

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Brno, 2024

Vít Walach



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

PŘÍPRAVEK PRO DEMONSTRACI FUNKCE OSCILÁTORŮ S PRVKY NECELOČÍSELNÉHO ŘÁDU

A DEVICE FOR DEMONSTRATING THE FUNCTION OF OSCILLATORS WITH FRACTIONAL-ORDER
ELEMENTS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Vít Walach

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Lubomír Brančík, CSc.

BRNO 2024

Bakalářská práce

bakalářský studijní program **Elektronika a komunikační technologie**

Ústav radioelektroniky

Student: Vít Walach

ID: 240717

Ročník: 3

Akademický rok: 2023/24

NÁZEV TÉMATU:

Přípravek pro demonstraci funkce oscilátorů s prvky neceločíselného řádu

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se se základy problematiky elektronických systémů s prvky neceločíselného řádu a způsoby jejich modelování. Proveďte rešerši a srovnání typů RC oscilátorů využívajících kapacitní prvky s imitancemi neceločíselného řádu. Vyberte dva typy a řady oscilátorů, metody aproximace imitancí a proveďte simulace jejich vlastností ve vhodných programech (Matlab, PSpice).

Pro vybraný typ oscilátoru navrhnete potřebné desky plošných spojů a realizujte experimentální laboratorní přípravek vhodný pro demonstraci jeho funkce. Proveďte základní měření parametrů oscilátoru, diskutujte výsledky experimentů a jejich srovnání s výsledky teoretickými i provedených simulací.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Fractional-Order Modeling of Dynamic Systems with Applications in Optimization, Signal Processing, and Control, Edited by Ahmed G. Radwan, Farooq Ahmad Khanday and Lobna A. Said, Academic Press, 2021.
- [2] SACU, I., ALCI, M. Design and realisation of a fractional-order sinusoidal oscillator, IET Circuits, Devices & Systems, 2020, vol. 14, p. 1173-1184.
- [3] RADVAN, A.G., ELWAKIL, A.S., SOLIMAN, A.M. Fractional-Order Sinusoidal Oscillators: Design Procedure and Practical Examples, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2008, vol. 55, no. 7, p. 2051–2063.

Termín zadání: 16.2.2024

Termín odevzdání: 27.5.2024

Vedoucí práce: prof. Ing. Lubomír Brančík, CSc.

doc. Ing. Lucie Hudcová, Ph.D.
předseda rady studijního programu

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení částí druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá problematikou neceločíselných prvků a jejich využitím pro RC oscilátory. Cílem je provést simulace dvou různých oscilátorů využívajících kapacitní prvky s imitancemi neceločíselného řádu a následně navrhnout a vyrobit přípravek demonstrující funkci vybraného oscilátoru. V práci jsou popsány metody aproximace neceločíselných prvků a jejich obvodové realizace pomocí Fosterových a Caerových struktur. Vybrané RC oscilátory jsou modelovány numericky v Matlabu, a také simulovány v programu Pspice, aby bylo možno porovnat výsledky obou simulací. Představený oscilátor se dvěma výstupy a dvěma prvky neceločíselného řádu je realizován na desce plošného spoje. Na konci práce jsou uvedeny výsledky experimentálního měření v porovnání se simulacemi.

Klíčová slova

zlomkový kalkulus, systémy neceločíselného řádu, prvky neceločíselného řádu, fraktální kapacitory, fraktální induktor, impedanční konvertor, oscilátory, fázový posuv, RC oscilátory, Wienův oscilátor, operační zesilovač se zpětnou proudovou vazbou

Abstract

This bachelor thesis deals with fractional-order elements and its application for RC oscillators. The aim is to carry out simulations of two different oscillators using fractional-order capacitors and then design and manufacture a device demonstrating the function of the selected oscillator. Several methods of approximation of constant phase elements are described in this work, including their circuit realization for Foster and Caer structures. The selected RC oscillators are modeled numerically in Matlab, as well as simulated in Pspice, so that the results of both simulations can be compared. The presented oscillator with two constant phase elements is implemented on a printed circuit board. At the end of the work, the results of experimental measurements are presented in comparison with simulations.

Keywords

fractional-order calculus, fractional-order systems, constant phase elements, fractional-order capacitors, fractional-order inductor, impedance convertor, oscillators, phase shift, RC oscillators, Wien bridge oscillator, current feedback operational amplifier

Bibliografická citace

WALACH, Vít. *Přípravek pro demonstraci funkce oscilátorů s prvky neceločíselného řádu* [online]. Brno, 2024 [cit. 2024-05-27]. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/159054>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky. Vedoucí práce Lubomír Brančík.

Prohlášení autora o původnosti díla

Jméno a příjmení studenta:	<i>Vít Walach</i>
VUT ID studenta:	<i>240717</i>
Typ práce:	<i>Bakalářská práce</i>
Akademický rok:	<i>2023/24</i>
Téma závěrečné práce:	<i>Přípravek pro demonstraci funkce oscilátorů s prvky neceločíselného řádu.</i>

Prohlašuji, že svou závěrečnou práci jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucí/ho závěrečné práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené závěrečné práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této závěrečné práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 27. května 2024

podpis autora

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu profesoru Lubomíru Brančíkovi za odbornou pomoc a čas, který mi při vytáření této práce věnoval. Jsem vděčný za jeho podněty, pečlivé opravy a vstřícnost a pohotovost zejména při blížícím se termínu odevzdávání. Dále děkuji panu Aleši Vanžurovi za ochotnou pomoc při realizaci laboratorního přípravku a také všem, kteří menší či větší mírou přispěli ke konečnému výsledku. V neposlední řadě chci vyjádřit poděkování svým rodičům, kteří mě v průběhu celého studia podporovali.

V Brně dne: 27. května 2024

podpis autora

Obsah

1. ZLOMKOVÝ KALKULUS.....	13
1.1 MATEMATICKÝ POPIS.....	13
1.2 PRVKY NECELOČÍSELNÉHO ŘÁDU.....	14
2. APROXIMAČNÍ METODY.....	15
2.1 METODA OUSTALOUP.....	15
2.2 METODA ŘETĚZOVÉHO ZLOMKU.....	17
2.3 METODA MATSUDA.....	19
3. PRVKY NECELOČÍSELNÉHO ŘÁDU.....	21
3.1 REALIZACE NECELOČÍSELNÉHO KAPACITORU.....	21
3.2 REALIZACE PNŘ DALŠÍCH KVADRANTŮ.....	24
3.2.1 PNŘ kvadrantu I ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$).....	25
3.2.2 PNŘ kvadrantu II ($90^\circ < \varphi < 180^\circ$).....	25
3.2.3 PNŘ kvadrantu III ($-180^\circ < \varphi < -90^\circ$).....	25
4. OSCILÁTORY.....	28
4.1 PRINCIP OSCILÁTORŮ.....	28
4.1.1 LC oscilátory.....	28
4.1.2 RC oscilátory.....	29
4.1.3 Charakteristická rovnice.....	30
4.2 OSCILÁTORY S PRVKY NECELOČÍSELNÉHO ŘÁDU.....	31
4.3 ANALÝZA FÁZOVÝCH RELACÍ MEZI VÝSTUPY.....	31
4.3.1 Celočíselný systém.....	31
4.3.2 Neceločíselný systém.....	32
5. WIENŮV OSCILÁTOR SE DVĚMA FRAKTÁLNÍMI PRVKY.....	34
5.1 NÁVRH OSCILÁTORU.....	34
5.2 NUMERICKÁ SIMULACE S IDEÁLNÍMI PRVKY.....	35
5.3 SIMULACE S REÁLNÝMI SOUČÁSTKAMI.....	37
6. HARMONICKÝ OSCILÁTORY SE DVĚMA VÝSTUPY.....	40
6.1 NÁVRH OSCILÁTORU.....	40
6.2 NUMERICKÁ SIMULACE S IDEÁLNÍMI PRVKY.....	41
6.3 SIMULACE S REÁLNÝMI SOUČÁSTKAMI.....	44
7. REALIZACE LABORATORNÍHO PŘÍPRAVKU.....	49
8. ZÁVĚR.....	53

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Struktury pro modelování PNŘ a) Foster b) Cauer c) Kapacitor řádu 0,5.....	14
Obrázek 2: Fázová odezva Oustaloupovy aproximace třetího, pátého a sedmého řádu.....	16
Obrázek 3: Fázová odezva Oustaloupovy aproximace pátého řádu pro různé frekvenční rozsahy	17
Obrázek 4: Fázová odezva aproximace metodou CFE pro různé řády fraktálních prvků.....	18
Obrázek 5: Srovnání jednotlivých aproximačních metod.....	19
Obrázek 6: Chyby aproximačních metod.....	20
Obrázek 7: Ilustrace rozdělení fraktálních prvků do čtyř kvadrantů. Převzato z [10].....	21
Obrázek 8: Zapojení fraktálního kapacitoru pomocí Fosterovy struktury.....	22
Obrázek 9: Fázová odezva neceločíselných kapacitorů realizovaných pomocí RC příček.....	23
Obrázek 10: Modul impedance neceločíselných kapacitorů realizovaných pomocí RC příček.....	23
Obrázek 11: Vliv změn hodnot prvků na fázovou odezvu PNŘ.....	24
Obrázek 12: Pozitivní impedanční konvertor.....	24
Obrázek 13: Zapojení simulující fraktální kapacitor s řádem $1 < \alpha < 2$	26
Obrázek 14: Fázová odezva fraktálních prvků všech čtyř kvadrantů.....	26
Obrázek 15: Porovnání impedance neceločíselných kapacitorů řádů 0,5 a 1,5.....	27
Obrázek 16: LC oscilátory: Dvoubodový LC oscilátor (a), Meissnerův oscilátor s induktivní zpětnou vazbou (b) a tříbodový Colpittsův oscilátor (c).....	28
Obrázek 17: Princip oscilátoru s Wienovým článkem RC.....	29
Obrázek 18: Oscilátor se dvěma OTA integrátory.....	32
Obrázek 19: LC oscilátor s impedančním konvertorem založeným na DVCCTA.....	33
Obrázek 20: Wienův oscilátor se dvěma fraktálními prvky.....	34
Obrázek 21: Příklad 1: $\alpha = 1, \beta = 1, R_4 = 5 \text{ k}\Omega, \omega = 20 \text{ rads}^{-1}$	36
Obrázek 22: Příklad 2: $\alpha = 0.7, \beta = 1, R_4 \approx 6.25 \text{ k}\Omega, \omega \approx 42.6 \text{ rads}^{-1}$	36
Obrázek 23: Příklad 3: $\alpha = 0.5, \beta = 1, R_4 \approx 7.15 \text{ k}\Omega, \omega \approx 82.3 \text{ rads}^{-1}$	36
Obrázek 24: Příklad 4: $\alpha = 1, \beta = 0.5, R_4 \approx 1.35 \text{ k}\Omega, \omega \approx 15.7 \text{ rads}^{-1}$	36
Obrázek 25: Příklad 5: $\alpha = 1, \beta = 1.5, R_4 \approx 11.85 \text{ k}\Omega, \omega \approx 11.47 \text{ rads}^{-1}$	37
Obrázek 26: Příklad 1: $\alpha = 1, \beta = 1, R_4 = 5 \text{ k}\Omega, T \approx 0.3 \text{ s}$	37
Obrázek 27: Příklad 2: $\alpha = 0.7, \beta = 1, R_4 = 4.2 \text{ k}\Omega, T \approx 0.25 \text{ s}$	38
Obrázek 28: Příklad 3: $\alpha = 0.5, \beta = 1, R_4 = 4 \text{ k}\Omega, T \approx 0.15 \text{ s}$	38
Obrázek 29: Příklad 4: $\alpha = 1, \beta = 0.5, R_4 = 3.8 \text{ k}\Omega, T \approx 0.8 \text{ s}$	38
Obrázek 30: Příklad 5: $\alpha = 1, \beta = 1.5, R_4 = 3.5 \text{ k}\Omega$	38
Obrázek 31: Modelovaný oscilátor s operačními zesilovači.....	40
Obrázek 32: Příklad 1: $\alpha = \beta = 1, R_4 \approx 15 \text{ k}\Omega, \omega \approx 14 \text{ rads}^{-1}$	42
Obrázek 33: Příklad 2: $\alpha = 0.7, \beta = 1, R_4 \approx 10.51 \text{ k}\Omega, \omega \approx 25.42 \text{ rads}^{-1}$	42
Obrázek 34: Příklad 3: $\alpha = 1, \beta = 0.7, R_4 \approx -70.96 \text{ k}\Omega, \omega \approx 27.2 \text{ rads}^{-1}$	42
Obrázek 35: Příklad 4: $\alpha = 0.7, \beta = 0.7, R_4 \approx -15.41 \text{ k}\Omega, \omega \approx 63.8 \text{ rads}^{-1}$	42
Obrázek 36: Příklad 5: $\alpha = 1.7, \beta = 1, R_4 \approx 4.14 \text{ k}\Omega, \omega \approx 0.5 \text{ rads}^{-1}$	43
Obrázek 37: Příklad 6: $\alpha = 1, \beta = 1.7, R_4 \approx 2.66 \text{ k}\Omega, \omega \approx 8.07 \text{ rads}^{-1}$	43
Obrázek 38: Příklad 7: $\alpha = 1.7, \beta = 1.7, R_4 \approx 2.42 \text{ k}\Omega, \omega \approx 3.5 \text{ rads}^{-1}$	43
Obrázek 39: Ekvivalentní model CFOA zesilovače. Převzato z [19].....	44
Obrázek 40: Schéma zapojení oscilátoru pro případ č. 3.....	44

