



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VÁZANÝ MODEL STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU

COUPLED MODEL OF DC MACHINE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jan Komorous

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.

BRNO 2024

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Jan Komorous**
Studijní program: Mechatronika
Studijní obor: bez specializace
Vedoucí práce: **doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.**
Akademický rok: 2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Vázaný model stejnosměrného motoru

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Stejnoseměrný motor ze své podstaty spojuje několik fyzikálních jevů (elektromagnetismus, mechanika, termomechanika atd.), které se vzájemně ovlivňují. V současné době je kladen důraz na komplexní analýzu těchto zařízení. Tato práce je zaměřena na vytvoření vázaného modelu stejnosměrného motoru, umožňující posouzení různých vlivů na provozní parametry daného zařízení. Mezi hlavní požadavky na vázaný model patří co možná největší shoda v chování s reálným objektem a případné využití pro simulace v reálném čase.

Cíle bakalářské práce:

1. Rozbor vhodných přístupů pro tvorbu vázaného modelu stejnosměrného motoru.
2. Návrh vázaného modelu založeného na ekvivalentním obvodu s využitím systému Matlab – porovnání tří možných přístupů.
3. Vytvoření knihovny/bloků/funkcí v prostředí Matlab/Simscape potřebných pro realizaci vázaného modelu.
4. Ověření využitelnosti vázaného modelu na reálném stejnosměrném motoru.

Seznam doporučené literatury:

WEI, T.: Mechanical Design of Electric Motors. 1st Edition. CRC Press :Boca Raton, 2014.

KOPYLOV, Igor Petrovič. Stavba elektrických strojů. Přeložil Petr VOŽENÍLEK. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1988.

YUNUS, A.; TURNER, H.; CIMBALA, J.M.: Fundamental of Thermal-fluid Sciences. 3rd edition. McGraff Hill: Anstralia & New Zeland, 2008.

VLACH, R.: Tepelné procesy v mechatronických soustavách. Skripta. VUT Brno, 2009.

GREPL, R.: Modelování mechatronických systémů v MATLAB/SimMechanics. BEN-technická literatura, 2007

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tato práce se zabývá tvorbou modelu stejnosměrného motoru se zaměřením na vzájemnou provázanost jednotlivých domén a následným porovnáním s reálným chováním. V první části je tvořen model ekvivalentními náhradními schémata v podobě elektrické, mechanické a tepelné sekce. Ve druhé části je provedena realizace v programech společnosti Mathworks spolu s vytvořením chybějícího bloku přenosu tepla přirozenou konvekcí. Výsledné průběhy jsou porovnány s reálným stejnosměrným motorem.

Summary

This thesis focuses on the creation of a DC motor model with an emphasis on the interconnection of individual domains and subsequent comparison with real behavior. In the first part, the model is created using equivalent substitute diagrams for the electrical, mechanical, and thermal parts. In the second part, the implementation is carried out using MathWorks software, along with the creation of a missing block for heat transfer by natural convection. The resulting behaviors are compared with a real DC motor.

Klíčová slova

stejnosměrný motor, matematický model, fyzikální analogie, Matlab, Simulink, Simscape, tepelná síť, radiace, přirozená konvekce

Keywords

DC motor, mathematical model, physical analogy, Matlab, Simulink, Simscape, thermal network, radiation, natural convection

Bibliografická Citace

KOMOROUS, Jan. *Vázaný model stejnosměrného motoru*. Brno, 2024. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/154067>. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Vázaný model stejnosměrného motoru“ vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

Jan Komorous

Brno

.....

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji tímto doc. Ing. Radku Vlachovi, Ph.D. za jeho čas, cenné připomínky a rady, které mi poskytl při vypracování závěrečné práce.

OBSAH

| | | |
|---|--|----|
| 1 | ÚVOD..... | 11 |
| 2 | Teoretická část..... | 12 |
| | 2.1 Fyzikální analogie | 15 |
| | 2.1.1 Elektrická část..... | 17 |
| | 2.1.2 Mechanická část | 18 |
| | 2.1.3 Tepelná část | 19 |
| | 2.1.4 Energetická bilance..... | 20 |
| | 2.2 Rozbor vhodných přístupů | 21 |
| | 2.2.1 Matlab..... | 21 |
| | 2.2.2 Simulink | 21 |
| | 2.2.3 Simscape..... | 21 |
| 3 | Postup řešení s výsledky..... | 22 |
| | 3.1 Vázaný model..... | 22 |
| | 3.2 Realizace vázaného modelu..... | 26 |
| | 3.2.1 Matlab..... | 26 |
| | 3.2.2 Simulink | 27 |
| | 3.2.3 Tvorba nového bloku..... | 28 |
| | 3.2.4 Simscape..... | 29 |
| | 3.3 Typová zkouška konkrétního motoru..... | 30 |
| | 3.4 Zhodnocení výsledků..... | 33 |
| 4 | ZÁVĚR..... | 38 |
| | SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ..... | 39 |
| | SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK..... | 41 |
| | SEZNAM OBRÁZKŮ | 43 |
| | SEZNAM TABULEK..... | 44 |
| | SEZNAM PŘÍLOH | 45 |

1 ÚVOD

Použití jednoduchých stejnosměrných motorů bývá nahrazováno složitějšími pohony, jako jsou například BLDC motory, které však vyžadují více sofistikovaného hardwaru pro řízení a samotný chod. Tento trend však nemusí vždy představovat zlepšení. Klasické DC motory mají stále své opodstatněné využití v mnoha odvětvích, například v automobilovém průmyslu (pohony stěračů, stahovacích mechanismů oken) nebo stavebnictví (sbíječky, míchadla malty). Předními výhodami jsou nízká cena a snadná regulace.

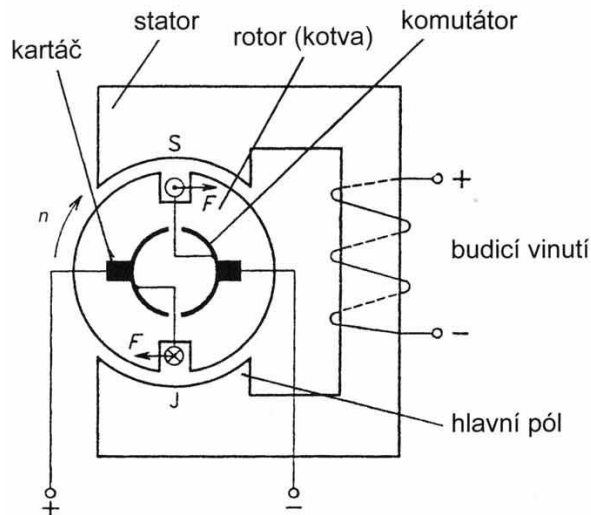
Snaha o sestrojení co nejefektivnějšího stroje či zařízení by měla být cílem každého konstruktéra. Tento cíl však zahrnuje vyšší nadhled a důkladné porozumění dané problematice. Provázání veškerých dějů je klíčovým krokem této cesty.

Stejnosemřný motor je elektrický stroj sloužící k přeměně elektrické energie na energii magnetickou a následně mechanickou. Při této přeměně energie však vzniká odpadní teplo, které je nedílnou součástí této přeměny. Komplexním postojem pro navržení správného fungování modelu je uvážení i této skutečnosti, že právě teplo ovlivňuje parametry a celkovou funkčnost zcela znatelně.

Cílem této bakalářské práce je tvorba vázaného modelu stejnosměrného motoru sloužícího ke zkoumání změn v chování po přeměně vstupních parametrů bez nutnosti konstrukce vždy nového stroje. Hlavní přidanou hodnotou je poukázání na fyzikální analogii a celkové oboustranné ovlivňování mezi jednotlivými doménami.

2 Teoretická část

Jak již bylo zmíněno v úvodu, stejnosměrný motor je zařízení přeměňující elektrickou energii na energii magnetickou a následně na energii mechanickou. Díky elektromagnetismu je možné generovat magnetické síly potřebné k lineárnímu nebo rotačnímu pohybu. V případě rotačních elektromotorů dochází k interakci mezi magnetickým polem rotoru a statoru, což má za následek tvorbu točivého momentu. Schéma stejnosměrného motoru je znázorněno na Obrázku 2.1 a skládá se ze tří hlavních částí: rotoru, statoru a komutátoru [1].



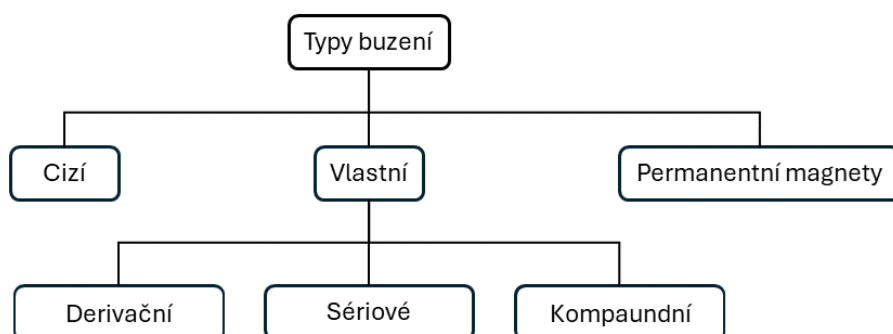
Obrázek 2.1: Náhradní schéma DC motoru s cizím buzením [2]

Rotor, pohyblivá část motoru, vždy obsahuje cívky uloženy v drážkách. Tyto cívky jsou propojeny s komutátorem. Po přivedení elektrického napětí na kotevní svorky dojde k tvorbě magnetického pole.

Stator je nepohyblivá část motoru, ve kterém je usazený magnetický obvod tvořený permanentními magnety nebo cívkami.

Komutátor je sestaven z několika vzájemně izolovaných vodivých lamel. Na tyto lamely přiléhají uhlíkové kartáče, které umožňují komutátoru přepínání směru toku proudu v rotoru, což zajišťuje plynulé otáčení motoru [3].

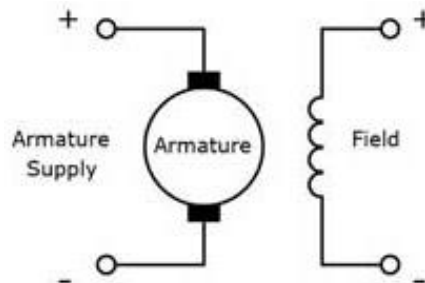
Jak napovídá název DC motorů (direct current), jsou navrženy na provoz při zapojení na stejnosměrný proud. Hlavní uplatnění najdou v aplikacích vyžadujících vysoký točivý moment při nízkých otáčkách. Existuje pestrá škála druhů pro konkrétní aplikace. Dle provedení buzení lze stejnosměrné motory rozdělit následovně do několika kategorií:



Obrázek 2.2: Schéma rozdělení stejnosměrných motorů dle buzení

Stejnoseměrný motor s cizím buzením

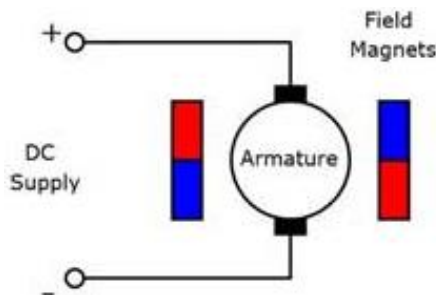
Obvod kotvy a buzení motoru nejsou spojeny. Jedná se o samostatné dva obvody, které jsou napájeny ze dvou rozdílných napájecích zdrojů. Při neproměnném napájení budicího obvodu má elektromagnetické pole v prostorách motoru stále stejnou velikost [4].



Obrázek 2.3: Náhradní schéma DC motoru s cizím buzením [5]

Stejnoseměrný motor s permanentními magnety

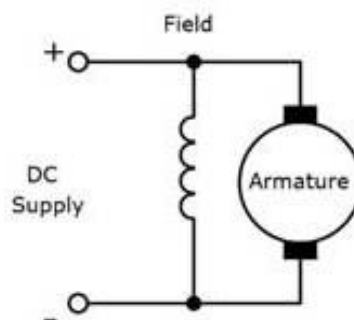
Buzení motoru je realizováno umístěním permanentních magnetů do statorové části. Magnetické pole rotoru a statoru jsou vzájemně nezávislá. Díky tomu, že magnetické pole rotoru závisí pouze na budicím napětí, je tento typ motoru nejjednodušeji regulovatelný [4].



Obrázek 2.4: Náhradní schéma DC motoru s permanentními magnety [5]

Stejnoseměrný motor s derivačním buzením

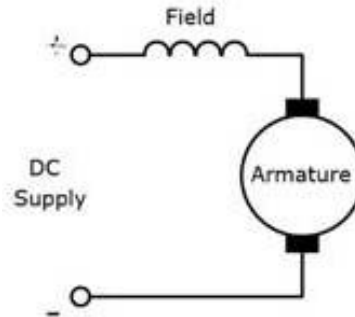
Obvod budicího vinutí je zapojen paralelně k obvodu kotvy. Vinutí rotoru i statoru je tedy napájeno ze stejného elektrického zdroje [4].



Obrázek 2.5: Náhradní schéma DC motoru s derivačním buzením [5]

Stejnoseměrný motor se sériovým buzením

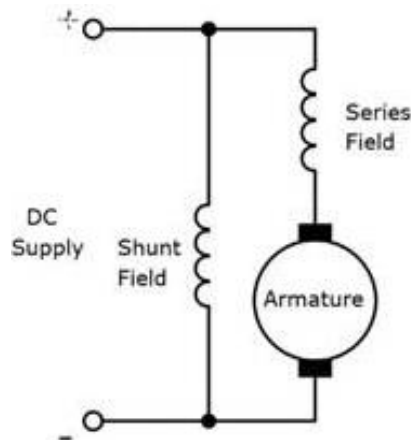
Připojení budicího obvodu vinutí je sériově s obvodem kotvy. Napájení rotorového a statorového vinutí je opět ze stejného elektrického zdroje [4].



Obrázek 2.6: Náhradní schéma DC motoru se sériovým buzením [5]

Stejnoseměrný motor s kompaundním buzením

Posledním provedením buzení je kompaundní, které je realizováno smíšeným zapojením již zmíněných buzení: derivačního a sériového. Magnetické pole rotoru a statoru mohou působit buď proti sobě, nebo souhlasně. Pomocí rezistorů se mění vzájemné působení, a tedy i momentová charakteristika [4].



