

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO

INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

SILIKONOVÝ TLUMIČ TORZNÍCH KMITŮ ŘADOVÉHO ŠESTIVÁLCOVÉHO VZNĚTOVÉHO MOTORU

SILICONE DAMPER OF A SIX-CYLINDER IN-LINE DIESEL ENGINE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. LUKÁŠ DROZDEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

BRNO 2008

Abstrakt

Tato diplomová práce s názvem „Silikonový tlumič torzních kmitů řadového šestiválcového vznětového motoru“ je zaměřena na prvotní návrh možnosti použití silikonového tlumiče torzních kmitů pro výše zmiňovaný motor určený pro traktory a další průmyslové aplikace. Cílem práce je vypočítat kmitání klikové hřídele pomocí vhodného dynamického modelu a následně navrhnout takové základní parametry silikonového tlumiče torzních kmitů, který torzní výchylky klikové hřídele utlumí na přijatelnou hodnotu. Další částí je návrh konstrukčního provedení samotného upevnění silikonového tlumiče na volném konci klikové hřídele motoru. Posledním krokem diplomové práce je porovnání a zhodnocení kmitání klikové hřídele bez tlumiče a s nově navrženým silikonovým tlumičem torzních kmitů.

Abstract

This thesis "Silicone damper of a six-cylinder in-line diesel engine " is focused on the proposal of alternative using of silicone damper for the a six-cylinder in-line diesel engine, which is made for tractors and other industrial applications. The aim of this thesis is to count the oscilation of crankshaft by the help of appropriate dynamic model, then to propose such a basic parameters of silicone damper, which absorbes torsion blip crankshaft to acceptable value. The next part of my thesis is proposal of the constructive implementation of fixation the silicone damper on the free part of crankshaft. The last part of my thesis is comparing and evaluating the oscilation of crankshaft without a dumper and with a new propsal of the silicone damper.

Klíčová slova

Silikonový tlumič, kliková hřídel, analytický výpočet, tuhost, torzní vibrace, moment setrvačnosti, dynamický model, konstrukční návrh.

Keywords

Silicone damper, crankshaft, analytical calculation, stiffness, torsional vibration, moment of inertia, dynamic model, engineering design.

Bibliografická citace

DROZDEK, L. *Silikonový tlumič torzních kmitů řadového šestiválcového vznětového motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 42 s. Vedoucí diplomové práce Prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně pouze za odborného vedení vedoucího práce s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 20.5.2008

.....

Podpis autora

Poděkování

Autor by chtěl touto cestou poděkovat vedoucímu diplomové práce p. Prof. Ing. Václavu Píštěkovi, DrSc. za cenné rady, odborné vedení, připomínky, ochotu a vstřícnost při řešení některých problémů spjatých s vypracováním této diplomové práce.

Obsah diplomové práce

1. Úvod	7
1.1. Tlumiče torzních kmitů	7
2. Návrh uspořádání a hlavní rozměry klikového mechanismu	10
3. Dynamický model klikového mechanismu	11
3.1. Sestavení dynamického modelu torzního systému bez tlumiče torzních kmitů	11
3.2. Stanovení parametrů dynamického modelu	12
3.3. Stanovení momentů setrvačnosti	12
3.4. Stanovení torzní tuhosti	13
4. Vlastní torzní kmitání dynamického modelu	17
4.1. Frekvence vlastního kmitání	18
4.2. Vlastní tvary torzního kmitání	19
5. Vynucené torzní kmitání	22
5.1. Výpočet krouticího momentu na jednotlivých zalomeních klikové hřídele	22
5.2. Budící momenty a harmonická analýza	24
5.3. Kritické otáčky motoru	25
5.4. Vydutost rezonancí	26
5.5. Torzní výchylky v rezonanci	28
5.6. Namáhání klikové hřídele torzními kmity	30
6. Návrh základních parametrů dynamického silikonového tlumiče	32
6.1. Sestavení dynamického modelu se silikonovým tlumičem torzních kmitů	32
7. Vlastní torzní kmitání se silikonovým tlumičem	34
7.1. Frekvence vlastního kmitání se silikonovým tlumičem	34
7.2. Vlastní tvary torzního kmitání s tlumičem	34
7.3. Kritické otáčky motoru s tlumičem	35
7.4. Vydutost rezonance	36
7.5. Zjednodušení dynamického modelu se silikonovým tlumičem torzních kmitů	37
7.6. Torzní výchylky v rezonanci	39
7.7. Namáhání klikové hřídele torzními kmity	41
8. Návrh konstrukčního provedení silikonového tlumiče	42
9. Vyhodnocení a porovnání výsledků výpočtů bez tlumiče a se silikonovým tlumičem	45
10. Závěr	47
11. Seznam použitých zdrojů	49
12. Seznam použitých zkratk a symbolů	50
13. Seznam příloh	52
14. Obsah příloh	52
15. Přílohy	53

1. Úvod

Na počátku výroby a vývoje pístových spalovacích motorů, tj. na přelomu 19. a 20. století, docházelo ke kmitání tehdejších hnacích ústrojí. V té době to byla věc zcela neznámá, která často a opakovaně vyústila v lom hřídele [2]. S opakovanými lomy klikových hřídelí se začalo věnovat tomuto problému stále větší pozornosti a tím byla zjištěna existence torzního kmitání klikových hřídelí. Nejčastěji k lomům docházelo u šestiválcových řadových motorů používaných tehdy v hojném počtu pro pohon lodí.

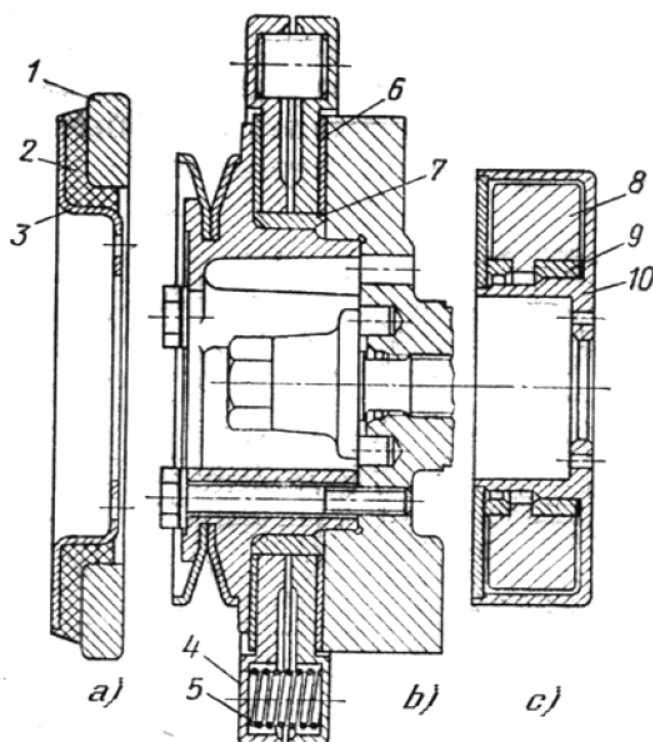
Teorie torzního kmitání a její aplikace tedy dosáhly velkého rozvoje v době, kdy si rozvoj tohoto oboru vynutila praxe, tj. v první polovině minulého století, neboť „rychloměrné“ pístové stroje nešlo úspěšně navrhovat bez znalosti vlastních frekvencí hřídelí, motorů a potažmo celých soustrojí. Při návrhu je proto důležité předem vypočítat namáhání hřídelí při torzním kmitání a navrhnout opatření, kterými půjde udržet namáhání hřídelí v přípustných mezích. K torznímu rozkmitání dochází v důsledku prostorové a časové proměnnosti zatížení klikové hřídele. Výkmit předního konce klikové hřídele nesmí překročit 2° [3]. Pro snížení amplitudy kmitů se umísťuje na přední konec klikové hřídele tlumič torzních kmitů. Instalací tlumiče torzních kmitů na klikovou hřídel dojde ke snížení amplitudy kmitání a tím i velikosti vznikajících torzních napětí.

1.1. Tlumiče torzních kmitů

Tlumiče torzních kmitů jsou ve své podstatě přídavným torzním systémem, který se skládá obecně z pružného členu a z hmoty, jejíž pohyb může být tlumen. Jejich použití je hlavně u dlouhých klikových hřídelí. Často jsou konstruovány tak, že využívají smykové nebo viskózní tření mezi klikovou hřídelí a přídavným volně kmitajícím kotoučem. Připojují se obvykle k volnému konci klikové hřídele, kde jsou obvykle největší amplitudy torzních kmitů. Pracují na principu odběru části kinetické energie pro vykonání třecí práce. Tím dojde k poklesu amplitudy kmitání a tím i velikosti vznikajících torzních napětí. Tlumiče torzních kmitů jsou nejčastěji vloženy do tělesa řemenice náhonu pomocných agregátů motoru.

Podle konstrukčního hlediska rozdělujeme tlumiče torzních kmitů do tří skupin:

- tlumič s vnitřním třením v pružných materiálech (např. pryž), *obr. 1 a*),
- tlumič se suchým třením (tzv. třecí tlumič), *obr. 1 b*),
- tlumič s kapalinovým třením (tzv. viskózní tlumič), *obr. 1 c*).



Obr. 1 Tlumiče torzních kmitů [3]

Tlumič torzních kmitů zobrazený na obr. 1 a) se skládá ze setrvačné hmoty 1, která je spojena s unášečem 3 prostřednictvím navulkanizované pryže 2. Unášeč je přišroubován k řemenici na předním konci klikové hřídele, nebo bývá setrvačná hmota navulkanizována přímo na řemenici. Při pružné deformaci pryže se v důsledku vnitřního tření spotřebovává část energie vyvolávající torzní kmity klikové hřídele a amplituda torzních kmitů se tak snižuje. Nevýhodou tohoto typu tlumiče jsou měnící se vlastnosti pryže, která svou tuhost i velikost vnitřního tření mění v závislosti na teplotě a deformaci. Při nárůstu teploty klesá vnitřní tření a tím i tuhost pryže.

Tlumič torzních kmitů zobrazený na obr. 1 b) je založen na principu suchého tření. Setrvačná hmota 4 je tvořena dvěma disky otočně uloženými na pouzdru 7 a pružinami 5 je rozepínána a přitlačována k třecímu obložení 6. Tento tlumič byl používán na počátku minulého století u dlouhých klikových hřídelí řadových motorů. Základní princip funkce je obdobný, pouze vnitřní tření pryže je nahrazeno třením hmoty o obložení. V dnešní době se takovéto typy tlumičů používají většinou u velkých lodních popř. stacionárních motorů.

Posledním typem tlumičů torzních kmitů je kapalinový (hydraulický) tlumič zobrazen na obr. 1 c). Setrvačná hmota 8 je uložena na bronzovém pouzdru 9. Kapalina vyplňuje vnitřní objem hermeticky uzavřeného tělesa 10. Při kmitavém pohybu setrvačné hmoty 8

dochází v důsledku vnitřního tření v kapalině k odběru energie budícím kmitům. Jako kapalina se používá silikonový olej, jehož výhodou je velká viskozita za „normální“ teploty a hlavně malá změna viskozity při změně teploty.

Další z možných hledisek rozdělení tlumičů je podle jejich funkce, zhruba do tří skupin:

- třecí tlumič - tlumič prostřednictvím třecích odporů přeměňuje kmitovou energii v teplo, které je dále odváděno. Zástupci této skupiny jsou:
 - silikonový (viskózní) tlumič,
 - hydraulický tlumič,
 - třecí tlumiče s mechanickým třením,

- rezonanční tlumič - tlumič přeměňuje jen část kmitové energie v teplo a torzní kmitání je utlumen rezonancí tlumiče. Zástupci této skupiny jsou:
 - pryžový tlumič,
 - rezonanční tlumič s listovými pružinami,

- dynamický tlumič (tzv. eliminátor) - u dynamického tlumiče se kmitová energie nemaří, ale kompenzuje se pomocným torzním systémem, podobně jako je tomu u setrvačnicku při vyrovnání nerovnoměrnosti chodu.

2. Návrh uspořádání a hlavní rozměry klikového mechanismu

Konstrukční návrh šestiválcového vznětového motoru vychází z již vyráběného čtyřválcového vznětového motoru firmy ZETOR TRACTORS a. s. a přejímá hlavní konstrukční rozměry z unifikovaných motorů této společnosti. Klikový mechanismus je tedy navržen s důrazem na použití co možná největšího počtu již vyráběných komponent do motorů této společnosti (pístní skupina, ojnice, atd.). To znamená, že na vyšetřovaném šestiválcovém řadovém vznětovém motoru je použita „nová“ kliková hřídel se silovým vyvážením, která je v bloku motoru uložena na sedmi hlavních ložiscích. V *tab. 1* jsou zobrazeny základní technické parametry motoru. V příloze 1. Výpočet torzního kmitání bez tlumiče je proveden kompletní výpočet kmitání dynamického modelu po jednotlivých krocích.

Tab. 1 Základní parametry motoru

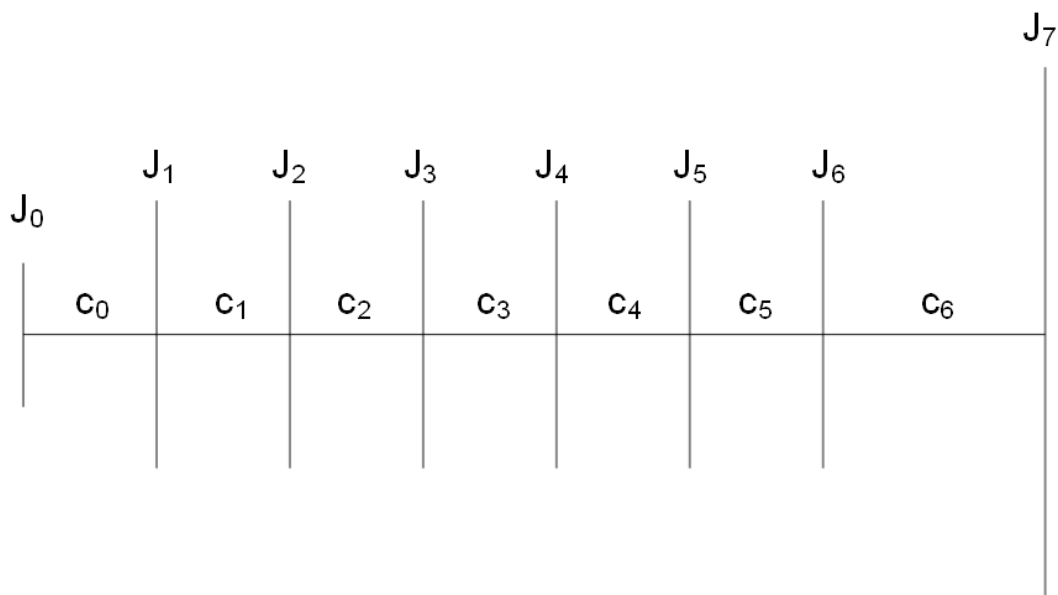
Typ motoru	vznětový přeplňovaný
Uspořádání	řadový
Zdvihový objem V [L]	6,2
Počet válců i [-]	6
Vrtání D [mm]	105
Zdvih Z [mm]	120
Jmenovité otáčky n [1/min]	2200
Minimální otáčky n [1/min]	800
Maximální otáčky n [1/min]	2400
Pořadí vznětů	1-5-3-6-2-4
Ventilový rozvod	OHV
Časování rozvodu	ozubená kola
Průměr hlavního čepu D_i [mm]	80
Průměr ojnicního čepu D_c [mm]	66

3. Dynamický model klikového mechanismu

Základem pro vyšetřování průběhu torzního kmitání klikové hřídele je sestavení dynamického modelu klikového mechanismu. Smyslem dynamického modelu klikového mechanismu (náhradní torzní soustavy) je nahrazení původní torzní soustavy diskretním modelem, který je složen z hmotných kotoučů s příslušnými momenty setrvačnosti J . Kotouče jsou mezi sebou spojeny válcovou nehmotnou hřídelí s příslušnou tuhostí c .