Obrázek 41: Schéma zapojení oscilátoru pro případ č. 5.....	45
Obrázek 42: Příklad 1: $\alpha = \beta = 1$, $R_4 \approx 15 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 5.9 \text{ k}\Omega$	45
Obrázek 43: Příklad 2: $\alpha = 0.7$, $\beta = 1$, $R_4 \approx 10.51 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 3.7 \text{ k}\Omega$	46
Obrázek 44: Příklad 3: $\alpha = 1$, $\beta = 0.7$, $R_4 \approx -70.96 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 7.7 \text{ k}\Omega$	46
Obrázek 45: Příklad 4: $\alpha = 0.7$, $\beta = 0.7$, $R_4 \approx -15.41 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 5.5 \text{ k}\Omega$	46
Obrázek 46: Příklad 5: $\alpha = 1.7$, $\beta = 1$, $R_4 \approx 4.14 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 5.8 \text{ k}\Omega$	47
Obrázek 47: Příklad 6: $\alpha = 1$, $\beta = 1.7$, $R_4 \approx 2.66 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 6 \text{ k}\Omega$	47
Obrázek 48: Horní strana desky.....	49
Obrázek 49: Čelní strana přípravku pro připojení osciloskopu.....	50
Obrázek 50: Zadní strana přípravku pro připojení napájení.....	50
Obrázek 51: Příklad 1: $\alpha = \beta = 1$	51
Obrázek 52: Příklad 2: $\alpha = 0.7$, $\beta = 1$	51
Obrázek 53: $\alpha = 0.9$, $\beta = 1$	51
Obrázek 54: Příklad 3: $\alpha = 1$, $\beta = 0.7$	52
Obrázek 55: Porovnávání výsledků na nepájivém poli.....	52

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Přenosové funkce pro třetí, pátý a sedmý řád Oustaloupovy aproximace.....	17
Tabulka 2: Přenosové funkce získané metodou CFE.....	18
Tabulka 3: Hodnoty prvků pro realizaci neceločíselných kapacitorů pomocí Foster a Cauer struktur.....	22
Tabulka 4: Souhrn parametrů pro modelované případy Wienova oscilátoru.....	35
Tabulka 5: Souhrn parametrů pro modelované případy.....	41
Tabulka 6: Porovnání výsledků simulací s ideálními a reálnými součástkami.....	48

ÚVOD

Přestože zlomkový kalkulus existuje v matematice již řadu století, uplatnění našel zejména až v posledních desetiletích, a to v řadě oborů jako je medicína, ekonomika, strojní inženýrství nebo elektroinženýrství. V elektrotechnice je využíván v oblastech zpracování signálů, teorie obvodů či řídicích systémech [1], [2]. Zlomkový kalkulus významně rozšiřuje možnosti obvodových realizací oproti omezení celočíselných derivací. Jako příklad dobře poslouží teorie filtrů. Na rozdíl od celočíselných systémů, kde může pokles nabývat pouze takových hodnot, které jsou celočíselnými násobky 20ti, lze s filtrem neceločíselného řádu dosáhnout prakticky libovolného poklesu [1].

V této práci zaměříme naši pozornost na oscilátory. Cílem je provést simulace dvou různých oscilátorů využívajících kapacitní prvky s imitancemi neceločíselného řádu. Vybrané RC oscilátory jsou modelovány numericky v Matlabu, a také simulovány v programu Pspice, aby bylo možno porovnat výsledky obou simulací. Představený oscilátor se dvěma prvky neceločíselného řádu je realizován na desce plošného spoje. Na konci práce jsou uvedeny výsledky experimentálního měření v porovnání se simulacemi.

Bakalářská práce je členěna do osmi kapitol. V první části je stručně pojednáno o historii zlomkového kalkulu a uplatnění, jež v posledních letech našel. Předmětem druhé části jsou aproximační metody využívané pro imitance neceločíselného řádu. V kapitole 3 jsou prozkoumány obvodové struktury, sloužící pro realizaci fraktálních prvků. Princip funkce oscilátorů, a to jak klasických, tak těch s fraktálními prvky je stručně popsán v kapitole čtvrté. Analýza dvou neceločíselných RC oscilátorů je provedena v částech 5 a 6. Simulace oscilátorů předpokládá nejen ideální prvky, ale také reálné součátky, přičemž obé výsledky jsou mezi sebou porovnány. Obsahem předposlední části je realizace plošného spoje neceločíselného oscilátoru se dvěma výstupy, včetně diskuze změřených hodnot v porovnání se simulacemi. Následuje shrnutí a ohodnocení dosažených výsledků.

1. ZLOMKOVÝ KALKULUS

1.1 Matematický popis

Myšlenkou zavést n -tou derivaci i pro jiná než celá čísla se zabývala řada matematiků počínaje již Leibnitzem, jedním ze zakladatelů diferenciálního a integrálního počtu. Mnohým z navrhovaných řešení ovšem chyběla fyzikální interpretace a tím i možné praktické využití. Některé postupy dokonce nebyly správné ani po matematické stránce. Např. právě Leibnitzem navrhované řešení vedlo k paradoxu [3].

První logická definice zlomkového kalkulu byla publikována Liouvilleem, Riemannem a Grünwaldem v 19. století [4]. Riemann a Liouville definovali neceločíselný integrál jako zobecnění Cauchyho vzorce pro výpočet n -násobného integrálu. Riemann-Liouvilleova derivace je poté operace inverzní k Riemann-Liouvilleově integraci [3]. Její používání v diferenciálních rovnicích má ovšem řadu nevýhod, a to zejména volba počátečních a okrajových podmínek. Proto se v praxi častěji využívá Caputova derivace, která vznikne z Riemann-Liouvilleovy formální úpravou [2], [3]. Ta je definována následovně

$${}^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha-n)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}}, \quad (1)$$

Hlavní výhoda Caputovy derivace spočívá v tom, že diferenciální rovnice popisující fyzikální jevy mají stejné počáteční podmínky jako neceločíselné derivace s Caputovou derivací. Využitím Laplaceovy transformace získáme operátor s , který je pro případy neceločíselné derivace rozšířen na tvar s^α , kde α je řád derivace

$$L\{{}^C D_t^\alpha f(t)\} = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha+1-k} f^{(k)}(0), \quad (2)$$

Impedance běžného induktoru a kapacitoru je dána vztahem sL , respektive $1/sC$ [1]. V případě prvků neceločíselného řádu (též fraktálních prvků) je impedance prvku definována jako

$$Z = Fs^\alpha, \quad (3)$$

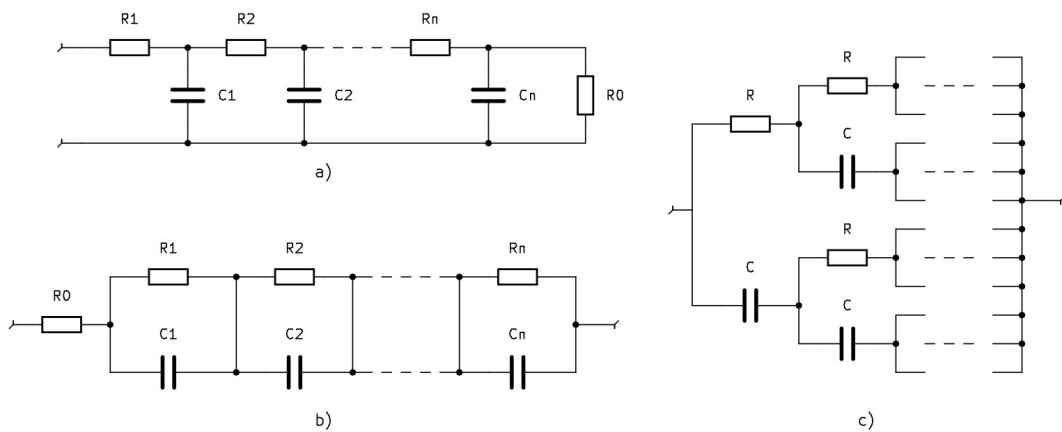
Pro $(0 < \alpha < 2)$ se jedná o induktivní impedanci a F má charakter indukčnosti s jednotkou H/sekunda $^{1-\alpha}$, zatímco pro $(-2 < \alpha < 0)$ jde o impedanci kapacitní a F má charakter kapacity s jednotkou F/sekunda $^{1-\alpha}$. Takovéto prvky vykazují fázový posun $\alpha\pi/2$ (rad), neboli 90α (°) mezi napětím a proudem [2]. Tento fázový posun je prakticky konstantní a teoreticky by měl být nezávislý na frekvenci [5]. Z toho plyne jejich anglické označování constant phase elements (CPE). Jak ovšem ukáží některé následující simulace, prakticky lze fázový posun modelovat pouze pro určitý rozsah

frekvencí. Dosazením hodnot řádu α rovným 0, 1 a -1 dostáváme vztahy pro rezistor, induktor, respektive kapacitor [2].

1.2 Prvky neceločíslného řádu

Reálné prvky, které by simulovali skutečné chování prvků neceločíslného řádu (PNŘ), zatím nebyly synteticky vyrobeny. Navzdory snahám realizovat PNŘ pomocí různých kompozitů a materiálů, například elektrochemických materiálů, dosud nejsou takové prvky komerčně dostupné [4], [6].

Imitance PNŘ lze tedy realizovat pomocí modelů. Jedná se o pasivní obvody sestaveny z takzvaných RC příček [4] jako jsou Fosterovy a Cauerovy struktury, struktury Valsa a další [6]. Některé z nich jsou zobrazeny na obr. 1. Tyto modely imitují chování kapacitorů neceločíslného řádu a jsou založeny na aproximaci operátoru s^α jakožto celočíselné přenosové funkce. Induktor neceločíslného řádu je poté možno vytvořit pomocí popsaných RC příček a impedančního konvertoru [6]. Další možnostmi jsou aktivní modely s operačními zesilovači [4].



Obrázek 1: Struktury pro modelování PNŘ a) Foster b) Cauer c) Kapacitor řádu 0,5

2. APROXIMAČNÍ METODY

Podle rovnice (3), je impedance neceločíselného induktoru dána vztahem

$$Z = L_\alpha s^\alpha, \quad (4)$$

kde L_α je indukce fraktálního prvku s jednotkou H/sekunda^{1- α} . Impedance neceločíselného kapacitoru je definována obdobně

$$Z = \frac{1}{C_\alpha s^\alpha}, \quad (5)$$

s kapacitancí C_α vyjádřenou v F/sekunda^{1- α} [1], [6]. V obou případech pro řád α platí ($0 < \alpha < 1$).

