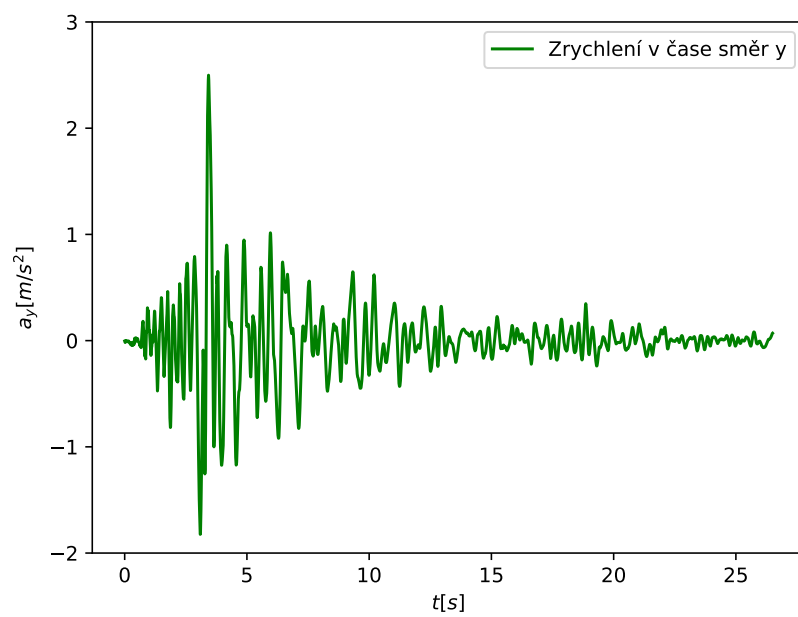
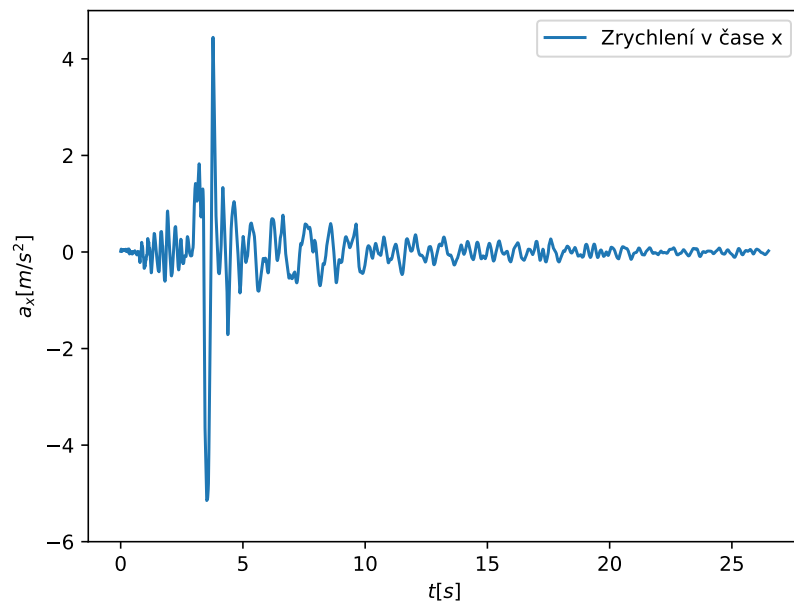
Pro získání dalších výpočetních poznatků byl rám na obrázku 5.1 rozšířen do 3D prostoru. Vznikla tedy konstrukce v každém směru o 2 polích příčlů a 3 sloupech s totožnou výškou, pospojovaná stejnými profily jako v předchozím příkladě. Řešení výpočtů probíhalo v programu RFEM 5, protože program RFEM 6 zatím nelineární dynamické úlohy nepodporuje. Výsledky časové analýzy byly prováděny na jednom z nejvyšších bodů v rohu modelu.

Cílem této části studie bylo vizualizovat deformace konstrukce v čase při různých druzích nelinearity a různém zatížení. Postup řešení byl podobný jako u metody postupného přitěžování. Spojité zatížení q bylo uvažováno stejné. Tedy 5, 10, 20, 30 kN/m. Ze seznamu nelinearit byla však pro nestabilitu řešení odebrána možnost nastavení tuhosti kloubu diagramem, nebo funkcí. Zůstává tedy konstrukce s plně vetknutými příčlemi a elastickým materiálovým modelem, konstrukce s plastickými klouby a konstrukce s plastickým materiálovým modelem.

Plastické klouby byly uvažovány, kvůli stabilitě modelu při výpočtech, pouze ve směru y lokálních os prutu. Tedy stejně, jako při metodě postupného přitěžování. V tomto případě byl plastický materiálový model se zpevněním uvažován i na sloupech. Ve výsledcích se to projeví konečnou nevratnou deformací počítané konstrukce.