3.1. Sestavení dynamického modelu torzního systému bez tlumiče torzních kmitů

Jak jsem již uvedl výše, základem řešení úlohy torzního kmitání je stanovení náhradního, dynamicky ekvivalentního systému a stanovení parametrů dynamického modelu. Na *obr. 2* je znázorněn dynamický model klikového mechanismu šestiválcového vznětového motoru, na kterém budou dále prováděny mé výpočty. Jak uvádí literatura [2], při znalostech základních fyzikálních hodnot hnacího ústrojí motoru a aplikací dynamického modelu dle *obr. 2* jsou výpočty „překvapivě“ přesné. Toto se týká nejen stanovení vlastních frekvencí a příslušných rezonančních otáček, ale také výpočtů periodického torzního namáhání klikové hřídele v jednotlivých úsecích, stanovení úhlových výchylek a podobně. Proto je zvolen tento postup výpočtu pro prvotní návrh silikonového tlumiče torzních kmitů a shledávám ho za zcela dostačující.



Obr. 2 Dynamický model šestiválcového vznětového motoru bez tlumiče torzních kmitů

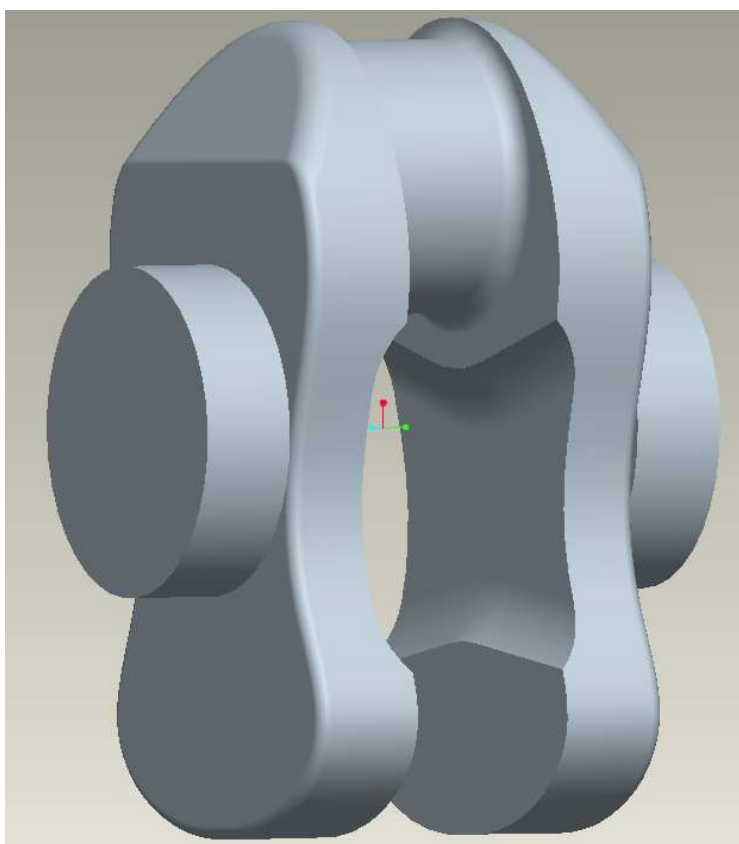
3.2. Stanovení parametrů dynamického modelu

Při stanovování parametrů dynamického modelu je nutno zjistit hodnoty momentů setrvačnosti jednotlivých kotoučů J , nahrazující v dynamickém modelu jednotlivá zalomení klikové hřídele, řemenici a setrvačnick, a hodnoty torzních tuhostí c mezi jednotlivými kotouči dynamického modelu, se kterými bude dále počítáno.

3.3. Stanovení momentů setrvačnosti

Na *obr. 2* jsou písmenem J označeny momenty setrvačnosti. Z toho indexem 0 je označen moment setrvačnosti řemenice. Jelikož je použita již vyráběná řemenice, která se používá na dalších typech motorů společnosti ZETOR TRACTORS a. s., hodnota tohoto momentu setrvačnosti je mi známa ze zadání diplomové práce.

Indexy 1-6 jsou označeny momenty setrvačnosti jednotlivých zalomení klikové hřídele. Jelikož jsou jednotlivá zalomení shodná, je shodný také jejich moment setrvačnosti J . Z rozměrových hodnot získaných z 2D výrobního výkresu a s použitím programu ProENGINEER jsem sestavil 3D model jednoho zalomení klikové hřídele znázorněné na *obr. 3*. Pomocí tohoto programu jsem zjistil moment setrvačnosti jednoho zalomení klikové hřídele k ose procházející středem hlavních ložisek, který budu dále potřebovat při dalších navazujících výpočtech.



Obr. 3 3D model jednoho zalomení klikové hřídele

Posledním indexem, indexem 7, je označen moment setrvačnosti setrvačnicku motoru. Pro něj platí totéž co pro řemenici, tzn. jedná se o díl převzatý z jiného, již vyráběného motoru společnosti ZETOR TRACTORS a. s., a proto také u něj znám hodnotu momentu setrvačnosti ze zadání.

Jelikož jsou jednotlivá zalomení klikové hřídele vždy ještě spojena s příslušnou ojnicí a pístní skupinou, je třeba určit hodnotu J_1 až J_6 jako redukci rotačních a posuvných částí a soustředit tuto hmotu do jednoho kotouče s konstantním momentem setrvačnosti. Podmínkou pro velikost takového náhradního kotouče je, aby měl stejnou kinetickou energii jako příslušná část klikového ústrojí. Redukovaný moment setrvačnosti jednoho náhradního kotouče představující jedno zalomení klikové hřídele se vypočte:

$$J_{red} = J_i + m_2 \cdot r^2 + m_p \cdot r^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (1),$$

kde J_i představuje moment setrvačnosti jednoho zalomení klikové hřídele zjištěné z vytvořeného 3D modelu v programu ProENGINEER (*obr. 3*), m_2 redukovanou hmotnost rotačních částí ojnice, r poloměr klikové hřídele, m_p hmotnost pístní skupiny a posuvného podílu ojnice a λ klikový poměr.

Všechny momenty setrvačnosti jednotlivých částí dynamického modelu jsou zobrazeny v *tab. 2*.

Tab. 2 Momenty setrvačnosti jednotlivých kotoučů dynamického modelu

i	J_i [kgm²]
0	0,027
1	0,039
2	0,039
3	0,039
4	0,039
5	0,039
6	0,039
7	1,08

3.4. Stanovení torzní tuhosti

Dalším krokem výpočtu je stanovení torzní tuhosti jednotlivých částí dynamického modelu klikové hřídele. V tomto kroku jde o nahrazení dynamického modelu klikové hřídele válcovou hřídelí s redukovaným průměrem D_{red} a redukovanou délkou L_{red} . Podmínkou je, že při zatížení válcové hřídele momentem musí dojít ke stejnému zkroucení hřídele redukované i reálné.

Při výpočtu torzní tuhosti je tedy třeba znát redukované délky jednotlivých částí klikové hřídele. Redukovaná délka jednoho zalomení klikové hřídele, jak uvádí literatura [4], se vypočte:

$$L_{red} = D_{red}^4 \cdot \left(\frac{L_j}{D_j^4} + \frac{L_c}{D_c^4} + \frac{2\pi}{12} \cdot \frac{E}{G} \cdot \frac{R_o}{L_w \cdot B^3} \right) \quad [\text{m}] \quad (2),$$

kde D_{red} představuje redukovaný průměr klikové hřídele. Obvykle se jako D_{red} volí průměr hlavního čepu klikové hřídele [1]. Průměry D_j a D_c představují průměry hlavních a ojničních čepů klikové hřídele. Podobně také délky L_j a L_c představují délky hlavních a ojničních čepů klikové hřídele. Písmenem E je označen modul pružnosti v tahu materiálu klikové hřídele a písmenem G modul pružnosti ve smyku materiálu klikové hřídele. R_o představuje rozteč hlavního a ojničního čepu jednoho zalomení klikové hřídele. L_w představuje průměrnou šířku ramene zalomení klikové hřídele a B průměrnou šířku jednoho zalomení klikové hřídele při pohledu zprava.

Jelikož se musí redukovat celá délka klikové hřídele, je nutno ještě vypočítat redukovanou délku mezi řemenicí a prvním zalomením klikové hřídele L_{redr} a dále mezi posledním zalomením klikové hřídele a setrvačnickem L_{reds} dle vztahů [4]:

$$L_{redr} = \frac{L_j}{2} + \frac{1}{2} \cdot L_{red} \quad [\text{m}] \quad (3),$$

$$L_{reds} = \frac{D_j}{2} + L_p \cdot \frac{D_{red}^4}{d_p^4} + \frac{1}{2} \cdot L_{red} \quad [\text{m}] \quad (4),$$

kde L_p představuje délku příruby setrvačnicku a d_p roztečný průměr šroubů setrvačnicku. Hodnoty jednotlivých vypočtených redukovaných délek je znázorněn v *tab. 3*.

Tab. 3 Redukované délky klikové hřídele

L_{red} [m]	L_{redr} [m]	L_{reds} [m]
0,207	0,125	0,179

Následujícím krokem při výpočtu torzní tuhosti je zjištění polárního momentu setrvačnosti. Polární momenty setrvačnosti jsou pro jednotlivé části klikové hřídele rozdílné a jsou závislé na konkrétním průřezu. U kruhového průřezu je to tedy konkrétně na jeho průměru.

Polární moment setrvačnosti řemenice I_{pr} se vypočte:

$$I_{pr} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} [m^4] \quad (5),$$

kde d_1 značí průměr hřídele, na které je nasazena řemenice.

Obdobně se vypočte polární moment setrvačnicku I_{ps} :

$$I_{ps} = \frac{\pi \cdot d_s^4}{32} [m^4] \quad (6),$$

kde d_s značí průměr příruby setrvačnicku na klikové hřídeli.

Poslední neznámý polární moment potřebný k určení tuhosti jednotlivých zalomení je moment setrvačnosti jednoho zalomení I_p :

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} [m^4] \quad (7),$$

kde D_{red} značí redukovaný průměr klikové hřídele a nejčastěji se volí jako průměr hlavních ložisek klikové hřídele [1].

Nyní mám připraveny všechny hodnoty k tomu, abych byl schopen vypočítat torzní tuhost jednotlivých částí klikové hřídele. Jako první vypočtu torzní tuhost v části mezi řemenicí a prvním zalomením klikové hřídele podle vzorce [4]:

$$c_0 = \frac{G \cdot I_{pr}}{L_{redr}} [N \cdot m \cdot rad^{-1}] \quad (8).$$

Další části, u kterých počítám torzní tuhost jsou torzní tuhosti jednotlivých zalomení. Neboť je všech šest zalomení klikové hřídele identické, jsou identické také vypočtené hodnoty torzní tuhosti c_{1-6} . Torzní tuhosti jednotlivých zalomení se tedy vypočtou podle vzorce:

$$c_{1-6} = \frac{G \cdot I_p}{L_{red}} [N \cdot m \cdot rad^{-1}] \quad (9).$$

Poslední části, u které je nutno stanovit torzní tuhost je část mezi posledním zalomením klikové hřídele a setrvačnickem. Vypočte se podle vzorce:

$$c_7 = \frac{G \cdot I_{ps}}{L_{reds}} [N \cdot m \cdot rad^{-1}] \quad (10).$$

V *tab. 4* jsou přehledně uvedeny vypočítané hodnoty torzních tuhostí jednotlivých částí dynamického modelu klikové hřídele zobrazené na *obr. 2*.

Tab. 4 Torzní tuhosti jednotlivých částí klikové hřídele

i	c_i [Nm/rad]
0	266634
1	1615229
2	1615229
3	1615229
4	1615229
5	1615229
6	1615229
7	1868486

4. Vlastní torzní kmitání dynamického modelu

Vlastním (volným) kmitáním soustavy se označuje harmonický pohyb, který se po počátečním impulsu v soustavě udržuje bez působení vnějších sil. Kmitavý pohyb je určen frekvencí kmitání, tj. počtem kmitů za časovou jednotku a maximálními výchylkami (amplitudami) jednotlivých hmot. Vlastní torzní kmitání se přenáší na otáčivý pohyb klikové hřídele a je na něm nezávislé. Při výpočtu vlastních torzních kmitů vycházíme z obecné Lagrangeovy pohybové rovnice, která má maticový tvar [1]:

$$M \ddot{q} + K \dot{q} + Cq = Q \quad (11).$$

Předpokládám, že při určení vlastního torzního kmitání se jedná o volné a netlumené kmitání ($K=0$), nepůsobí na systém žádné vnější síly ($Q=0$) a pak má rovnice (11) výsledný tvar:

$$M \ddot{q} + Cq = 0 \quad (12),$$

kde matice M je matice momentů setrvačnosti, je diagonální a má tvar:

$$M = \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 \end{pmatrix} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (13).$$

Z matice momentů setrvačnosti M jednotlivých částí klikové hřídele vypočtu matici M^{-1} , tedy matici inverzní, potřebnou pro další postup výpočtu.

Matrice C představuje matici tuhosti, kterou je možné vyjádřit zápisem:

$$C = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 \end{pmatrix} \left[\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \right] (14).$$

Řešením rovnice (12) je:

$$q = a \cdot e^{j\Omega t} \quad (15),$$

kde „a“ je vektor amplitud a Ω je úhlová frekvence. Po dosazení rovnice (15) do rovnice (12) a po její úpravě dostaneme:

$$(C - \Omega^2 \cdot M) \cdot a = 0 \quad (16).$$

Pro systémy s více stupni volnosti nepřichází v úvahu z důvodu vyšší pracnosti výpočtu určování vlastních frekvencí pomocí rovnice (16). Převedu tedy rovnici (16) na problém vlastních čísel tak, že tuto rovnici vynásobím zleva maticí M^{-1} [1]:

$$(M^{-1} \cdot C - \Omega^2 \cdot I) \cdot a = 0 \quad (17).$$

Zápis tzv. standardního problému vlastních čísel [1]:

$$(A - \lambda \cdot I) \cdot x = 0 \quad (18).$$

Porovnáním rovnice (17) s rovnicí vlastních čísel (18) je zřejmé, že kořeny Ω^2 rovnice (16) jsou vlastní čísla matice $M^{-1}C$. Vlastní úhlové frekvence dynamického systému jsou tedy rovny druhým odmocninám vlastních čísel matice $M^{-1}C$. Vlastní tvary kmitání jsou pak dány vlastními vektory této rovnice.

4.1. Frekvence vlastního kmitání

Z úhlové rychlosti vlastního kmitání se vypočte frekvence vlastního kmitání podle vztahu [1]:

$$N = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \quad [1/\text{s}] \quad (19).$$

V tab. 5 jsou zobrazeny vypočtené první čtyři vlastní frekvence dynamického modelu klikového mechanismu bez tlumiče torzních kmitů. Pro další výpočet si prakticky vystačím pouze s první a druhou vlastní frekvencí (vyznačeny červeně), neboť kritické otáčky motoru při třetí vlastní frekvenci se již vyskytují vysoko nad provozními otáčkami motoru a tím pádem nejsou pro motor nebezpečné a není potřeba s nimi dále počítat.