Obrázek 2.7: Náhradní schéma DC motoru s kompaundním buzením [5]

2.1 Fyzikální analogie

Dynamické systémy modelované pomocí fyzikální analogie vycházejí z podobnosti mezi různými fyzikálními soustavami, jako jsou například elektrické, mechanické, tepelné apod... V každé z těchto soustav lze definovat extenzivní $i(t)$ a intenzivní $e(t)$ veličiny, jejichž součin nám určuje okamžitý výkon daný vztahem [6]:

$$P(t) = i(t)e(t) \quad (2.1)$$

Během časového intervalu $\langle t_1, t_2 \rangle$ lze celkovou energetickou bilanci popsat vztahem:

$$E(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} i(t)e(t)dt \quad (2.2)$$

Pomocí základních impedancí typu odpor, kapacita a indukčnost lze vyjádřit základní fyzikální vlastnosti soustav vyjadřující tři základní typy závislostí extenzivních a intenzivních veličin.

Odpor R představuje prvek, který realizuje závislost mezi veličinami $i(t)$ a $e(t)$ pomocí vztahu:

$$e(t) = Ri(t) \quad (2.3)$$

Obecná **kapacita C** představuje prvek, který určuje závislost mezi veličinami $i(t)$ a $e(t)$ realizovanou vztahem:

$$i(t) = C \frac{de(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Indukčnost L představuje transformaci mezi veličinami $i(t)$ a $e(t)$ dle vztahu:

$$e(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (2.5)$$

Pomocí vzájemného propojení definovaných typů impedancí a řízených zdrojů extenzivní a intenzivní veličiny lze sestavit odporové schéma různých prvků v různých fyzikálních soustavách. Pro matematický popis těchto schémat lze aplikovat zobecněné Kirchhoffovy zákony:

- Součet extenzivních veličin v daném uzlu je roven nule:

$$\sum_{j=1}^k i_j(t) = 0. \quad (2.6)$$

- Součet všech intenzivních veličin jednotlivých impedancí a zdrojů v uzavřené smyčce je roven nule:

$$\sum_{j=1}^m e_j(t) = 0. \quad (2.7)$$

Využití této metodiky popisu spojitých systémů s využitím definovaných impedančních typů je zejména tehdy, pokud simulační software disponuje příslušnými makromodely, jež lze propojit do různých topologických struktur. Tím umožňuje zadávat popisy různých systémů pomocí uvedených makromodelů [6].

| soustava | | Elektrická | Mechanická translační | Tepelná |
|--------------------|-------------------|-----------------------------------|--|---|
| Fyzikální veličina | intenzivní | Elektrické napětí $u(t)$ [V] | Rychlost $v(t)$ [m.s ⁻¹] | Absolutní teplota $T(t)$ [K] |
| | extenzivní | Elektrický proud $i(t)$ [A] | Síla $F(t)$ [N] | Tepelný tok $q(t)$ [W] |
| Impedance | odpor | Elektrický odpor R [Ω] | Translační vodivost $G = \frac{1}{b}$ [kg.s ⁻¹] | Tepelný odpor R [K.W ⁻¹] |
| | kapacita | Elektrická kapacita C [F] | Hmotnost m [kg] | Tepelná kapacita C [J.K ⁻¹] |
| | indukčnost | Elektrická indukčnost L [H] | Mechanická poddajnost $\delta = \frac{1}{k}$ [m/N] | – |

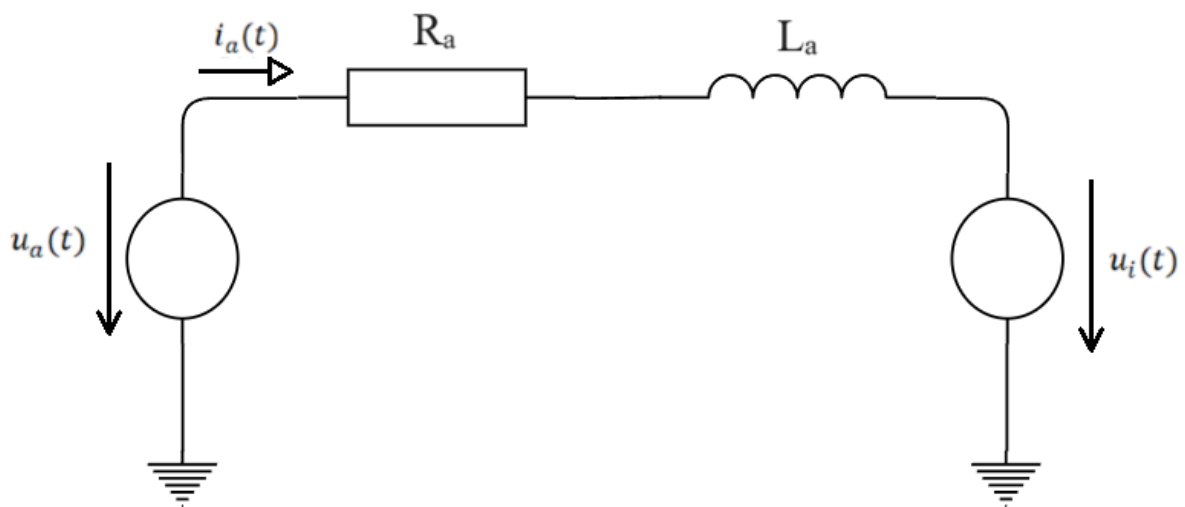
Tabulka 2.1: Analogie mezi veličinami

2.1.1 Elektrická část

Schéma elektrické části stejnosměrného motoru s permanentními magnety je znázorněno na Obrázku 2.8. Jedná se o zjednodušený model, který neodpovídá skutečnosti a zanedbává některé vlivy a vazby působící v motoru jako jsou např. vířivé proudy a rozptylový magnetický tok. Toto schéma zahrnuje vstupní napětí $u_a(t)$ [V], odpor vinutí R_a [Ω], indukčnost vinutí L_a [H] a indukované elektromotorické napětí $u_i(t)$ [V].

S využitím Kirchhoffova napětového zákona lze náhradní schéma popsat napětovou bilancí následovně [4][7]:

$$\sum U = 0: u_a(t) - R_a \cdot i_a(t) - L_a \frac{di_a(t)}{dt} - u_i(t) = 0 \quad (2.8)$$



Obrázek 2.8: Elektrické schéma DC motoru s permanentními magnety

Hodnota indukovaného elektromotorického napětí je proporcionální k úhlové rychlosti $\omega(t)$ [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$] rotoru motoru a je ovlivňována elektromechanickou konstrukční konstantou motoru k_e [$\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$], která odpovídá součinu $c\phi$ [$\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$] v podobě konstanty motoru následovně:

$$u_i(t) = c\phi \cdot \omega(t) = k_e \cdot \omega(t) \quad (2.9)$$

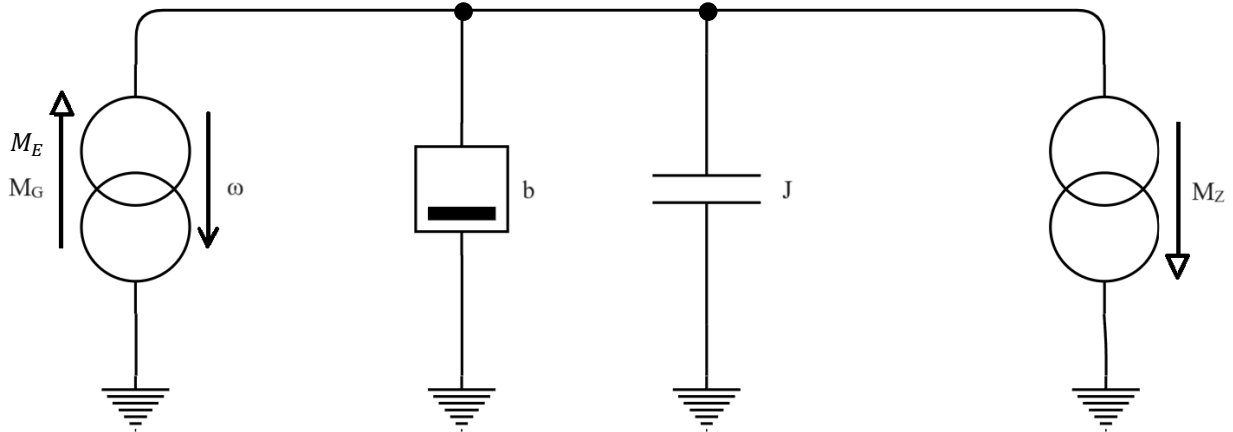
Po dosazení vztahu (2.9) do (2.8) lze rovnici přepsat na:

$$L_a \frac{di_a(t)}{dt} = u_a(t) - R_a \cdot i_a(t) - c\phi \cdot \omega(t) \quad (2.10)$$

2.1.2 Mechanická část

Jak je zobrazeno na Obrázku 2.3, matematický popis mechanické části stejnosměrného motoru lze odvodit z momentové rovnováhy na hřídeli rotoru [4][7]:

$$\sum M = 0: M_E(t) - M_{ztr}(t) - J \cdot \alpha'(t) - M_Z(t) = 0 \quad (2.11)$$



Obrázek 2.9: Mechanické schéma DC motoru

M_E [N · m] je elektromotorický točivý moment, M_{ztr} [N · m] je ztrátový moment, α' [rad · s⁻²] je úhlové zrychlení rotoru, J [kg · m²] je moment setrvačnosti rotoru a M_Z [N · m] je zátěžný moment.

Ztrátový moment M_{ztr} je ovlivňován koeficientem tlumení b [N · m · s · rad⁻¹] a úhlovou rychlostí ω [rad · s⁻¹]. Je třeba na něj klást veliký důraz při návrhu vysokootáčkových motorů.

$$M_{ztr}(t) = b \cdot \omega(t) \quad (2.12)$$

Generovaný elektromotorický točivý moment M_E , ovlivněný momentovou konstantou motoru k_t [N · m · A⁻¹ · rad⁻¹], je úměrný protékajícímu proudu kotvou $i_a(t)$ [A] následovně:

$$M_E(t) = c\phi \cdot i_a(t) = k_t \cdot i_a(t) \quad (2.13)$$

Elektrická konstanta motoru k_e je rovna momentové konstantě motoru k_t . Tento fakt lze ověřit i pomocí kontroly jednotek následovně [8]:

$$\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2} \cdot \text{rad}^{-1} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \text{rad}^{-1} \quad (2.14)$$

Po dosazení rovnice 2.12 a 2.13 do 2.11 spolu se vztahem mezi úhlovou rychlostí a úhlovým zrychlením $\alpha'(t) = \frac{d\omega(t)}{dt}$ může být psáno:

$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = c\phi \cdot i_a(t) - b \cdot \omega(t) - M_Z \quad (2.15)$$

2.1.3 Tepelná část

Základem matematického popisu tepelné části je použití metody tepelných sítí. Jedná se o přístup, který vychází z elektrotepelné analogie. Řešený složitý objekt je nahrazen soustavou těles představující jednotlivé části tělesa, které jsou mezi sebou vzájemně propojeny. Jedná se tedy o model cest tepelných toků zahrnující tepelné odpory, tepelné kapacity a zdroje tepla. [9]

Výpočet tepelného toku \dot{Q} [W] lze demonstrovat následovně na Ohmově zákoně:

$$I = \frac{U}{R} \quad (2.16)$$

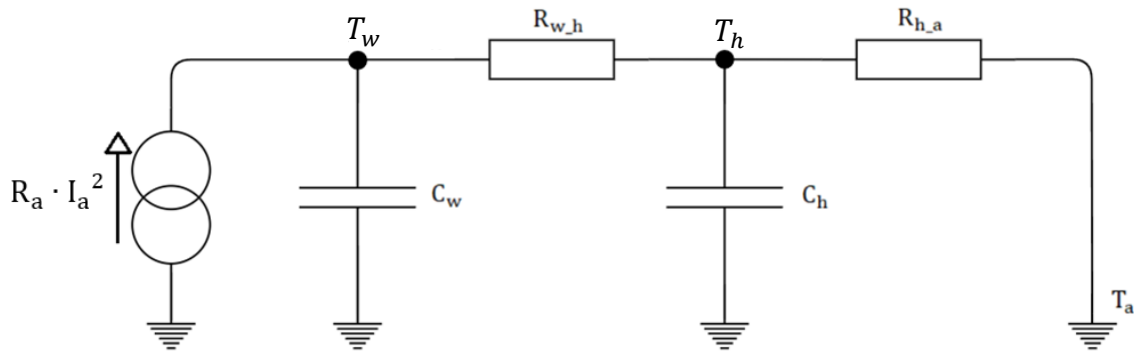
Napětí U [V] vyjadřující změnu dvou potenciálů odpovídá změně teploty ΔT [K] mezi dvěma povrchy, případně mezi povrchem a okolím. Elektrický odpor R [Ω] představuje vlastnost bránit průchodu elektrického proudu, jako je tomu i u tepelného odporu R_H [$K \cdot W^{-1}$] v podobě bránění průchodu tepelného toku. Poté lze zapsat:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_H} \quad (2.17)$$

Stejnoseměrný motor byl modelován pomocí dvouuzlové sítě v podobě uzlu T_w pro teplotu rotoru T_w [K] a uzlu T_h pro teplotu pláště T_h [K]:

$$\sum \dot{Q}_{T_w} = 0: R_a \cdot i_a^2(t) - C_w \frac{dT_w}{dt} - \frac{\Delta T_{w,h}(t)}{R_{w,h}} = 0 \quad (2.18)$$

$$\sum \dot{Q}_{T_h} = 0: \frac{\Delta T_{w,h}(t)}{R_{w,h}} - C_h \frac{dT_h}{dt} - \frac{\Delta T_{h,a}(t)}{R_{h,a}} = 0 \quad (2.19)$$

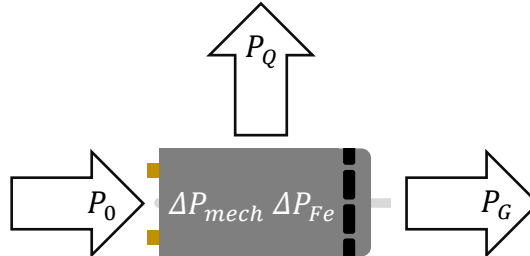


Obrázek 2.10: Tepelná síť DC motoru

Modelovaná tepelná síť zahrnuje zdroj tepla, který představuje ztrátový výkon na odporu vinutí $P_Q = R_a \cdot I_a^2$, tepelný odpor $R_{w,h}$ [$K \cdot W^{-1}$] mezi rotorem a pláštěm, tepelný odpor $R_{h,a}$ [$K \cdot W^{-1}$] mezi pláštěm a okolím, tepelnou kapacitu C_w [$J \cdot K^{-1}$] pro rotor a tepelnou kapacitu C_h [$J \cdot K^{-1}$] pro plášť. Společným teplotním potenciálem je okolní teplota T_a [K].