Analýzy byly prováděny s využitím implicitní Newmarkovy metody s diagonální maticí hmotnosti (translační a rotační stupně volnosti). Vlastní tíha konstrukce nebyla uvažována. Tlumení konstrukce bylo řešeno pomocí Rayleighova modelu útlumu. Ten má být určen z prvních dvou vlastních tvarů, při kterých je využito dominantní množství hmotnosti a z těchto vlastních úhlových frekvencí jsou nalezeny koeficienty α a β . Při samotném řešení se však ukazovalo, že modely s útlumem obsahující oba koeficienty jsou při využití Newmarkovy implicitní metody velice nestabilní. Dosáhnutí konvergence ve výpočtech bylo v některých případech nemožné. Řešení explicitní metodou bylo zvažováno, avšak kvůli povaze práce a extrémní časové náročnosti nakonec zavrhnuto. Proto ve všech modelech byl uvažován pouze koeficient α určený z prvního vlastního tvaru z modální analýzy. Nutno říci, že program RFEM 5 při využití explicitní výpočetní metody součinitel β také nepodporuje.

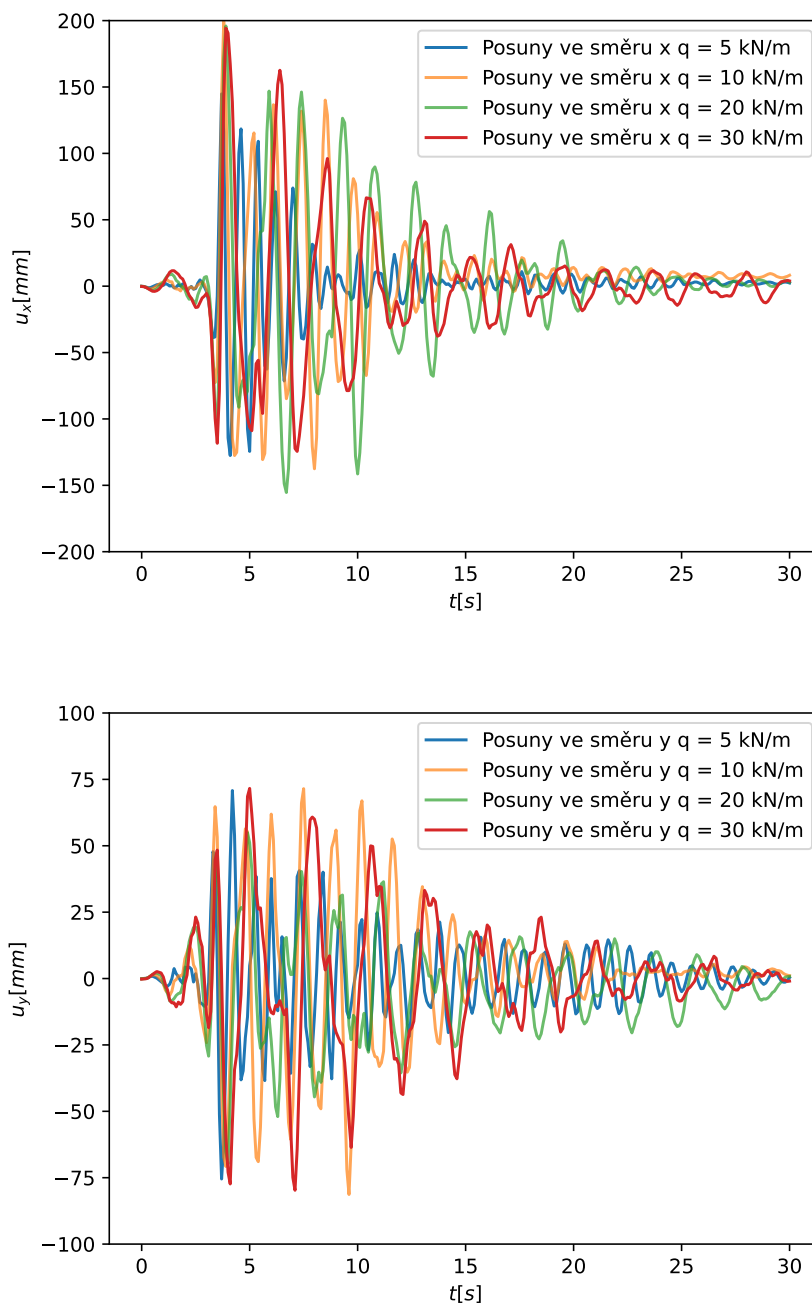
Jako funkce zatížení byl vybrán akcelerogram z knihovny programu RFEM 5 a sice záznam ze zemětřesení na řeckém ostrově Ionian v roce 1973. Zrychlení ve směrech x a y je zobrazeno na obrázku 5.25.