Tab. 5 Frekvence vlastního kmitání dynamického systému

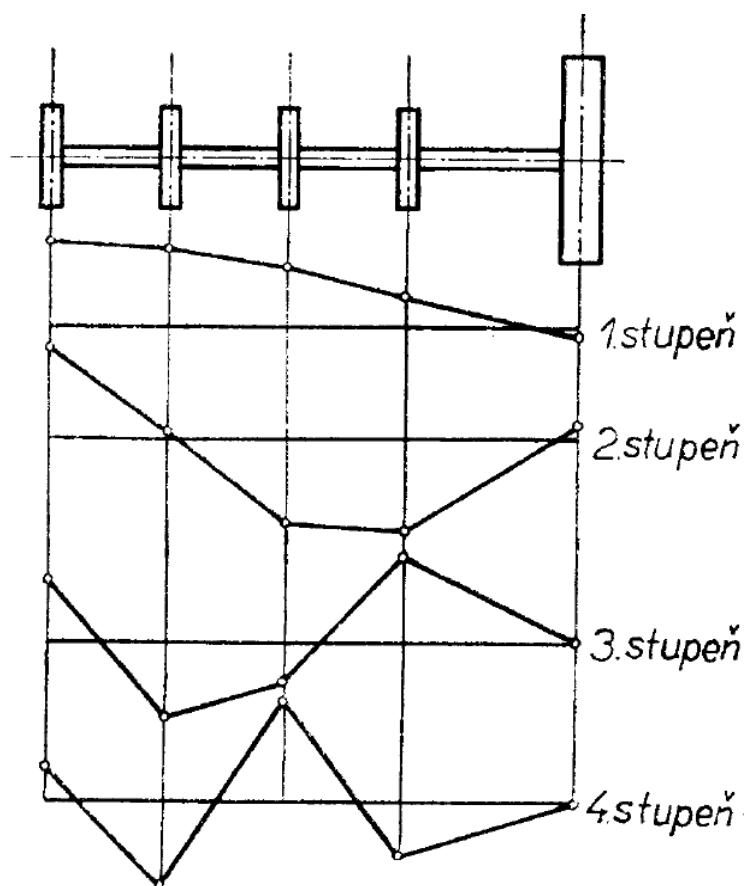
Pořadí vlastní frekvence Ω (N)	Frekvence vlastního kmitání [rad/s] [1/s]
Ω_1 (N_1)	1542 (245)
Ω_2 (N_2)	3270 (520)
Ω_3 (N_3)	5082 (809)
Ω_4 (N_4)	7664 (1220)

4.2. Vlastní tvary torzního kmitání

Velikost amplitud jednotlivých hmot závisí na počátečním impulsu, proto se určují poměrné amplitudy a_i vztahené k amplitudě řemenice x_0 podle vztahu [4]:

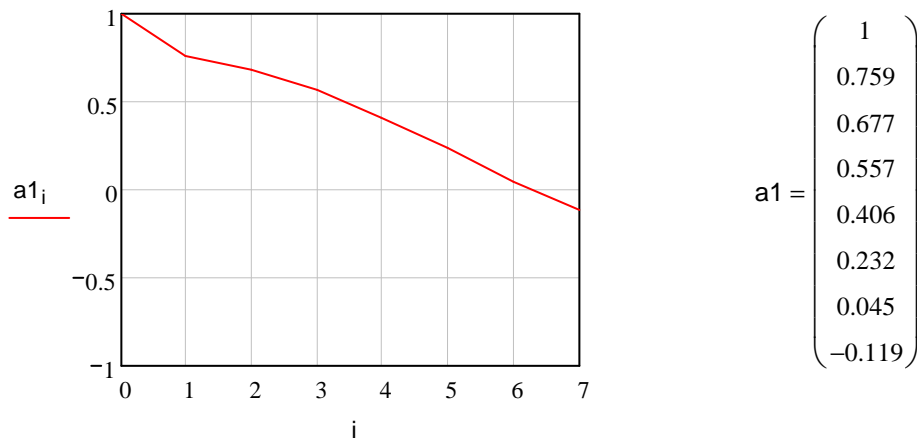
$$a_i = \frac{x_i}{x_0} \quad [-] \quad (20).$$

Hodnotu a_1 lze volit libovolně, obvykle se volí $a_1=1$ [1], neboť tak získám vlastní vektory již v normovaném tvaru. Tyto poměrné amplitudy, znázorněné nad osou redukované hřídele na obr. 4, určují křivku (výkmitovou čáru) charakterizující vlastní tvar kmitání. Jak je z obr. 4 zřejmé, klikový hřídel může kmitat s jedním, dvěma i více uzly. Podle toho rozlišujeme vlastní kmitání prvního stupně (jednouzlové), nebo druhého stupně (dvouuzlové), atd. Počet možných stupňů kmitání je $n-1$, kde n je počet hmot soustavy.

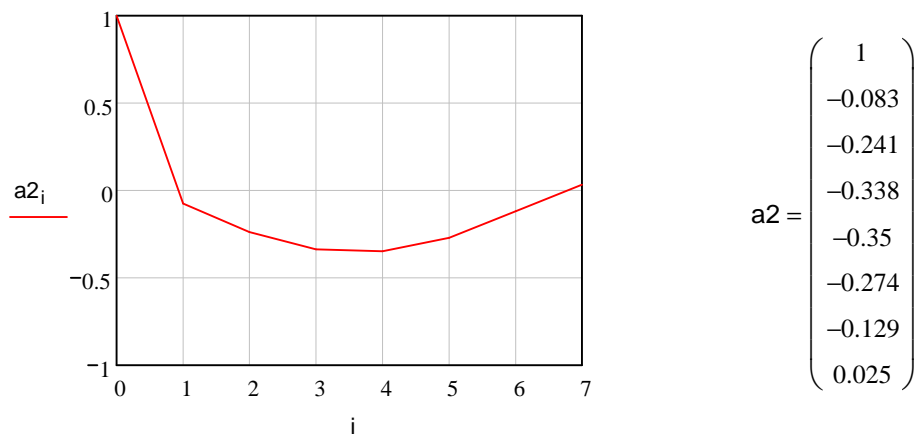


Obr. 4 Ukázka tvarů vlastního kmitání dynamického modelu čtyřválcového motoru se setrvačnickem [4]

Průběh prvního vlastního tvaru kmitání dynamického modelu šestiválcového motoru je zobrazen na obr. 5. Jak je z obrázku patrné, jedná se o vlastní kmitání jednouzlové, neboť průběh výkmitové čáry protíná x-ovou osu jen jednou a to mezi posledním (šestým) zalomením a setrvačnickem. Na obr. 6 je znázorněn průběh druhého vlastního tvaru kmitání dynamického systému. Z tohoto průběhu je zřejmé, že se jedná o kmitání dvouuzlové, neboť výkmitová čára přechází z kladných hodnot do záporných v celém průběhu dvakrát. Poprvé mezi řemenicí motoru a prvním zalomením klikové hřídele, podruhé mezi posledním zalomením a setrvačnickem motoru.



Obr. 5 Průběh prvního vlastního tvaru při první vlastní frekvenci 1542 rad/s



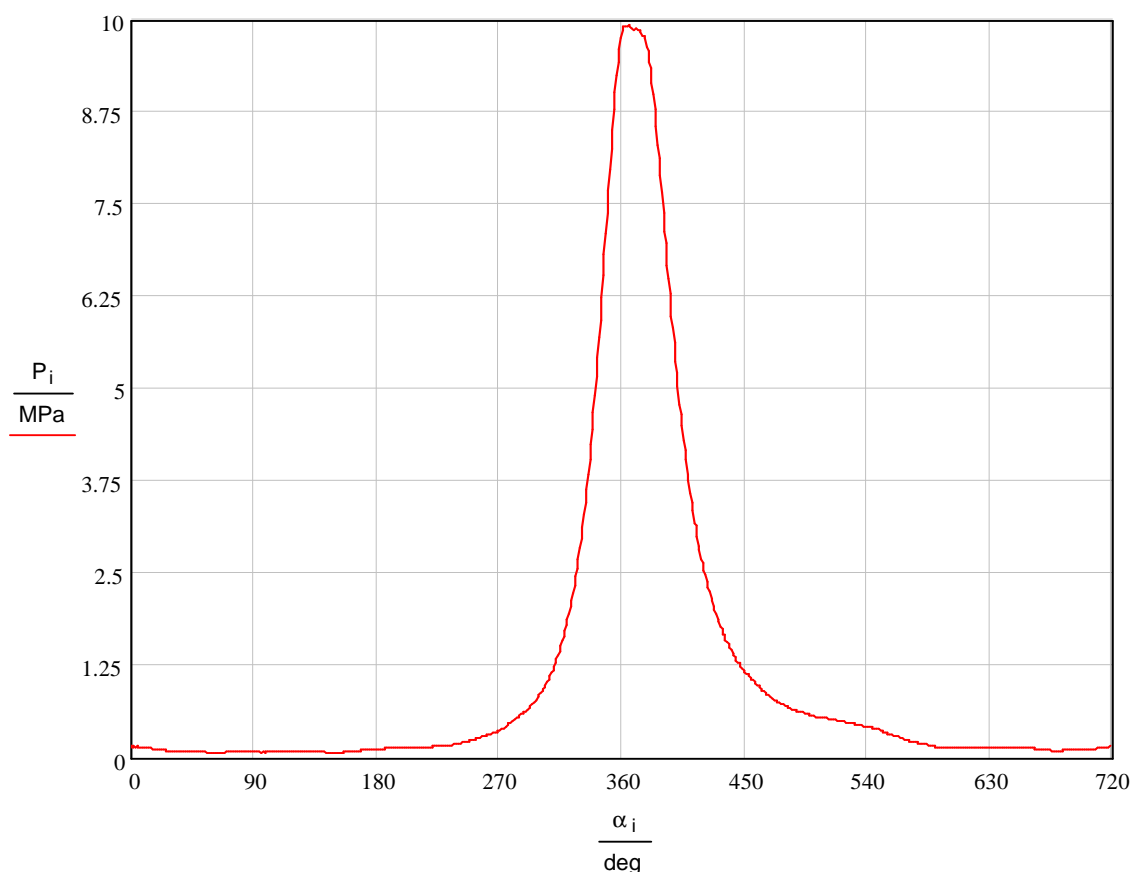
Obr. 6 Průběh druhého vlastního tvaru při druhé vlastní frekvenci 3720 rad/s

5. Vynucené torzní kmitání

Vlastní torzní kmitání zmizí po krátkém čase vlivem tlumících odporů, takže samo o sobě není nebezpečné. Periodicky proměnný krouticí moment na jednotlivých klikách však způsobí vynucené kmitání klikové hřídele, které může být nebezpečné pro jeho pevnost [4]. Základ pro vynucené kmitání je znát průběh krouticího momentu na jednom zalomení klikové hřídele.

5.1. Výpočet krouticího momentu na jednotlivých zalomeních klikové hřídele

Základem výpočtu krouticího momentu motoru je indikátorový diagram oběhu motoru (p- α digram) *obr. 7*, který byl změřen na čtyřválcovém motoru společnosti ZETOR TRACTORS a. s., a který jsem dostal k dispozici.



Obr. 7 Indikátorový p- α diagram oběhu motoru

Samotný krouticí moment se vypočte pomocí obecného vztahu:

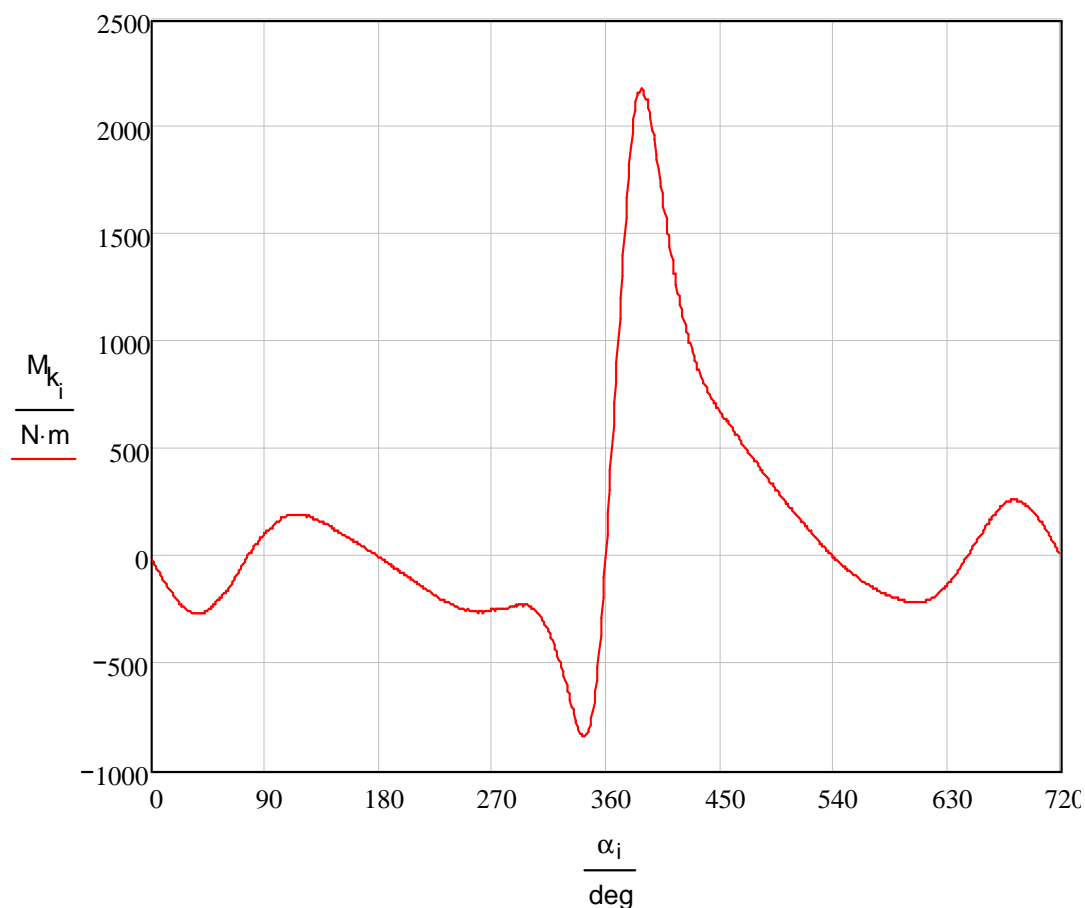
$$M_k = F_t \cdot r \text{ [N} \cdot \text{m]} \quad (20),$$

kde F představuje tangenciální sílu a r značí poloměr klikové hřídele, na kterém síla F_t působí. Síla F_t se dále vypočte dle vztahu:

$$F_t = \left(F_{o1} - \frac{m_1 \cdot a(\alpha_i)}{\cos(\beta_i)} \right) \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i) \text{ [N]} \quad (21),$$

kde F_{o1} představuje ojnicí sílu, m_1 redukovanou hmotnost ojnice horního oka, α_i průběh otáčení klikové hřídele ve stupních a β_i průběh odklonu ojnice od svislé osy ve stupních.

Vypočtený průběh kroutícího momentu jednoho válce motoru je znázorněn na *obr. 8*.



Obr. 8 Průběh kroutícího momentu jednoho válce motoru

5.2. Budící momenty a harmonická analýza

Krouticí moment jednoho válce v závislosti na čase je periodicky proměnný a u čtyřdobých motorů se opakuje po dvou otáčkách klikové hřídele (viz. obr. 8). Jak uvádí literatura [6], výsledný krouticí moment (průběh točivého momentu v závislosti na úhlu otočení klikové hřídele nebo čase je periodickou funkcí) rozkládáme na nekonečnou řadu sinusově proměnných dílčích průběhů momentů s různou amplitudou a různou frekvencí, tzv. harmonických složek pomocí Fourierovy transformace v komplexním oboru. Tímto rozkladem vypočtu amplitudy momentu M_k příslušných harmonických složek dle vztahu:

$$M_k = \frac{2}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} M_{k_j} \cdot e^{i(2\pi \frac{j}{n}) \cdot k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (22),$$

kde n značí počet vzorků, j číslo vzorku, M_{k_j} jednotlivé vzorky, i imaginární jednotku a k harmonickou složku.