2.1.4 Energetická bilance

Energie jako taková nikde nevzniká, ani nezaniká. Bez interakce uzavřeného systému s okolním vždy dochází pouze k přeměnám její formy. Stejným případem je i modelovaný stejnosměrný motor:



Obrázek 2.11: Energetické schéma DC motoru

Vstupní energie v podobě elektrického příkonu P_0 [W] je přeměněna na mechanické ztráty ΔP_{mech} [W], ztráty v železe ΔP_{Fe} [W], Jouleovy ztráty na vinutí v podobě tepelného výkonu P_Q [W] a generovaný výstupní mechanický výkon na hřídeli P_G [W]. V rámci zachování výkonu tedy platí:

$$\sum P = 0: P_0 - \Delta P_{mech} - \Delta P_{Fe} - P_Q - P_G = 0 \quad (2.20)$$

Mechanické ztráty jsou složeny z třecích ztrát způsobených na základě tření v ložiscích a ventilačních ztrát vlivem pohybu rotoru.

$$\Delta P_{mech} = \Delta P_{ventilační} + \Delta P_{třecí} \quad (2.21)$$

Ztráty v železe jsou složeny z vířivých proudů spolu s hysterezními ztrátami způsobené změnami magnetického pole.

$$\Delta P_{Fe} = \Delta P_{vp} + \Delta P_{hys} \quad (2.22)$$

Ztráty v motoru byly pro daný model uvažovány zjednodušeně. Ztráty v železe byly zanedbány a došlo ke sloučení, které bylo provedeno následovně:

$$\Delta P_{mech} = \Delta P_{ventilační} + \Delta P_{třecí} = (b_{ventilační} + b_{třecí}) \cdot \omega^2 = b \cdot \omega^2 \quad (2.23)$$

Po rozepsání má výsledná energetická bilance tvar:

$$\sum P = 0: U_a \cdot I_a - b \cdot \omega^2 - R_a \cdot I_a^2 - c \cdot \phi \cdot I_a \cdot \omega = 0 \quad (2.24)$$

Uvažovaná energetická bilance je uvedena v ustálené formě. Nezahrnuje tedy dynamické chování v podobě akumulace energie uvažovaného systému, které má pro každou část jinou podobu. V elektrické části je to akumulace elektrické energie ve vinutí, v mechanické části se jedná o akumulaci momentu setrvačnosti a v tepelné části je to akumulace procházejícího tepla.

2.2 Rozbor vhodných přístupů

2.2.1 Matlab

Jedná se o programovací jazyk a výpočetní prostředí vyvinuté americkou privátní společností MathWorks. Hlavní zaměření tohoto programu je na numerické výpočty, analýzu dat, vizualizaci dat a tvorbu algoritmů. Tento software zahrnuje tisíce vestavěných funkcí, které je možné rozšířit různými toolboxy. Název Matlab je zkratkou pro „MATrix LABoratory“. Je navržen tak, aby fungoval s celými poli a maticemi najednou. Všechny proměnné jsou multidimenzionálními poli, bez ohledu na datový typ. Matice je specifickým typem dvourozměrného pole, často využívaným pro operace lineární algebry.

Jedná se tedy o vhodný software, který je schopen provádět matematické operace na základě vložených diferenciálních rovnic pomocí integrovaných ODE řešičů [10][11][12][13].

2.2.2 Simulink

Simulink je nadstavbové prostředí založené na Matlabu. Využívá se k modelování, simulaci a analýze dynamických systémů z různých oblastí na základě jejich popisu diferenciálními rovnicemi. Obsahuje knihovny přizpůsobitelných bloků, které jsou zapotřebí při tvorbě modelu. Jedná se o grafické programování, kdy se model systému vytváří skládáním funkčních bloků a propojováním signálů mezi sebou. Tyto signály přenášejí jednosměrně data mezi bloky, které reprezentují vstupy, výstupy a matematické operace. Simulink je úzce propojen s prostředím Matlab, může tak být ovládán nebo skriptován přímo z něj. Je také možné jednotlivá data importovat nebo exportovat mezi těmito programy. Jedná se o software často využívaný v oblasti automatické regulace a digitálního zpracování signálů pro simulace a návrhy založené na modelech [13][14].

2.2.3 Simscape

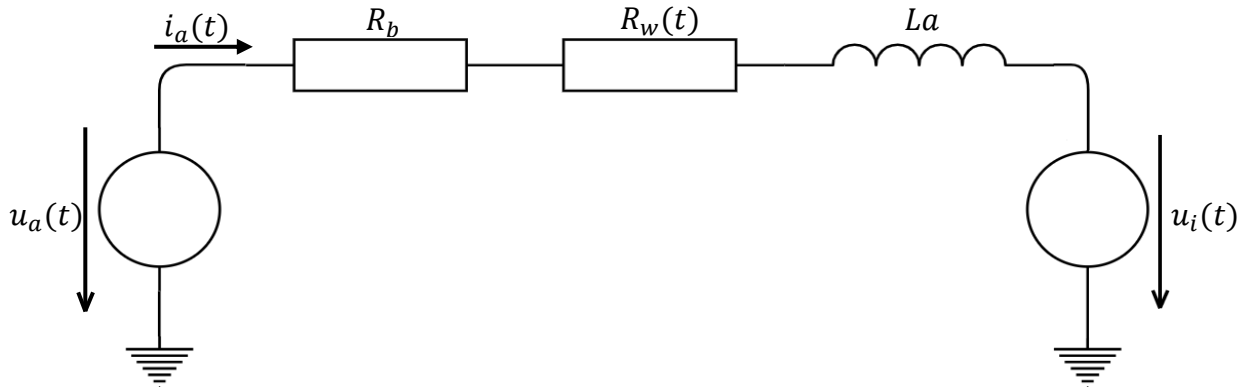
Jedná se o nadstavbové prostředí programu Simulink. Opět jde o grafické programování, ale nikoliv na základě popisu systému diferenciálními rovnicemi, jako tomu je u Simulinku nebo Matlabu. Hlavní myšlenkou tvorby modelu je využití fyzikálních principů a podstat. Knihovna bloků je složena z fundamentálních prvků, které reprezentují reálné objekty a systémy v oblasti elektrotechniky, mechaniky, hydrauliky, termomechanických jevů a fyzikálních signálů. Pomocí těchto prvků lze vytvořit model systému na základě znalosti jeho fyzické struktury. Jednotlivé komponenty jsou propojovány prostřednictvím spojnic, které reprezentují tok energií v systému. Interakce mezi propojenými prvky jsou obousměrné. To znamená, že spojnice nemají stanovený směr průběhu signálu, jak je tomu v prostředí Simulink. Namísto toho se prvky navzájem ovlivňují stejně, jako je tomu i v reálném světě. Model přímo manipuluje s fyzikálními veličinami, což zvyšuje jeho přiblížení ke skutečnému chování. Při spuštění simulace program automaticky vygeneruje diferenciální rovnice podle schématu, které reprezentují dynamiku soustavy. Možnosti prostředí lze opět rozšířit o doplňující moduly [13].

3 Postup řešení s výsledky

3.1 Vázaný model

Pod tímto pojmem je myšleno vzájemné ovlivňování jednotlivých domén a nutnost přistupovat k modelování komplexně. Vzhledem k této podmínce byla konstantní hodnota odporu motoru rozšířena o teplotní závislost. Protože teplotně závislé je pouze vinutí motoru, byl celkový odpor rozdělen následovně [15]:

$$R_a(t) = R_b + R_w \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T(t)) \quad (3.1)$$



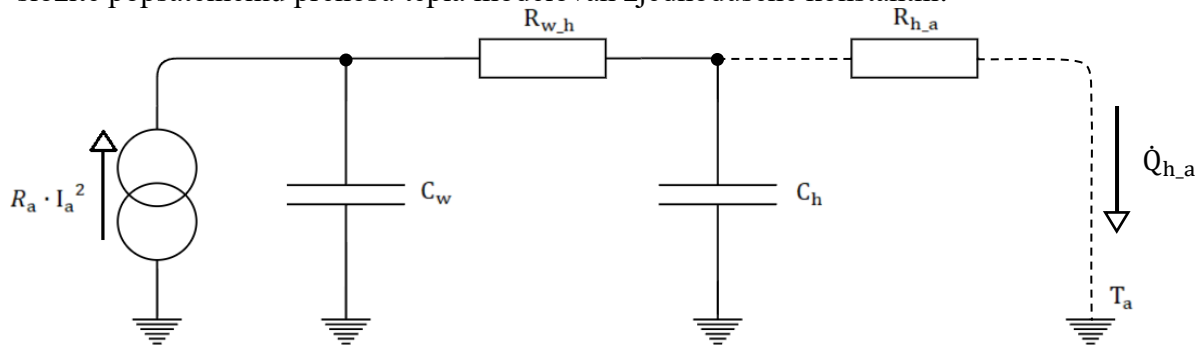
Obrázek 3.1: Náhradní schéma DC motoru s permanentními magnety

Veličina R_b [Ω] je hodnota odporu uhlíků, R_w [Ω] je hodnota odporu vinutí, β [K^{-1}] je teplotní součinitel elektrického odporu a ΔT [K] představuje rozdíl teplot, v tomto případě mezi teplotou rotoru T_w a teplotou okolí T_a . Pro měď: $\beta = 3,92 \cdot 10^{-3} K^{-1}$. [16]

Ztrátový výkon na odporu vinutí se změnil na tvar:

$$P_z(t) = R_w \cdot (1 + \beta \cdot (T_w - T_a)) \cdot I_a^2 \quad (3.2)$$

Problémem pro modelování dynamických dějů oteplování je neuvážení proměnného tepelného odporu. Velikost tepelného odporu $R_{h,a}$ mezi pláštěm a okolím bývá udávána v ustáleném stavu. Při neproměnné hodnotě tohoto odporu by teplo za stavu stejných teplot pláště a okolí proudilo i přes tento odpor, ten se však v tomto případě blíží nekonečnu. Tepelný tok tedy při stejných hodnotách teplot pláště s okolím proudí pouze do kapacity rotoru C_w a přes odpor mezi rotorem a pláštěm $R_{w,h}$ do kapacity pláště C_h . Stejně je tomu tak i s odporem $R_{w,h}$ mezi rotorem a pláštěm, který nabývá rozdílných hodnot pro různé otáčky. Ten byl však kvůli složité popsateľnému přenosu tepla modelován zjednodušeně konstantní.



Obrázek 3.2: Tepelné schéma DC motoru při ustálených teplotách

Při rozdílných teplotách pláště s okolím začne teplo prostupovat i přes odpor R_{h_a} představující tepelnou výměnu v podobě radiace a přirozené konvekce. Výsledný tepelný tok je dán součtem tepelného toku radiací a tepelného toku konvekcí:

$$\dot{Q}_{h_a}(T) = \dot{Q}_R(T) + \dot{Q}_K(T) \quad (3.3)$$

Tato tepelná výměna je závislá na aktuálních hodnotách teplot mezi pláštěm a okolím, a tedy proměnná v čase. Je třeba tuto závislost uvážit. Do vztahu pro výpočet tepelného odporu 2.15 byl dosazen Newtonův ochlazovací zákon v podobě [17]:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot \Delta T \quad (3.4)$$

Veličina α [$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$] představuje součinitel přestupu tepla, S [m^2] představuje plochu obtékaného tělesa a ΔT [K] změnu teplot. Po úpravách vypadá vztah pro výpočet tepelného odporu následovně:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{h_a}(T) &= \frac{T_h - T_a}{R_{h_a}(T)} = (\alpha_R(T) + \alpha_K(T)) \cdot S \cdot (T_h - T_a) \\ R_{h_a}(T) &= \frac{1}{(\alpha_R(T) + \alpha_K(T)) \cdot S} \end{aligned}$$

Veličina α_R je součinitel přestupu tepla radiací a α_K je součinitel přestupu tepla konvekcí.

První ze součinitelů α_R byl dopočítán z rovnice 3.3 po dosazení vztahu pro výpočet tepelného toku radiací [18]:

$$\dot{Q}_R(T) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_h^4 - T_a^4) \quad (3.5)$$

ε [-] představuje emisivitu povrchu ($0 \leq \varepsilon \leq 1$) a $\sigma = 5,6697 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ je Stefan-Boltzmannova konstanta. Po úpravách má vztah pro výpočet součinitele přestupu tepla radiací tvar:

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_h^2 + T_a^2)(T_h + T_a)(T_h - T_a) = \alpha_R(T) \cdot S \cdot (T_h - T_a) \quad (3.6)$$

$$\alpha_R(T) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_h^2 + T_a^2)(T_h + T_a) \quad (3.7)$$

Druhý ze součinitelů α_K byl dopočítán pomocí metody využívající podobnostní čísla sloužící k popsání a zjednodušení makroskopických problémů. Jedním z nich je Nusseltovo číslo Nu [-], které určuje poměr mezi konvektivním a konduktivním přenosem tepla v kolmém směru na obtékaný povrch. Veličina L [m] představuje charakteristický rozměr obtékaného povrchu a veličina λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] součinitel tepelné vodivosti média [19].

$$\alpha_K(T) = \frac{Nu(T) \cdot \lambda}{L} \quad (3.8)$$

Tělo stejnosměrného motoru má složitě popsatelnou geometrii, došlo tedy na zjednodušení. Bylo aproximováno pomocí horizontálního válce a dvou vertikálních stěn. Nusseltovo číslo pro zmíněné případy je dáno [20]:

$$\text{HORIZONTÁLNÍ VÁLEC} \quad Nu(T) = \left\{ 0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra(T)^{1/6}}{[1 + (0,559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (3.9)$$

$$\text{VERTIKÁLNÍ STĚNA} \quad Nu(T) = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \cdot Ra(T)^{1/6}}{[1 + (0,492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (3.10)$$

V obou vztazích se nachází další dvě podobnostní čísla. Prandlovo číslo Pr [-] je fyzikální vlastností a představuje měřítko mezi rychlostními a teplotními poli. Rayleighovo číslo Ra [-] charakterizuje přenos tepla konvekcí. Je možné jej dopočítat ze součinu Grashofova čísla a Prandlova čísla následovně [19]:

$$Ra(T) = Gr(T) \cdot Pr \quad (3.11)$$

Grashofovo číslo Gr [-] vyjadřuje vztah třecích, vztlakových a setrvačných sil následovně [20]:

$$Gr(T) = \frac{g \cdot \beta'(T) \cdot (T_h - T_a) \cdot L^3}{\nu^2} \quad (3.12)$$

g [$m \cdot s^{-2}$] je tíhové zrychlení, L [m] je charakteristická délka, ν [$m^2 \cdot s^{-1}$] je kinematická viskozita a β' [K^{-1}] je teplotní roztažnost vzduchu dána:

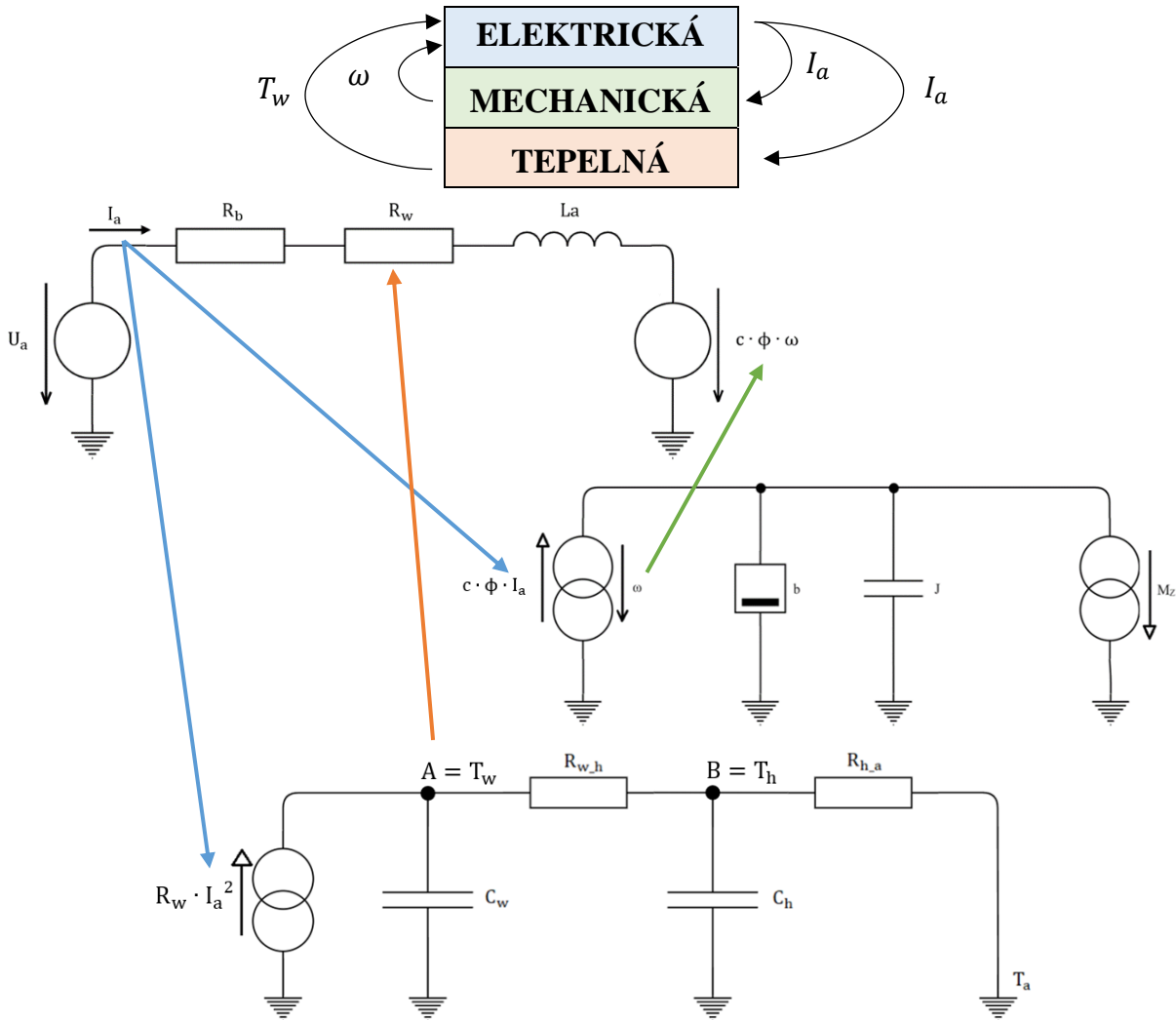
$$\beta'(T) = \frac{2}{T_h + T_a} \quad (3.13)$$

Tepelný tok přirozenou konvekcí má po úpravách tvar:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_K(T) = & \frac{\left\{ 0,6 + \frac{0,387 \cdot (Gr(T) \cdot Pr)^{1/6}}{[1 + (0,559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \cdot \lambda}{L} \cdot S' \cdot \Delta T_{h,a} \\ & + \frac{2 \cdot \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \cdot (Gr(T) \cdot Pr)^{1/6}}{[1 + (0,492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \cdot \lambda}{D} \cdot S'' \cdot \Delta T_{h,a} \end{aligned} \quad (3.14)$$

První ze sčítanců odpovídá přirozené konvekcii okolo povrchu horizontálního válce, kde L [m] náleží délce motoru a S' [m^2] povrchu pláště motoru. Druhý ze sčítanců představuje přirozenou konvekcii okolo obou podstav daného válce. Veličina D [m] náleží průměru válce a S'' [m^2] povrchu podstavy.

Model byl popsán celkem čtyřmi diferenciálními rovnicemi, kde výsledné provázání jednotlivých domén vypadá následovně:



Obrázek 3.3: Vázaný model stejnosměrného motoru

Výsledný model motoru je tvořen čtyřmi diferenciálními rovnicemi. První rovnicí je elektrická rovnice s uvažováním teplotní závislosti elektrického odporu:

$$\bullet \quad \frac{di_a(t)}{dt} = \frac{u_a(t)}{L_a} - \frac{(R_b + R_w \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T_{w_a})) \cdot i_a(t)}{L_a} - \frac{c\phi \cdot \omega(t)}{L_a} \quad (3.15)$$

Druhou diferenciální rovnicí je mechanická rovnice:

$$\bullet \quad \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{c\phi \cdot i_a(t)}{J} - \frac{b \cdot \omega(t)}{J} - \frac{M_Z}{J} \quad (3.16)$$

Třetí rovnicí je tepelná rovnice pro uzel rotoru:

$$\bullet \quad \frac{dT_w(t)}{dt} = \frac{R_w \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T_{w_a}) \cdot I_a^2}{C_w} - \frac{\Delta T_{w_h}}{C_w \cdot R_{w_h}} \quad (3.17)$$

Poslední čtvrtou je tepelná rovnice pro uzel pláště:

$$\bullet \quad \frac{dT_h(t)}{dt} = \frac{\Delta T_{w_h}}{C_h \cdot R_{w_h}} - [\varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot (T_h^4 - T_a^4) + (3.13)] \quad (3.18)$$

3.2 Realizace vázaného modelu

Vázaný model stejnosměrného motoru byl simulován v programu Matlab, Simulink a Simscape. Pro snazší zadávání a definování vstupních parametrů byl naprogramován inicializační script v podobě m.file, který obsahuje parametry motoru spolu s konstantami.

3.2.1 Matlab

V prostředí programu Matlab byl nejdříve načten inicializační script se vstupními daty. Následně byla vytvořena funkce závislá na proměnných času t a vektoru neznámých stavů x obsahující obyčejné diferenciální rovnice 3.15 až 3.18. Jednotlivé koeficienty vektoru x odpovídají hledaným průběhům rovnic následovně: proud $i(t)$, otáčky rotoru $\omega(t)$, teplota rotoru $T_w(t)$ a teplota pláště $T_h(t)$.

Výše zmíněná funkce byla řešena pomocí integrovaného řešiče diferenciálních rovnic ode, kde byl zvolen řešič ode23s. Tento způsob výpočtu využívá adaptivní krok, protože se jedná o stiff systém. Řešené rovnice mají veliké rozdíly mezi jednotlivými časovými konstantami. Náběh teplot je znatelně pomalejší oproti hodnotám proudu a otáčkám.

Ukázka části výpočetního kódu se zadanými diferenciálními rovnicemi:

```

odeFcn = @(t,x)[
    ((- (Rw*(1+Alfa*(abs(x(3))-Ta))) + Ru ) * x(1)) / La - (cphi*(1 - 0.0011*((x(3)+x(4))/2 - Ta)) * x(2)) / La + Ua / La);
    (((cphi*(1 - 0.0011*((x(3)+x(4))/2 - Ta))) / Jm) * x(1) - ((b) / Jm) * x(2) - Tload / Jm);
    (((Rw*(1+Alfa*(abs(x(3))-Ta))) + Ru ) * x(1)^2) / Cw - ((x(3)-x(4))) / (Rw_h * Cw));
    (((x(3)-x(4))) / (Rw_h * Ch) - (((k*(0.6+(Nu_horizontal_const*(((x(4)+Ta)/2)^(-1)) * (x(4)-Ta) * Ra_D_const)^(1/6))))^2) / D) |...
    *(S_horizontal) * (x(4)-Ta)) / Ch - (((k*(0.825+(Nu_vertical_const*(((x(4)+Ta)/2)^(-1)) * (x(4)-Ta) * Ra_D_const)^(1/6))))^2) / D) |...
    *(S_vertical) * (x(4)-Ta)) / Ch - (epsilon_horizontal * (S_horizontal) * sigma * (x(4)^4 - Ta^4)) / Ch - (epsilon_vertical * (S_vertical) |...
    * sigma * (x(4)^4 - Ta^4)) / Ch];
[t, x] = ode23s(odeFcn, tspan, x0);
    
```

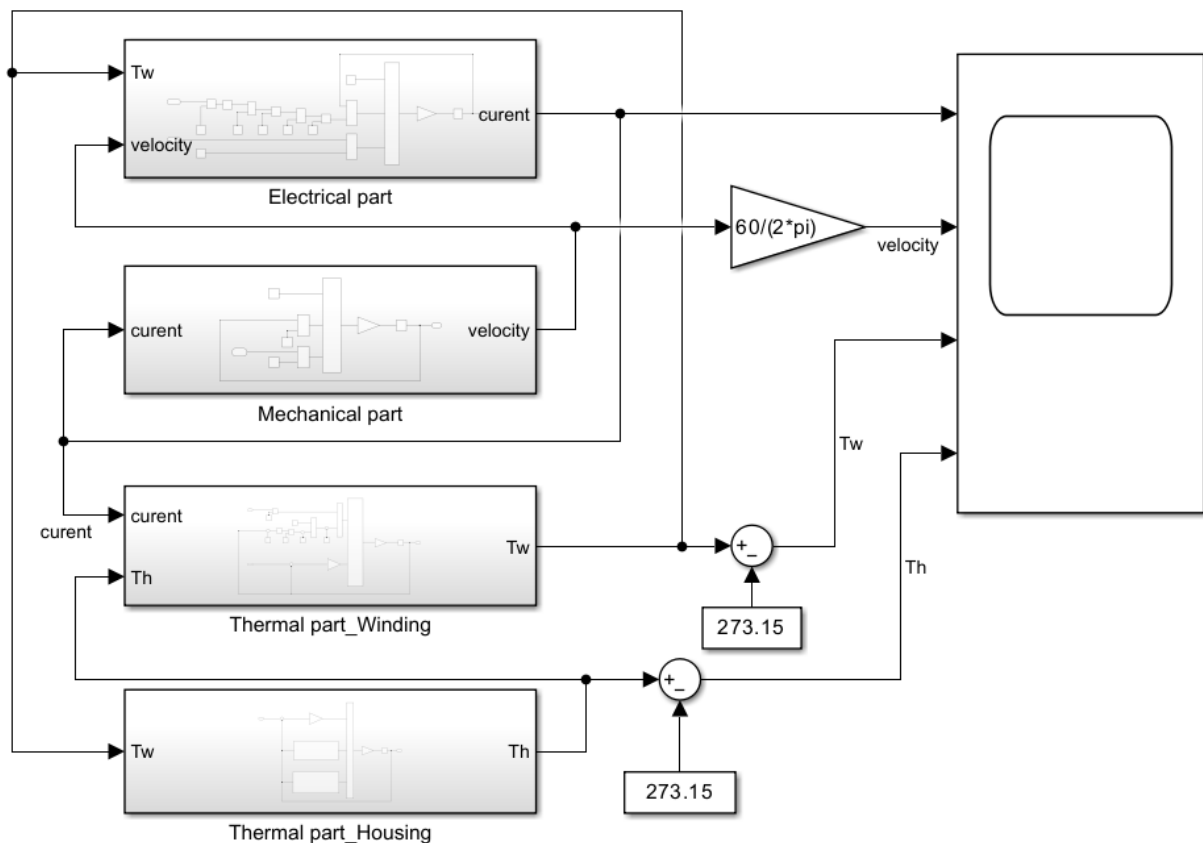
Obrázek 3.4: Výpočetní script v programu Matlab

Celý Matlab script modelu stejnosměrného motoru je přiložen v příloze.

3.2.2 Simulink

V prostředí programu Simulink byla nejdříve nastavena funkce callback „Model initialization function“, která spouští inicializační script pro nahrání dat se stejnými hodnotami jako v Matlabu. Diferenciální rovnice 3.15, 3.16, 3.17 a 3.18 byly následně zadány v podobě základních matematických operací a řešeny pomocí zvoleného řešiče ode23s. V integrátorech došlo k nastavení počátečních podmínek a jednotlivé části byly pro jednoduchost rozděleny do odpovídajících subsystémů. Hledané průběhy hodnot proudu $i(t)$, otáček rotoru $\omega(t)$, teploty rotoru $T_w(t)$ a teploty pláště $T_h(t)$ byly vykresleny do grafů pomocí bloku scope.

Na Obrázku 3.5 je možné vidět názornou ukázkou vzájemné provázanosti jednotlivých domén v podobě vstupních a výstupních signálů hledaných průběhů, které korespondují s Obrázkem 3.3. Celý model stejnosměrného motoru v programu Simulink je dostupný v příloze.



Obrázek 3.5: Model motoru rozdělený do subsystémů

3.2.3 Tvorba nového bloku

Při sestavování modelu v programu Simscape byl zjištěn nedostatek v podobě absence bloku pro přirozenou konvekci. V knihovně se nachází pouze blok pro nucenou konvekci, který se v tomto případě nehodí, protože se nejedná o modelaci ofukovaného stejnosměrného motoru. Pro případ neofukovaného motoru bylo tedy nutné bloček vytvořit.