Obrázek 5.25: Řešený akcelerogram ve směru x a y

5.2.1 Bez uvažování nelinearit

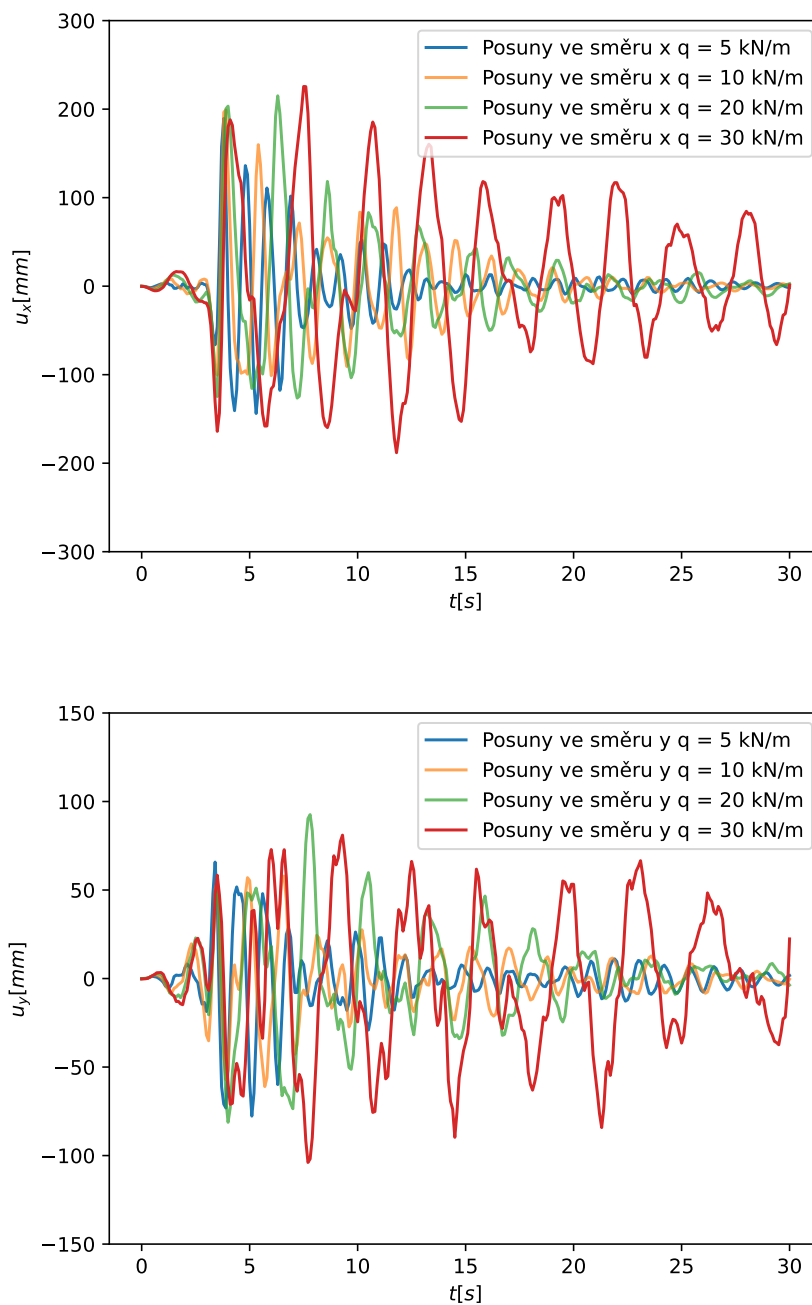
Výpočtový model byl vytvořen s příčlemi dokonale vetknutými ke sloupům. Materiály obou konstrukčních prvků byly uvažovány jako izotropní, elastické, z oceli S235.