Podle toho kolik má harmonická složka period za jednu otáčku klikové hřídele, rozeznáváme její řád κ . Harmonická složka působí nejen v závislosti na tvaru kmitů a výchylce, ale i na uspořádání klik a pořadí zapalování. Jsou-li amplitudy proti sobě posunuty o fázový úhel 2π , nastane obzvlášť vysoké namáhání klikové hřídele. U čtyřdobých motorů je řád harmonické složky dán celistvým násobkem jedné poloviny.

$$\kappa = \frac{1}{2} \cdot x \quad [-], \quad x = 1, 2, 3, 4 \quad (23).$$

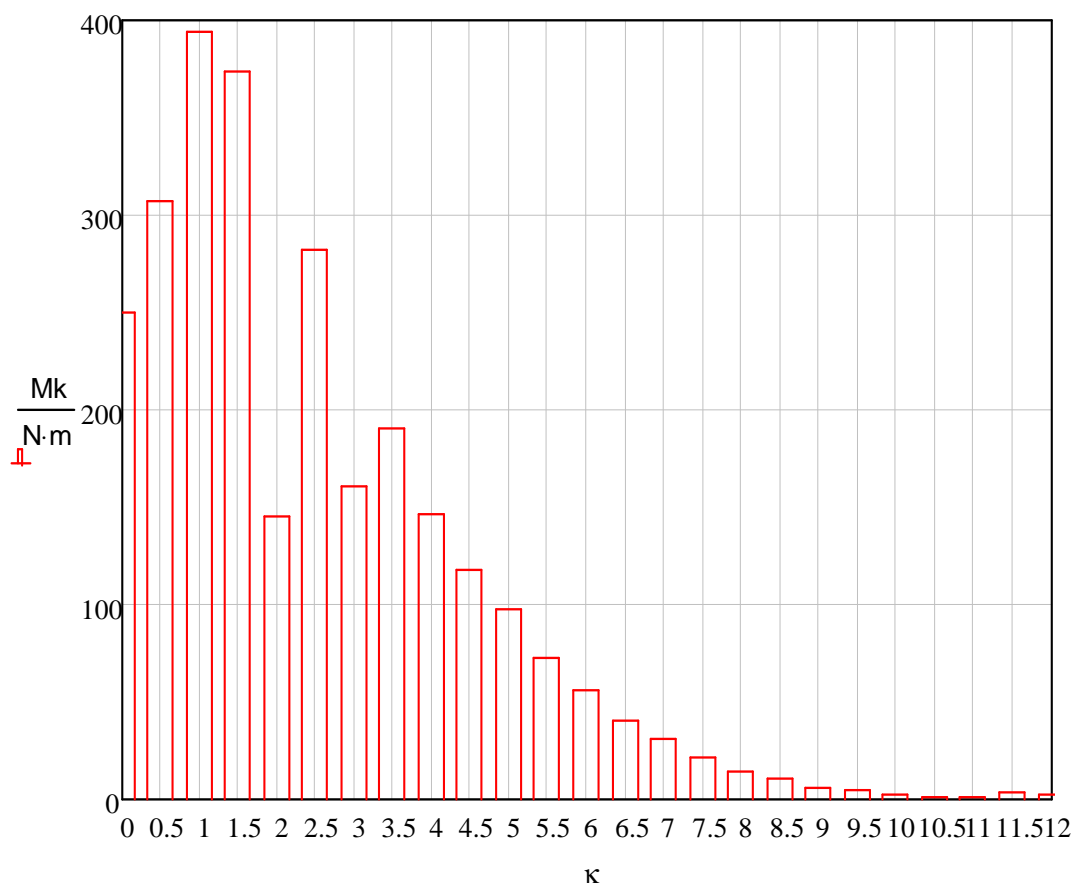
Hlavní, čili majoritní řády harmonické složky, při nichž je vydatnost rezonance maximální, se určí dle vztahu pro čtyřdobý motor [4]:

$$\kappa_H = \frac{z}{2} \cdot x \quad [-] \quad (24),$$

kde z představuje počet válců.

Ze vzorce (24) a pro šestiválcový řadový motor tedy plyne, že hlavní řády jsou $\kappa_H = 3, 6, 9, 12, \dots$

Pro další výpočet bude dostačující zjištění prvních 12 řádů harmonické složky κ . Výsledek rozkladu točivého momentu do jednotlivých řádů harmonické složky je znázorněn na obr. 9.



Obr. 9 Rozklad točivého momentu do řádu $\kappa=12$ pomocí Fourierovy transformace

5.3. Kritické otáčky motoru

Každá z harmonických složek kroutícího momentu vzbuzuje na ostatních složkách vynucené kmitání stejné frekvence, jako má tato složka [4]. Obecně tedy platí, že složka řádu κ způsobuje při otáčkách motoru n vynucené kmitání frekvencí κn . Z toho vyplývá, že spalovací motor má v provozním rozsahu otáček řadu kritických otáček, které přísluší kmitání jednouzlovému n_{kr1} , dvouuzlovému n_{kr2} , atd. Obecně se kritické otáčky vypočtou podle vztahu [4]:

$$n_{kr} = \frac{N}{\kappa} \quad [1/\text{min}] \quad (25),$$

kde N představují otáčky příslušící vlastní frekvenci kmitání soustavy a κ řád harmonické složky. Výsledky výpočtů kritických otáček do řádu harmonické $\kappa 12$ jsou uvedeny v tab. 6.

Tab. 6 Kritické otáčky motoru

κ [-]	n_{kr1} [1/min]	n_{kr2} [1/min]
0,5	29441	62456
1	14720	31228
1,5	9813	20818
2	7360	15614
2,5	5888	12491
3	4906	10409
3,5	4205	8922
4	3680	7807
4,5	3271	6939
5	2944	6245
5,5	2676	5677
6	2453	5204
6,5	2264	4804
7	2103	4461
7,5	1962	4163
8	1840	3903
8,5	1731	3673
9	1635	3469
9,5	1549	3287
10	1472	3122
10,5	1402	2974
11	1338	2838
11,5	1280	2715
12	1226	2602

Provozní otáčky motoru jsou, jak je uvedeno v *tab. 1*, v rozmezí 800-2400 1/min. Z vypočtených hodnot vyplývá, že ne všechny vypočtené kritické otáčky se vyskytují v provozních otáčkách motoru. Kritické otáčky vyskytující se v provozním režimu jsem zvýraznil v *tab. 6* červeně. Jelikož je třeba počítat s určitou bezpečností, rozhodl jsem se přibrat do výčtu kritických otáček i nejbližší vyšší otáčky nad maximální otáčky motoru. Pro první vlastní frekvenci se tedy kritické otáčky vyskytují pro řádk=5.5 až 12. Pro druhou vlastní frekvenci se kritické otáčky vyskytují pouze pro řádk=12. Z těchto označených kritických otáček však všechny nejsou nebezpečné pro pevnost klikové hřídele, neboť velikost torzních výchylek v rezonanci závisí na velikosti harmonických složek a na vydatnosti rezonance, jak uvedu v kapitole 5.4.

5.4. Vydatnost rezonancí

Torzní kmity klikových hřídelí dosahují velkých hodnot v rezonanci. Rezonancí označujeme stav, kdy frekvence vlastního kmitání hřídele souhlasí s frekvencí vynuceného kmitání a nakroucení hřídele je teoreticky nekonečné (zanedbáme-li tlumení). Jestliže se v provozu vyskytne rezonance a příslušné kritické otáčky v provozním spektru otáček motoru,

dochází k chvění a vyzářování hluku celého motoru a tím i k ovlivňování např. časování ventilů. Tento negativní jev způsobuje nepravidelný chod motoru.

Při rezonančním kmitání je tvar výkmitové čáry přibližně stejný jako při vlastním torzním kmitání. Jednou z možností výpočtu vydatnosti rezonancí je grafický výpočet. V dnešní době vyspělé výpočetní techniky však není třeba používat tuto zdlouhavou a ne moc přesnou metodu (snad jen pro kontrolu), ale použít maticového počtu a příslušného software. Před samotným výpočtem si je třeba ujasnit pořadí vznětů válců motoru, neboť harmonické momenty působící na jednotlivých zalomení klikové hřídele mají sice stejnou velikost, avšak různou fází podle vznětů. U tohoto motoru je zvoleno pořadí vznětů: 1-5-3-6-2-4. Rozstup vznětů mezi jednotlivými válci je tedy 120°. Pro jasnou představu a dokreslení situace je *obr. 10*.



Obr. 10 Schéma pořadí vznětů jednotlivých válců motoru

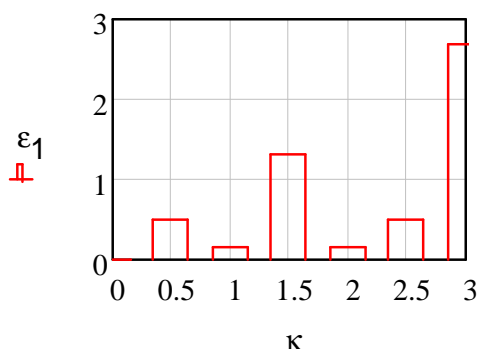
Vydatnost rezonance se v tomto případě vypočte podle vzorce [4]:

$$\varepsilon_k = \sqrt{(a_i \cdot \cos(\kappa \cdot \delta_i) + (a_i \cdot \sin(\kappa \cdot \delta_i))} \quad [-] \quad (26).$$

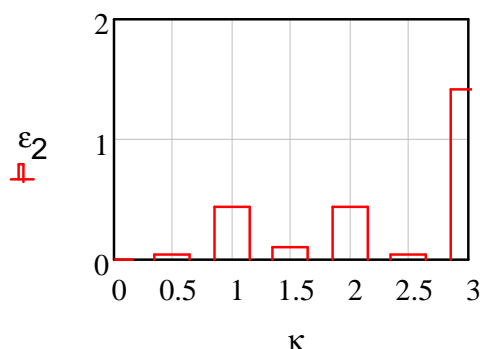
Tab. 7 Vydatnost rezonance pro jednotlivé řády harmonických složek κ

κ	$\varepsilon_1 [-]$	$\varepsilon_2 [-]$
0.5, 3.5, 6.5, 9.5	0.488	0.03
1, 4, 7, 10	0.14	0.418
1.5, 4.5, 7.5, 10.5	1.312	0.091
2, 5, 8, 11	0.14	0.418
2.5, 5.5, 8.5, 11.5	0.488	0.03
3, 6, 9, 12	2.675	1.414

Obr. 11a graficky znázorňuje vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci a podobně *obr. 11b* pro druhou vlastní frekvenci.



Obr. 11a Vydatnost rezonance
pro první vlastní frekvenci



Obr. 11b Vydatnost rezonance
pro druhou vlastní frekvenci

Jak uvádí literatura [4], největší vydatnost rezonancí přísluší obvykle hlavním řádům (24), což v mém případě je $\kappa_H=3, 6, 9, 12$ a výsledky mých výpočtů to jen potvrzují. V tomto případě působí harmonické složky jednotlivých válců současně a vydatnost rezonance je dána algebraickým součtem poměrných výchylek (26).

5.5. Torzní výchylky v rezonanci

Velikost torzních výchylek v rezonanci je dána velikostí tlumících odporů ξ . Jsou-li tlumící odpory malé, může se předpokládat, že tvar vynuceného kmitání v rezonanci je přibližně stejný jako tvar vlastního kmitání [4]. Při tom uvažuji, že je tlumeno jen kmitání hmot klikové hřídele, nikoli setrvačnicku nebo jakýchkoliv dalších hmot. Pak amplitudu volného konce klikové hřídele můžu vypočítat [4]:

$$\phi = \frac{Mk \cdot \varepsilon}{\xi \cdot \Omega \cdot \sum_{i=1}^z a_i^2} \text{ [rad]} \quad (27).$$

Pro lepší představu velikostí torzních výchylek v rezonanci výchylky přepočtu na $[\circ]$ dle vztahu:

$$\phi = \frac{360 \cdot \phi \text{ [rad]}}{2 \cdot \pi} \text{ [}\circ\text{]} \quad (28).$$

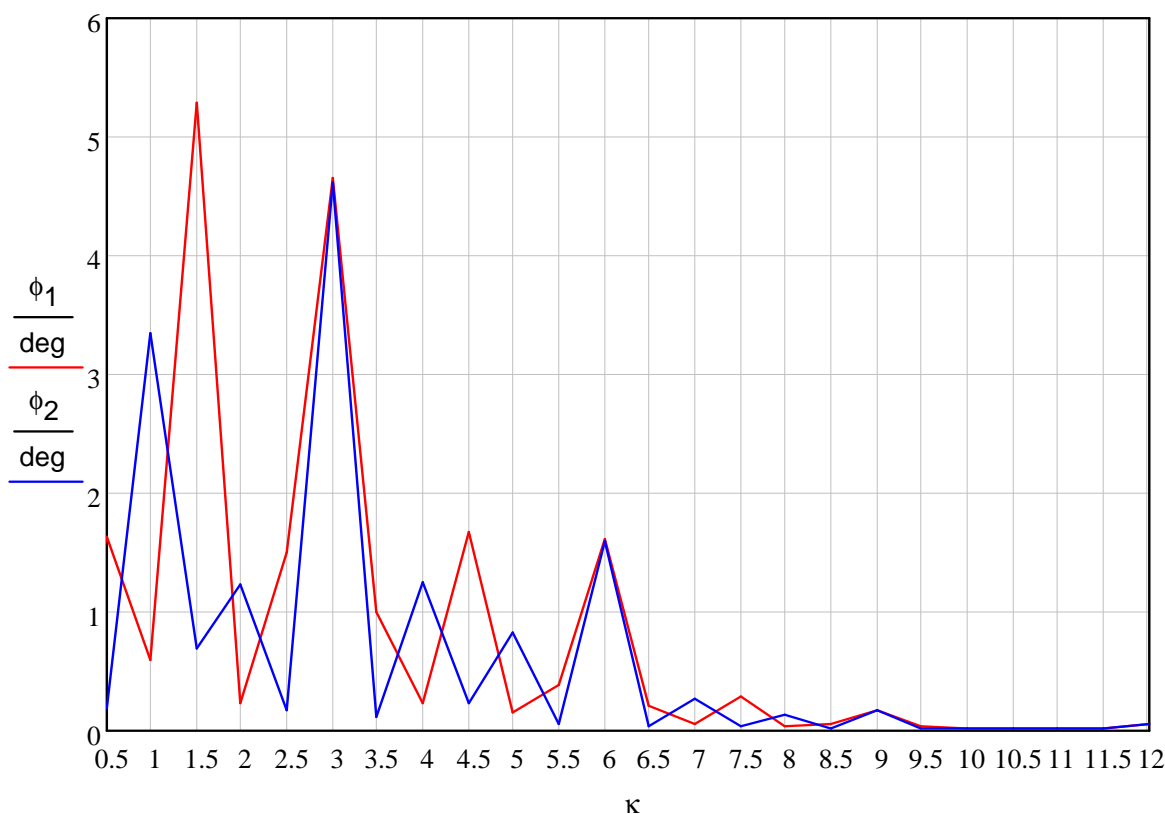
Vypočtené amplitudy torzních výchylek volného konce klikové hřídele při první a druhé vlastní frekvenci je znázorněn v *tab. 8* a graficky na *obr. 12*.

Tab. 8 Amplitudy torzních výchylek v rezonanci pro první a druhou vlastní frekvenci

κ [-]	Φ_1 [°]	Φ_2 [°]
0,5	1.61623	0.1834
1	0.59359	3.32964
1,5	5.28719	0.68747
2	0.21776	1.22148
2,5	1.48246	0.16822
3	4.63969	4.60387
3,5	0.99848	0.1133
4	0.2197	1.23235
4,5	1.66496	0.21649
5	0.14674	0.82311
5,5	0.38177	0.04332
6	1.59983	1.58747
6,5	0.21111	0.02396
7	0.04536	0.25444
7,5	0.28772	0.03741
8	0.02144	0.12026
8,5	0.05326	0.00604
9	0.16912	0.16781
9,5	0.01933	0.00219
10	0.00205	0.01151
10,5	0.01079	0.0014
11	0.00148	0.00829
11,5	0.0145	0.00165
12	0.05734	0.05689

Největší amplitudu volného konce klikové hřídele pro první vlastní frekvenci má řád harmonické složky $\kappa=1.5$, avšak provozním otáčkám přísluší řády v rozmezí $\kappa=5.5$ až 12 (hodnoty označeny červeně), kde největší amplitudu kmitu má $\kappa=6$, při které dosahuje amplituda hodnoty 1.59° . Při pevnostní kontrole klikové hřídele (kapitola 5.6.) budu tedy počítat právě s touto maximální amplitudou.

