VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

NEXT GENERATION VUT: Zvyšování kvality a relevance vzdělávání na VUT CZ.02.02.XX/00/23_022/0009052

Gravitace

doc. RNDr. Milada Bartlová, Ph.D.,
doc. Ing. Vlasta Sedláková, Ph.D.,
Mgr. Naděžda Bogatyreva, Ph.D.

Spolufinancováno Evropskou unií

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

CC BY

Obsah

- Gravitace
- Newtonův gravitační zákon
- Gravitační pole Země
- Tíhová síla
- Pohyby těles v gravitačním poli Země
- Příklady

Gravitace

Gravitace je základní přírodní síla, která ovlivňuje pohyb vesmírných těles.

Zde popíšeme definice a klíčové koncepty týkající se gravitace, Newtonova gravitačního zákona a pohybů těles v gravitačním poli Země.

Gravitace je přírodní jev, který se projevuje jako vzájemné přitažlivé působení (interakce) všech objektů, které mají hmotnost nebo energii.

Je to jedna ze čtyř základních interakcí ve fyzice (spolu s elektromagnetickou, silnou jadernou a slabou jadernou silou). Přestože je gravitace nejslabší ze základních sil, má dominantní vliv na velkých vzdálenostech a strukturách, jako jsou planety, hvězdy, galaxie a celé vesmíry.

Gravitace

Definice: Gravitace je univerzální přitažlivá síla mezi tělesy, popsaná Newtonovým gravitačním zákonem, který říká, že síla je přímo úměrná součinu hmotností a nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti mezi nimi.

Vlastnosti gravitačních sil objasnil Isaac Newton. Na základě studia pohybu Měsíce kolem Země a pohybu planet kolem Slunce dospěl v roce 1687 k vyjádření všeobecného gravitačního zákona, který patří mezi nejdůležitější zákony fyziky.

Newtonův gravitační zákon

Newtonův gravitační zákon zní: Každá dvě tělesa se vzájemně přitahují gravitační silou F_g, velikost které závisí na hmotnosti obou těles a na čtverci vzdálenosti jejich středů.

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

kde $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} (nebo m^3.kg^{-1}.s^{-2}) je gravitační konstanta,

m_1 a m_2 jsou hmotnosti dvou těles,

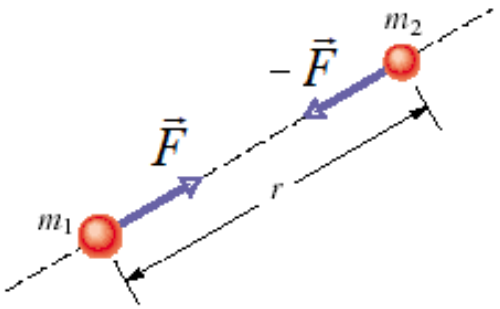
r je vzdálenost mezi středy těchto objektů.

Newtonův gravitační zákon

Univerzálnost: Zákon platí pro všechna tělesa a vysvětluje, proč jablko padá k Zemi i proč Země obíhá kolem Slunce.

Působení: Gravitační síla směřuje do středu Země.

Gravitační síla je vždy **oboustranná** – padající kámen je přitahován k Zemi stejně velkou, ale opačně orientovanou silou, jako je Země přitahována ke kameni.

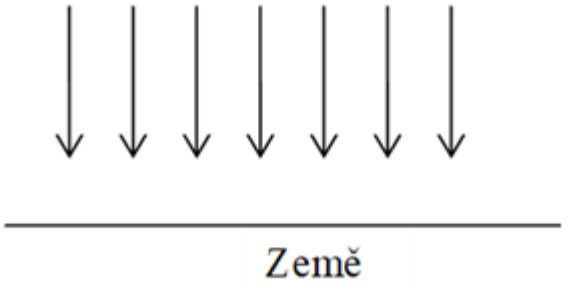


Gravitační pole Země

Zemské gravitační pole je oblast kolem Země, ve které působí gravitační síla. Většina pohybů v našem okolí, od padajícího jablka po oběžnou dráhu Měsíce, je řízena tímto polem.

Gravitační pole Země je centrální (radiálně směřuje do středu Země) a s rostoucí výškou se jeho intenzita zmenšuje, a tím i gravitační zrychlení klesá.

V blízkosti zemského povrchu je gravitační pole téměř rovnoměrné (homogenní).