Obrázek 5.26: Výsledné posuny ve směru x a y pro model bez nelinearit

5.2.2 Bilineární plastické klouby

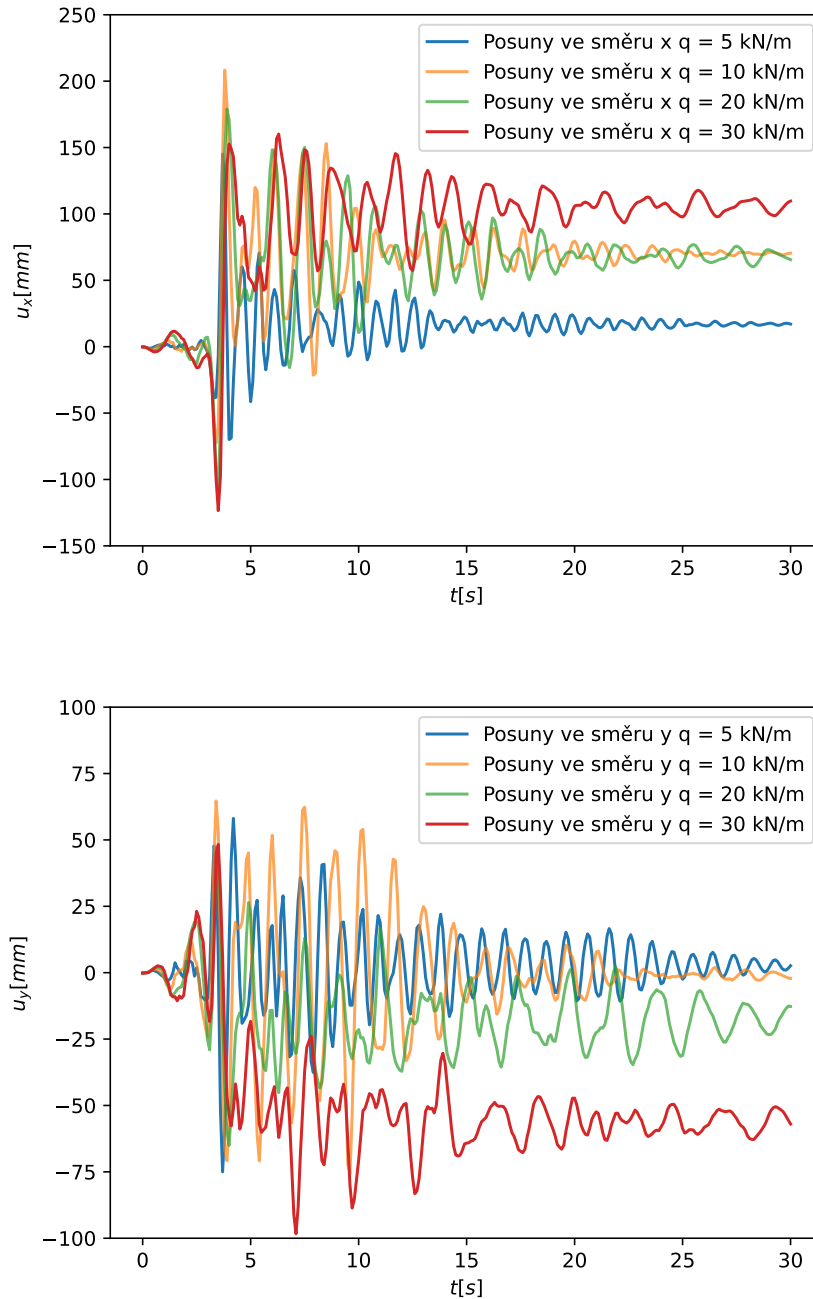
Výpočtový model s plastickými klouby nastavenými stejně, jako při řešení metodou postupným přitěžováním. Klouby upravují tuhost pouze pro pootočení kolem lokální osy prutu y .



Obrázek 5.27: Výsledné posuny ve směru x a y pro model s plastickými klouby

5.2.3 Nelineární plastické pruty

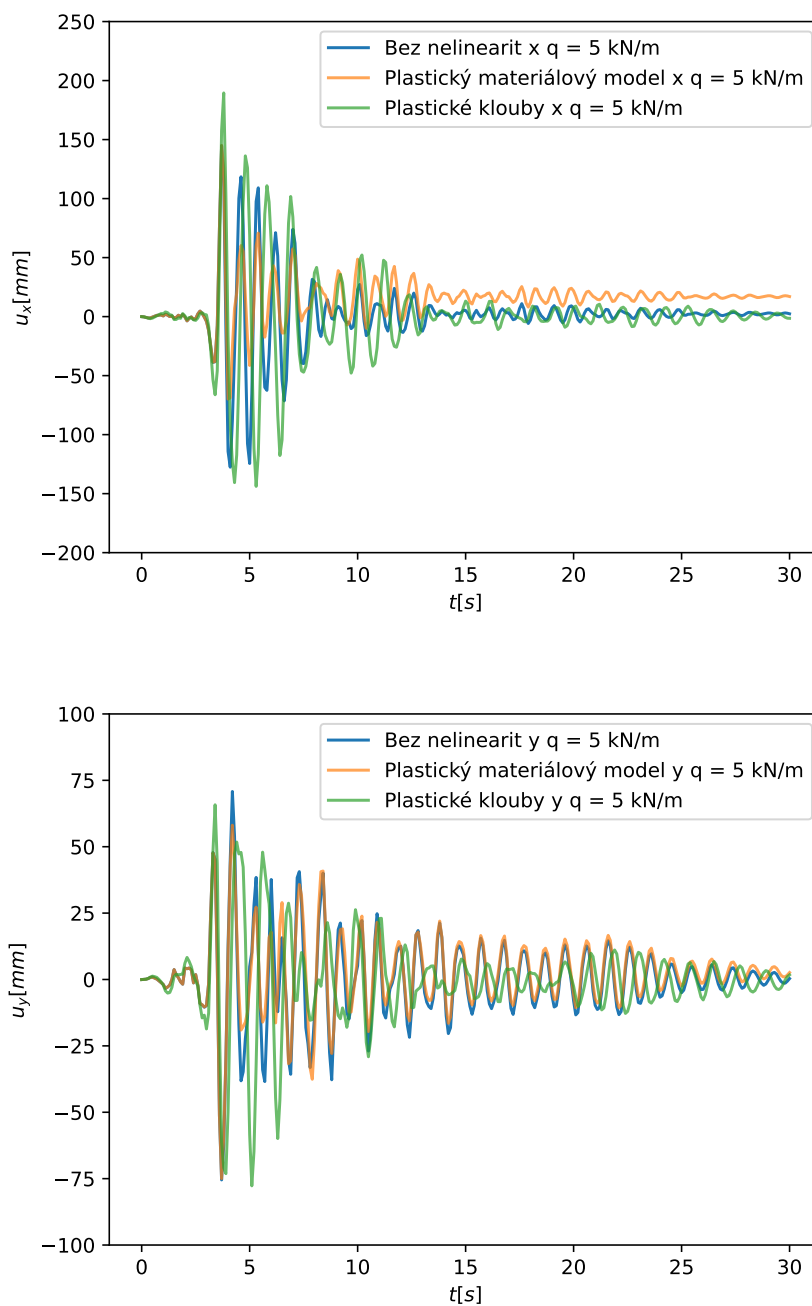
Na všechny pruty byl v tomto případě aplikován bilineární izotropní plastický materiálový model se stejnými parametry, u metody postupného přitěžování. Ve výsledcích jde vidět nevratná plastická deformace při vyšších zatíženích.