Přenosovou funkci systému celočíselného řádu můžeme zapsat jako [1]

$$H_I(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}, \quad (6)$$

Čitatel odpovídá Laplaceově transformaci výstupního signálu a jmenovatel Laplaceově transformaci vstupního signálu, přičemž m a n jsou celočíselné koeficienty. Naopak přenosová funkce neceločíselného systému bude mít tvar [1]

$$H_F(s) = \frac{a_m s^{\alpha_m} + a_{m-1} s^{\alpha_{m-1}} + \dots + a_1 s^{\alpha_1} + a_0 s^{\alpha_0}}{b_n s^{\beta_n} + b_{n-1} s^{\beta_{n-1}} + \dots + b_1 s^{\beta_1} + b_0 s^{\beta_0}}, \quad (7)$$

kde m a n jsou opět celočíselné koeficienty, kdežto α a β jsou reálné. Neceločíselné systémy jsou tak zobecněním systému celočíselných a vystupuje v nich Laplaceův operátor v obecnějším tvaru s^α . Funkci $Z(s) = s^\alpha$ lze poté ve frekvenční doméně vyjádřit jako [1]

$$Z(\omega) = \omega^\alpha (\cos(0.5 \alpha \pi) + j \sin(0.5 \alpha \pi)), \quad (8)$$

Když rozvineme operátor s^α do tvaru (6) a dosadíme do rovnice (4, respektive 5), dostaneme aproximaci impedance PNŘ jako celočíselné přenosové funkce. Existuje celá řada metod, které aproximují operátor s^α jako celočíselnou přenosovou funkci [6]. V této kapitole popíšeme nejznámější a nejpoužívanější z nich, a sice metody Oustaloup, Matsuda a metodu zlomkového rozvoje.

2.1 Metoda Oustaloup

Metoda navržená Alainem Oustaloupem spočívá v aproximaci celočíselné přenosové funkce jako filtru s rozložením pólů a nulových bodů, což lze zapsat jako

$$H(s) = K \prod_{k=-N}^N \frac{s + \tilde{\omega}_k}{s + \omega_k}, \quad (9)$$

kde K je stejnosměrná složka, $\tilde{\omega}$ a ω jsou frekvence nulových bodů resp. pólů. Množství nulových bodů, respektive pólů udává řád aproximace. Vzhledem k tomu, že jejich počet je roven $2N+1$, je řád aproximace vždy lichý. Modelování lze uzpůsobit pro vybraný frekvenční rozsah, což ovlivňují parametry K , $\tilde{\omega}$ a ω .

Ty lze vypočítat následovně [7]

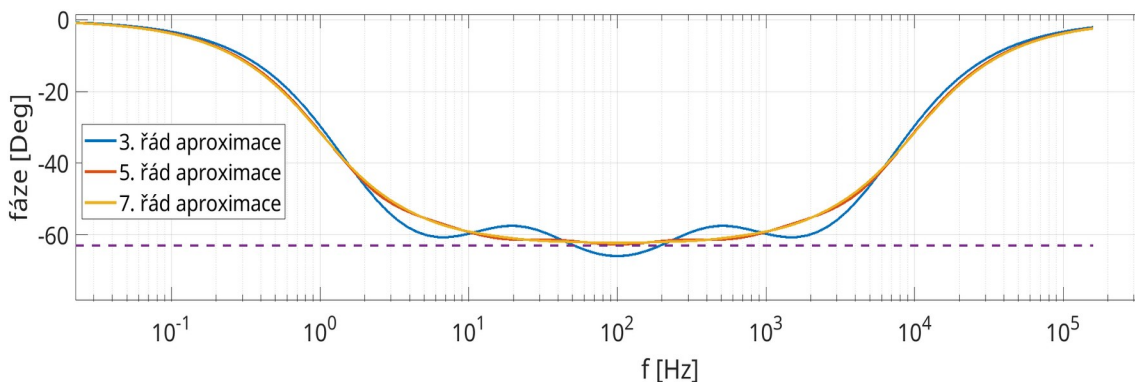
$$K = \omega_h^\alpha, \tilde{\omega} = \omega_d \left(\frac{\omega_h}{\omega_d} \right)^{\frac{k+N+0.5(1-\alpha)}{2N+1}}, \omega = \omega_d \left(\frac{\omega_h}{\omega_d} \right)^{\frac{k+N+0.5(1+\alpha)}{2N+1}} \quad (10)$$

kde ω_d a ω_h jsou dolní, respektive horní kmitočet aproximace. Na základě těchto vztahů je sestaven následující kód v Matlabu pro výpočet přenosové funkce pomocí Oustaloupovy metody. Program je koncipován jako funkce, jejíž vstupní parametry jsou řád neceločíselného prvku, řád aproximace, dolní a horní kmitočet. Výstupem je přenosová funkce ve tvaru nulových bodů a pólů spolu s grafem fázové odezvy. Pro operace s přenosovou funkcí je použit Control system toolbox.

```

/*****
function [H] = Oustaloup(a,order,f1,f2)
    a = a;                % order of CPE
    order = order;       % order of Oustaloup approximation
    w1 = 2*pi*f1;        % Low frequency (rad/s)
    w2 = 2*pi*f2;        % High frequency (rad/s)
    K = w2^a;            % DC gain
    N = (order-1)/2;
    wz = zeros(1,order); wp = zeros(1,order);
    for i = 1:order
        k = -N+i-1;
        wz(i) = w1*(w2/w1)^((k+N+0.5*(1-a))/(2*N+1)); % zeros
        wp(i) = w1*(w2/w1)^((k+N+0.5*(1+a))/(2*N+1)); % poles
    end
    H = zpk(wz,wp,K);    % Transfer function
    figure
    [mag,phase,wout] = bode(H);
    semilogx(wout/2/pi, squeeze(phase)) % Plot of phase response
end

```

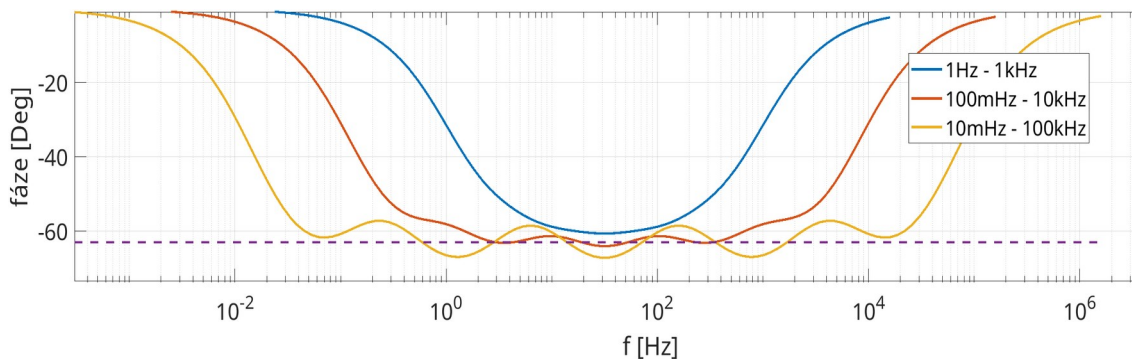


Obrázek 2: Fázová odezva Oustaloupovy aproximace třetího, pátého a sedmého řádu

Na obr. 2 jsou vykresleny průběhy Oustaloupovy aproximace třetího, pátého a sedmého řádu získané pomocí uvedené funkce, pro kmitočtový rozsah zhruba 3 dekády. Přehled přenosových funkcí je v tab. 1. Na obr. 3 je průběh aproximace 5. řádu pro různé frekvenční rozsahy. Je vidět, že čím je větší frekvenční pásmo, tím větší řád aproximace je zapotřebí, aby byla zachována rozumná odchylka. Všechny aproximace modelují kapacitor řádu 0.7, což odpovídá fázovému posunu -63° . Ideální průběh je v grafu vyznačen čerchovaně.

Tabulka 1: Přenosové funkce pro třetí, pátý a sedmý řád Oustaloupovy aproximace

Řád	Přenosová funkce
3.	$s^{0.7} \approx 2284.2 \frac{(s-9.958)(s-214.5)(s-4622)}{(s-85.41)(s-1840)(s-3.964 \cdot 10^4)}$
5.	$s^{0.7} \approx 2284.2 \frac{(s-8.283)(s-52.26)(s-329.7)(s-2081)(s-1.313 \cdot 10^4)}{(s-30.07)(s-189.7)(s-1197)(s-7554)(s-4.776 \cdot 10^4)}$
7.	$s^{0.7} \approx 2284.2 \frac{(s-7.654)(s-28.53)(s-106.4)(s-396.4)(s-1478)(s-5509)(s-20530)}{(s-19.23)(s-71.67)(s-267.1)(s-995.8)(s-3712)(s-13840)(s-51580)}$



Obrázek 3: Fázová odezva Oustaloupovy aproximace pátého řádu pro různé frekvenční rozsahy

2.2 Metoda řetězového zlomku

Metoda řetězového zlomku (continued fraction expansions method - CFE) je založená na rozvoji operátoru s^α do celočíselnou funkce pomocí rekurzivně se opakující zlomkové řady. Funkce má pro výraz $(1+x)^\alpha$ tvar

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha x}{1 + \frac{(1-\alpha)x}{2 + \frac{(1+\alpha)x}{3 + \frac{(2+\alpha)x}{2 + \dots}}}} \quad (11)$$

Substitucí $(1+x)^\alpha = s^\alpha$ lze poté psát

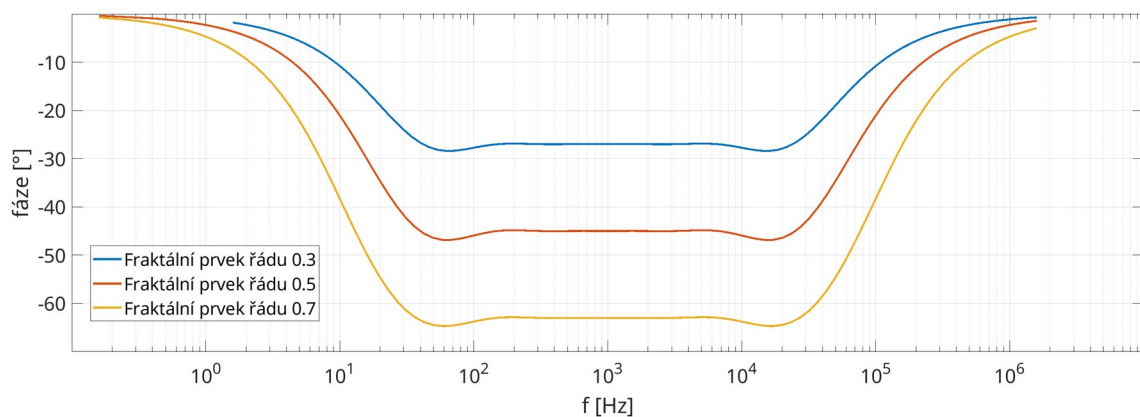
$$s^\alpha = b_0 + \frac{a_0}{b_1 + \frac{a_1}{b_2 + \frac{a_2}{b_3 + \frac{a_3}{b_4 + \dots}}}}, \quad (12)$$

kde platí $b_0 = 1$, $b_j = 2$, $b_{j+1} = j+1$ (pro $j = 2k$, $k \geq 1$) a $a_1 = \alpha x$, $a_j = (k-\alpha)x$, $a_{j+1} = (k+\alpha)x$ (pro $j = 2k$, $k \geq 1$) [7]. V tabulce 2 jsou uvedeny takto získané přenosové funkce pro neceločíselné kapacitory řádů 0.3, 0.5 a 0.7. Všechny aproximace jsou páteho řádu, neboť polynom přenosové funkce má pět členů. Průběhy jsou vidět na obr. 4.