Pro druhou vlastní frekvenci má největší amplitudu volný konec klikové hřídele při řádu harmonické $\kappa=3$. Provozním otáčkám zde nepřísluší žádný z dvanácti řádů harmonických složek. Jelikož dvanáctému řádu (označen červeně) přísluší kritické otáčky 2602 1/min (maximální otáčky jsou 2400 1/min), provedu pevnostní kontrolu právě pro tento řád, kde amplituda kmitu dosahuje hodnoty 0.057° a tímto krokem zajistím jakousi míru bezpečnosti, i když hodnota výchylky je zde minimální.



Obr. 12 Grafické znázornění amplitud torzních výchylek v rezonanci pro první vlastní frekvenci (červená křivka) a druhou vlastní frekvenci (modrá křivka)

5.6. Namáhání klikové hřídele torzními kmity

Torzní vibrace namáhají klikovou hřídel střídavě v krutu. Největší krutové napětí je v místě největšího poměrného nakroucení hřídele. Poměrné nakroucení je dáno tečnou k výkmitové čáře $\Delta a_{i,i+1}$ a je největší v okolí vibračního uzlu. Poměrné nakroucení se vypočte [4]:

$$\Delta a_{i,i+1} = a_i - a_{i+1} \quad [-] \quad (29).$$

Jak je patrné z obr. 5, při první vlastní frekvenci kmitání soustavy se jedná o kmitání jednouzlové, má tedy jeden vibrační uzel, a proto je největší poměrné nakroucení právě mezi poměrnými výchylkami $a_6 - a_7$. Přesněji tento uzel se nachází mezi posledním zalomením klikové hřídele a setrvačником motoru a jeho hodnota je $\Delta a = 0.187$. Obdobně je na obr. 6 znázorněn průběh výkmitové čáry poměrných amplitud pro druhou vlastní frekvenci. Z obr. 6 je zřejmé, že se jedná o dvouuzlové kmitání (dva vibrační uzly) a je třeba v dalších výpočtech počítat s vyšší hodnotou z rozdílů těchto dvou poměrných amplitud. Při praktickém porovnání poměrných výchylek $a_0 - a_1$ proti $a_6 - a_7$ vychází vyšší hodnota pro prvně zmiňovanou, což znamená hodnotu $\Delta a_2 = 1.083$. Nachází se mezi řemenicí a prvním zalomením klikové hřídele.

Nyní znám velikost torzní výchylky volného konce klikové hřídele, výkmitovou čáru určenou poměrnými výchylkami a_i a torzní tuhost soustavy $c_{i,i+1}$. Není tedy problém dále vypočítat střídavý kroutící moment do úseku $i,i+1$ náhradní soustavy rezonančním torzním kmitáním [4]:

$$M_{t_{i,i+1}} = \phi \cdot \Delta a_{i,i+1} \cdot c_{i,i+1} \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (30).$$

Posledním krokem je vypočítat přídatné krutové napětí v ojnicím čepu, vyvolané torzním kmitáním, dle vztahu [4]:

$$\tau_k = \frac{M_t}{W_k} \quad [\text{Pa}] \quad (31),$$

kde W_k značí modul průřezu ojnicího čepu v krutu a vypočte se dle vztahu:

$$W_k = \frac{\pi \cdot D_c^3}{16} \quad [\text{m}^3] \quad (32),$$

kde D_c představuje průměr ojnicího čepu klikové hřídele.

Vypočtené maximální přídatné torzní napětí pro první dvě vlastní frekvence je uvedeno v *tab. 9*. Jak uvádí literatura [4] je povoleno maximální torzní napětí 40 MPa. Z vypočtených hodnot je zřejmé, že torzní napětí při první vlastní frekvenci přesahuje dovolenou mez a klikový hřídel tedy nevyhovuje z hlediska namáhání torzními kmity. Při druhé vlastní frekvenci je vypočtené torzní namáhání pod stanovenou limitní hodnotou 40 MPa.

Tab. 9 Maximální torzní přídatné napětí

Přídatné torzní napětí τ	Při 1. vlastní frekvenci	Při 2. vlastní frekvenci
τ [MPa]	149	5

V dalších částech této práce se tedy budu zabývat návrhem silikonového tlumiče, který bude mít za úkol snížit torzní výchylky a tím docílit snížení přídatného torzního namáhání klikové hřídele pod doporučenou mez 40 MPa. Použití tlumiče torzních kmitů není jedinou možností pro snížení torzních výchylek v provozních otáčkách motoru. Nabízejí se také jiné možnosti, např. zvětšení tuhosti klikové hřídele a tím dosažení vyšší nebo nižší frekvence vlastního kmitání. Jelikož ale tato oblast není stěžejní pro mou práci, nebudu se jí dále zabývat.

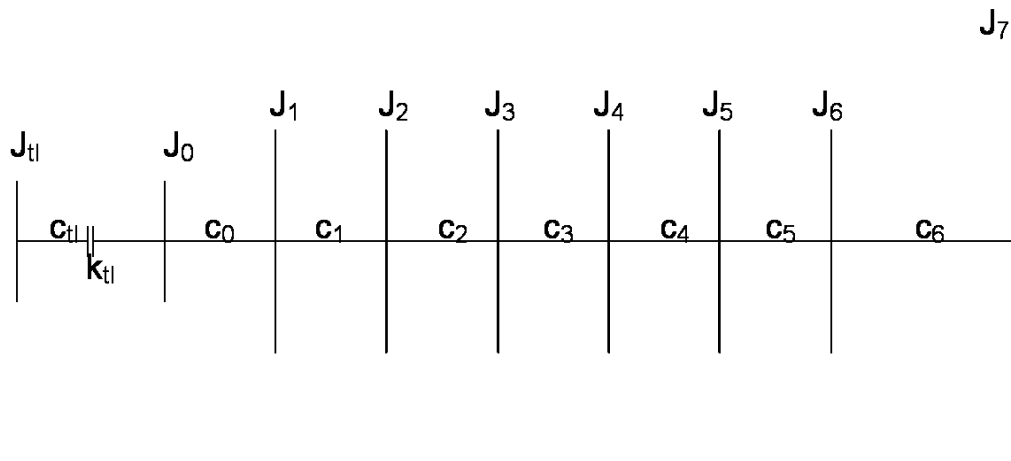
6. Návrh základních parametrů dynamického silikonového tlumiče

Při návrhu základních parametrů dynamického tlumiče torzních kmitů jsem postupoval odlišně oproti klasickému postupu. Klasický postup by byl vypočítat základní parametry silikonového tlumiče torzních kmitů, následně vybrat nejbližší vhodný typ z katalogu výrobce a provést přepočítání s přesnými hodnotami pro daný tlumič. Protože se jedná o první pokus použít takový typ tlumiče na daném typu motoru a po konzultaci s vedoucím diplomové práce jsme se rozhodli provést výpočet pro silikonový tlumič, který by mohl být vhodný pro daný motor a je k dispozici jeho výkresová dokumentace.

Na *obr. 1c*) je zobrazeno principiální provedení takového tlumiče. Je tvořen primární hmotou - skříní+krytem tlumiče, která má svůj moment setrvačnosti $J_{sk}=0.038 \text{ kgm}^2$ a sekundární hmotou - unášечem, který tvoří těžký prsteneц s momentem setrvačnosti $J_{tl}=0.084 \text{ kgm}^2$. Po uzavření skříně víkem vznikne mezi skříní a prstencem a mezi víkem a prstencem v čelním i radiálním směru mezera několik desetin milimetru. Tato mezera je vyplněna silikonovým olejem o viskozitě 60-600 mm²/s. Víko se ke skříní tlumiče připevňuje zaválcováním, přivařením nebo přilepením epoxidovou pryskyřicí. Aby nedocházelo za provozu k zadírání prstence se skříní tlumiče, musí být vhodně voleny materiály jednotlivých částí tlumiče, jejich povrchová úprava a vedení pohybujících se částí vůči sobě. To znamená, že vnitřní plochy skříně a víka je nutno jemně obrábět - brousit. Vedení prstence je na vnitřním obvodu zajištěno pomocí nalisovaných bronzových pouzder. Ve volbě materiálů se jako zcela nevhodné jeví kombinace ocelový prsteneц + ocelová skřín, popř. litinový prsteneц + litinová skřín, neboť při velké smykové rychlosti a výše použitých materiálů ztrácí silikonový olej svou mazací schopnost. Skřín tlumiče bude pevně spojena s volným koncem klikové hřídele, přesněji s řemenicí motoru. Další základní parametry silikonového tlumiče budou uvedeny později na základně dalších výsledků výpočtů. V příloze 2. Výpočet torzního kmitání se silikonovým tlumičem je proveden kompletní výpočet kmitání dynamického modelu po jednotlivých krocích.

6.1. Sestavení dynamického modelu torzního systému se silikonovým tlumičem torzních kmitů

Oproti dynamickému modelu torzního systému bez tlumiče torzních kmitů je model s tlumičem (*obr. 13*) opatřen přídatnou činnou hmotou - prstencem tlumiče, s momentem setrvačnosti J_{tl} . Vazba mezi J_{tl} a J_0 je pouze tlumící kapalinou (silikonovým olejem) se součinitelem tlumení k_{tl} .



Obr. 13 Dynamický model šestiválcového vznětového motoru se silikonovým tlumičem torzních kmitů

7. Vlastní torzní kmitání se silikonovým tlumičem

Při výpočtu torzního systému s tlumičem je třeba podotknout, že skříň tlumiče bude pevně spojena s volným koncem klikové hřídele, přesněji s řemenicí motoru. Tímto umístěním tlumiče vzroste moment setrvačnosti kotouče J_0 , který se vypočte [4]:

$$J_0 = J_{rem} + J_{sk} + \frac{1}{2} \cdot J_{tl} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2 \text{]} \quad (33).$$

Vlastní torzní kmity se vypočtou z rovnice (11) obdobně jako v kapitole 4. a dále pak úhlová rychlost vlastního kmitání.

7.1. Frekvence vlastního kmitání se silikonovým tlumičem

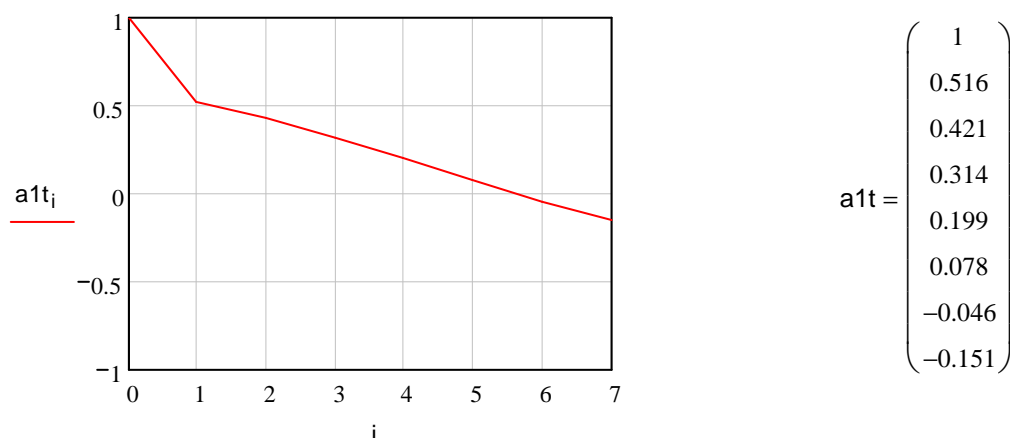
Z úhlové rychlosti vlastního kmitání vypočtu frekvenci vlastního kmitání podle vztahu (19). V *tab. 10* jsou zobrazeny první dvě frekvence vlastního kmitání.

Tab. 10 Frekvence vlastního kmitání dynamického systému s tlumičem

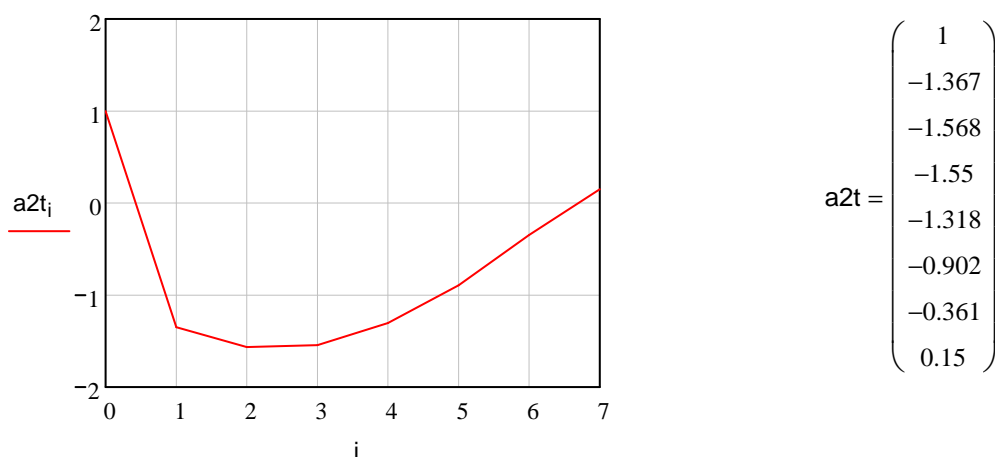
Pořadí vlastní frekvence Ω (N)	Frekvence vlastního kmitání [rad/s] [1/s]
Ω_1 (N ₁)	1099 (175)
Ω_2 (N ₂)	2429 (387)

7.2. Vlastní tvary torzního kmitání s tlumičem

Dle vztahu (20) určím poměrné amplitudy kmitání soustavy s tlumičem. Z důvodů uvedených v kapitole 4.2. opět volím $a_1=1$. Průběh prvního vlastního tvaru kmitání dynamického modelu šestiválcového motoru je zobrazen na *obr. 14*. Jak je z obrázku patrné, jedná se opět o vlastní kmitání jednouzlové, neboť průběh výkmitové čáry protíná x-ovou osu jen jednou a to mezi předposledním (pátým) a posledním (šestým) zalomením. Na *obr. 15* je znázorněn průběh druhého vlastního tvaru kmitání dynamického systému. Z tohoto průběhu je zřejmé, že se jedná o kmitání dvouzlové, neboť výkmitová čára přechází z kladných hodnot do záporných v celém průběhu dvakrát. Nejprve mezi řemenicí a prvním zalomením, podruhé mezi posledním zalomením a setrvačnickem motoru.



Obr. 14 Průběh prvního vlastního tvaru při první vlastní frekvenci 1099 rad/s



Obr. 15 Průběh druhého vlastního tvaru při druhé vlastní frekvenci 2429 rad/s

7.3. Kritické otáčky motoru s tlumičem

Dle vztahu (25) jsem vypočetl kritické otáčky motoru pro prvních dvanáct řádů harmonické složky κ . Vypočtené hodnoty jsou zobrazeny v tab. 11. Kritické otáčky vyskytující se v provozním režimu jsem zvýraznil červeně. Porovnáním kritických otáček motoru bez a s tlumičem došlo u motoru s tlumičem (přidána setrvačná hmota na volný konec klikové hřídele) k tomu, že pro první vlastní frekvenci se kritické otáčky vyskytují pro řády $\kappa=4$ až 12. Pro druhou vlastní frekvenci se kritické otáčky vyskytují pro řády $\kappa=9$ až 12.