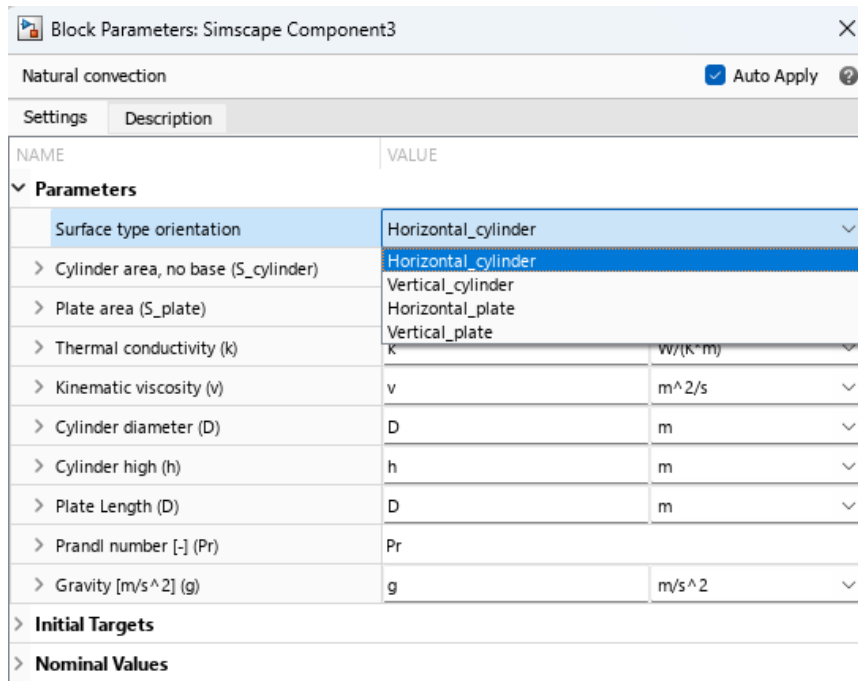
Nejdříve bylo zjištěno, že jednotlivé nové bloky lze do Simscapu vkládat pomocí bloku Simscape Component, do kterého se vloží script s vlastním kódem nesoucí příponu .ssc.



Obrázek 3.6: Blok Simscape Component

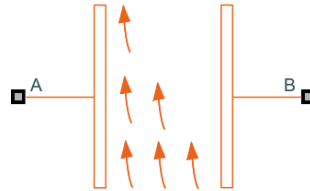
Po prozkoumání fungování a chování kódů různých bloků byla jako první definována tepelná knihovna ve zdrojovém kódu tvořeného bloku. Následně pomocí parameters byly zavedeny potřebné vstupní veličiny, u kterých bylo třeba vždy uvést správné jednotky. Pro jednoduchost a větší přehlednost byly zavedeny konstanty obsahující neměnné hodnoty s průběhem simulace.

Prvním vylepšením bylo naprogramování rolovacího menu pro volbu povrchu, okolo kterého dochází k přirozené konvekci. Nabídka tohoto menu je tvořena horizontálním válcem a dvěma vertikálními stěnami. Je tedy možné blok zkopírovat a zvolit vhodnou situaci bez nutnosti nahrávání dvou různých kódů. Program na základě zvolené varianty provede patřičný výpočet podle rovnice 3.13.



Obrázek 3.7: Parametry vytvořeného bloku

Dalším zlepšením byla tvorba tematického obrázku, který by nejlépe vystihoval proudění kolem daného objektu. Tvorba probíhala pomocí editoru vektorové grafiky, kde hlavním úskalím bylo správné nastavení velikosti, aby spojnice navazovaly s ostatními částmi obvodu. Po několika neúspěšných pokusech byl nakonec .svg obrázek vytvořen a vložen pod stejným názvem jako zdrojový kód do stejné složky. Při vkládání kódu do Simscape Component si Simulink nahrál i vytvořený obrázek.



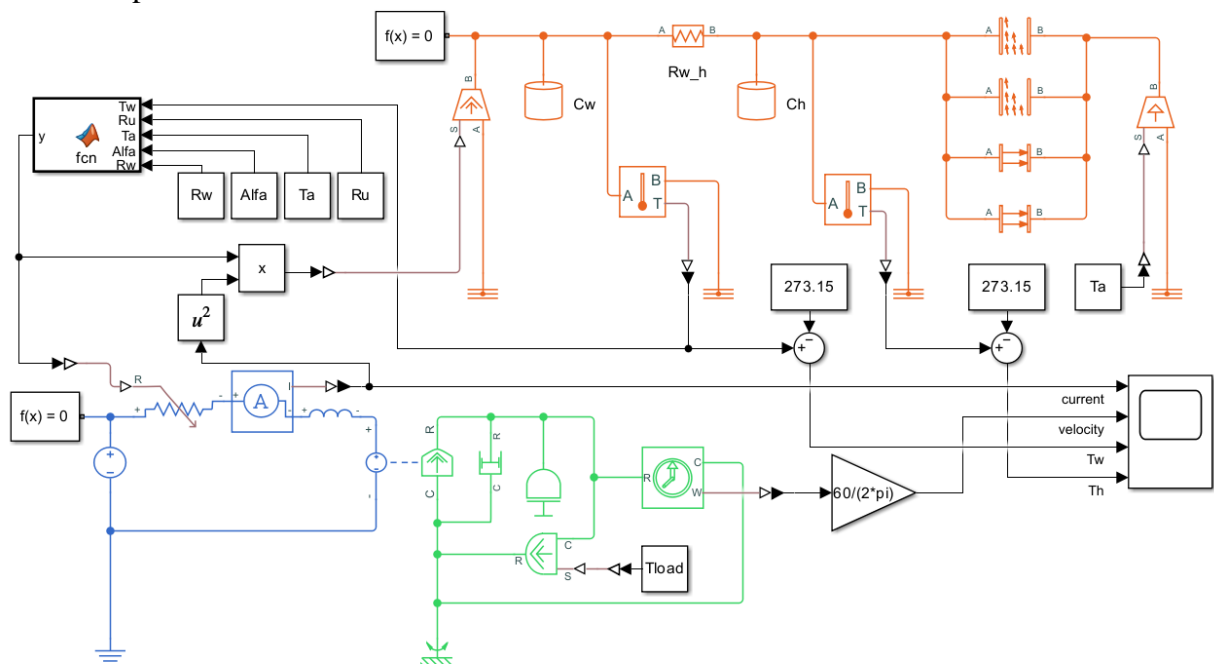
Obrázek 3.8: Vytvořený blok přirozené konvekce

3.2.4 Simscape

V prostředí programu Simscape byla opět nejdříve nastavena funkce callback sloužící ke spuštění inicializačního scriptu a nahrání vstupních dat. Model v tomto programu byl vytvořen na základě reálného chování a schémat jednotlivých oblastí, které jsou od sebe vzájemně barevně odděleny. Modrá barva náleží elektrické doméně, zelená mechanické a oranžová tepelné. Jedná se o oboustrannou komunikaci mezi bloky oproti černým jednosměrným simulinkovským signálům.

Teplotně závislý odpor vinutí byl vytvořen pomocí bloku MATLAB Function, který funguje stejně jako zápis příkazu v programu Matlab. Byl do něj zapsán vztah 3.1 a přes Simulink-PS konvertor připojen na vstup proměnného rezistoru. Proud potřebný k tomuto výpočtu byl změřen pomocí proudového senzoru a následně převeden obrácenou operací PS-Simulink konvertorem.

Hodnoty zkoumaných průběhů veličin v podobě proudu motorem, otáček rotoru, teploty rotoru a teploty pláště byly převedeny PS-Simulink konvertorem a opět vykresleny pomocí bloku scope.



Obrázek 3.9: Simscape model DC motoru

3.3 Typová zkouška konkrétního motoru

K porovnání chování modelu s reálným stejnosměrným motorem bylo zapotřebí naměření skutečných dat, kterých bylo využito z paralelně probíhající diplomové práce [21].

Identifikovaným zařízením byl stejnosměrný čtyřpólový kartáčový motor MY1035.

| MY1035 | |
|------------------|------------------------|
| NAPĚTÍ | 36 V |
| JMENOVITÝ PROUD | 14 A |
| JMENOVITÉ OTÁČKY | 2400 min ⁻¹ |
| VÝSTUPNÍ VÝKON | 350 W |

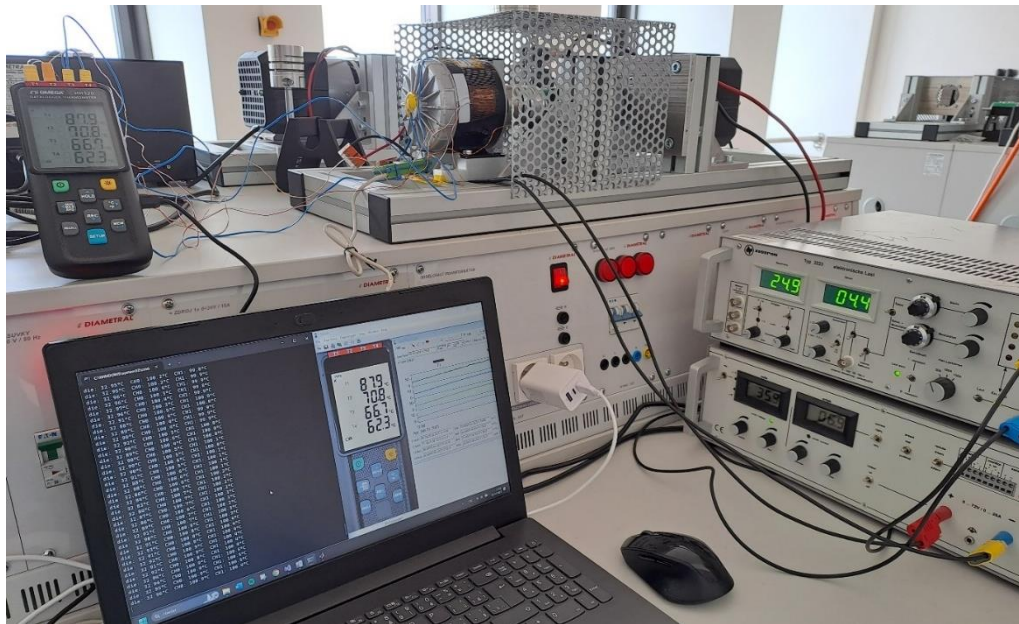
Tabulka 3.1: Štítkové parametry motoru MY1035

Za vstupní parametry motoru vytvořených modelů byly dosazeny tyto hodnoty:

| | |
|----------------------------|---|
| CELKOVÝ ODPOR | $R_a = 0,61 \Omega$ |
| ODPOR VINUTÍ | $R_w = 0,2375 \Omega$ |
| INDUKČNOST | $L_a = 0,0002 \text{ H}$ |
| PRŮMĚR | $D = 0,101 \text{ m}$ |
| DÉLKA | $l = 0,107 \text{ m}$ |
| MOMENT SETRVAČNOSTI | $J = 9,437 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ |
| KONSTANTA MOTORU | $c\phi = 0,09809 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ |
| KOEFICIENT TLUMENÍ | $b = 1,088 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ |
| TEPELNÝ ODPOR VINUTÍ PLÁŠŤ | $R_{w,h} = 0,711 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$ |
| TEPELNÁ KAPACITA ROTORU | $C_w = 640,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ |
| TEPELNÁ KAPACITA PLÁŠTĚ | $C_h = 500 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ |
| EMISIVITA PLÁŠTĚ | $\varepsilon_{pl} = 0,96$ |
| EMISIVITA PODSTAV | $\varepsilon_{po} = 0,11$ |

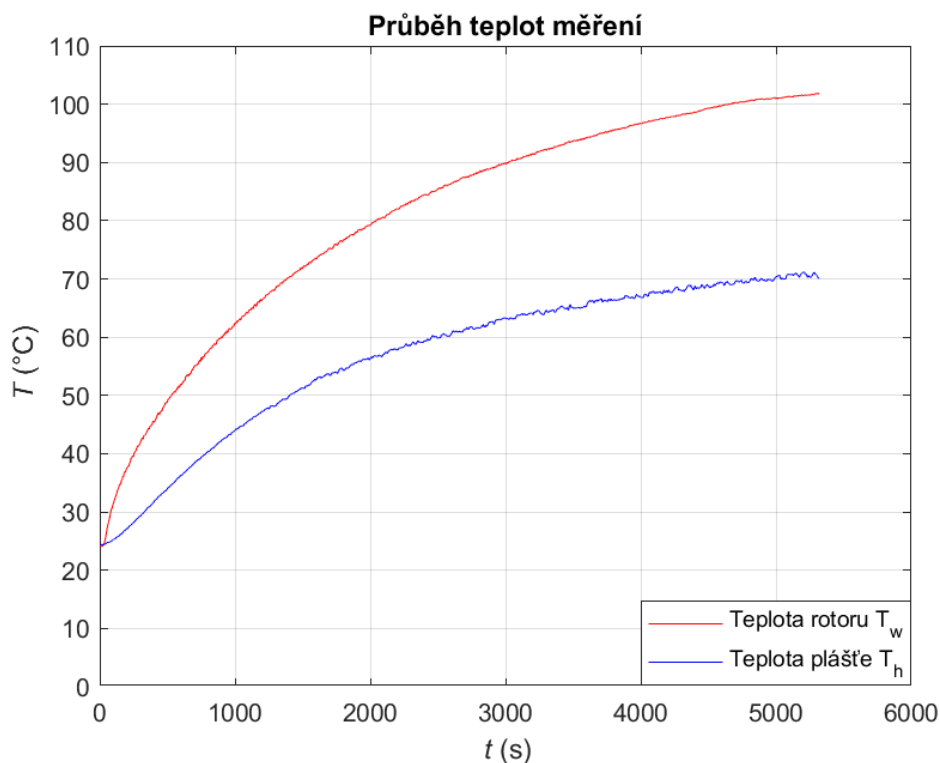
Tabulka 3.2: Parametry motoru MY1035

Oteplovací zkouška byla provedena pro napájecí napětí 35,9 V. Motor byl zatížen 0,59 Nm za pomoci propojení s jiným stejnosměrným motorem připojeným na elektrickou zátěž. Hodnota teploty okolí byla naměřena 24,4 °C a celková doba zkoušky trvala 90 minut.



