# Posudek dizertační práce

| | |
|---|---|
| **Autorka:** | Lucie Fedorková (VUT Brno) |
| **Název práce:** | Stability and stabilization of autonomous difference systems |
| **Školitel:** | Jan Čermák (VUT Brno) |
| **Oponent:** | Petr Stehlík (FAV ZČU Plzeň) |

---

Autorka ve své práci plně charakterizuje lokalizaci $k$ kořenů tříčlenných polynomů (trinomů)

$$\lambda^k + a\lambda^\ell + b = 0,$$

kde $a, b \in \mathbb{R}$ a $k, \ell \in \mathbb{N}$, $k > \ell$, vzhledem k jednotkové kružnici v komplexní rovině. Poskytuje tak v tomto speciálním případě praktičtější a explicitnější alternativu než např. známé Schurovo-Cohnovo kritérium pro obecný polynom

$$\lambda^k + p_1\lambda^{k-1} + \ldots + p_{k-1}\lambda + p_k$$

viz tabulka 4.1. Zároveň zobecňuje i celou řadu prací, ve kterých jsou uvažovány speciální případy parametrů $a, b, k, \ell$. Tyto výsledky, prezentované v kapitole 4, jsou následně zobecněné na lokalizaci kořenů vzhledem k libovolné kružnici o poloměru $\rho > 0$ v komplexní rovině (kapitola 5) a aplikované na několik problémů, kde se tříčlenné polynomy vyskytují a vztah jejich kořenů k jednotkové kružnici má zásadní vliv na kvalitativní chování (kapitola 6). Jedná se zejména o otázky spojené se stabilitou, asymptotickým a periodickým chováním lineárních diferenčních rovnic, resp. diskrétních soustav s dvěma zpožděními. V poslední řadě je výsledek využit i pro model z teorie řízení k stabilizaci nestabilního diskrétního systému.

Tyto vlastní výsledky jsou doplněny krátkým úvodem a shrnutím v kapitole 1, stručným popisem potřebných výsledků z teorie lineárních diferenčních rovnic (kapitola 2). Autorka dále poskytuje přehled existující literatury k lokalizaci kořenů tříčlenného polynomu (kapitola 3). Jako příloha je pak připojen široký a vynikající text o lotyšském matematikovi Piersi Bohlovi, jehož zapomenuté výsledky se staly součástí příběhu vzniku této dizertace.

Práce je psaná velmi čtivě, čistým jazykem doplněným o precizní i srozumitelnou matematickou argumentaci, pečlivá a názorná grafická znázornění, a pěkné a názorné příklady doplňující obecná tvrzení. Jedná se o kompaktní práci, kde jednotlivé odstavce na sebe pěkně navazují a nejde tedy jen o pouhé propojení autorčiných článků. Zejména kapitolu 4 a větu 4.13. považuji za velmi zdařilou, co se samotného výsledku týče ale i přístupu k jeho prezentaci, ilustraci a následné aplikaci (v kapitole 6). Samotná věta 4.13. dává plnou charakterizaci $k$ kořenů polynomiální rovnice

$$\lambda^k + a\lambda^\ell + b = 0$$

na vnitřní, vnější a unimodulární. Pro dané hodnoty $a, b \in \mathbb{R}$ a $k, \ell \in \mathbb{N}$, $k > \ell$ plně popisuje třináct rozdílných konfigurací rozmístění kořenů, které mohou nastat.

Výsledky získané v práci i forma jejího sepsání vyžadovaly netriviální práci s literaturou z více oblastí matematiky (diferenční rovnice, teorie řízení, teorie čísel...). Konečná podoba práce dokazuje, že se autorka nejednotných pohledů a přístupů jednotlivých odvětví nejen nezalekla, ale dokázala je vhodně aplikovat. Objevení zapomenutých prací Pierse Bohla a jejich následná srozumitelná prezentace široké matematické veřejnosti (jak v American Mathematical Monthly, tak lokálně v Pokrocích, matematiky, fyziky a matematiky) jsou pak nezvyklou a chvályhodnou třešničkou na dortu. Neobvyklý poslední odstavec přílohy pak jen podtrhává vznešený a konstruktivní přístup autorky i jejího školitele k matematickému poznání.

**Dotazy k diskusi u obhajoby:**

Bude-li u obhajoby prostor k diskusi, rád bych uvítal autorčin pohled na některou z následujících otázek

1. Jaké další směry či partikulární otázky vyplývají z práce (např. jiné speciální polynomy, lokalizace kořenů vůči jiné množině, např. zápornost reálné části)? Jaké otázky, kterými jste se zabývala se nepodařilo vyřešit?

2. V práci se volně (a dle mého názoru správně) přepíná mezi pojmy lineární diferenční rovnice a diferenční rovnice se zpožděním. Bylo by správné mluvit pouze o lineárních diferenčních rovnicích a pojem „diferenční rovnice se zpožděním“ nepoužívat, resp. omezit se v jeho používání pouze na modely vzniklé diskretizací spojitých modelů se zpožděním?

3. Pokud dobře rozumím, Bohlova věta o pevném bodě byla nejen předchůdcem a speciálním případem Brouwerovy věty, ale týká se i ne tolik známé věty A.1. Lze jednoduše ilustrovat vztah mezi těmito dvěma tvrzeními?

**Závěr:**

Práci velmi rád doporučuji uznat jako dizertační. Oceňuji získané výsledky, matematický projev i širší přístup autorky k nastíněným problémům.

V Plzni dne 16. 10. 2024,

Petr Stehlík