Tab. 11 Kritické otáčky motoru s tlumičem

κ [-]	n_{krt1} [1/min]	n_{krt2} [1/min]
0,5	20983	46382
1	10491	23191
1,5	6994	15461
2	5246	11595
2,5	4197	9276
3	3497	7730
3,5	2998	6626
4	2623	5798
4,5	2331	5154
5	2098	4638
5,5	1908	4217
6	1749	3865
6,5	1614	3568
7	1499	3313
7,5	1399	3092
8	1311	2899
8,5	1234	2728
9	1166	2577
9,5	1104	2441
10	1049	2319
10,5	999	2209
11	954	2108
11,5	912	2017
12	874	1933

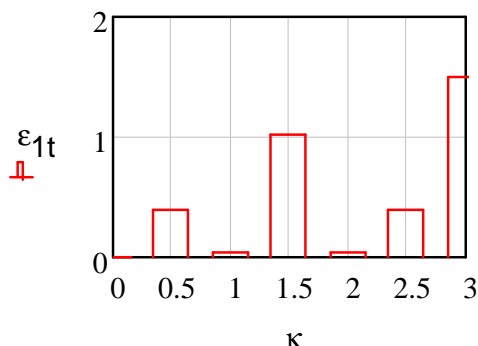
7.4. Vydátnost rezonance

Dle vztahu (26) vypočtu vydátnost rezonance pro jednotlivé řady harmonických složek κ . Výsledné hodnoty znázorňuje tab. 12.

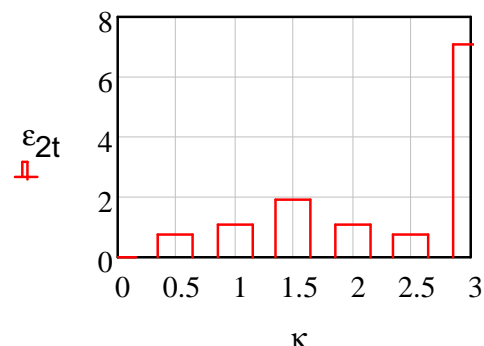
Tab. 12 Vydátnost rezonance pro jednotlivé řady harmonických složek κ

κ	ε_{1t} [-]	ε_{2t} [-]
0,5, 3,5, 6,5, 9,5	0.386	0.671
1, 4, 7, 10	0.038	1.002
1,5, 4,5, 7,5, 10,5	1.002	1.903
2, 5, 8, 11	0.038	1.002
2,5, 5,5, 8,5, 11,5	0.386	0.671
3, 6, 9, 12	1.482	7.066

Obr. 16a graficky znázorňuje vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci a podobně také obr. 16b vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci. Opět se potvrzuje to, že pro hlavní řady harmonické složky ($\kappa=3, 6, 9, 12$) jsou vydatnosti rezonance největší.



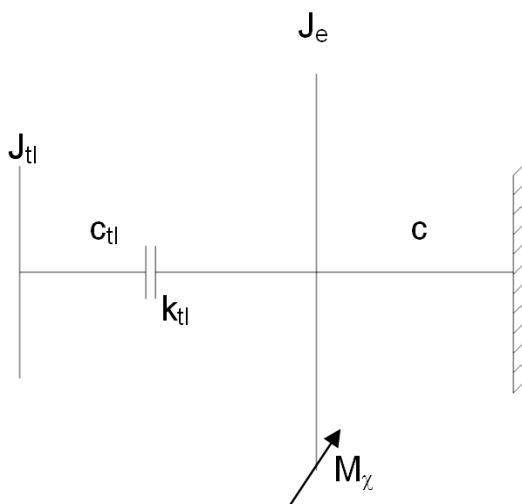
Obr. 16a Vydatnost rezonance
pro první vlastní frekvenci



Obr. 16b Vydatnost rezonance
pro druhou vlastní frekvenci

7.5. Zjednodušení dynamického modelu torzního systému se silikonovým tlumičem torzních kmitů

U vícehmoté soustavy s n hmotami naftového motoru lze pro výpočet silikonového tlumiče použít následující vztahy, pokud nahradíme soustavu na obr. 13, soustavou jednohmotou [4]. Pro další postup praktického výpočtu tedy převedu dynamickou soustavu, zobrazenou na obr. 13, na jednodušší torzní soustavu motoru s velkým setrvačnickem (obr. 17) a s ní budu dále počítat. V této soustavě značí J_{tl} moment setrvačnosti prstence tlumiče (činná hmota), J_{ef} moment setrvačnosti částí klikového ústrojí včetně skříně tlumiče, na něž působí periodicky proměnný kroutící moment M_χ . Vazba mezi J_{tl} a J_{ef} je pouze tlumící kapalinou (silikonovým olejem) se součinitelem tlumení k_{tl} .



Obr. 17 Jednoduchá torzní soustava se silikonovým tlumičem torzních kmitů

Pro výpočet hodnoty momentu setrvačnosti J_e jednohmoté soustavy použijí vzorce [4]:

$$J_e = \sum_{i=1}^n J_i \cdot a_{it}^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2] \quad (34).$$

Poměrná velikost setrvačnicku tlumiče se volí v rozmezí 0.2 - 0.4 a vypočte se dle vztahu [4]:

$$\mu_{tl} = \frac{J_{tl}}{J_e} \quad [-] \quad (35).$$

Výpočtem ladění tlumiče w (36) budu následně schopen vypočítat vlastní frekvenci tlumiče Ω_{tl} (37), tuhost tlumiče c_{tl} (38), poměrný útlum tlumiče γ (39) a součinitel tlumení tlumiče k_{tl} (40) dle vztahů [4]:

$$w = \frac{1}{1 + \mu_{tl}} \quad [-] \quad (36),$$

$$\Omega_{tl} = w \cdot \Omega_1 \quad [-] \quad (37),$$

$$c_{tl} = J_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2 \quad [-] \quad (38),$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 + \mu_{tl}) \cdot (2 + \mu_{tl})}} \quad [-] \quad (39),$$

$$k_{tl} = 2 \cdot J_{tl} \cdot \Omega_1 \cdot \gamma \quad [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}] \quad (40).$$

Tab. 13 obsahuje informace doplňující kapitolu 7. Navržené základní parametry silikonového tlumiče jsou zde doplněny o další vypočtené parametry.

Tab. 13 Parametry navrženého silikonového tlumiče

J_{sk} [kgm^2]	0.038
J_{tl} [kgm^2]	0.084
μ_{tl} [-]	0.437
w [-]	0.696
Ω_{tl} [-]	764.5
c_{tl} [-]	49091
γ [-]	0.378
k_{tl} [Nms/rad]	69.7
ν [m^2s^{-1}]	0.6

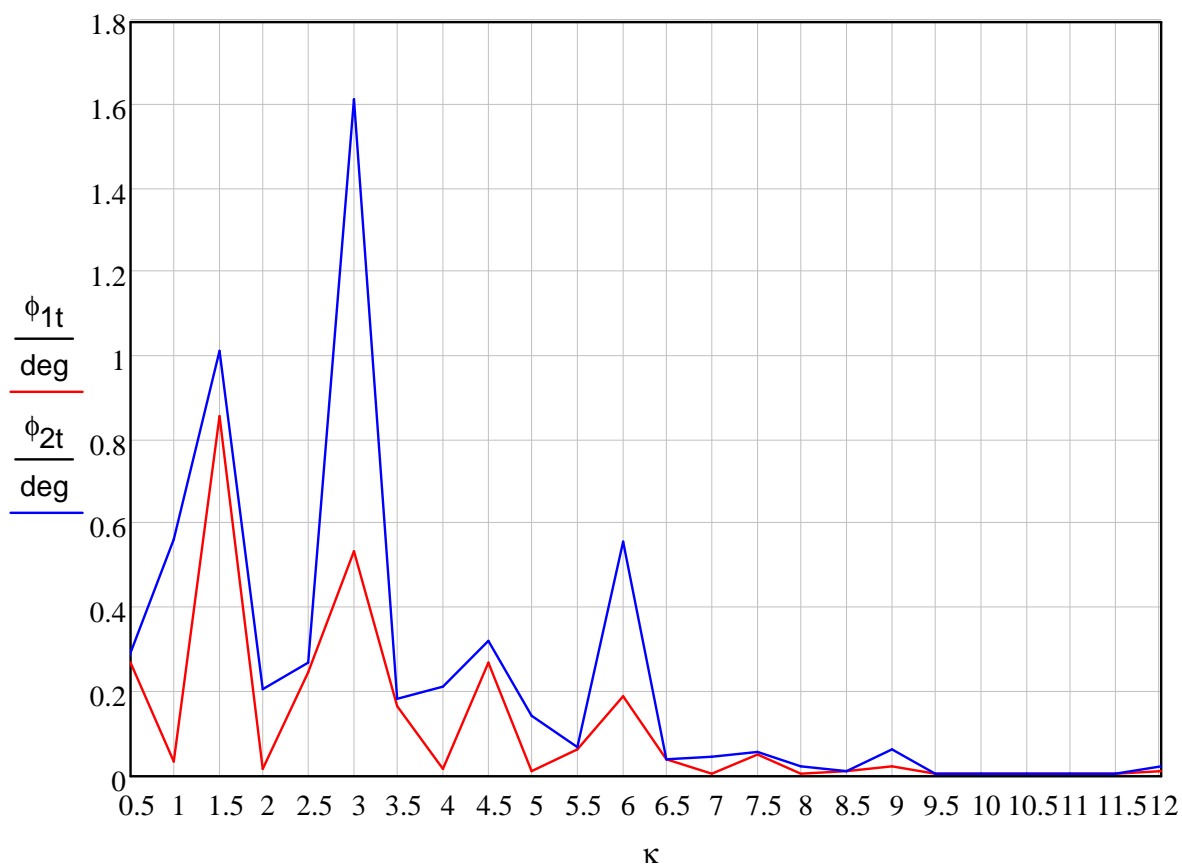
7.6. Torzní výchylky v rezonanci

Obdobně jako v kapitole 5.5. vypočtu podle vzorců (41, 28) torzní výchylky volného konce klikové hřídele při první a druhé vlastní frekvenci. Vypočtené amplitudy torzních výchylek volného konce klikové hřídele při první a druhé vlastní frekvenci je znázorněn v *tab. 14* a graficky na *obr. 18*.

$$\phi_t = \frac{Mk \cdot \varepsilon_t}{\Omega_{tl} \cdot \left[\xi \cdot \sum_{i=1}^z a_i^2 + \frac{k_{tl}}{1 + \left(\frac{k_{tl}}{J_{tl} \cdot \Omega_{tl}} \right)^2} \right]} \quad [\text{rad}] \quad (41).$$

Tab. 14 Amplitudy torzních výchylek v rezonanci pro první a druhou vlastní frekvenci při použití tlumiče

κ [-]	Φ_1 [°]	Φ_2 [°]
0,5	0.26665	0.2928
1	0.03387	0.56111
1,5	0.85774	1.01102
2	0.01243	0.20585
2,5	0.24458	0.26855
3	0.53601	1.61484
3,5	0.1647	0.18085
4	0.01254	0.20771
4,5	0.27007	0.31833
5	0.00837	0.13871
5,5	0.06299	0.06916
6	0.18482	0.5568
6,5	0.03484	0.03825
7	0.00259	0.04288
7,5	0.04669	0.05503
8	0.00122	0.02027
8,5	0.00879	0.00965
9	0.01954	0.05887
9,5	0.00319	0.0035
10	0.00012	0.00194
10,5	0.00175	0.00206
11	0.00008	0.0014
11,5	0.00239	0.00263
12	0.00662	0.01996



Obr. 18 Grafické znázornění amplitud torzních výchylek v rezonanci pro první vlastní frekvenci (červená křivka) a druhou vlastní frekvenci (modrá křivka)

Největší amplitudu volného konce klikové hřídele pro první vlastní frekvenci při použití tlumiče má řád harmonické složky $\kappa=1.5$, avšak provozním otáčkám přísluší řády v rozmezí $\kappa=4$ až 12 (hodnoty v tab. 14 označeny červeně), kde největší amplitudu kmitu má $\kappa=4.5$, při které dosahuje amplituda hodnoty 0.27° . Při pevnostní kontrole klikové hřídele (kapitola 7.7.) budu tedy počítat s touto maximální amplitudou.

Pro druhou vlastní frekvenci má největší amplitudu volný konec klikové hřídele při řádu harmonické $\kappa=3$. Provozním otáčkám zde přísluší řády v rozmezí $\kappa=9$ až 12 (hodnoty v tab. 14 označeny červeně), kde největší amplitudu kmitu má $\kappa=9$, při které dosahuje amplituda hodnoty 0.06° . Při pevnostní kontrole klikové hřídele (kapitola 7.7.) budu tedy počítat s touto maximální amplitudou.

7.7. Namáhání klikové hřídele torzními kmity

Před vlastním výpočtem namáhání klikové hřídele torzními kmity nejprve dle vztahu (29) vypočtu poměrné nakroucení klikové hřídele. Pro průběh výkmitové čáry pro první vlastní frekvenci (*obr. 14*) je zřejmé, že se jedná o jednouzlové kmitání a největší poměrné nakroucení je mezi poměrnými výchylkami $a_5 - a_6$. Uzel se tedy nachází mezi předposledním a posledním zalomením klikové hřídele a jeho hodnota je $\Delta a_{1t}=0.123$.

Obdobně *obr. 15* znázorňuje průběh výkmitové čáry poměrných amplitud pro druhou vlastní frekvenci. Z obrázku je zřejmé, že se jedná o dvouuzlové kmitání (dva vibrační uzly) a je třeba v dalších výpočtech počítat s vyšší hodnotou z rozdílů těchto dvou poměrných amplitud. Při praktickém porovnání poměrných výchylek $a_0 - a_1$ proti $a_6 - a_7$ vychází vyšší hodnota pro prvotně zmiňovanou, což znamená hodnotu $\Delta a_{2t}=2.367$. Nachází se mezi řemenicí a prvním zalomením klikové hřídele.

Dle vztahu (30) vypočtu střídavý kroutící moment. Dále vypočtu přídatné krutové napětí v ojnicního čepu, vyvolané torzním kmitáním, dle vztahu (31).

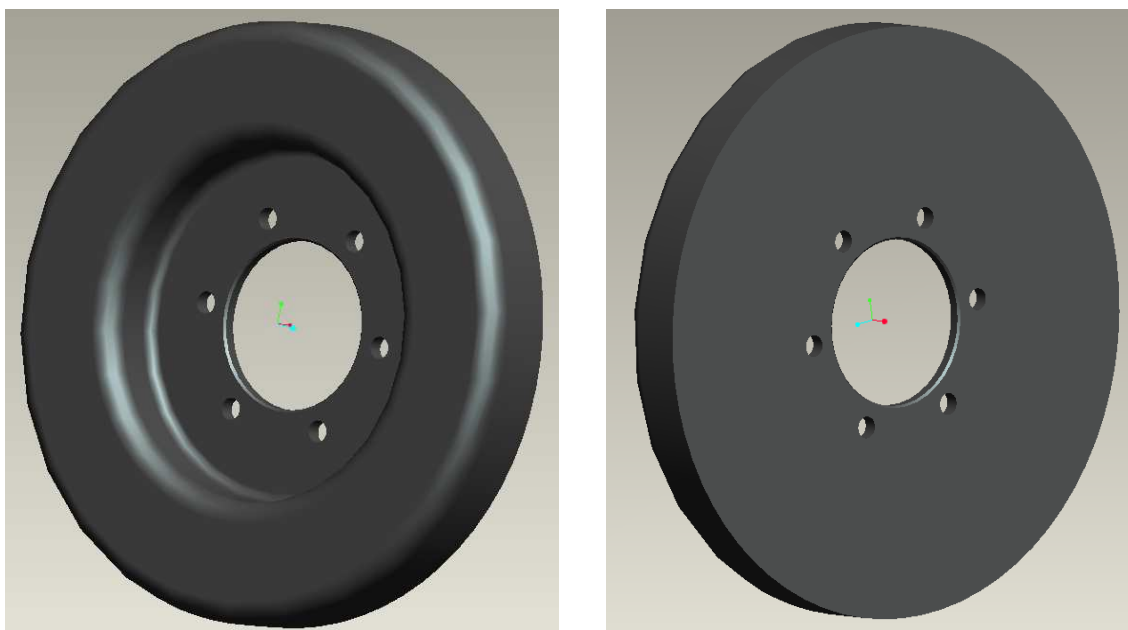
Vypočtené maximální přídatné torzní napětí při použití silikonového tlumiče torzních kmitů pro první dvě vlastní frekvence je uvedeno v *tab. 15*. Jak uvádí literatura [4], je povoleno maximální torzní napětí 40 MPa. Z *tab. 15* je tedy zřejmé, že torzní napětí s použitým silikonovým tlumičem při první i druhé vlastní frekvenci nepřesahuje dovolenou mez a klikový hřídel již tedy vyhovuje z hlediska namáhání torzními kmity.