Obrázek 3.10: Oteplovací zkouška motoru MY1035

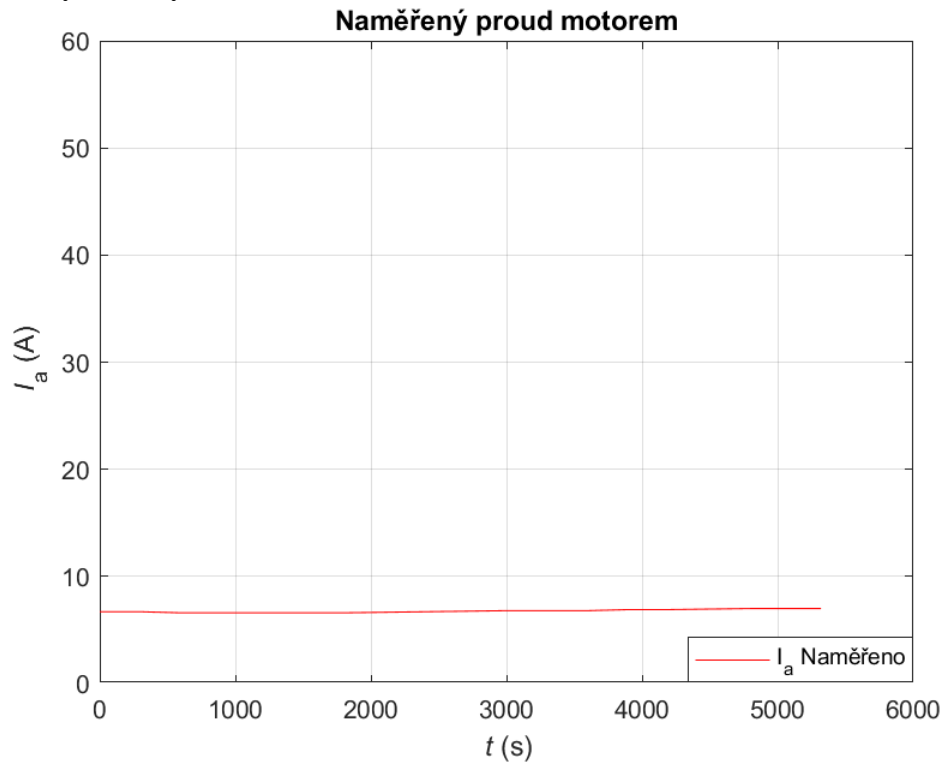
Během měření byly zaznamenávány hodnoty teploty rotoru T_w a teploty boční části spolu s vrchní, které byly váženě zprůměrovány pro hodnotu střední teploty pláště T_h .



Obrázek 3.11: Průběh teplot měření motoru MY1035

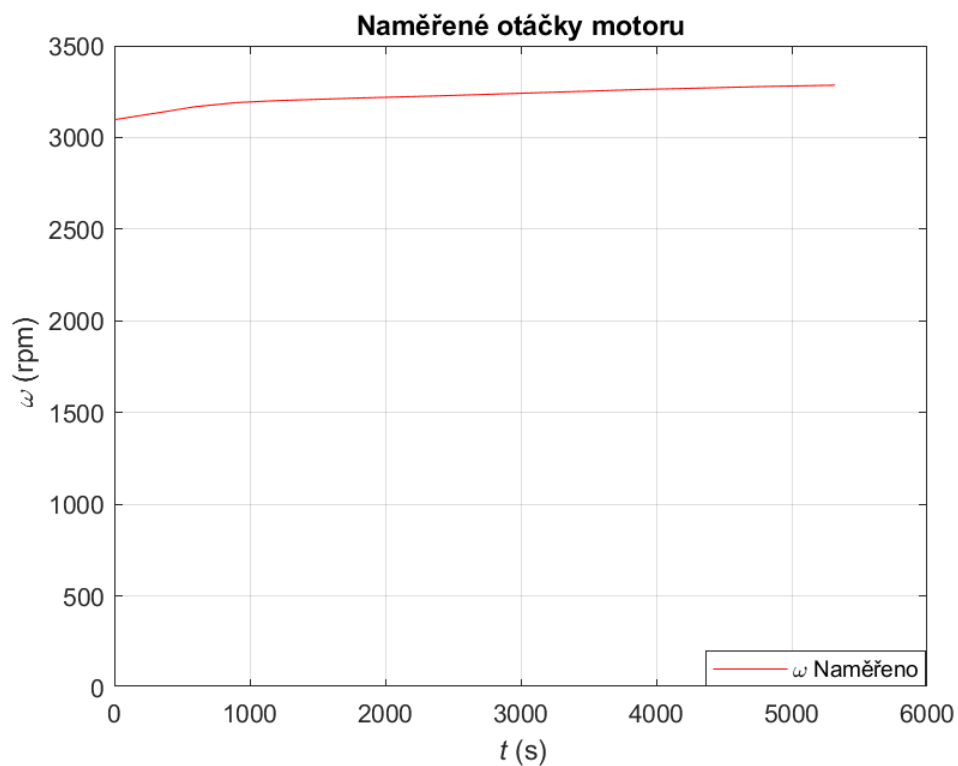
Z grafu na Obrázku 3.11 je patrné, že hodnoty teplot v době ukončení měření nejsou zcela ustálené, tedy: „Z provedených typových zkoušek byla extrapolací určena ustálená teplota vinutí a pláště.“ [21]. Teplota rotoru se ustálí na 107,7 °C a teplota obalu se ustálí na 75,4 °C.

Hodnoty otáček n a protékajícího proudu I_a byly během měření zaznamenávány a jejich průběhy jsou vykresleny následovně:



Obrázek 3.12: Průběh naměřeného proudu

V čase ukončení měření se otáčky rovnají $n = 3285$ rpm.



Obrázek 3.13: Průběh naměřených otáček

V čase ukončení měření je proud roven $I_a = 7$ A.

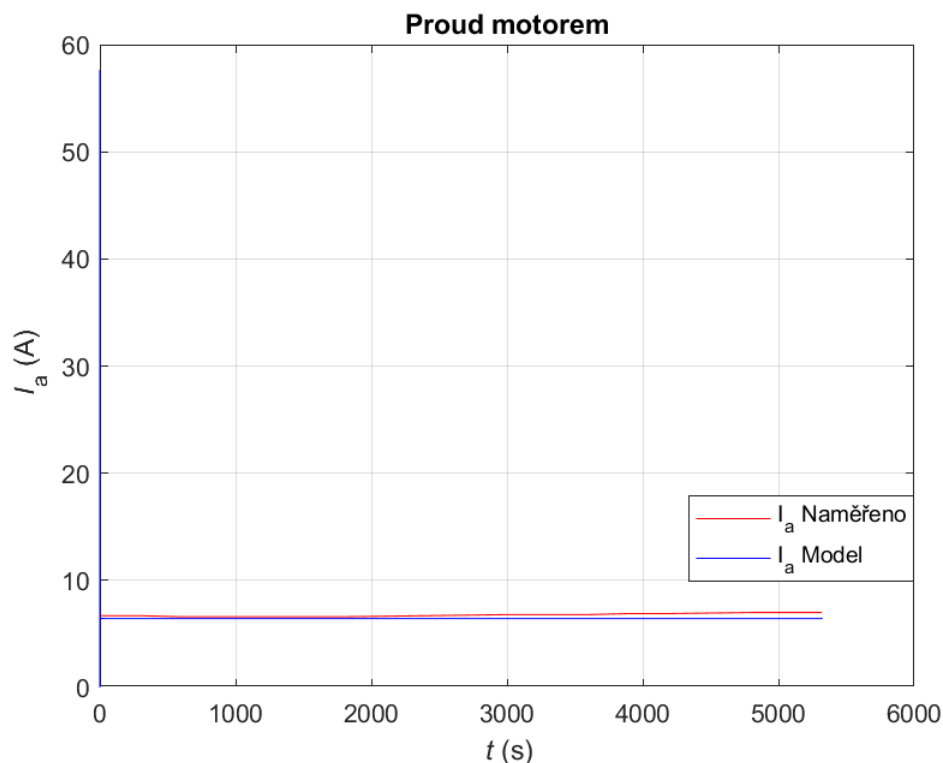
3.4 Zhodnocení výsledků

Identifikované parametry zkoumaného motoru MY1035 z Tabulky 3.2 byly dosazeny za vstupní data vytvořených modelů. Hodnoty napájecího napětí a zátěžného momentu byly nastaveny totožně s oteplovací zkouškou.

Jak bylo očekáváno, sledované průběhy modelů založených na matematickém popise se shodují naprosto přesně. Třetí model v programu Simscape založený na fyzikálních podstatách se v ustálených stavech liší od předchozích následovně: Proud o 0,003 %, otáčky o 0,02% teplota rotoru o 0,8 % a teplota pláště o 0,9 %. Vstupní parametry jsou ve všech třech případech stejné. Struktura modelu je neznámá, což může mít za následek tyto odchylky. Vzhledem k nízkým hodnotám odchylek (do 1 %) byl tento aspekt zanedbán.

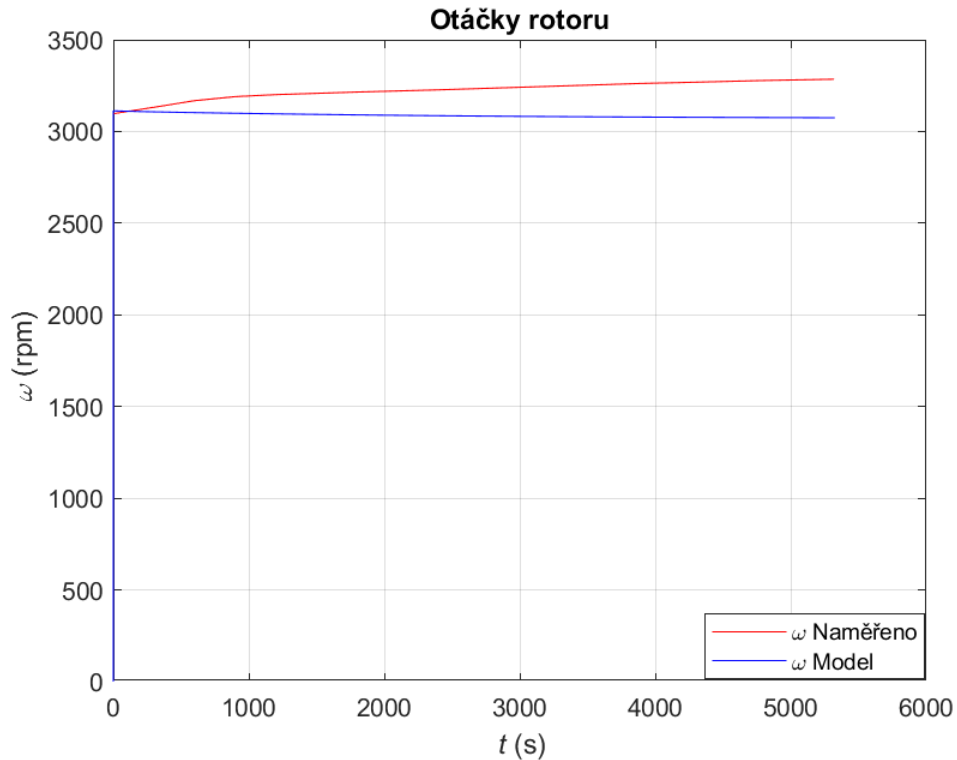
Rozdíl výpočtu spočívá také ve výpočetním čase, který byl změřen pomocí integrované funkce tic toc. Nejrychleji byly výsledky spočteny modelem v Matlabu, kde se výpočetní čas při opakovaných pokusech stále měnil, ale nejčastěji výpočet zaokrouhleně trval 0,2 s. Oproti tomu nejpomalejší model je v programu Simulink, který spočetl výsledky za dobu 1 s. Simscape model se umístil mezi těmito dvěma programy s časem výpočtu 0,4 s.

Pro detailnější porovnání hodnot modelu s výsledky měření byl vybrán model v programu Matlab. Hledané průběhy výstupních proměnných byly jednotlivě vykresleny spolu s naměřenými daty následovně:



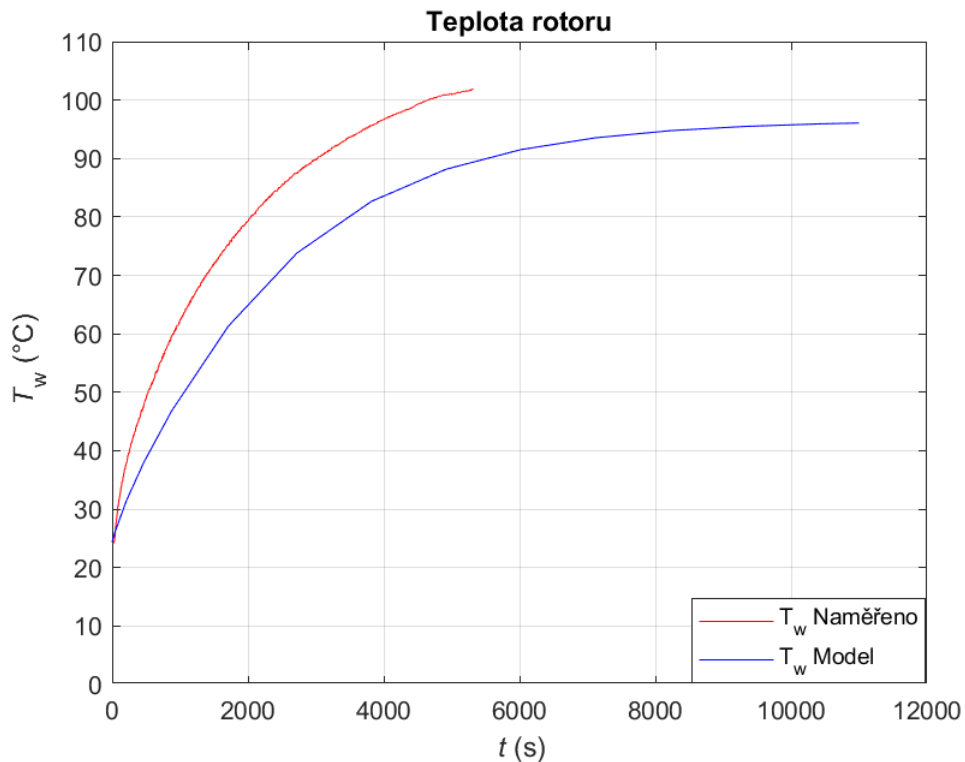
Obrázek 3.14: Průběh naměřeného a simulovaného proudu

První z domén je elektrická, ze které je dopočítáván proud motorem. Při vykreslení spolu s naměřenými daty se hodnota proudu v čase ukončení oteplovací zkoušky liší od simulované o 8,2 %. Průběh vykazuje nárůst protékajícího proudu.