Tabulka 2: Přenosové funkce získané metodou CFE

Řád	Přenosová funkce
0.3	$s^{0.3} \approx \frac{8,89 \cdot 10^6 s^5 + 2,12 \cdot 10^{12} s^4 + 6,72 \cdot 10^{16} s^3 + 5,17 \cdot 10^{20} s^2 + 1,0 \cdot 10^{24} s + 3,51 \cdot 10^{26}}{224,9 s^5 + 2,55 \cdot 10^7 s^4 + 5,16 \cdot 10^{11} s^3 + 2,65 \cdot 10^{15} s^2 + 3,30 \cdot 10^{18} s + 5,47 \cdot 10^{20}}$
0.5	$s^{0.5} \approx \frac{4,70 \cdot 10^6 s^5 + 1,62 \cdot 10^{12} s^4 + 6,12 \cdot 10^{16} s^3 + 5,39 \cdot 10^{20} s^2 + 1,21 \cdot 10^{24} s + 5,06 \cdot 10^{26}}{324,8 s^5 + 3,06 \cdot 10^7 s^4 + 5,39 \cdot 10^{11} s^3 + 2,42 \cdot 10^{15} s^2 + 2,53 \cdot 10^{18} s + 2,89 \cdot 10^{20}}$
0.7	$s^{0.7} \approx \frac{2,03 \cdot 10^5 s^5 + 1,21 \cdot 10^{12} s^4 + 5,49 \cdot 10^{16} s^3 + 5,55 \cdot 10^{20} s^2 + 1,43 \cdot 10^{24} s + 7,10 \cdot 10^{26}}{455 s^5 + 3,62 \cdot 10^7 s^4 + 5,55 \cdot 10^{11} s^3 + 2,17 \cdot 10^{15} s^2 + 1,89 \cdot 10^{18} s + 1,25 \cdot 10^{20}}$

Za povšimnutí stojí, že chování PNŘ je aproximováno pouze v určitém frekvenčním rozsahu, který není možno ovlivnit. To je nevýhoda oproti Oustaloupově metodě, kde uživatel může přizpůsobovat frekvenční pásmo. Ke změně frekvenčního rozsahu dochází pouze při změně řádu aproximace, přičemž platí, že s rostoucím řádem roste i frekvenční rozsah [7].



Obrázek 4: Fázová odezva aproximace metodou CFE pro různé řády fraktálních prvků

2.3 Metoda Matsuda

Aproximační metoda Matsuda je založena na metodě zlomkového rozvoje, přičemž aproximace probíhá pomocí různých frekvencí, které jsou rovnoměrně rozděleny v logaritmické míře. Nejdříve je zapotřebí zvolit počet $2N+1$ frekvencí, které budou logaritmicky rovnoměrně rozděleny v požadovaném frekvenčním rozsahu [7]. Postupem zveřejněným v článku [8] lze pro vybrané frekvence $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_N$ vypočítat odpovídající koeficienty $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_N$.

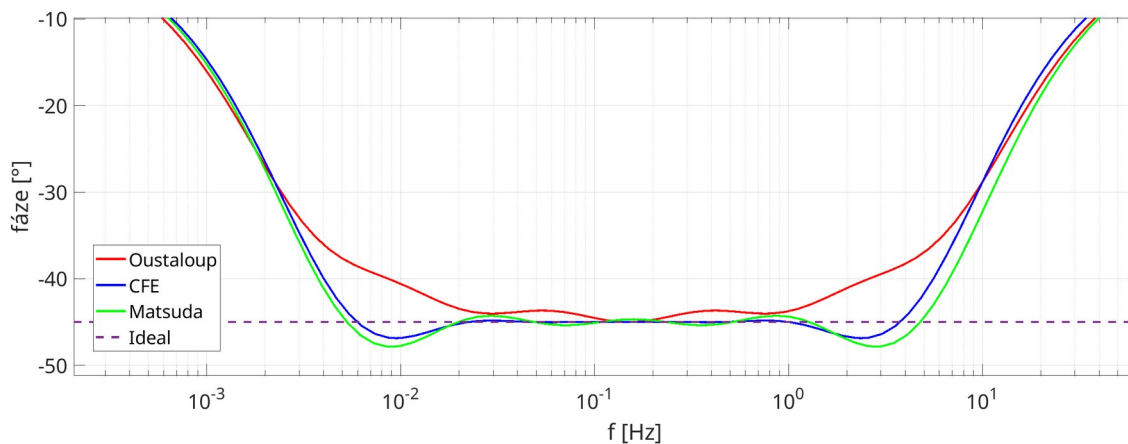
Požadovaná aproximace je poté dána použitím metody zlomkového rozvoje jako

$$H(s) = \alpha_0 + \frac{s - \omega_0}{\alpha_1 + \frac{s - \omega_1}{\alpha_2 + \frac{s - \omega_2}{\alpha_3 + \dots}}}, \quad (13)$$

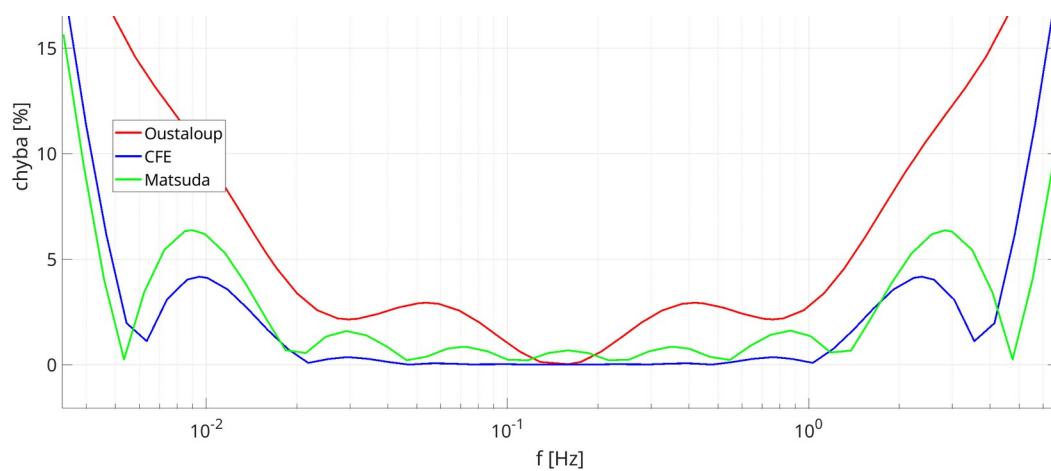
Aproximace $s^{0.5}$ pomocí metody Matsuda bude mít tvar [8]

$$s^{0.5} \simeq \frac{0.085s^4 + 4.877s^3 + 20.84s^2 + 12.995s + 1}{s^4 + 13s^3 + 20.84s^2 + 4.876s + 0.0855}, \quad (14)$$

Obr. 5 porovnává všechny předešlé probírané metody. Metoda Oustaloup a metoda zlomkového rozvoje mají tvar 5. řádu, Matsuda čtvrtého. Všechny metody aproximují neceločíselný kapacitor řádu 0.5. Na obr. 6 jsou poté vykresleny chyby jednotlivých metod. Všechny metody aproximují chování PNŘ v rozsahu zhruba tří dekad. Je vidět, že nejmenších odchylek od ideálního průběhu dosahuje metoda řetězového zlomku. V užším frekvenčním pásmu asi dvou dekad je její odchylka téměř zanedbatelná.



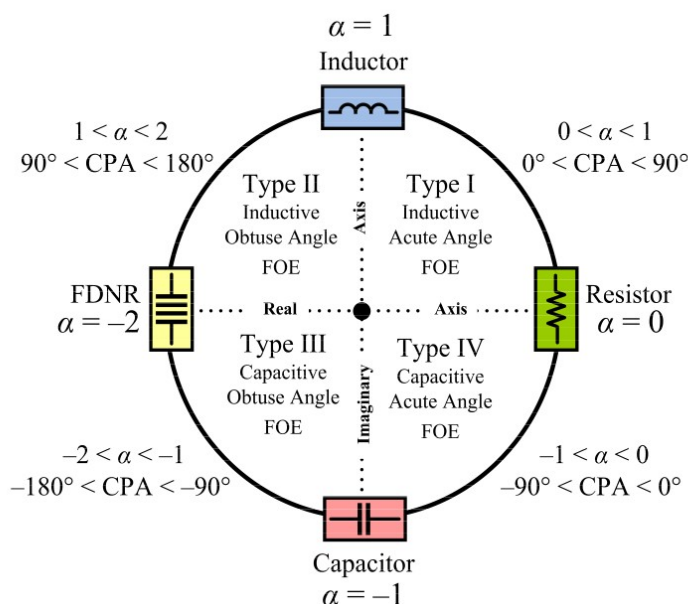
Obrázek 5: Srovnání jednotlivých aproximačních metod



Obrázek 6: Chyby aproximačních metod

3. PRVKY NECELOČÍSELNÉHO ŘÁDU

Vydeme-li z rovnice (3), popisující impedanci neceločíselného prvku, platí pro modul impedance $|Z| = L_\alpha s^\alpha$ pro fraktální induktor, respektive $|Z| = 1/C_\alpha s^\alpha$ pro fraktální kapacitor. Fáze impedance je dána jako $\varphi = 90\alpha$ (°). Jelikož platí $-2 < \alpha < 2$, můžeme neceločíselné prvky rozdělit do čtyř kvadrantů. Kvadrant I budou prvky induktivního charakteru řádu $0 < \alpha < 1$ s fázovým posuvem $0 < \varphi < 90^\circ$; kvadrant II taktéž prvky induktivního charakteru s řádem $1 < \alpha < 2$ vykazující fázový posuv $90 < \varphi < 180^\circ$. Prvky v kvadrantu III budou mít charakter kapacitní s řádem $-2 < \alpha < -1$ a fázovým posuvem $-180 < \varphi < -90^\circ$; prvky v kvadrantu IV budou taktéž kapacitní s řádem $-1 < \alpha < 0$ vykazující fázový posuv $-90 < \varphi < 0^\circ$ [9], [10]. Obr. 7, převzatý z [10], ilustruje rozdělení PNŘ do čtyř kvadrantů.



Obrázek 7: Ilustrace rozdělení fraktálních prvků do čtyř kvadrantů. Převzato z [10].

3.1 Realizace neceločíselného kapacitoru

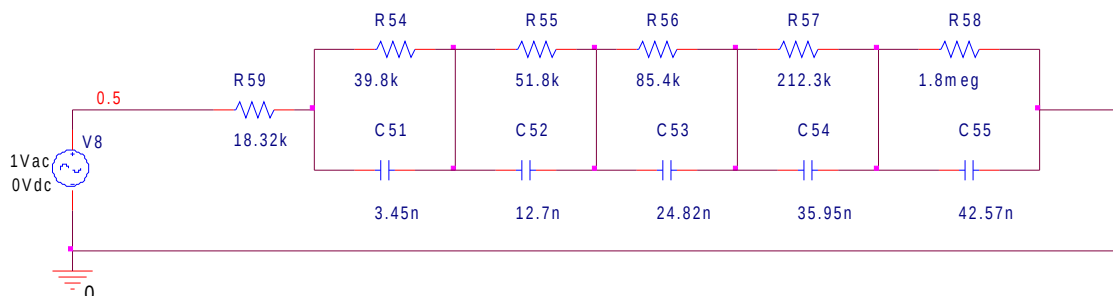
Jak již bylo řečeno, imitance PNŘ lze realizovat pomocí takzvaných RC příček. Jedná se o imitanci neceločíselného kapacitoru, tedy fraktálního prvku z kvadrantu IV. S využitím kódu pro Matlab, který je prezentován v článku [6] je možné vypočítat hodnoty prvků pro imitanci PNŘ pomocí Fosterovy a Caerovy struktury z obr. 1.b, respektive 1.a. Souhrn parametrů pro jednotlivé prvky je k nalezení v tab. 3. Simulováno je chování neceločíselného kapacitoru řádu 0,3 a 0,5 jakožto Fosterovy struktury a neceločíselného kapacitoru řádu 0,5 a 0,7 Caerovy struktury. Zapojení je vidět na obr. 8. Použitý kód používá 5. řád metody zlomkového rozvoje, čemuž

odpovídá i pět dvojic pasivních R a C komponentů v použitých topologiích. Simulované fraktální kapacitory jsou navrženy tak, aby měly impedanci 1 nF při 1 kHz.