Tíhová síla

Tíhová síla F_G nebo G je síla, která působí na tělesa na povrchu Země. Velikost této síly je:

$$F_G = m \cdot g,$$

kde g je velikost tíhového zrychlení a m je hmotnost tělesa.

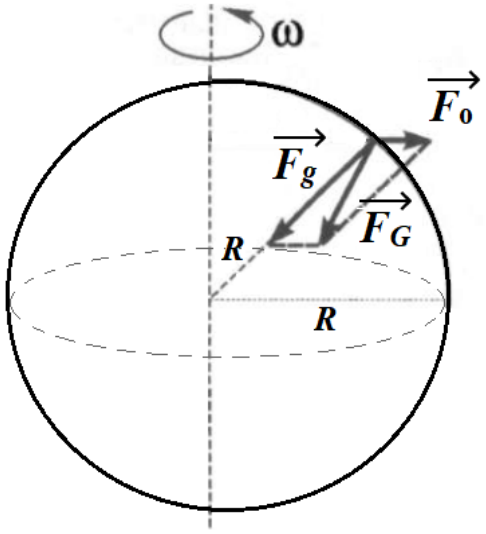
Tíhová síla je výslednicí gravitační síly Země a odstředivé síly vzniklé otáčením Země kolem své osy

$$\overrightarrow{F_G} = \overrightarrow{F_g} + \overrightarrow{F_o}.$$

Rozdíl mezi tíhovou a gravitační silou není příliš velký a v běžných případech jej lze zanedbat.

Tíhová síla

Gravitační síla směřuje do středu Země, tíhová síla ve většině případů směřuje mírně mimo střed Země. Tíhová síla ale určuje směr, který vnímáme jako kolmý k povrchu Země (svislý).



$\overrightarrow{F_g}$ je gravitační síla,

$\overrightarrow{F_o}$ je odstředivá síla, která vzniká při otáčení Země kolem své osy stálou úhlovou rychlosti ω,

$\overrightarrow{F_G}$ je tíhová síla.

R je poloměr Země.

Tíhová síla

Pole tíhové síly se nazývá tíhové pole. Vektorem tíhové síly je určen svislý směr. Tíhová síla udílí všem tělesům v soustavě spojené s povrchem Země tíhové zrychlení g, tedy zrychlení volného pádu v daném místě.

Hodnota g se mírně liší v závislosti na zeměpisné šířce a nadmořské výšce. Nejmenší tíhové zrychlení je v oblasti rovníku a největší je na zeměpisných pólech.

V českých zeměpisných šířkách (49° až 51°) hodnota tíhového zrychlení na Zemi činí přibližně 9,81 $m.s^{-2}$.

Příklady

1. Vypočítejte, jak velkou silou budou na sebe navzájem působit dva hmotné body, každý o hmotnosti 100 g, které se nacházejí ve vzdálenosti 50 cm.

Řešení:

Na začátku musíme převést jednotky do základních jednotek systému SI:

hmotnosti těles $m_1 = m_2 = 100\ \mathrm{g} = 100 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} = 0{,}1\ \mathrm{kg}$,

vzdálenost $r = 50\ \mathrm{cm} = 50 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 0{,}5\ \mathrm{m}$.

Příklady

Pro výpočet síly použijeme Newtonův gravitační zákon:

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Dosadíme zadané veličiny a gravitační konstantu:

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{0{,}1 \cdot 0{,}1}{0{,}5^2} = 2{,}668 \cdot 10^{-12}\ \text{(N)}.$$

Odpověď: Velikost síly, kterou navzájem působí dva hmotné body, je $2{,}668 \cdot 10^{-12}$ N.

Příklady

2. Kámen o hmotnosti 250 g se nachází na povrchu Země. Určete jejich vzájemné silové působení.

Řešení:

Na začátku musíme převést jednotky do základních jednotek systému SI:

hmotnost kamenu $m_1 = 250\ \text{g} = 250 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} = 0{,}25\ \text{kg}$.

Vzdálenost r je polomer Země (použijeme tabulkovou veličinu)

$r = R_\text{Z} = 6378\ \text{km} = 6378 \cdot 10^3\ \text{m}$.

Hmotnost Země je také tabulková veličina $M_\text{Z} = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$.

Příklady

Velikost síly je podle Newtonova gravitačního zákona rovna:

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{0{,}25 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6378 \cdot 10^3)^2} = 2{,}45 \text{ (N)}.$$

Touto silou tedy kámen přitahuje nahoru Zemi stejně silně jako Země dolů kámen.