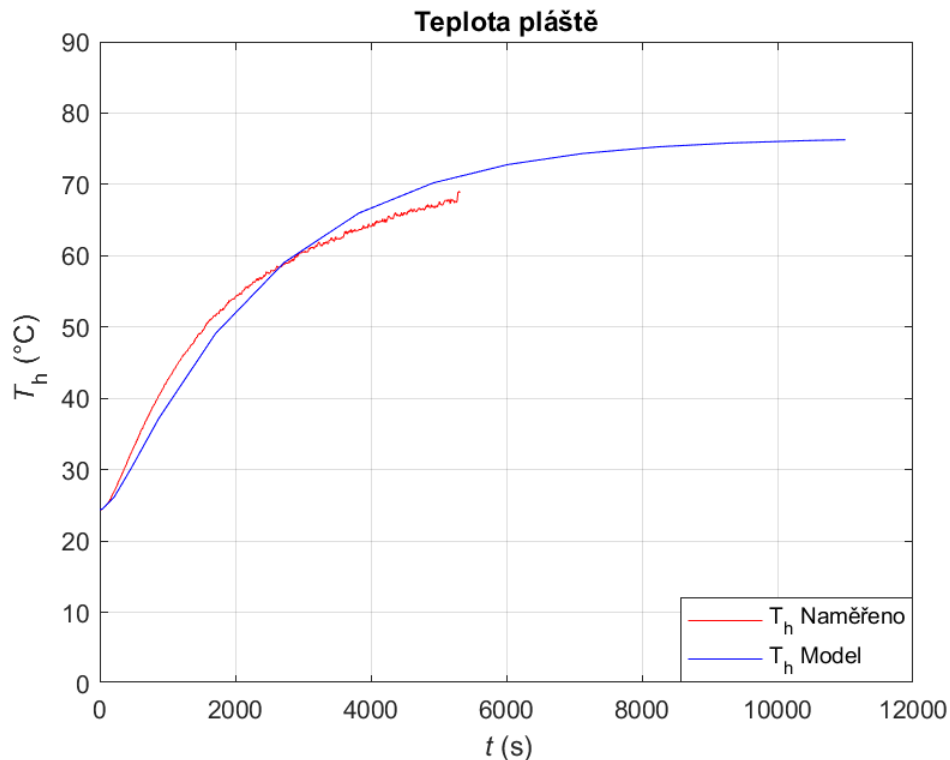
Obrázek 3.15: Průběh naměřených a simulovaných otáček rotoru

Druhou z domén je mechanická, ze které je dopočítávána rychlost otáčení hřídele motoru. V čase ukončení oteplovací zkoušky je měřená rychlost rotoru vyšší než simulovaná o 6,4 %. Dynamika průběhu v tomto případě vykazuje protikladné chování.



Obrázek 3.16: Průběh naměřené a simulované teploty rotoru

Poslední z domén, tepelná, se nejdříve věnuje vypočítávání hodnot teploty rotoru. Simulace byla spuštěna do ustálení, kde dospěla k teplotě rotoru 95,9 °C. Odchylka ustálených stavů měření od simulace činí 11,0 %. Dynamika náběhu teplot nevykazuje znatelné odchylky.



Obrázek 3.17: Průběh naměřené a simulované teploty pláště

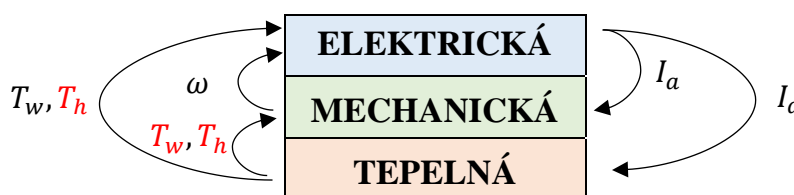
Druhou zkoumanou teplotou je teplota pláště motoru. V ustáleném stavu dospěla simulace k velikosti teploty pláště 76,1 °C. Odchylka ustálených teplot pláště měření od simulace je 0,9 %. Naměřený průběh vykazuje rychlejší náběh teploty.

Jednotlivé odchylky jsou způsobeny zjednodušením, se kterým byl reálný stejnosměrný motor modelován. Největším rozdílem je protichůdná dynamika průběhu otáček mezi simulací a měřením. Z tohoto důvodu byl pro zvýšení přesnosti modelu upraven výpočet konstanty motoru $c\phi$ v podobě přidání teplotní závislosti popsané v [22] následovně:

$$c\phi(T_{mag}) = c\phi_0 \cdot (1 + \alpha_{mag} \cdot (T_{mag} - T_a)) \quad (3.19)$$

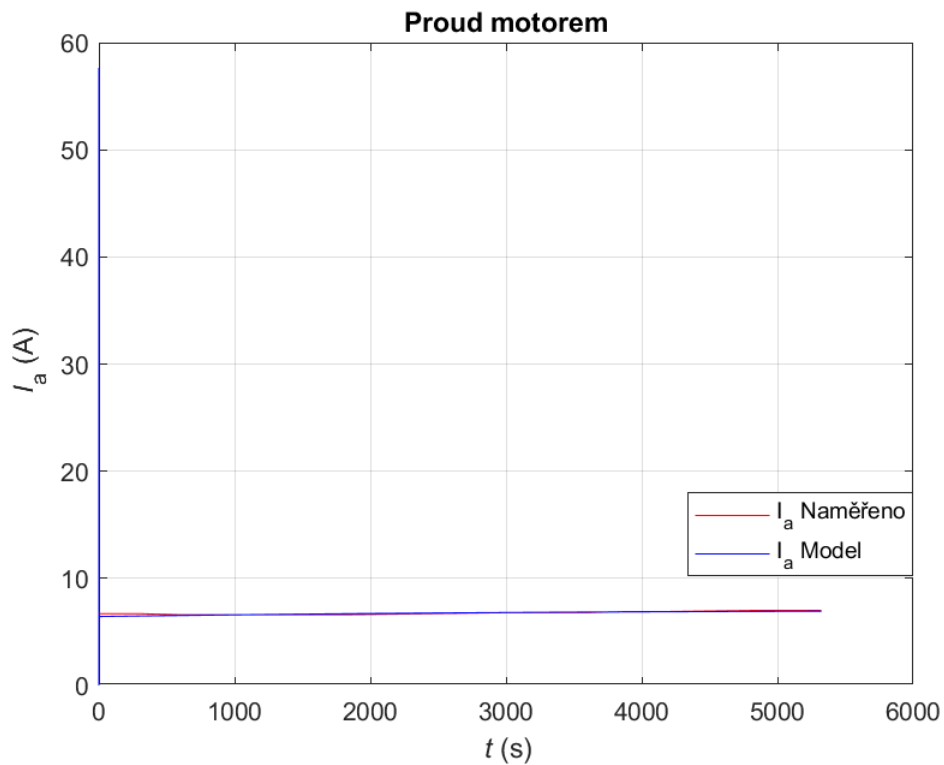
Veličina $c\phi_0$ je konstanta motoru při okolní teplotě T_a [K], α_{mag} [K⁻¹] je koeficient závislosti elektromagnetické indukce na teplotě a T_{mag} [K] je teplota magnetů, za kterou byla dosazena střední hodnota mezi teplotou rotoru a vlnutím v podobě $T_{mag} = \frac{T_w + T_h}{2}$.

Provázání modelu je rozšířeno následovně:



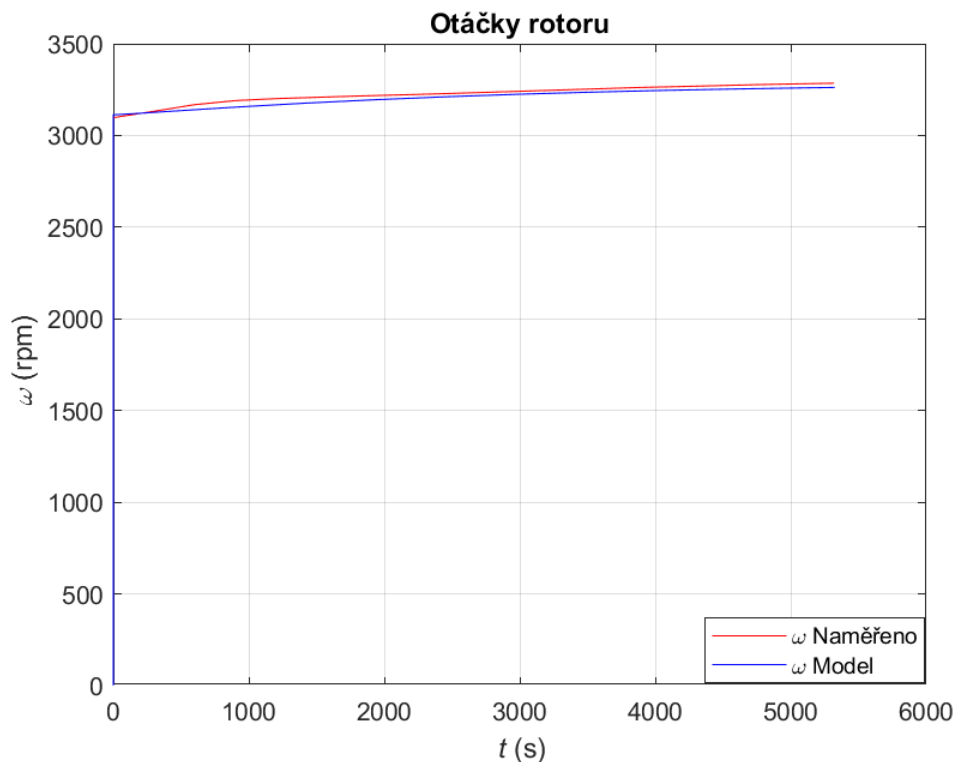
Obrázek 3.18: Rozšířené schéma vázaného modelu

Hledané průběhy výstupních proměnných po úpravě modelu vypadají následovně:



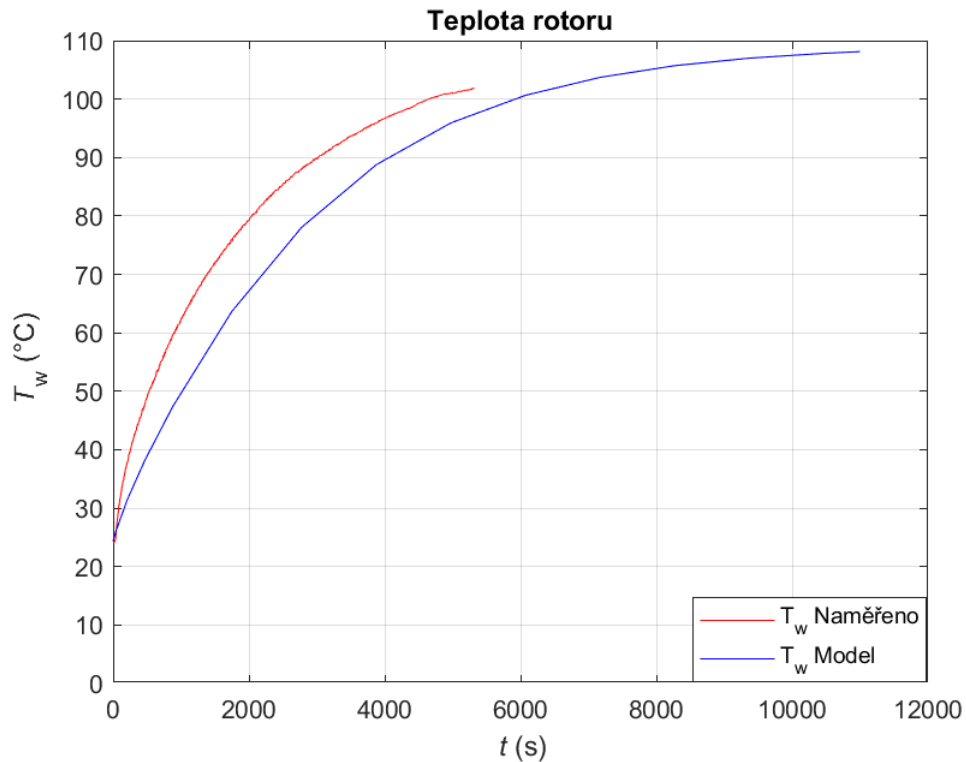
Obrázek 3.19: Průběh naměřeného a simulovaného proudu po úpravě modelu

Odchylka proudu motorem mezi modelem a měřením se po úpravě snížila z hodnoty 8,2 % na hodnotu 1,2 % pro konečný stav simulace.

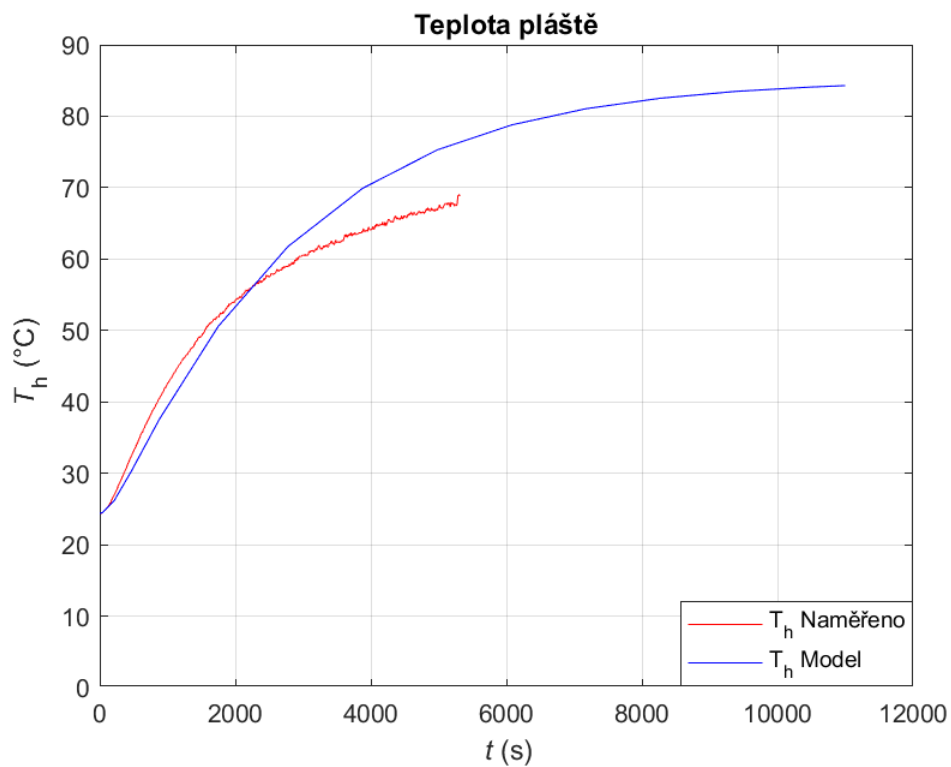


Obrázek 3.20: Průběh naměřených a simulovaných otáček po úpravě modelu

Nepřesnost mezi modelem a měřením klesla v době ukončení z 6,4 % na 0,7 %.