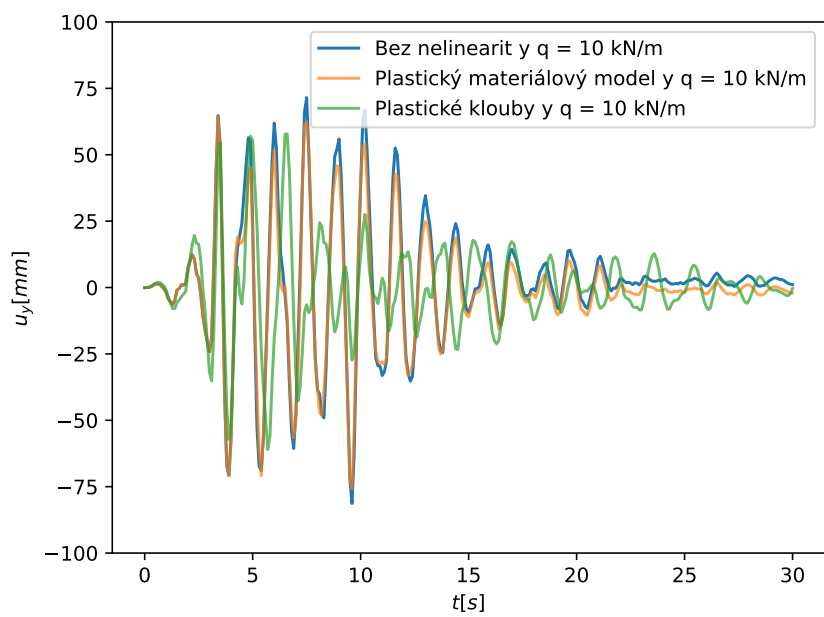
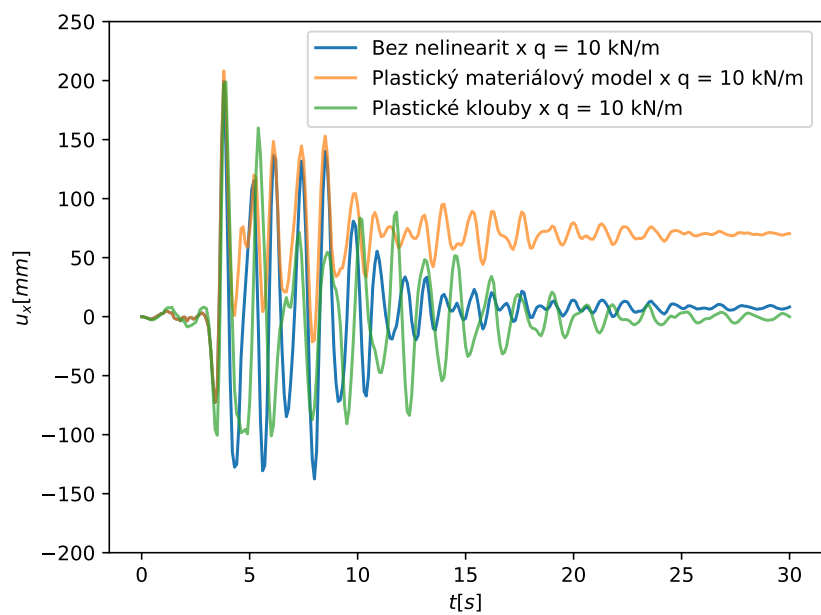
Obrázek 5.28: Výsledné posuny ve směru x a y pro model s plastickým materiálem