Tab. 15 Maximální torzní přídatné napětí s použitým silikonového tlumiče

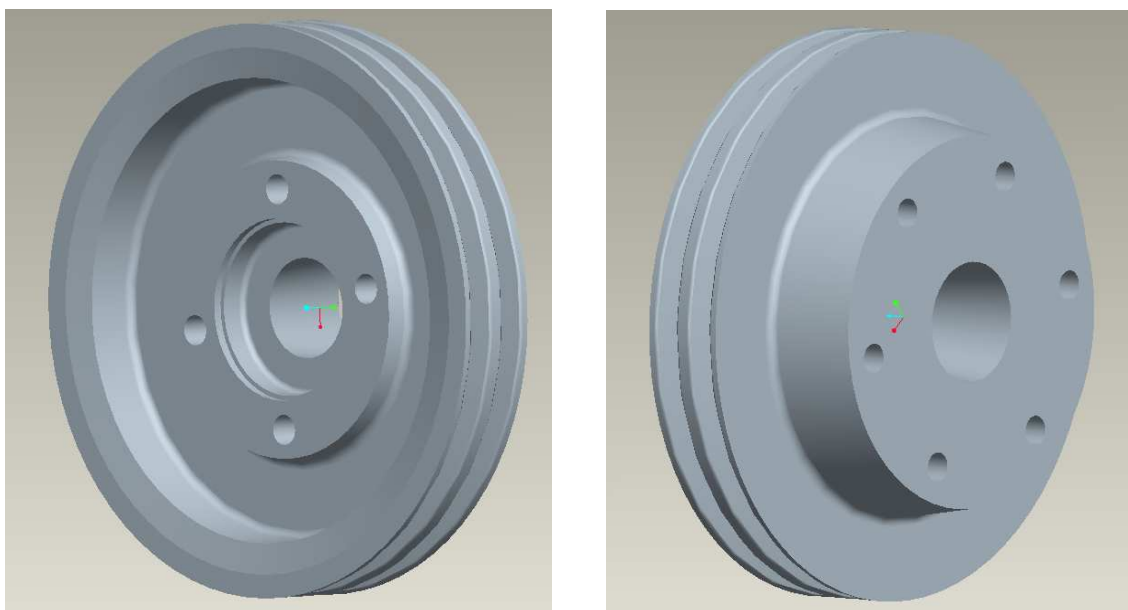
Přídatné torzní napětí τ	Při 1. vlastní frekvenci	Při 2. vlastní frekvenci
τ [MPa]	17	11

8. Návrh konstrukčního provedení silikonového tlumiče

Tlumiče torzních kmitů se umísťují na volný konec klikové hřídele, neboť právě tam dochází k největším torzním výchylkám kmitání. Proto navrhuji umístit silikonový tlumič na řemenici motoru pomocí šroubového spoje. Jelikož je tlumič (*obr. 19*) nakupován a řemenice (*obr. 20*) sériově vyráběná, je třeba udělat několik nezbytných konstrukčních změn, kterými bude docíleno možnosti upevnění silikonového tlumiče pomocí šroubového spoje k upravené řemenici motoru.

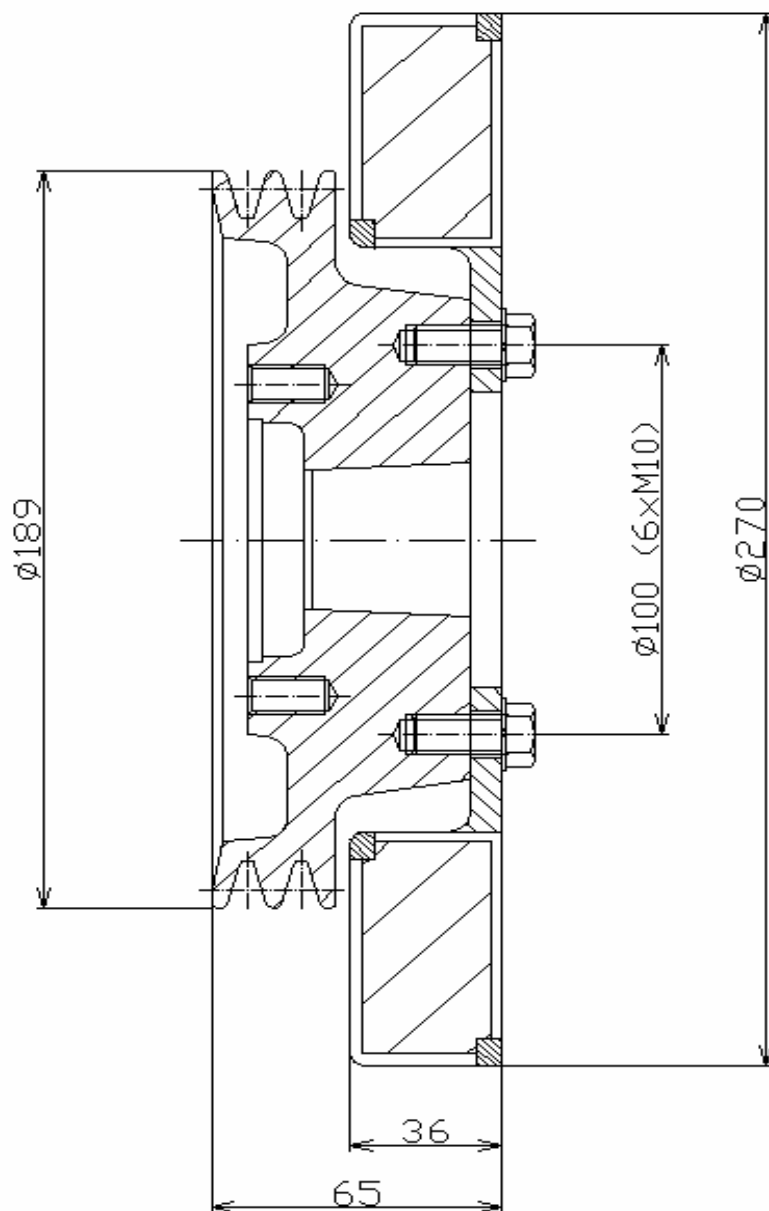


Obr. 19 3D model navrhnutého tlumiče torzních kmitů

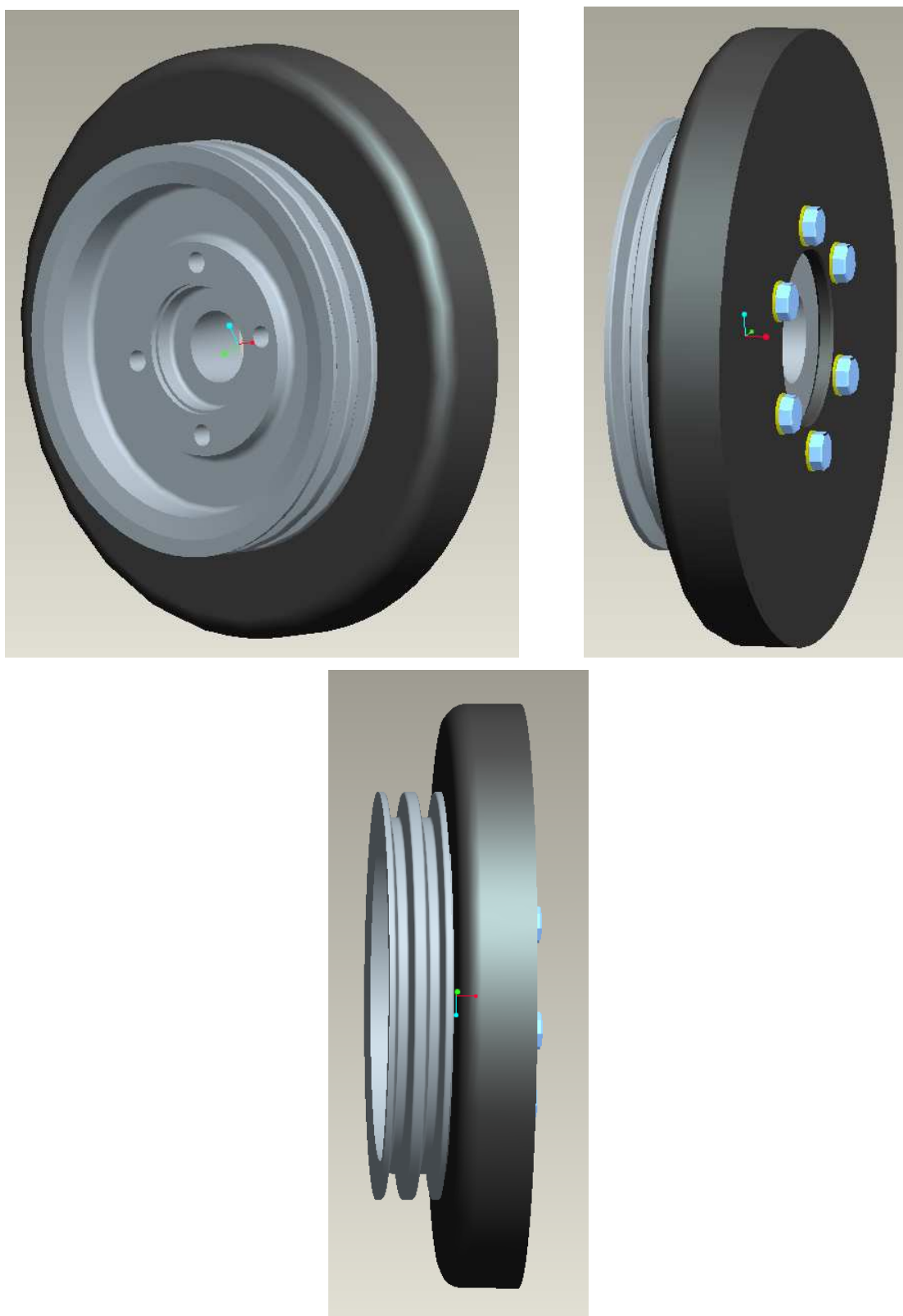


Obr. 20 3D model upravené řemenice motoru

Navrhuji upevnit tlumič torzních kmitů k řemenici (obr. 21, 22) pomocí šesti šroubů M10, délky 20 mm rovnoměrně rozmístěny na průměru 100 mm. Šrouby budou zajištěny proti povolení pérovými podložkami, popřípadě závit šroubů bude lepený speciálním lepidlem na závity. Na řemenici je třeba udělat minimum změn. Jedná se o přidání materiálu v oblasti děr s vnitřním závitem pro šrouby tlumiče. Z druhé strany řemenice nedošlo k žádným změnám a úpravám.



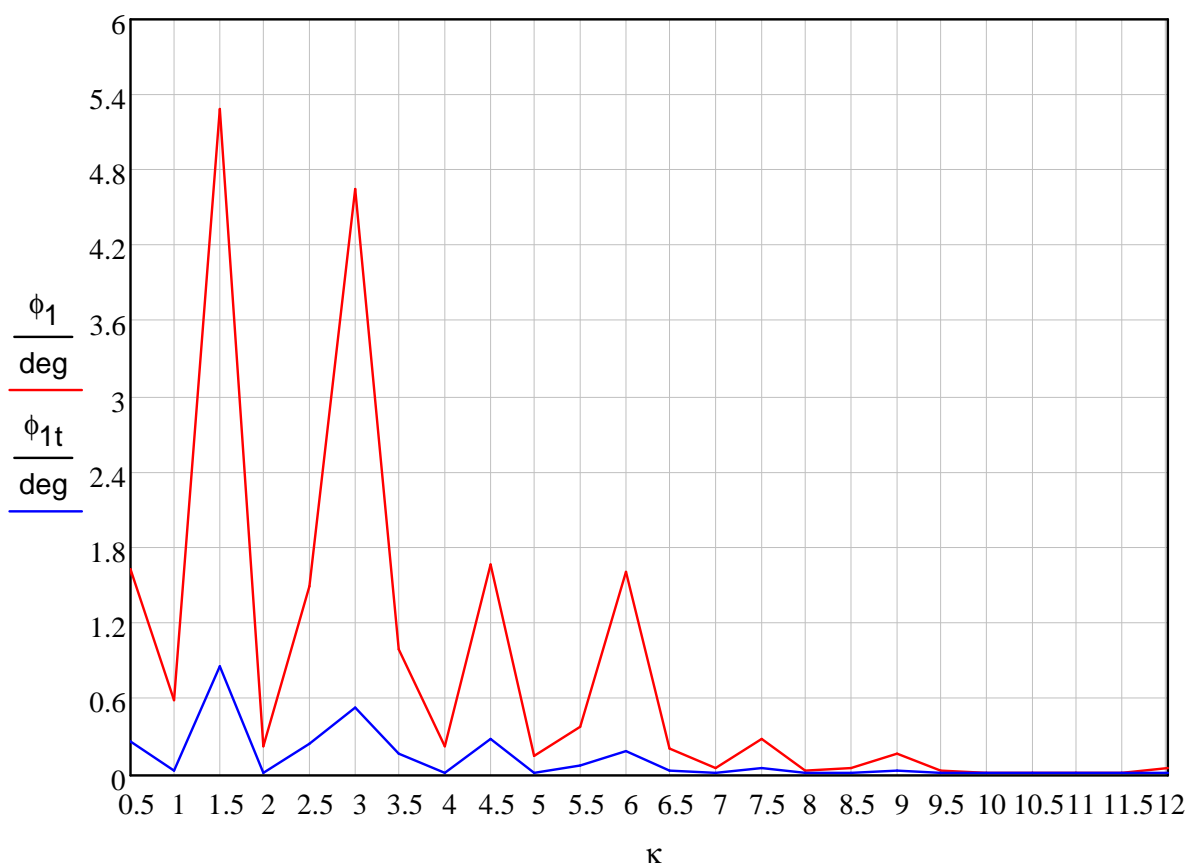
Obr. 21 Navržené upevnění silikonového tlumiče k řemenici motoru