Obrázek 3.21: Průběh naměřené a simulované teploty rotoru po úpravě
 Rozdíl teploty ustálení modelu vůči měření se po úpravě snížil z 11,0 % na 0,1 %.



Obrázek 3.22: Průběh naměřené a simulované teploty pláště po úpravě
 Odchylka mezi ustálenou teplotou pláště modelu a měření vzrostla z hodnoty 0,9 % na hodnotu 11,5 %.

4 ZÁVĚR

V této práci byly zhotoveny tři virtuální modely stejnosměrného motoru pomocí programu Matlab, Simulink a Simscape na základě vytvořených schémat ekvivalentních obvodů. Rozdíly modelů byly mezi sebou porovnány. Vzájemná provázanost spočívá v oboustranném ovlivňování jednotlivých domén. Byl kladen velký důraz na tepelnou část modelu, a tedy vytvořen chybějící blok knihovny Simscape pro přirozenou konvekci. Výsledné průběhy simulace byly porovnány s naměřenými daty stejnosměrného motoru MY1035.

Jak bylo očekáváno, všechny tři modely se výsledky shodují. Rozdíl spočívá pouze v době potřebné pro výpočet. Nejrychlejším modelem je varianta v Matlabu, která na druhou stranu disponuje horší přehledností. Nejpomalejší varianta je v Simulinku, ale nabízí nejlepší řešení pro nadstavbu v podobě například řízení doděláním regulátoru. Simscape model je s časem výpočtu mezi těmito dvěma programy. Hlavní výhodou je přehlednost a možnost snadné úpravy bez nutnosti matematického modelu popisující daný systém. Je tak snadná prototypizace na základě fyzikálních podstat.

Již zmíněný vytvořený blok přirozené konvekce umožňuje volbu pro různé povrchy, stává se tak univerzálním pro budoucí aplikace. Zahrnuje výměnu tepla pomocí přirozené konvekce z povrchu horizontálního nebo vertikálního válce a stěny.

Zkoumanými průběhy modelu byly otáčky rotoru, protékající proud motorem, teplota rotoru a teplota pláště, které byly porovnány s naměřenými daty. Při porovnávání dynamiky simulace a měření byl zjištěn značný rozdíl v průběhu otáček v podobě protichůdného vývoje. Model byl tedy upraven zavedením teplotní závislosti konstanty motoru $c\phi$ kvůli vlivu teploty na magnetický tok. Při porovnávání rozdílů ustálených stavů s předchozí variantou došlo ke zpřesnění proudu o 7,0 % na rozdíl 1,2 %, zpřesnění otáček o 5,7 % na rozdíl 0,7 %, zpřesnění teploty rotoru o 10,9 % na rozdíl 0,1 % a zhoršení přesnosti teploty pláště o 10,6 % na rozdíl 11,5 %. Značná odchylka teploty pláště simulace a měření je nejspíše způsobena zjednodušením, se kterým byl stejnosměrný motor modelován. Například simulovaná teplota pláště je považována za střední i přesto, že na povrchu motoru má každá část hodnotu teploty jinou.

Na základě úpravy modelu zahrnutím teplotně proměnné konstanty motoru $c\phi$ došlo k celkovému zpřesnění simulovaného modelu motoru. Dalšího zpřesnění by bylo možné dosáhnout diskretizací tepelné sítě. Více uzlová síť by přesněji charakterizovala reálné chování modelovaného stroje, například zahrnutí zdroje tepla v podobě ztrát na komutátoru.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] *Mechanical Design of Electric Motors* [online]. 20140131. CRC Press, 2014 [cit. 2024-05-08]. ISBN 978-1-4200-9144-1. Dostupné z: <https://archive.org/details/mechanical-design-of-electric-motors/mode/2up>
- [2] Princip stejnosměrných motorů. In: *Elektrika.cz* [online]. 2008 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://elektrika.cz/data/clanky/princip-stejnosmernihych-motoru>
- [3] KUNOVSKÝ, Martin. *Modelování mohou s DC motorem v prostředí Matlab/Simulink*. [online]. Brno, 2009 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=17932. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Vladimír Hubík.
- [4] KUKLÍK, Michal. *Návrh stavového regulátoru pro stejnosměrný motor*. [online]. Brno, 2017 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=149987. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Jiří Kovár, PhD.
- [5] Common industrial motors and how to drive them. In: *Avnet* [online]. 2023 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://www.avnet.com/wps/portal/us/resources/article/common-industrial-motors-and-how-to-drive-them/>
- [6] NOSKIEVIČ, Petr. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: Montanex, 1999. ISBN 80-722-5030-2.
- [7] 2. Modeling of DC Motor. *NCTU Department of Electrical and Computer Engineering 2015 Spring Course* [online]. 2015, 1-8 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: https://video.ocw.nycu.edu.tw/pub/dssi032/handout/DSSI_2.pdf
- [8] Calculating Back EMF from Torque Constant. In: *Electronics Stack Exchange* [online]. 2014 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://electronics.stackexchange.com/questions/110557/calculating-back-emf-fromtorque-constant>
- [9] VLACH, Radek. *Tepelné procesy v mechatronických soustavách*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2009. ISBN 978-80-214-3976-4.
- [10] Matrices and Arrays. *Mathworks* [online]. c1994-2024 [cit. 2024-04-12]. Dostupné z: https://www.mathworks.com/help/matlab/learn_matlab/matrices-and-arrays.html
- [11] MATLAB®. *Humusoft* [online]. c1991 - 2024 [cit. 2024-04-12]. Dostupné z: <https://www.humusoft.cz/matlab/details/>
- [12] MathWorks. *Wikipedia* [online]. 2024 [cit. 2024-04-12]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/MathWorks>
- [13] Modelování elektromechanické soustavy v prostředí Matlab a Simulink (část 1). *Automa* [online]. c2016 [cit. 2024-04-12]. Dostupné z: https://www.automa.cz/cz/casopis-clanky/modelovani-elektromechanicke-soustavy-v-prostredi-matlab-a-simulink-cast-1-2008_08_37720_6045/
- [14] Simulink. *Wikipedia* [online]. 2024 [cit. 2024-04-12]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Simulink#cite_note-2
- [15] Závislost odporu kovového vodiče na teplotě. *Fyzika.jreichl: Encyklopedie fyziky* [online]. c2006-2024 [cit. 2024-04-12]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/242-zavislost-odporu-kovoveho-vodice-na-teplote>

- [16] MIKULČÁK, Jiří. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2007. Pomocné knihy pro žáky (Prometheus). ISBN 978-80-7196-345-5.
- [17] 24. ZÁKLADY PŘENOSU TEPLA. *TERMOMECHANIKA ONLINE* [online]. [2021] [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://sites.google.com/vutbr.cz/termomechanika/doma/termomechanika-6tt#h.djhtvcukfgup>
- [18] 29. PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM. *TERMOMECHANIKA ONLINE* [online]. [2021] [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://sites.google.com/vutbr.cz/termomechanika/doma/termomechanika-6tt#h.xgnisk60pj9d>
- [19] 26. PŘENOS TEPLA KONVEKČÍ. *TERMOMECHANIKA ONLINE* [online]. [2021] [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://sites.google.com/vutbr.cz/termomechanika/doma/termomechanika-6tt#h.as9a9iv3avkg>
- [20] ÇENGEL, YUNUS A. a AFSHIN J. GHAJAR. *Heat and mass transfer: Fundamentals & applications*. 5. New York: McGraw-Hill Education, 2014. ISBN 9789813158962.
- [21] KRAML, Aleš. *Identifikace parametrů vázaného modelu stejnosměrného stroje*. Brno, 2023. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.
- [22] Temperature Effects on DC Motor Performance. *Haydon Kerk Pittman* [online]. c2023 [cit. 2024-05-08]. Dostupné z: <https://www.haydonkerkpittman.com/learningzone/whitepapers/temperature-effects-on-dc-motor-performance>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

| Symbol | Veličina | Jednotka |
|-------------------------|---|------------------------------------|
| α | Součinitel přestupu tepla | $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ |
| α' | úhlové zrychlení rotoru | $rad \cdot s^{-2}$ |
| α_{mag} | Koeficient elektromagnetické indukce | K^{-1} |
| α_K | Součinitel přestupu tepla konvekce | $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ |
| α_R | Součinitel přestupu tepla radiací | $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ |
| b | koeficientem tlumení | $N \cdot m \cdot s \cdot rad^{-1}$ |
| β | Teplotní součinitel elektrického odporu | K^{-1} |
| β' | Teplotní roztažnost vzduchu | K^{-1} |
| C_w | Tepelná kapacita rotoru | $J \cdot K^{-1}$ |
| $c\phi$ | Konstanta motoru | $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ |
| ΔT | Změna teploty | K |
| $\Delta P_{ventilační}$ | Ventilační ztráty | W |
| ΔP_{mech} | Mechanické ztráty | W |
| $\Delta P_{třecí}$ | Třecí ztráty | W |
| ΔP_{vp} | Ztráty vířivými proudy | W |
| ΔP_{hys} | Hysterezní ztráty | W |
| ΔP_{Fe} | Ztráty v železe | W |
| ε | Emisivita povrchu | – |
| ε_{pl} | Emisivita pláště | – |
| ε_{po} | Emisivita podstav | – |
| g | Tíhové zrychlení | $m \cdot s^{-2}$ |
| Gr | Grashofovo číslo | – |
| C_h | Tepelná kapacita pláště | $J \cdot K^{-1}$ |
| i_a | Proud motorem | A |
| J | moment setrvačnosti rotoru | $kg \cdot m^2$ |
| k_e | elektromechanická konstanta motoru | $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ |
| k_t | momentová konstanta motoru | $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ |
| L | charakteristický rozměr | m |
| L_a | Indukčnost vinutí | H |
| λ | Součinitel tepelné vodivosti | $[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$ |
| M_E | Elektromotorický točivý moment | $N \cdot m$ |
| M_{ztr} | ztrátový moment | $N \cdot m$ |
| M_Z | zátěžný moment | $N \cdot m$ |
| Nu | Nusseltovo číslo | – |
| ω | Úhlová rychlost rotoru | $rad \cdot s^{-1}$ |
| P_G | Generovaný výkon | W |
| P_0 | Elektrický příkon | W |

| | | |
|-------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| P_Q | Jouleovy ztráty | W |
| P_Z | Ztrátový výkon na vinutí | W |
| Pr | Prandlovo číslo | – |
| \dot{Q} | Tepelný tok | W |
| \dot{Q}_K | Tepelný tok konvekcí | W |
| \dot{Q}_R | Tepelný tok radiací | W |
| R | Elektrický odpor | Ω |
| R_a | elektrický odpor | Ω |
| Ra | Rayleighovo číslo | – |
| R_b | Odpor uhlíků | Ω |
| R_H | Tepelný odpor | $K \cdot W^{-1}$ |
| R_w | Odpor vinutí | Ω |
| R_{h_a} | Tepelný odpor mezi pláštěm a okolím | $K \cdot W^{-1}$ |
| R_{w_h} | Tepelný odpor mezi rotorem a pláštěm | $K \cdot W^{-1}$ |
| σ | Stefan-Boltzmannova konstanta | $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ |
| S | Plocha obtékaného tělesa | m^2 |
| S' | Povrch pláště motoru | m^2 |
| S'' | Povrch podstav | m^2 |
| t | čas | s |
| T_a | Teplota okolí | K |
| T_{mag} | Teplota magnetů | K |
| T_h | Teplota pláště | K |
| T_w | Teplota rotoru | K |
| U | Napětí | V |
| u_a | napájecí napětí | V |
| u_i | indukované elektromotorické napětí | V |
| ν | Kinematická viskozita | $m^2 \cdot s^{-1}$ |

SEZNAM OBRÁZKŮ

- Obrázek 2.1: Náhradní schéma DC motoru s cizím buzením
- Obrázek 2.2: Schéma rozdělení stejnosměrných motorů dle buzení
- Obrázek 2.3: Náhradní schéma DC motoru s cizím buzením
- Obrázek 2.4: Náhradní schéma DC motoru s permanentními magnety
- Obrázek 2.5: Náhradní schéma DC motoru s derivačním buzením
- Obrázek 2.6: Náhradní schéma DC motoru se sériovým buzením
- Obrázek 2.7: Náhradní schéma DC motoru s kompaundním buzením
- Obrázek 2.8: Elektrické schéma DC motoru s permanentními magnety
- Obrázek 2.9: Mechanické schéma DC motoru
- Obrázek 2.10: Tepelná síť DC motoru
- Obrázek 2.11: Energetické schéma DC motoru
- Obrázek 3.1: Náhradní schéma DC motoru s permanentními magnety
- Obrázek 3.2: Tepelné schéma DC motoru při ustálených teplotách
- Obrázek 3.3: Vázaný model stejnosměrného motoru
- Obrázek 3.4: Výpočetní script v programu Matlab
- Obrázek 3.5: Model motoru rozdělený do subsystémů
- Obrázek 3.6: Blok Simscape Component
- Obrázek 3.7: Parametry vytvořeného bloku
- Obrázek 3.8: Vytvořený blok přirozené konvekce
- Obrázek 3.9: Simscape model DC motoru
- Obrázek 3.10: Oteplovací zkouška motoru MY1035
- Obrázek 3.11: Průběh teplot měření motoru MY1035
- Obrázek 3.12: Průběh naměřeného proudu
- Obrázek 3.13: Průběh naměřených otáček
- Obrázek 3.14: Průběh naměřeného a simulovaného proudu
- Obrázek 3.15: Průběh naměřených a simulovaných otáček rotoru
- Obrázek 3.16: Průběh naměřené a simulované teploty rotoru
- Obrázek 3.17: Průběh naměřené a simulované teploty pláště
- Obrázek 3.18: Rozšířené schéma vázaného modelu
- Obrázek 3.19: Průběh naměřeného a simulovaného proudu po úpravě modelu
- Obrázek 3.20: Průběh naměřených a simulovaných otáček po úpravě modelu
- Obrázek 3.21: Průběh naměřené a simulované teploty rotoru po úpravě
- Obrázek 3.22: Průběh naměřené a simulované teploty pláště po úpravě

SEZNAM TABULEK

- Tabulka 2.1: Analogie mezi veličinami
- Tabulka 3.1: Štítkové parametry motoru MY1035
- Tabulka 3.2: Parametry motoru MY1035

SEZNAM PŘÍLOH

- složka Mereni_Data
- init.m
- SurfaceTypeEnum.m
- Natural_convection.ssc
- Natural_convection.svg
- Matlab_Model.m
- Simulink_Model.slx
- Simscape_Model.slx