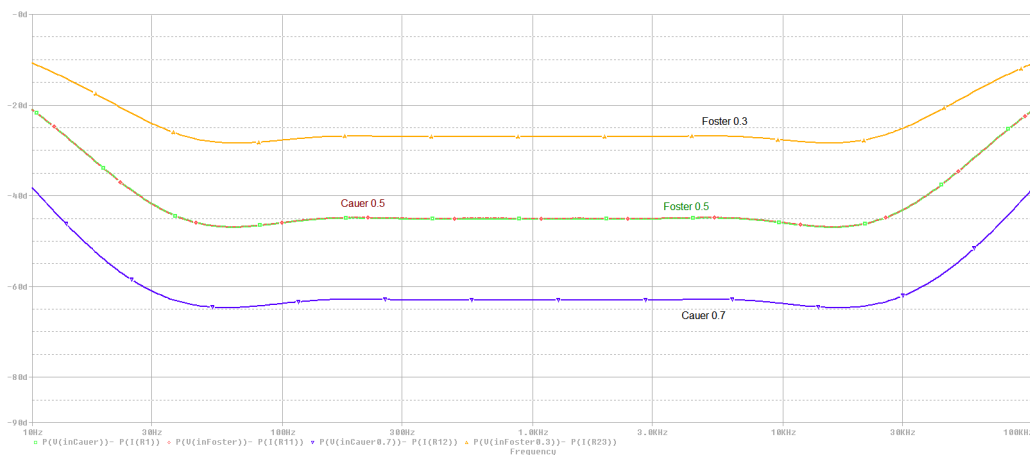
Tabulka 3: Hodnoty prvků pro realizaci neceločíselných kapacitorů pomocí Foster a Cauer struktur

	Foster		Cauer	
	$\alpha = 0,3$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,7$
R ₀ (kΩ)	39,54	14,47	903,28	3640
R ₁ (kΩ)	42,21	31,43	14,47	4,45
R ₂ (kΩ)	38,96	40,89	74,2	78,33
R ₃ (kΩ)	49,4	67,48	142,46	245,09
R ₄ (kΩ)	89,89	167,68	232,41	549,76
R ₅ (kΩ)	380,58	1430	383,89	1170
C ₁ (nF)	0,265	0,436	0,275	0,434
C ₂ (nF)	1,49	1,61	0,67	0,486
C ₃ (nF)	3,83	3,14	1,15	0,568
C ₄ (nF)	7,29	4,55	1,85	0,691
C ₅ (nF)	13,42	5,39	3,35	0,978

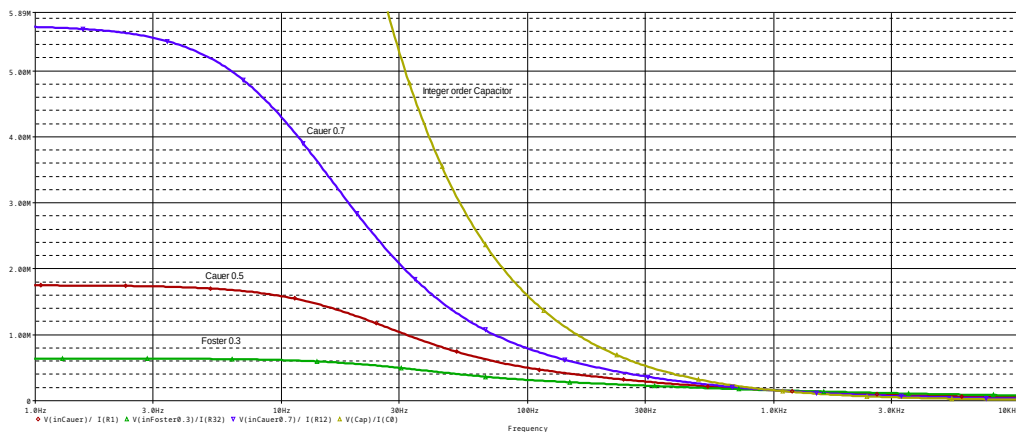
Na obr. 9 jsou zobrazeny výsledky simulace fázové odezvy provedené v programu OrCad Pspice pomocí AC sweep. Jak je vidět, průběh Cauerovy i Fosterovy topologie pro kapacitor řádu 0,5 je totožný, neboť jsou simulovány stejnou metodou a tudíž i výsledná přenosová funkce je shodná. Porovnáním obr. 4 a obr. 7 lze zjistit, že simulované kapacitory mají odpovídající přenosové funkce zjištěné pomocí metody CFE v kapitole 2.2. Opět platí, že chování je imitováno pouze v určitém frekvenčním rozsahu. Pro větší frekvenční rozsah, neboli větší řád aproximace, je potřeba vícero RC příček [4]. Obr. 10 ukazuje modul impedance společně s impedancí běžného kapacitoru, přičemž všechny kapacitory mají impedanci 1 nF při 1 kHz. Do 1 kHz platí, že čím větší je řád, tím větší impedanci kapacitor na daném kmitočtu má. Od 1 kHz je tomu naopak, ovšem impedance se v tomto pásmu liší již jen nepatrně.



Obrázek 8: Zapojení fraktálního kapacitoru pomocí Fosterovy struktury

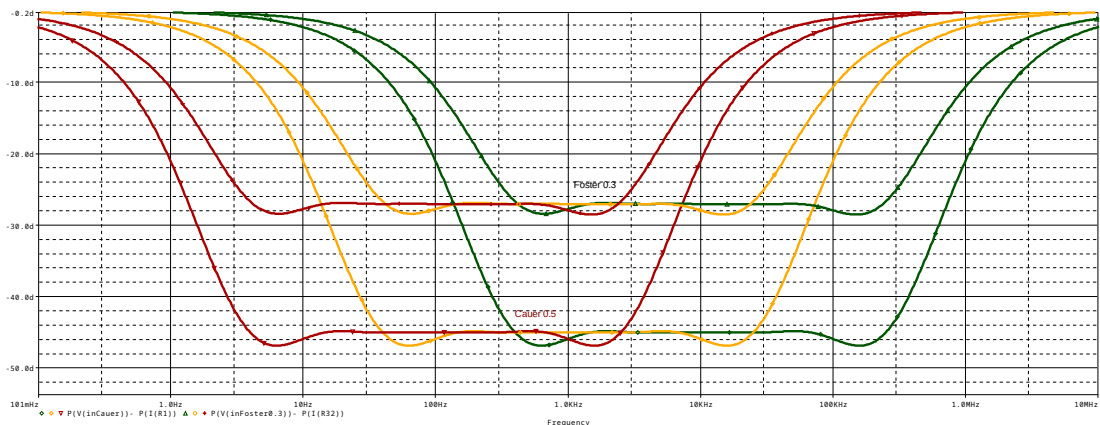


Obrázek 9: Fázová odezva neceločíselných kapacitorů realizovaných pomocí RC přiček



Obrázek 10: Modul impedance neceločíselných kapacitorů realizovaných pomocí RC přiček

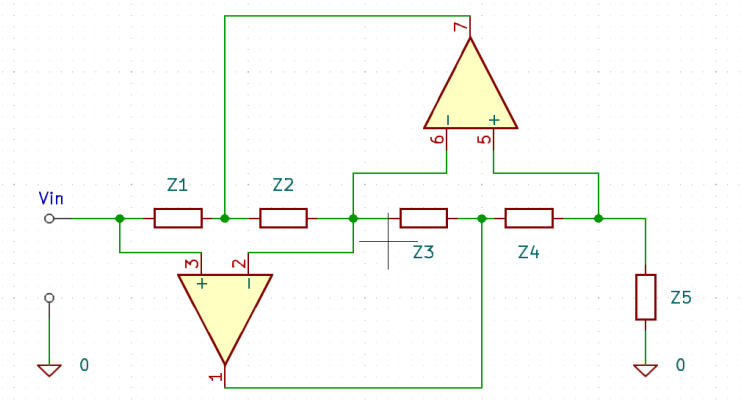
Obr. 11 dokumentuje vliv změny parametrů na fázovou odezvu. Můžeme pozorovat, že při změně hodnoty odporů či kapacitorů na hodnotu o 1 řád nižší, dochází ke změně fázové odezvy na kmitočty o 1 dekádu menší, a obráceně. V případě řádu 0,3 na obr. 11 jsou měněny hodnoty rezistorů a v případě řádu 0,5 hodnoty kapacitorů. Tato skutečnost umožňuje významnou flexibilitu při návrhu fraktálních prvků. Pokud jsou např. hodnoty kondenzátorů příliš velké, je možné je o řád snížit, přičemž ke kompenzaci dojde zvýšením hodnoty rezistorů taktéž o 1 řád. Tím je zajištěno, že požadované kmitočtové pásmo zůstane stejné.



Obrázek 11: Vliv změn hodnot prvků na fázovou odezvu PNŘ

3.2 Realizace PNŘ dalších kvadrantů

Přestože zmíněné struktury pro realizaci PNŘ modelují pouze chování kapacitorů, je možné provést realizaci neceločíselného induktoru obdobným způsobem, pokud navíc do obvodu zapojíme impedanční konvertor [9], [11]. Jiná práce navrhuje přístup realizující neceločíselný induktor pomocí koaxiálního vedení [12]. Tento přístup se opírá o skutečnost, že vlnová impedance příčného elektromagnetického (TEM) režimu koaxiálního vedení roste s $0,5(j\omega)$, kde ω je úhlová frekvence, pokud je výplňový materiál vysoce vodivý [12]. Zmíněné neceločíselné indukty budou zpravidla řádu $0 < \alpha < 1$. Kapacity a indukty řádu větší než 1 lze podobně provést pomocí pozitivního impedančního konvertoru. Další možností vytvoření fraktálního kapacitoru s řádem větším než 1 je použití výkonového měniče [13].



Obrázek 12: Pozitivní impedanční konvertor

V této práci budeme využívat impedančního konvertoru. Schéma zapojení je na obr. 12. Impedance takového konvertoru je dána vztahem [9], [16]

$$Z = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}, \quad (15)$$

Vhodnou volbou prvků Z_1 až Z_5 můžeme realizovat PNŘ všech čtyř kvadrantů [9].

3.2.1 PNŘ kvadrantu I ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$)

Pokud jako Z_4 zapojíme fraktální kapacitor řádu $0 < \alpha < -1$, odpovídající kvadrantu IV (diskutováno výše) a všechny ostatní prvky budou čistě rezistivní, bude se výsledné zapojení chovat jako fraktální induktor z kvadrantu I. Impedance zapojení bude $1/(Fs^\alpha)$ s fázovým posuvem β . Platí [9]

$$F = \frac{R_2}{R_1 R_3 R_5 F^\alpha}, \quad (16)$$

$$\beta = -\alpha,$$

Kde α je řád kapacitoru, Z_4 jeho induktance a F kapacitance. V zapojení impedančního konvertoru je potřeba vhodně zvolit velikosti ostatních rezistivních prvků, aby byl zajištěn konstantní průběh fázové odezvy pro určitý frekvenční rozsah. Zde byly zvoleny impedance R_1 , R_2 a R_5 v řádech jednotkách k Ω a impedance R_3 v desítkách k Ω .

3.2.2 PNŘ kvadrantu II ($90^\circ < \varphi < 180^\circ$)

Zapojíme-li obvod obdobně jako v předchozím případě s tou výjimkou, že Z_2 bude kapacitní prvek - C_2 , bude se výsledné zapojení chovat jako fraktální induktor z kvadrantu II. Tentokrát platí [9]

$$F = \frac{1}{R_1 C_2 R_3 R_5 F^\alpha}, \quad (17)$$

$$\beta = -(\alpha + 1),$$

R_1 a R_5 opět volíme v řádech jednotkách k Ω , R_3 v desítkách k Ω a C_2 v desítkách μ F.