5.2.4 Porovnání výsledků

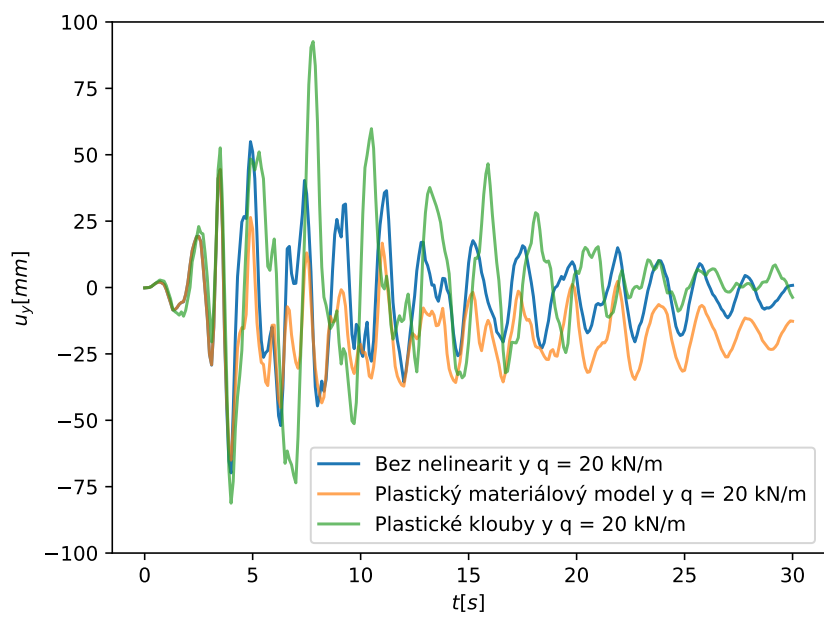
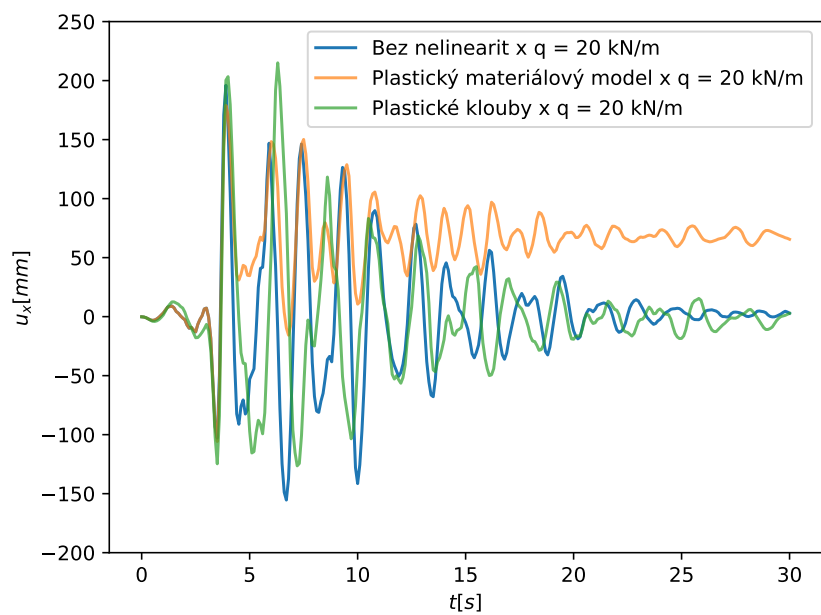
Z grafů výše je patrné, že porovnání výsledků tohoto výpočtu nebude tak zřejmé, jako u metody postupného přitěžování. Závislost velikosti svislého zatížení na maximální deformaci zde není nikterak markantní. Pro přehlednější porovnání byly sestaveny grafy pro každé ze spojitých zatížení q se všemi verzemi modelu.



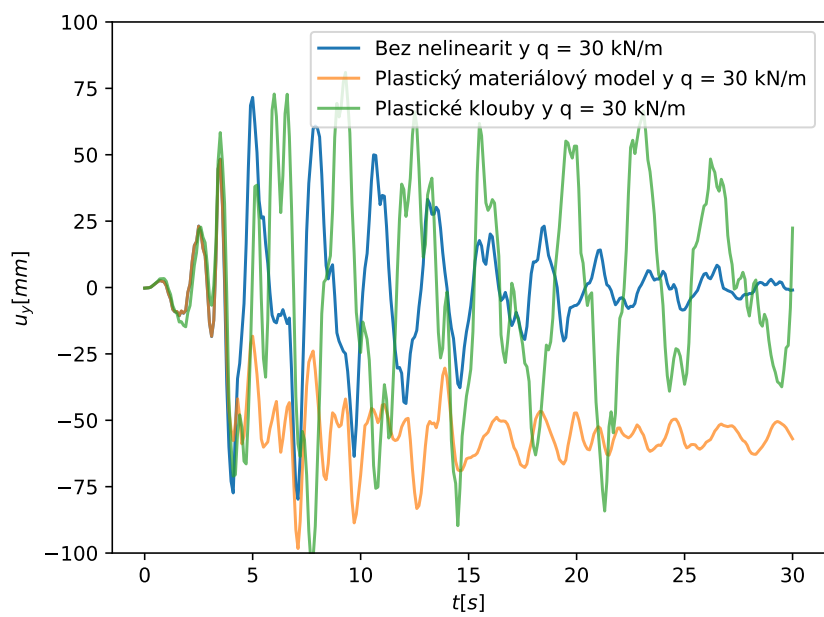
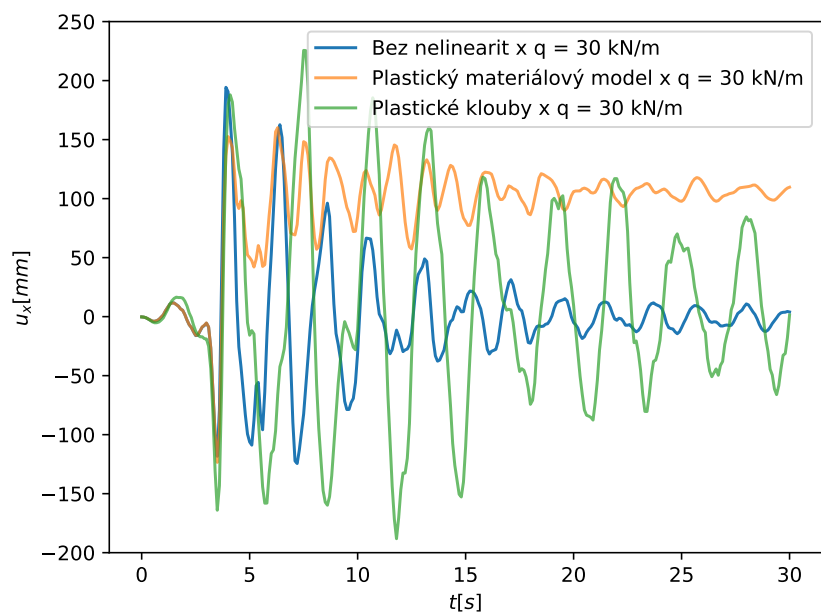
Obrázek 5.29: Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 5$ kN/m