Odpověď: Velikost síly, kterou navzájem působí kámen a Země, je 2,45 N.

Neřešené příklady

3. Těleso se nachází na povrhu Země a působí na ni sílou 35 N. Vypočítejte hmotnost tělesa. Předpokládejte, že hmotnost Země a poloměr Země jsou $R_Z = 6378$ km, $M_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.

[3,57 kg]

4. Dvě tělesa hmotnosti 5 kg a 7 kg na sebe působí sílou 0,12 N. Určete vzdálenost mezi tělesy.

[$1{,}39 \cdot 10^4$ m]

5. V jaké výšce nad povrhem Země se bude nacházet těleso hmotnosti 1 kg, jestliže síla působící mezi tělesem a Zemí je 10 N?

[6315583,9 m]

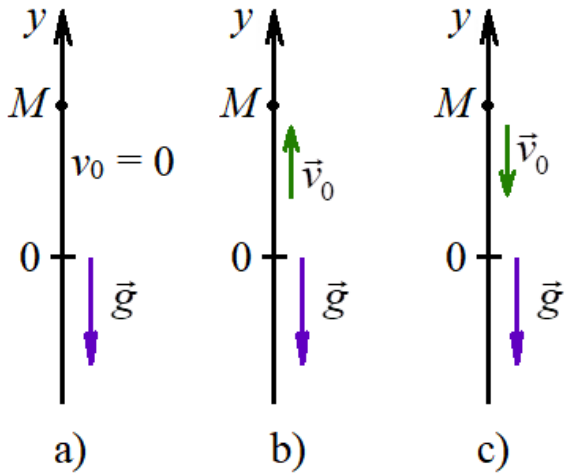
Pohyby těles v gravitačním poli Země

Rozdělení pohybů podle vektoru počáteční rychlosti:

a) **volný pád** ($v_0 = 0$, $a = -g$),

b) **vrh svislý vzhůru** ($v_0 > 0$, $a = -g$),

c) **vrh svislý dolů** ($v_0 < 0$, $a = -g$).



Pohyby těles v gravitačním poli Země

Každý z vrhů můžeme popsat pomocí rovnic, uvedených v následující tabulce.

Pohyb	Zrychlení	Rychlost	Poloha
Volný pád	$a = -g = \text{konst.}$	$v_0 = 0,$ $v = -gt$	$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$
Vrh svislý vzhůru	$a = -g = \text{konst.}$	$v_0 > 0,$ $v = v_0 - gt$	$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
Vrh svislý dolů	$a = -g = \text{konst.}$	$v_0 < 0,$ $v = -v_0 - gt$	$y = y_0 - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

Pohyby těles v gravitačním poli Země

Šikmý vrh je pohyb s počáteční rychlostí v_0 a elevačním úhlem α.

Obecně neuvažujeme odpor prostředí.

Výsledkem pohybu je křivočará trajektorie, která se nazývá parabola.

Přitom platí princip superpozice:

- v ose x: rovnoměrný pohyb s konstantní rychlostí $v_x = v_{0x}$,
- v ose y: rovnoměrně zrychlený pohyb s počáteční rychlostí v_{0y} a zrychlením $a_y = -g$.

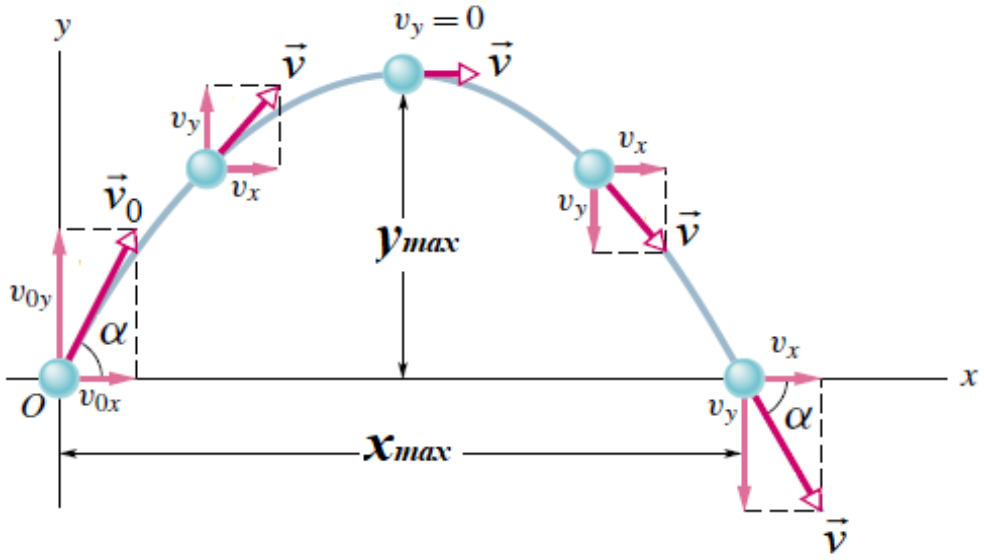
Pohyby těles v gravitačním poli Země

Rovnice pro šikmý vrh mají tedy tvar:

Zrychlení $a_x = 0,$ $a_y = -g.$

Rychlost $v_x = v_0 \cos\alpha,$ $v_y = v_0 \sin\alpha - gt.$

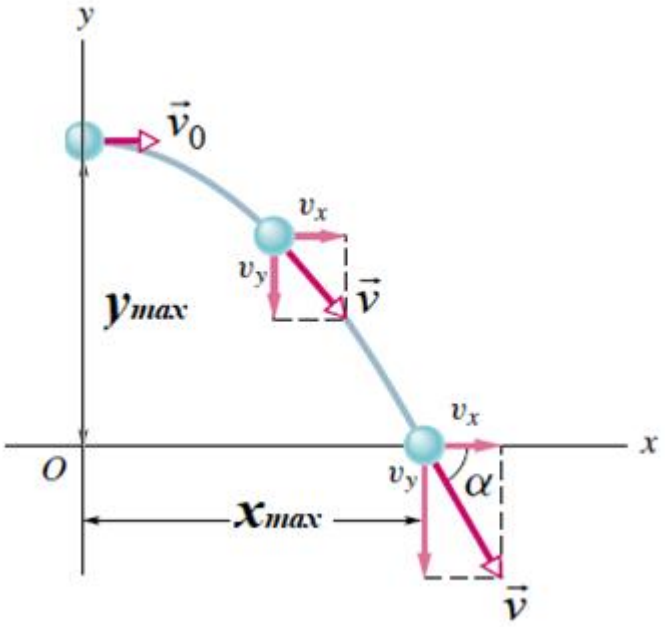
Poloha $x = x_0 + v_0 \cos\alpha\, t,$ $y = y_0 + v_0 \sin\alpha\, t - \frac{1}{2} g t^2.$



Pohyby těles v gravitačním poli Země

Vodorovný vrh – řeší se stejně jako šikmý vrh s elevačním úhlem 0.

Někdy je výhodně orientovat svislou osu *y* směrem dolů.



Rovnice pro vodorovný vrh:

Zrychlení $a_x = 0, a_y = -g.$

Rychlost $v_x = v_0, v_y = -gt.$

Poloha $x = x_0 + v_0 t,$

$y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2.$

Souhrnná tabulka

Pohyb	Zrychlení	Rychlost	Poloha
Volný pád	$a = -g =$ konst.	$v_0 = 0, v = -gt$	$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$
Vrh svislý vzhůru	$a = -g =$ konst.	$v_0 > 0,$ $v = v_0 - gt$	$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
Vrh svislý dolů	$a = -g =$ konst.	$v_0 < 0,$ $v = -v_0 - gt$	$y = y_0 - v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
Vodorovný vrh	$a_x = 0,$ $a_y = -g$	$v_x = v_0,$ $v_y = -gt$	$x = x_0 + v_0 t,$ $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$
Šikmý vrh	$a_x = 0,$ $a_y = -g$	$v_x = v_0 \cos\theta,$ $v_y = v_0 \sin\theta - gt$	$x = x_0 + v_0 t \cos\theta,$ $y = y_0 + v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$

Literatura

1. Svoboda, E. a kolektiv. Přehled středoškolské fyziky. SPN, Praha, 1991.
2. Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. Fyzika, VUTIUM, Brno, 2000.
3. Urgošik, B. Fyzika, STNL, Praha, 1987.
4. Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R. Fyzika pro střední školy. Prometheus, Praha, 1993.
5. Lepil, O., Houdek, V., Pecho, A. Fyzika pro III. Ročník gymnázií, SPN, Praha, 1986.
6. Hradilová, E., Uhdeová, N. Fyzika Přijímací zkoušky na vysoké školy, VUT v Brně, Brno, 2003.
7. Mechlová, E., Košťál, K. a kol. Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz fyziky. Prometheus, Praha, 2001.

Děkujeme za pozornost

Spolufinancováno
Evropskou unií