Obr. 22 Navržené upevnění silikonového tlumiče k řemenici motoru

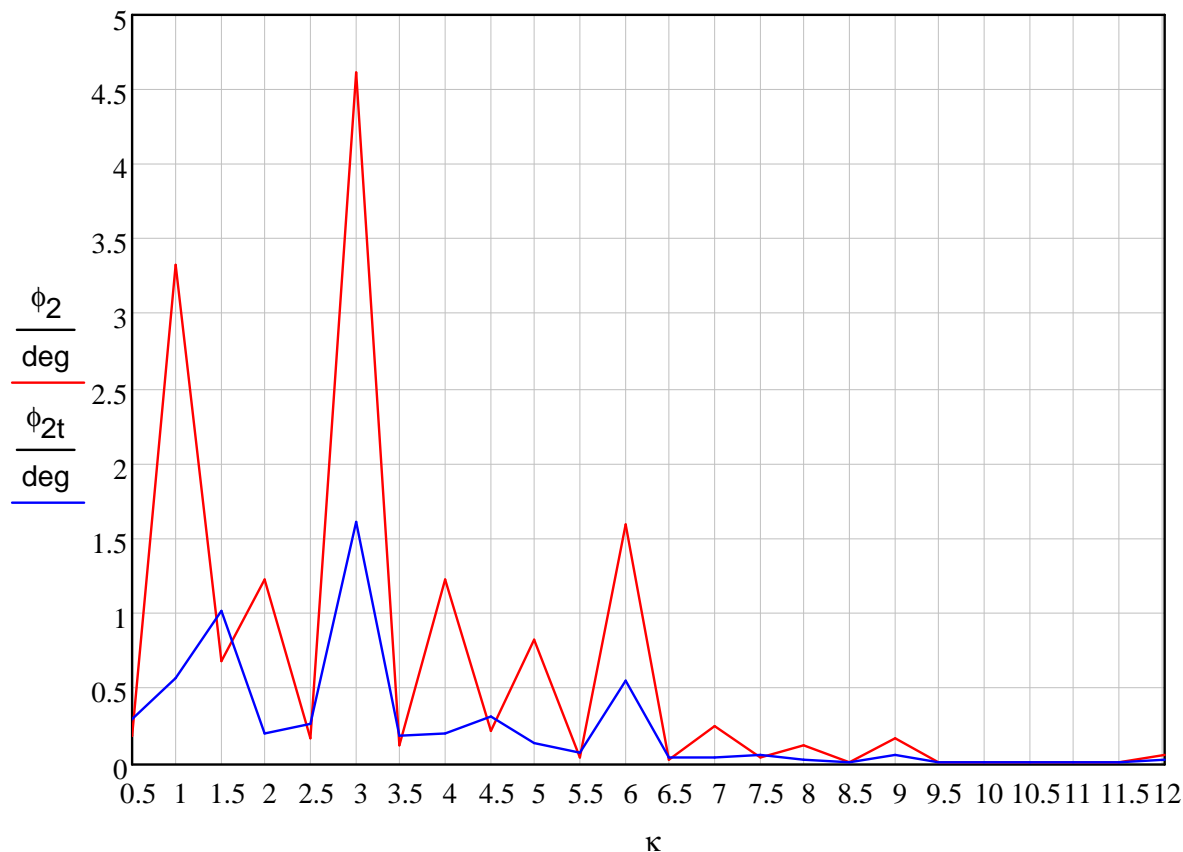
9. Vyhodnocení a porovnání výsledků výpočtů dynamického modelu klikového mechanismu bez tlumiče a se silikonovým tlumičem

Torzní výchylky při první vlastní frekvenci dosahují vyšších hodnot při všech řádech harmonické složky κ oproti stavu, kdy je na řemenici přidán silikonový tlumič (obr. 23). Tlumič prokazatelně splnil požadavky na něj kladené a snížilo se tím přídatné torzní namáhání klikové hřídele.



Obr. 23 Grafické porovnání amplitud torzních výchylek volného konce klikové hřídele v rezonanci pro první vlastní frekvenci bez tlumiče (červená křivka) a s tlumičem (modrá křivka)

Obdobně také torzní výchylky při druhé vlastní frekvenci dosahují vyšších hodnot při všech řádech harmonické složky κ oproti stavu, kdy je na řemenici přidán silikonový tlumič (obr. 24).



Obr. 24 Grafické porovnání amplitud torzních výchylek volného konce klikové hřídele v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci bez tlumiče (červená křivka) a s tlumičem (modrá křivka)

10. Závěr

Ve své diplomové práci jsem provedl výpočet torzního kmitání klikové hřídele zadaného motoru bez tlumiče torzních kmitů. Dynamický model klikového ústrojí jsem sestrojil s důrazem na velkou podobnost vůči reálnému klikovému ústrojí, aby bylo docíleno co nejpřesnějších výsledků kmitání. Pro sestavený dynamický model jsem vypočetl vlastní frekvence soustavy, vlastní tvary torzního kmitání soustavy, průběh kroutícího momentu na jednom zalomení klikové hřídele + fourierovu analýzu kroutícího momentu, kritické otáčky soustavy, vydatnost rezonance a amplitudy torzních kmitů volného konce klikové hřídele, kde největší torzní výchylky v oblasti provozních otáček vykazoval šestý řád harmonické při první vlastní frekvenci a to výchylku 1.6° . Tato hodnota byla velká a následným výpočtem namáhání klikové hřídele torzními kmity jsem zjistil, že kliková hřídel tomuto kritériu nevyhovuje, neboť dovolené torzní namáhání jsem stanovil dle doporučení literatury [4] na $\tau_{\text{dov}}=40$ MPa a vypočtené torzní namáhání vyšlo $\tau=149$ MPa, což je téměř 4x více. Při druhé vlastní frekvenci žádný z dvanácti řádů harmonické složky hodnotu 1.6° nepřekonal.

Z důvodu vysokého překročení maximálního dovoleného torzního namáhání klikové hřídele jsem navrhl použít takový silikonový tlumič torzních kmitů, který by snížil amplitudy torzního kmitání a tím také snížil hodnotu dovoleného torzního namáhání klikové hřídele pod stanovenou mez 40 MPa. K tomu byl zvolen sériově nakupovaný silikonový tlumič, který je pomocí šroubových spojů upevněn na řemenici motoru (volný konec klikové hřídele, kde jsou amplitudy torzních výchylek největší). Přidáním setrvačné hmoty (tlumiče) na volný konec klikové hřídele má za následek to, že první i druhá vlastní frekvence celého dynamického systému se snížila, neboť tuhost dynamické soustavy zůstala nezměněna. Po přepočtu vlastní frekvence soustavy, vlastních tvarů torzního kmitání soustavy, kritických otáček soustavy, vydatnosti rezonance a amplitudy torzních kmitů volného konce klikové hřídele jsem zjistil, že amplitudy torzních kmitů volného konce se rapidně snížily. Největší torzní výchylky v oblasti provozních otáček pak vykazoval 4.5 řád harmonické složky při první vlastní frekvenci. Výchylka zde dosahovala hodnoty 0.27° , což je oproti maximální výchylce soustavy bez tlumiče (1.6°) cca 5x menší hodnota. Následným výpočtem namáhání klikové hřídele torzními kmity jsem zjistil, že kliková hřídel tomuto kritériu vyhovuje, neboť dovolené torzní namáhání je $\tau_{\text{dov}}=40$ MPa a vypočtené torzní namáhání vyšlo $\tau=23$ MPa. Při druhé vlastní frekvenci žádný z dvanácti řádů harmonické složky hodnotu výchylky 0.27° nepřekonal.

Při rozhodnutí společnosti používat k útlumu torzního kmitání této klikové hřídele navrhnutý silikonový tlumič torzních kmitů, by bylo vhodné ověřit správnost těchto dosažených výsledků praktickým měřením torzních kmitů na daném prototypovém motoru. K tomuto měření by bylo možné použít bezkontaktního laserového snímače torzních vibrací B&K Type 2523 nebo bezkontaktního laserového snímače vibrací B&K Type 3544 znázorněných na *obr. 25* (oba ve vlastnictví VUT v Brně), neboť porovnání výsledků výpočtů a měření je stále důležitá část v oblasti analýzy spalovacích motorů.



Obr. 25 Bezkontaktní laserové snímače torzních vibrací B&K Type 3544 a B&K Type 2523

Další z možností kontroly navrženého silikonového tlumiče torzních kmitů by byla možnost použití vhodného Multi-Body Systému (MBS), např. ADAMS Engine. V dnešní době je to nejvíce efektivní cesta k simulaci dynamiky částí motorové jednotky. Virtuální prototyp klikového mechanismu umožňuje řešit kmitání klikové hřídele.

Při návrhu konstrukčního provedení spojení silikonového tlumiče s řemenicí motoru jsem dbal na nutnost vytvářet minimum změn oproti stávajícímu stavu z důvodu ekonomičnosti celého návrhu. Proto jsem učinil minimální změny na řemenici tak, aby na ní vzniklo šest děr s vnitřním závitem M10 a silikonový tlumič mohl být upevněn pomocí šesti šroubů. Na samotném tlumiči tím pádem nebylo třeba žádných zásahů a změn. Touto diplomovou prací jsem ukázal, že na zadaném typu motoru je možno použít silikonový tlumič torzních kmitů, který splní požadovanou funkci, při minimálních úpravách řemenice.

11. Seznam použitých zdrojů

- [1] PÍŠTĚK, V.: Aplikovaná mechanika, VUT v Brně 1983, 148s,
- [2] PÍŠTĚK, V., ŠTĚTINA, J.: Výpočetní metody ve stavbě spalovacích motorů, VUT v Brně 1991, 130 s,
- [3] RAUSCHER, J.: Vozidlové motory – studijní opory, VUT v Brně, 156 s,
- [4] Kolektiv VÚNM a ČKD Praha: Naftové motory čtyřdobé, I. díl, I, vydání, Praha 1962
- [5] KOŽOUŠEK, J.: Výpočet a konstrukce spalovacích motorů II., SNTL, Praha 1983, 483 s,
- [6] PÍŠTĚK, V.: Pevnost a životnost, VUT v Brně 1993, 205 s,

12. Seznam použitých zkratk a symbolů

a	[-]	Vektor amplitud
a_i	[-]	Poměrné amplitudy bez tlumiče
a_{it}	[-]	Poměrné amplitudy s tlumiče
c_0	[Nm/rad]	Torzni tuhost řemenice
c_{1-6}	[Nm/rad]	Torzni tuhost jednotlivých zalomení
c_7	[Nm/rad]	Torzni tuhost setrvačníku
c_{tl}	[Nm/rad]	Torzni tuhost tlumiče
d_p	[m]	Roztečný průměr šroubů setrvačníku
d_s	[m]	Roztečný příruba setrvačníku
d_1	[m]	Průměr hřídele, na které je nasazena řemenice
i	[-]	Imaginární jednotka
j	[-]	Pořadové číslo vzorku
k	[-]	Harmonická složka
k_{tl}	[Nms/rad]	Součinitel tlumení
m_2	[kg]	Redukovaná hmotnost rotačních částí ojnice
n	[-]	Počet vzorků
n_{kr}	[1/min]	Kritické otáčky motoru
r	[m]	Poloměr klikové hřídele
w	[-]	Ladění tlumiče
z	[-]	Počet válců motoru
A	[-]	Čtvercová matice
B	[m]	Průměrná šířka ramene zalomení v bokorysu
C	[Nm/rad]	Matice torzních tuhostí
D_c	[m]	Průměr ojničního čepu
D_j	[m]	Průměr hlavního čepu
D_{red}	[m]	Průměr hlavního čepu
E	[Pa]	Modul pružnosti v tahu
F_t	[N]	Tangenciální síla
F_{o1}	[N]	Ojniční síla
G	[Pa]	Modul pružnosti ve smyku
I_p	[kgm ²]	Polární moment setrvačnosti jednoho zalomení klikové hřídele
I_{pr}	[kgm ²]	Polární moment setrvačnosti řemenice
I_{ps}	[kgm ²]	Polární moment setrvačnosti setrvačníku
J_0	[kgm ²]	Moment setrvačnosti řemenice
J_7	[kgm ²]	Moment setrvačnosti setrvačníku
J_e	[kgm ²]	Efektivní moment setrvačnosti dynamického modelu s tlumičem
J_z	[kgm ²]	Moment setrvačnosti z-tého zalomení
J_{red}	[kgm ²]	Redukovaný moment setrvačnosti jednoho zalomení
J_{tl}	[kgm ²]	Moment setrvačnosti prstence tlumiče
K	[Nms/rad]	Matice tlumení
L_c	[m]	Délka ojničního čepu

L_j	[m]	Délka hlavního čepu
L_p	[m]	Délka příruby setrvačnicku
L_{red}	[m]	Redukovaná délka jednoho zalomení
L_{redr}	[m]	Redukovaná délka řemenice
L_{reds}	[m]	Redukovaná délka setrvačnicku
L_w	[m]	Průměrná šířka ramene zalomení
M	[kgm ²]	Matice momentů setrvačnosti
M_k	[Nm]	Kroutící moment jednoho válce
N	[1/min]	Otáčky vlastní frekvence
R_0	[m]	Rozteč hlavního a ojničního čepu
α_i	[°]	Průběh otáčení klikové hřídele
β_i	[°]	Průběh odklonu ojnice od svislé osy
γ	[-]	Poměrný útlum
ε	[-]	Vydatnost rezonance
ε_t	[-]	Vydatnost rezonance s použitým tlumičem
κ	[-]	Řád harmonické složky
κ_H	[-]	Hlavní řád harmonické složky
λ	[-]	Vlastní číslo
λ	[-]	Klikový poměr
μ_{tl}	[-]	Poměrná velikost tlumiče
ξ	[Nms/rad]	Tlumící odpory
τ_k	[MPa]	Krutové napětí
Φ	[°]	Torzni výchylky v rezonanci
Φ_t	[°]	Torzni výchylky v rezonanci s použitým tlumičem
Ω	[rad/s]	Úhlová frekvence
Ω_{tl}	[rad/s]	Vlastní frekvence tlumiče

13. Seznam příloh

Příloha 1 - Výpočet torzního kmitání bez tlumiče

Příloha 2 - Výpočet torzního kmitání se silikonovým tlumičem

14. Obsah příloh

Příloha 1: Výpočet torzního kmitání bez tlumiče

1.	Dynamický model klikového mechanismu bez tlumiče.....	53
2.	Redukce posuvných a rotačních částí.....	54
2.1.	Redukovaný moment setrvačnosti jednotlivých zalomení.....	54
2.2.	Redukovaná délka klikové hřídele.....	55
2.3.	Redukovaná délka řemenice.....	55
2.4.	Redukovaná délka setrvačnicku.....	55
2.5.	Polární moment setrvačnosti.....	56
3.	Torzní tuhost jednotlivých částí klikové hřídele.....	56
4.	Výpočet vlastních torzních kmitů.....	57
5.	Výpočet vlastní frekvence kmitání soustavy.....	60
6.	Vlastní tvary torzního kmitání.....	61
7.	Vynucené torzní kmitání.....	62
7.1.	Vykreslení p- α diagramu pracovního oběhu motoru.....	62
7.2.	Vykreslení p-V diagramu pracovního oběhu motoru.....	63
7.3.	Průběh změny sil přenášených pístním čepem.....	64
7.4.	Průběh sil přenášených pístním čepem.....	66
7.5.	Výpočet a vykreslení průběhu bočních sil působící na píst.....	67
7.6.	Diagram tangenciálních sil a nabíhajících momentů pro hlavní a ojnicí čepy.....	68
7.7.	Vykreslení průběhu kroutícího momentu jednoho válce.....	70
7.8.	FTT analýza kroutícího momentu v komplexním oboru.....	71
7.9.	Kritické otáčky.....	73
7.10.	Vydatnost rezonance.....	73
7.11.	Výpočet torzních vychylek v rezonanci.....	75
7.12.	Namáhání klikové hřídele torzními kmity.....	77

Příloha 2: Výpočet torzního kmitání se silikonovým tlumičem

1.	Dynamický model klikového mechanismu se silikonovým tlumičem.....	78
2.	Torzní tuhosti jednotlivých částí klikové hřídele.....	78
3.	Výpočet vlastních torzních kmitů se silikonovým tlumičem.....	78
4.	Výpočet vlastní frekvence kmitání soustavy.....	81
5.	Vlastní tvary torzního kmitání s tlumičem torzních kmitů.....	82
6.	Vynucené torzní kmitání.....	84
6.1.	Kritické otáčky.....	84
6.2.	Vydatnost rezonance.....	84
6.3.	Převod dynamické soustavy na jednoduchou.....	86
6.4.	Parametry tlumiče.....	86
6.5.	Amplitudy relativních kmitů setrvačnicku tlumiče.....	87
6.6.	Výpočet torzních vychylek v rezonanci.....	88
6.7.	Namáhání klikové hřídele torzními kmity.....	90