Obrázek 5.30: Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 10 \text{ kN/m}$



Obrázek 5.31: Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 20 \text{ kN/m}$



Obrázek 5.32: Výsledné posuny ve směru x a y pro $q = 30 \text{ kN/m}$

Výsledky modální a stabilitní analýzy byly shrnuty do tabulky 5.9. Z obou analýz je uveden vždy první vlastní tvar. Součinitele kritického zatížení určeny přírůstkovou metodou při spojitém zatížení $q = 1$ kN/m jsou následující:

- model bez nelinearit - 108,
- model s plastickými klouby - 97,
- model s plastickým pracovním diagramem - 51.

	q [kN/m]	% krit. zatížení	ω_r [rad/s]	f_r [Hz]	T_r [s]
Bez nelinearit	5	4,63	6,452	1,041	0,960
	10	9,26	4,574	0,728	1,374
	20	18,52	3,159	0,503	1,989
	30	27,78	2,515	0,400	2,489
Plastické klouby	5	5,15	5,286	0,841	1,189
	10	10,31	3,673	0,585	1,711
	20	20,62	2,504	0,398	2,510
	30	30,93	1,964	0,313	3,199
Plastický materiál	5	9,80	6,621	1,054	0,949
	10	19,61	4,682	0,745	1,342
	20	39,22	3,311	0,527	1,887
	30	58,82	2,704	0,430	2,323

Tabulka 5.9: Výsledky modální a stabilitní analýzy 3D konstrukce

Z výsledků je zřejmé, že s rostoucím zatížením, a tedy hmotností modelu, výrazně klesá vlastní úhlová frekvence ω_r , vlastní frekvence f_r a naopak roste vlastní perioda T_r . Tato souvislost se shoduje se základními poznatky ze stavební dynamiky a bylo by překvapením, kdyby neplatila.

Co už tak jasné není je pravost výsledků modální analýzy při uvažování materiálových nelinearit v modelu. Zvláště pak porovnání konstrukce bez nelinearit a té s plastickým pracovním diagramem. Modální analýza uvádí skoro totožné hodnoty. Narážíme zde na stejný problém, jako při řešení stabilitní analýzy pomocí vlastních čísel a sice, že podstata metody je založena na počáteční matici tuhosti nezdeformované konstrukce. V takovém případě není na žádném prvku překročena elastická oblast pracovního diagramu a tuhost tedy není snížena. Zajímavé jsou také výsledky modální analýzy pro konstrukci s plastickými klouby. Zde se od obou výše zmíněných modelů liší. Je možné, že v programu RFEM 5 dochází k rozdílnému generování matice tuhosti oproti zvolení plastického materiálu v celém prutu.

Při pohledu na výsledné grafy poskytnuté nelineární časovou analýzou není možné prokázat, že vyšší zatížení znamená i větší hodnota maximálního posunu tak, jak to bylo u metody postupného přítěžování.

Nejvíce vystupují hodnoty z modelu s plastickým materiálem. Je to díky tomu, že je zde jasné vidět nevratná plastická deformace konstrukce. Správnost výsledků oproti realitě je však na diskuzi, hlavně kvůli uvažování útlumu konstrukce z výsledků modální analýzy. Další návrhy na zpřesnění a přiblížení realitě by mohly být využití přesnějších materiálových modelů, například hysterezní

model Takeda a započítání vlivu teploty, která je při cyklické deformaci uvolňována, na tuhosti ocelových prvků.

S přibývajícím zatížením se začínají modely bez nelinearit a s plastickými klouby značně lišit. U modelu s plastickými klouby lze pozorovat výraznou změnu ve velikostech amplitudy oproti modelu bez nelinearit (obrázek 5.32 pro směr x) i oproti stejnému modelu s nižším zatížením 5.27. I zde se však nabízí otázka přesnosti určení tlumení z modální analýzy a jak tento problém vyřešit lépe.