3.2.3 PNŘ kvadrantu III ($-180^\circ < \varphi < -90^\circ$)

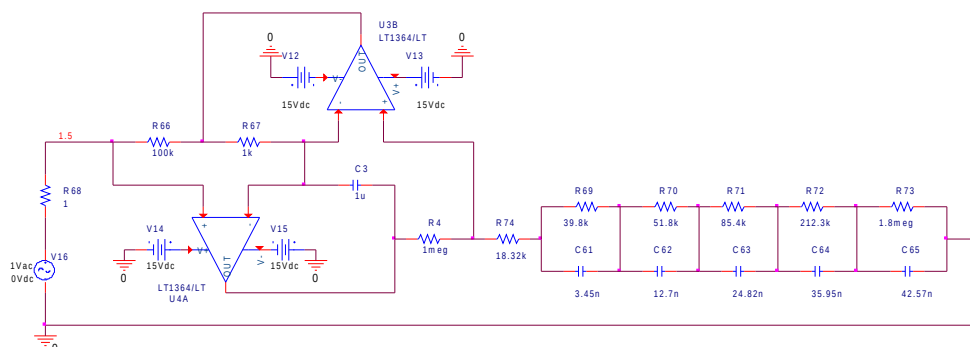
Konečně, realizujeme-li obvod tak, že Z_5 bude fraktální prvek, Z_3 bude mít kapacitní charakter a ostatní prvky charakter ryze rezistivní, bude se výsledné zapojení chovat jako fraktální kapacitor z kvadrantu IV. V tomto případě platí [9]

$$F = \frac{R_2 R_4 Z_3 F^\alpha}{R_1}, \quad (18)$$

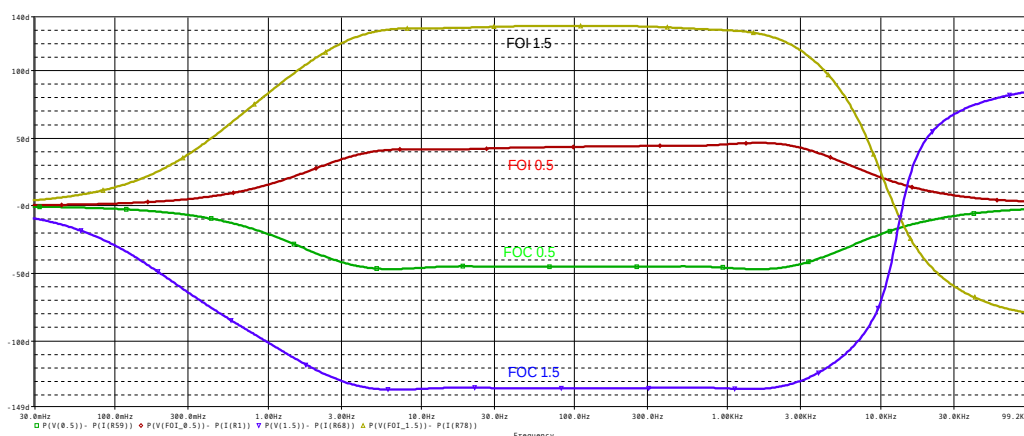
$$\beta = \alpha + 1,$$

Tentokrát volíme R_1 ve stovkách k Ω , R_2 v jednotkách k Ω , R_4 v jednotkách M Ω a C_3 v desítkách μ F. Obr. 13 ukazuje příklad impedančního konvertoru, zapojeného jakožto kapacitor z kvadrantu III. Na obr. 14 je graf simulace z programu OrCad Pspice,

zobrazující fázovou odezvu fraktálních prvků ze všech čtyř kvadrantů. Simulovaná zapojení imitují PNŘ v rozmezí zhruba od 5 Hz do 1 kHz. Původní neceločíselný kapacitor je realizován pomocí Fosterovy struktury s řádem 0,5, čemuž odpovídá fázový posuv -45° . Kapacitor řádu 1,5 vykazuje fázový posuv -135° , induktor řádu 0,5 $+40^\circ$ až 45° a induktor řádu 1,5 $+130^\circ$ až 135° v rámci sledovaného pásma.

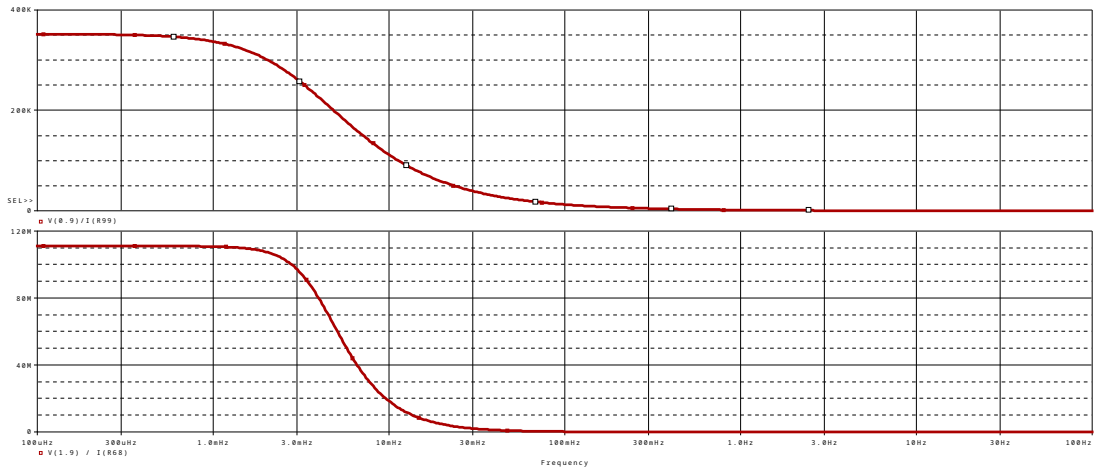


Obrázek 13: Zapojení simulující fraktální kapacitor s řádem $1 < \alpha < 2$



Obrázek 14: Fázová odezva fraktálních prvků všech čtyř kvadrantů

Při používání impedančního konvertoru je potřeba mít na vědomí, že výsledná impedance celkového zapojení se změní - zpravidla zmenší - oproti navržené hodnotě PNŘ. Obr. 15 ukazuje porovnání průběhů velikostí impedance v závislosti na frekvenci pro neceločíselné kapacitory řádů 0,5 (nahore) a 1,5 (dole). Zatímco původní kapacitor je navržen tak, aby měl kapacitu $100 \mu\text{F}$ na 1 kHz, kapacitor řádu 1,5 má na daném kmitočtu pouze $60 \mu\text{F}$, přestože se jedná o tutéž strukturu - avšak zapojenou v impedančním konvertoru. Změna impedance může poté ovlivňovat další parametry v zapojení.



Obrázek 15: Porovnání impedance neceločíslných kapacitorů řádů 0,5 a 1,5

4. OSCILÁTORY

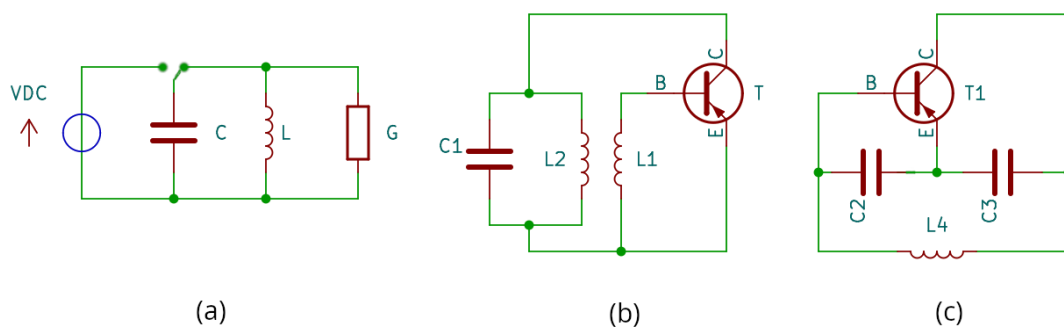
Oscilátory jsou zařízení, která vytvářejí harmonický periodický signál. Jde o specifický případ generátorů, neboť mění energii z napájecího zdroje na energii vyráběných kmitů. Jedná se tedy o autonomní obvod, který nepotřebuje žádné buzení, je pouze stejnosměrně napájen [15], [16]. Oscilátory můžeme dělit na [16]:

- oscilátory LC (pro oblast 10 kHz – 100 MHz)
 - dvoubodové,
 - zpětnovazební,
 - třibodové,
- oscilátory řízené krystalem,
- oscilátory RC (pro oblast do 1 MHz)

4.1 Princip oscilátorů

4.1.1 LC oscilátory

Na obr. 16.a je jednoduchý dvoubodový LC oscilátor. Po nabití kondenzátoru a jeho připojení k cívce dojde k rozkmitání obvodu. Nakumulovaná energie elektrického pole z kondenzátoru se přemění na energii magnetického pole v okolí cívky a obráceně. Celý proces se periodicky opakuje. Během toho dochází k jistým energetickým ztrátám, které jsou v obvodu modelovány ztrátovým rezistorem s vodivostí G . Pokud je hodnota $G > 0$, dochází k tlumení kmitání. Pro $G = 0$ se obvod nachází na mezi stability, čímž vytváří harmonické kmity s konstantní amplitudou. V případě $G < 0$ amplituda kmitů roste. Pro funkci oscilátorů je tedy účelné, aby obvod obsahoval záporný diferenciální odpor a kompenzoval tak impedanci obvodu RLC, aby nedocházelo k tlumení kmitů [16].



Obrázek 16: LC oscilátory: Dvoubodový LC oscilátor (a), Meissnerův oscilátor s induktivní zpětnou vazbou (b) a třibodový Colpittsův oscilátor (c)

Kromě odtlumení rezonančního obvodu může k oscilaci dojít také zavedením kladné zpětné vazby. Musí být přitom splněny dvě oscilační podmínky fázová a amplitudová

$$\text{amplitudová } |\beta A| = 1, \quad (19)$$

$$\text{fázová } \varphi_1 + \varphi_2 = 2k\pi, \quad (20)$$

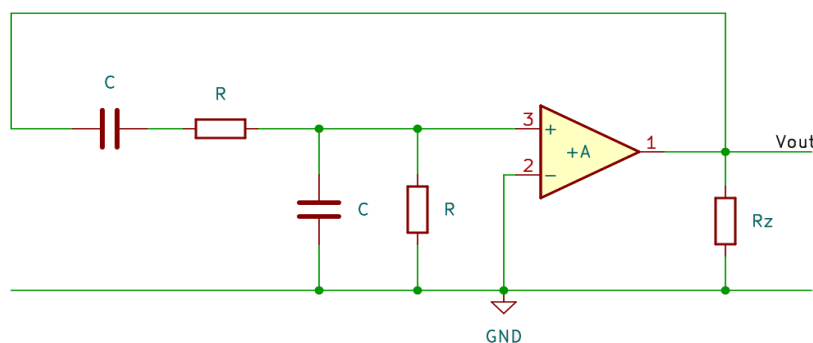
kde φ_1 a φ_2 jsou fáze vstupního resp. výstupního signálu, a A a β jsou přenos systému resp. přenos zpětné vazby [15], [16]. Amplitudová podmínka vyjadřuje kolik energie resp. jaké zesílení je třeba dodat aktivním prvkem, aby kompenzoval ztrátu v selektivním obvodu. Podmínka fázová (argumentová) říká, že posuv fáze signálu způsobený zesilovačem a selektivním obvodem musí být roven 0 (či násobkům $2k\pi$) [15], [16].

Příkladem zpětnovazebního oscilátoru je Meissnerův oscilátor na obr. 16.b. Zpětná vazba je realizovaná vzájemnou indukčností dvou cívek M . Dalšími příklady jsou tříbodové oscilátory jako například Colpittsův obr. 16.c, které mají spojeny zesilovač (aktivní prvek) a zpětnovazební blok (ZV) ve třech bodech [16]. Kmitočet oscilací lze určit pomocí Thomsonova vztahu

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (21)$$

4.1.2 RC oscilátory

Činnost RC oscilátorů je taktéž založena na zavedení kladné zpětné vazby. RC oscilátory se užívají hlavně na nižších kmitočtech (do 1 MHz), kde by byla potřebná velká indukčnost L , a proto se induktorů nepoužívá. Tyto oscilátory jsou tvořeny výhradně prvky R a C [16].



Obrázek 17: Princip oscilátoru s Wienovým článkem RC

Příkladem RC oscilátoru je oscilátor s Wienovým článkem na obr. 17 s operačním zesilovačem. Wienův článek představuje pásmovou propust 2. řádu se strmým přechodem fázové charakteristiky nulou. Aby byla splněna fázová podmínka, musíme

zde použít neinvertující zesilovač [16]. V praxi bude ještě zapojen odporový dělič v záporné zpětné vazbě, který bude určovat zesílení operačního zesilovače.

4.1.3 Charakteristická rovnice

Pro jednoduchost nyní uvažujme stejnou hodnotu resistorů, resp. kapacitoru v zapojení na obr. 17. Platí tedy $R_1 = R_2 = R$ a $C_1 = C_2 = C$. Přenos napětí zpětné vazby dán jako impedanční dělič, platí tedy

$$\beta = \frac{R \parallel Z_c}{R \parallel Z_c + (R + Z_c)}, \quad (22)$$

Což po dosazení $Z_c = 1/sC$ a následné úpravě dává

$$\beta = \frac{sRC}{s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1}, \quad (23)$$

Dle amplitudové podmínky platí $\beta A = 1$. To odpovídá

$$\frac{sRC}{s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1} A = 1, \quad (24)$$

Po úpravě dostáváme charakteristickou rovnici oscilátoru

$$s^2 R^2 C^2 + (3 - A)sRC + 1 = 0, \quad (25)$$

Určení charakteristické rovnice je základem návrhu RC oscilátorů. Dosazením $j\omega$ za operátor s můžeme charakteristickou rovnici rozepsat na reálnou a imaginární část, z nichž dostaneme podmínky oscilace

$$\Re: -\omega^2 R^2 C^2 + 1 = 0, \quad (26)$$

$$\Im: (3 - A)\omega RC = 0, \quad (27)$$

Z reálné části zjistíme oscilační frekvenci, a z imaginární potřebné zesílení. Z amplitudové podmínky lze poté dopočítat zesílení zpětné vazby.

$$\omega = \frac{1}{RC}, \quad A = 3, \quad \beta = \frac{1}{3} \quad (28)$$

Nutno ještě dodat, že charakteristickou rovnici lze kromě analýzy symbolického popisu pomocí Blackova vztahu získat např. také z admitanční matice při řešení obvodu pomocí metody uzlových napětí. Jelikož oscilátor, jakožto autonomní obvod není buzen žádným signálem, budou při použití MUN nulové vstupní proudy. Aby měla taková soustava rovnic jiné řešení než nulové výstupní napětí (o což v případě funkčního oscilátoru neusilujeme), musí být nulový determinant admitanční matice. Jeho položením nule získáme charakteristickou rovnici [16].

4.2 Oscilátory s prvky neceločíselného řádu

Jak již název vypovídá, figurují v zapojení těchto oscilátorů prvky neceločíselného řádu. Obdobně jako jejich celočíselné protějšky mohou být tyto oscilátory jak LC tak RC typu. V této práci zaměříme pozornost především na RC oscilátory. Zabývat se pro jednoduchost budeme oscilátory se dvěma fraktálními prvky.

Lineární systém neceločíselného řádu popsáný rovnicemi

$$\begin{pmatrix} D^\alpha x_1 \\ D^\beta x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad (29)$$

může podle teorie z článku [17] vytvářet sinusové kmity jedině a pouze v případě, že existuje hodnota ω , která vyhovuje oběma následujícím podmínkám zároveň

$$\begin{aligned} \omega^{\alpha+\beta} \cos \frac{(\alpha+\beta)\pi}{2} - a_{11} \omega^\beta \cos \frac{\beta\pi}{2} - a_{22} \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2} + |A| &= 0, \\ \omega^\beta \sin \frac{(\alpha+\beta)\pi}{2} - a_{11} \omega^{\beta-\alpha} \sin \frac{\beta\pi}{2} - a_{22} \sin \frac{\alpha\pi}{2} &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

kde a_{11} a a_{22} jsou prvky matice systému z (29) a $|A|$ je determinant této matice.

Oscilátory jsou jedním z hlavních obvodových bloků v řadě aplikací. Běžně se používají v transceiverech, kvadrurní směšovačích, spínaných kapacitorových filtrech a frekvenčních syntezátorech [16].

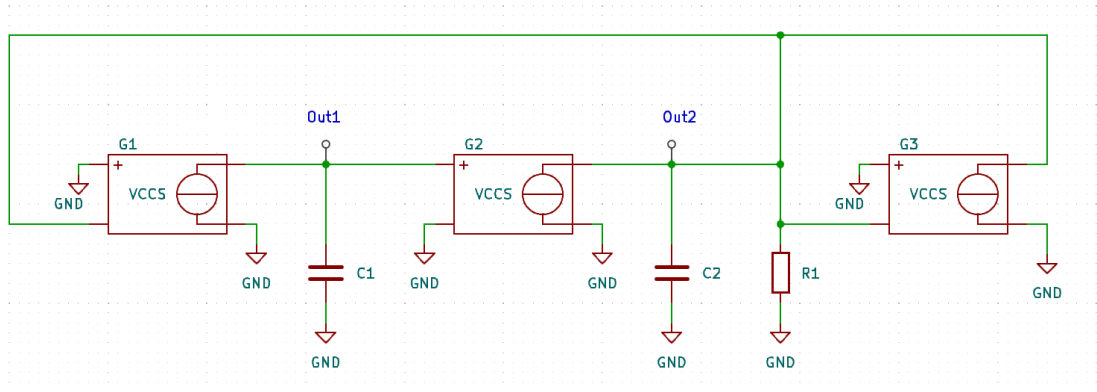
Výhoda oscilátorů s fraktálními prvky spočívá v tom, že mohou generovat vysokofrekvenční signál, který závisí nejen na hodnotě pasivních prvků, ale také na řádu neceločíselných prvků. Navíc, parametry fraktálního řádu mohou umožnit ladění fáze a frekvence neceločíselných sinusových oscilátorů, což není možné pro klasické sinusové oscilátory [16]. Tyto atributy představují další možnosti a flexibilitu z hlediska designu. Známé oscilátory, jako např. Wienův oscilátor (jehož modelování je obsahem následující kapitoly), mohou být stále navrženy tak, aby oscillovaly, použijeme-li neceločíselných prvků. Zkoumané oscilátory budou využívat dvou neceločíselných prvků. Návrh oscilátoru se třemi či více neceločíselnými prvky je detailně zpracován v článku [16].

4.3 Analýza fázových relací mezi výstupy

4.3.1 Celočíselný systém

Má-li oscilátor více výstupů, je možné generovat mezi nimi několik fázových posuvů, o čemž rozhoduje charakter bloků, zda jsou ztrátové či bezztrátové. Změnou hodnot pasivních součástek nebo aktivních parametrů lze tedy ladit výstupy obvodů [15].

Na obr. 18 je zapojení oscilátoru, v němž figuruje ztrátový integrátor ($G1$, $C1$), bezztrátový integrátor ($G2$, $C2$, $R1$) a záporný odpor s $G3$. Prvky $G1-3$ jsou napětím řízené zdroje proudu (VCCS), reprezentují ideální transkonduktory OTA [15].



Obrázek 18: Oscilátor se dvěma OTA integrátory

Z reálné části charakteristické rovnice získáme vztah pro oscilační kmitočet [15]

$$\omega = \sqrt{\frac{g_{m1} g_{m2}}{C_1 C_2}}, \quad (31)$$

kde g_{m1} a g_{m2} jsou traskonduktance prvků OTA a C_1 a C_2 kapacity kondenzátorů.

Vyjádríme-li nyní napěťový přenos mezi uzly Out1 a Out2 dostaneme [15]

$$\frac{V_{out2}}{V_{out1}} = \frac{g_{m1}}{s C_1}, \quad (32)$$

Substitucí $s = j\omega$ a dosazením za ω z rovnice 31 získáme

$$\frac{V_{out2}}{V_{out1}} = \frac{1}{j} \sqrt{\frac{C_2 g_{m1}}{C_1 g_{m2}}}, \quad (33)$$

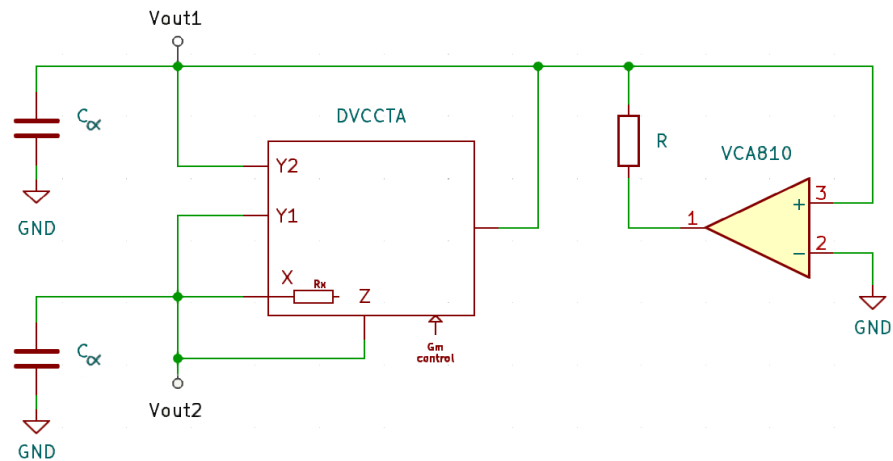
což lze dále pomocí Eulerova vztahu upravit na

$$\frac{V_{out2}}{V_{out1}} = e^{-j\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{C_2 g_{m1}}{C_1 g_{m2}}}, \quad (34)$$

Z toho plyne, že poměr amplitud generovaných signálů závisí na poměru traskonduktancí g_{m1} a g_{m2} a poměru kapacit. Vidíme také, že fázový posuv mezi výstupy bude $\pi/2$, tj. 90° .

4.3.2 Neceločíselný systém

Uvažujme nyní LC oscilátor představený v článku [11]. Oscilátor sestává ze dvou fraktálních prvků, negativního odporu realizovaného pomocí operační zesilovače a diferenciálního traskonduktančního zesilovače (The differential voltage current conveyor transconductance amplifier – DVCCTA), který slouží jako impedanční konvertor. Chování DVCCTA je popsáno následujícími rovnicemi: $V_X = V_{Y1} - V_{Y2}$, $I_Z = I_X$, $I_0 = V_Z \cdot g_m$ [11]. Schéma zapojení je na obr. 19.



Obrázek 19: LC oscilátor s impedančním konvertorem založeným na DVCCTA

Oscilátor kmitá s úhlovým kmitočtem [11]

$$\omega \simeq \left(\frac{2g_m}{R_x C_\alpha^2} \right)^{\frac{1}{2\alpha}}, \quad (35)$$

a napěťový přenos mezi uzly 1 a 2 je [11]

$$\frac{V_{out1}}{V_{out2}} = \frac{-2}{s^\alpha C_\alpha R_x} = \frac{-1}{j^\alpha} \sqrt{\frac{2}{R_x g_m}}, \quad (36)$$

To lze opět pomocí Eulerova vztahu upravit na

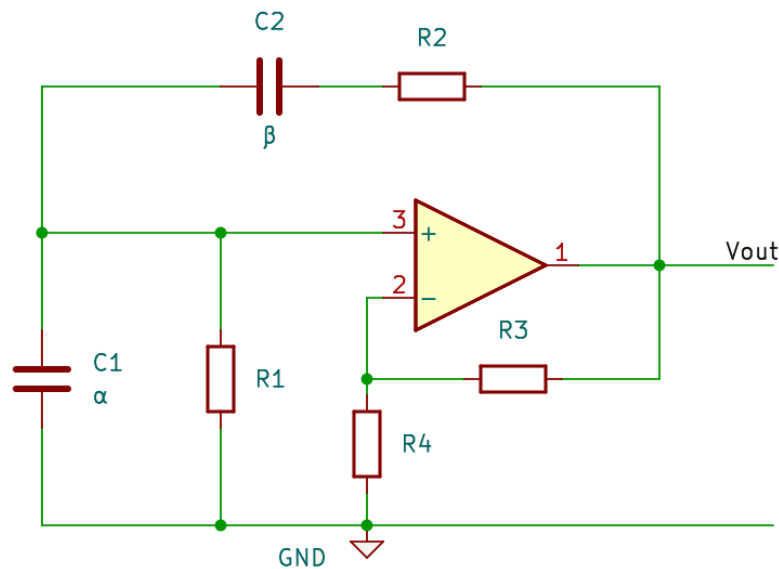
$$\frac{V_{out1}}{V_{out2}} = e^{-\frac{\alpha\pi}{2}j} \sqrt{\frac{2}{R_x g_m}}, \quad (37)$$

Vidíme, že poměr amplitud generovaných signálů je, stejně jako v předešlém případě, dán vlastnostmi použitých bloků. Fázový posuv ovšem není pevně daný, neboť závisí i na řádu fraktálního prvku α a je roven $\alpha\pi/2$. Skutečnost, že fázový mezi jednotlivými výstupy lze měnit pomocí volby fraktálního prvku, představuje značnou výhodu neceločíselných oscilátorů.