Kapitola 6

Závěr

Tato diplomová práce se zabývala studií vlivu normálové síly na nelineární dynamickou analýzu. Výsledky byly zjišťovány pomocí nelineární metody postupného přitěžování a nelineárního výpočtu časového průběhu s využitím komerčních programů RFEM 5, RFEM 6 a programu vytvořeném pro potřeby této diplomové práce s pracovním názvem HOLFEM.

Z údajů poskytnutých nelineární metodou postupného přitěžování je poměrně zřejmé, že výsledné posuny byly zřetelně ovlivňovány vlivem narůstajícího zatížení a tím vyšších normálových sil v konstrukci. Byl ověřován model bez nelinearity, model s bilineárními plastickými klouby, model s nelineární funkcí simulující závislost ohybového momentu a pootočení ocelového spoje a model s bilineárním plastickým pracovním diagramem pro příčle. U všech modelů se všemi zatěžovacími stavy je také procentuální vyjádření aplikovaného zatížení ke kritickému.

Při řešení stejných problémů na modelu rozšířeném do 3D prostoru, se stejnými nelinearitami, s využitím nelineárního výpočtu časového průběhu nebyla interpretace výsledků tak jednoznačná. Velikost zatížení nemá při tomto druhu analýzy takový vliv na maximální hodnotu vodorovného posunu, jako spíše na zmírnění klesání amplitudy. Nejvýrazněji jde tento jev pozorovat u modelu s plastickými klouby. Zajímavý je také model s bilineárním plastickým materiálovým modelem. Je na něm zřetelně vidět nevratná plastická deformace způsobená zatížením.

Část práce byla věnována i komentáři a testům programu HOLFEM, který byl použit na ověřování některých výpočtů metodou postupného přitěžování. Ukázalo se, že výsledky z programu jsou shodné s výsledky z komerčních softwarů a že je schopen úspěšně řešit úlohy pro rovinné rámy s polotuhými nelineárními klouby.

Literatura

- [1] ČSN EN 1998-3 ed. 2 (730036) *A Eurokód 8: Navrhování konstrukcí odolných proti zemětřesení*. 2. vyd. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2014.
- [2] ČSN EN 1993-1-5 ed. 3 (731401) *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-5: Boulení stěn*. 3. vyd. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020.
- [3] LOGAN, D. L. *A first course in the finite element method*. PWS Pub. Co, 1993. ISBN 978-0-357-67643-1.
- [4] CHOI, S. M., HONG, S. D. a KIM, Y. S. Modeling Analytical Moment-Rotation Curves of Semi-Rigid Connections for CFT Square Columns and Steel Beams. *Advances in Structural Engineering*. SAGE Publications. říjen 2006, sv. 9, č. 5, s. 697–706. DOI: 10.1260/136943306778827538. ISSN 2048-4011. Dostupné z: <http://dx.doi.org/10.1260/136943306778827538>.
- [5] DEIERLEIN, G., REINHORN, A. a WILLFORD, M. *NEHRP Seismic Design Technical Brief No. 4 - Nonlinear Structural Analysis for Seismic Design: A Guide for Practicing Engineers*. Grant/Contract Reports (NISTGCR), National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 2010-10-15 2010. Dostupné z: https://tsapps.nist.gov/publication/get_pdf.cfm?pub_id=915469.
- [6] HARRIS, C. R., MILLMAN, K. J., WALT, S. J. van der, GOMMERS, R., VIRTANEN, P. et al. Array programming with NumPy. *Nature*. Springer Science and Business Media LLC. září 2020, sv. 585, č. 7825, s. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. Dostupné z: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [7] HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*. IEEE COMPUTER SOC. 2007, sv. 9, č. 3, s. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55.
- [8] KADLČÁK, J. a KYTÝR, J. *Statika stavebních konstrukcí II*. 2. vyd. VUTIUM, 2009. ISBN 978-80-214-3428-8.
- [9] MAZZOLANI, F. M. a PILUSO, V. *Theory and design of seismic resistant steel frames*. Spon Press, 2004. ISBN 0 419 18760 X.
- [10] MONFORTON, G. R. a WU, T. H. Matrix Analysis of Semi-Rigid Connected Frames. *Journal of the Structural Division*. 1963, sv. 89, s. 13–24. Dostupné z: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:124437280>.

- [11] MURTY, C., GOSWAMI, R., AR, V. a MEHTA, V. *Some Concepts in Earthquake Behaviour of Buildings*. Zář 2012.
- [12] NĚMEC, I., TRCALA, M. a REK, V. *Nelineární Mechanika*. VUTIUM, 2018. ISBN 978-80-214-5519-1.
- [13] PYTHON, S. F. [online]. 2001 [cit. 2023-12-25]. Dostupné z: <https://www.python.org/>.
- [14] RUST, W. *Non-Linear Finite Element Analysis in Structural Mechanics*. 1. vyd. Springer Cham, 2015. ISBN 978-3-319-13380-5.
- [15] WILSON, E. L. *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*. 3. vyd. Computers and Structures, Inc., 2002. ISBN 0-923907-00-9.