5. WIENŮV OSCILÁTOR SE DVĚMA FRAKTÁLNÍMI PRVKY

5.1 Návrh oscilátoru

V této kapitoleme provedeme modelování Wienova oscilátoru se dvěma fraktálními prvky. Obvod dále sestává ze čtyř rezistorů, dvou neceločíselných kapacitorů a operačního zesilovače, viz obr. 20.



Obrázek 20: Wienův oscilátor se dvěma fraktálními prvky

Oscilátor je popsán těmito rovnicemi [17]

$$\begin{pmatrix} \frac{d^\alpha V_{C1}}{dt^\alpha} \\ \frac{d^\beta V_{C2}}{dt^\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a-1}{R_2 C_1} & \frac{1}{R_1 C_1} & \frac{-1}{R_2 C_1} \\ \frac{a-1}{R_2 C_2} & \frac{-1}{R_2 C_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{C1} \\ V_{C2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{b}{R_2 C_1} \\ \frac{b}{R_2 C_2} \end{pmatrix}, \quad (38)$$

$$(a, b) = \begin{cases} (0, V_{sat}) & KV_{C1} \geq V_{sat} \\ (K, 0) & -V_{sat} < KV_{C1} < V_{sat} \\ (0, -V_{sat}) & -V_{sat} \geq KV_{C1} \end{cases}, \quad (39)$$

kde V_{sat} je saturační napětí operačního zesilovače a K je jeho zesílení, platí $K = 1 + R_3/R_4$.

Známe-li hodnoty rezistorů a kapacitorů a provádíme-li tedy návrh na základě volby řádů neceločíselných prvků, můžeme podle teorie z článku [17] vypočítat potřebné parametry následovně

$$|A| = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}, \quad (40)$$

Frekvenci oscilace určíme jako

$$\omega^{\alpha+\beta} \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) - a_{22} \omega^\alpha \sin\left((\alpha-\beta) \frac{\pi}{2}\right) - |A| \sin\left(\beta \frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad (41)$$

kde a_{22} je prvek matice z rovnice (38), dále platí

$$a_{11} = \frac{\omega^\alpha \sin\left((\alpha+\beta) \frac{\pi}{2}\right) - a_{22} \sin\left((\alpha-\beta) \frac{\pi}{2}\right)}{\omega^{\beta-\alpha} \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (42)$$

Z prvku a_{11} potom určíme zesílení oscilátoru

$$K = 1 + \frac{R_2}{R_1} + R_2 C_1 a_{11}, \quad (43)$$

Následně můžeme určit poměr rezistorů R_3/R_4 . Uvažujme nyní R_4 jako podmínku oscilace, ostatní parametry stanovme takto: $R_1 = R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $C_1 = C_2 = 10 \text{ }\mu\text{F/sec}^{1-\alpha}$, $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$. Na základě rovnic 40-43 určíme kmitočty oscilace a odpory rezistoru. Hodnoty jsou shrnuty v tabulce 4.

Tabulka 4: Souhrn parametrů pro modelované případy Wienova oscilátoru

	α	β	ω (rad/s)	T (s)	K (-)	R4 (k Ω)
1	1	1	20,00	0,31	3	5
2	0,7	1	42,60	0,15	2,6	6,25
3	0,5	1	82,33	0,08	2,4	7,14
4	1	0,5	15,67	0,40	8,4	1,35
5	1	1,5	11,47	0,55	1,84	11,9

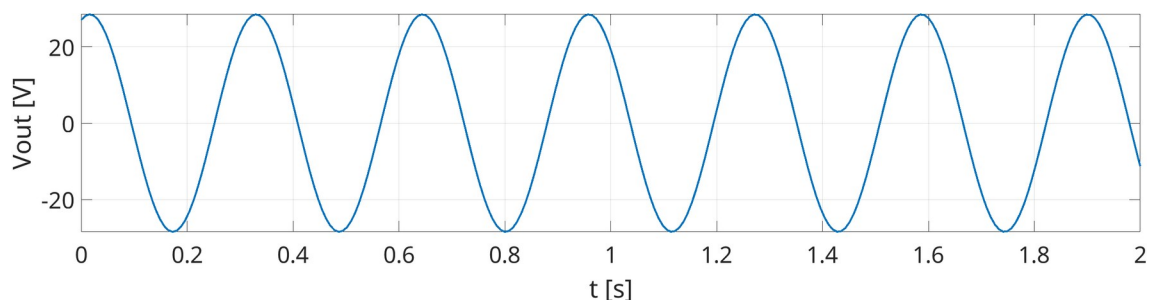
5.2 Numerická simulace s ideálními prvky

Vezmeme-li v úvahu rovnici popisující systém oscilátoru (38), a Caputovu definici (2), odezva v Laplaceově doméně bude vypadat následovně

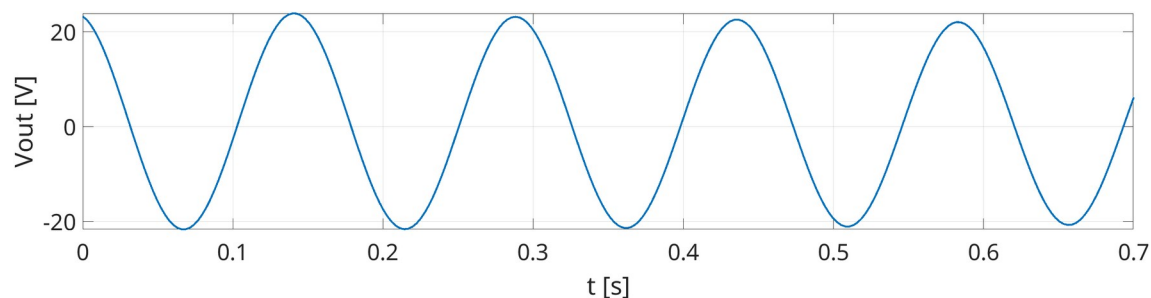
$$\begin{bmatrix} V_{C1} \\ V_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^\alpha - \frac{a-1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_1 C_1} & \frac{1}{R_2 C_1} \\ -\frac{a-1}{R_2 C_2} & s^\beta + \frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s^{\alpha-1} & 0 \\ 0 & s^{\beta-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{C1}(0) \\ V_{C2}(0) \end{bmatrix}, \quad (44)$$

kde $V_{C1}(0)$ a $V_{C2}(0)$ jsou počáteční napětí na patřičných prvcích.

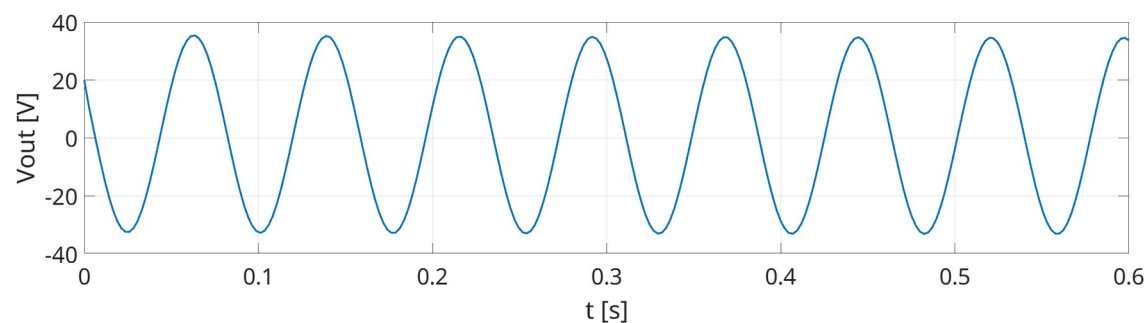
Odezvu v oblasti časové získáme z rovnice (44) pomocí numerické inverzní Laplaceovy transformace (NILT) založené na FFT/IFFT [18]. Výstupní napětí je určeno numericky v Matlabu, přičemž je uvažován ideální lineární model operačního zesilovače se zpětnou proudovou vazbou (CFOA). Za účelem rozkmitání systému jsou počáteční napětí nastavena jako $V_{C1}(0) = 5 \text{ V}$ a $V_{C2}(0) = 5 \text{ V}$. Obr. 21-25 ukazují průběhy výstupních napětí ve zkoumaných případech z tab. 4.



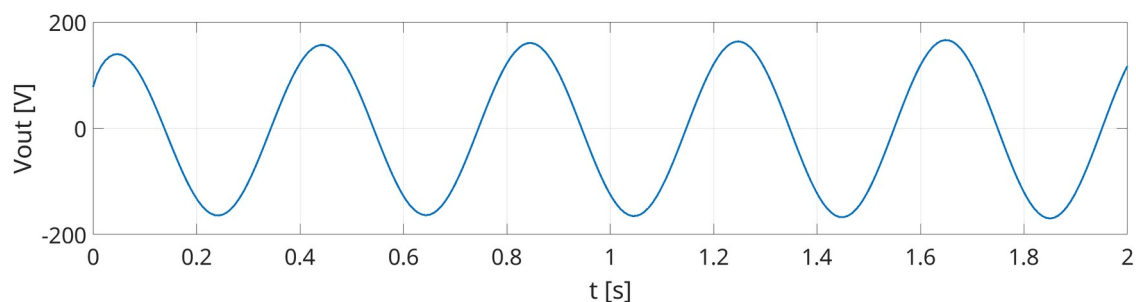
Obrázek 21: Příklad 1: $\alpha = 1, \beta = 1, R_4 = 5 \text{ k}\Omega, \omega = 20 \text{ rads}^{-1}$



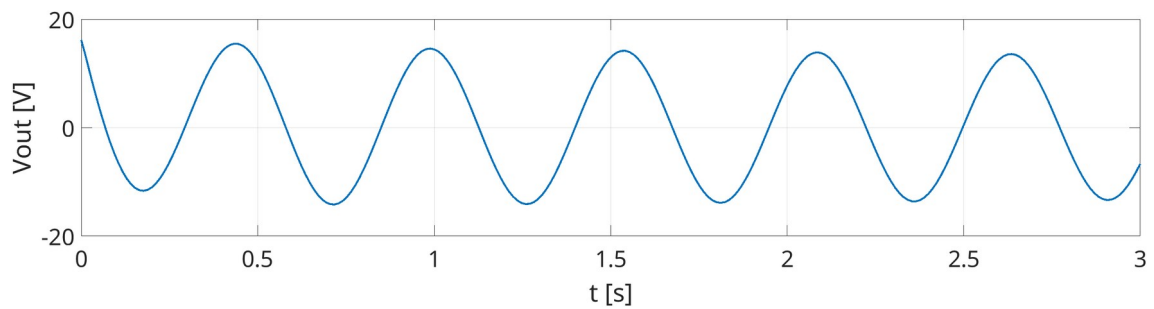
Obrázek 22: Příklad 2: $\alpha = 0.7, \beta = 1, R_4 \approx 6.25 \text{ k}\Omega, \omega \approx 42.6 \text{ rads}^{-1}$



Obrázek 23: Příklad 3: $\alpha = 0.5, \beta = 1, R_4 \approx 7.15 \text{ k}\Omega, \omega \approx 82.3 \text{ rads}^{-1}$



Obrázek 24: Příklad 4: $\alpha = 1, \beta = 0.5, R_4 \approx 1.35 \text{ k}\Omega, \omega \approx 15.7 \text{ rads}^{-1}$

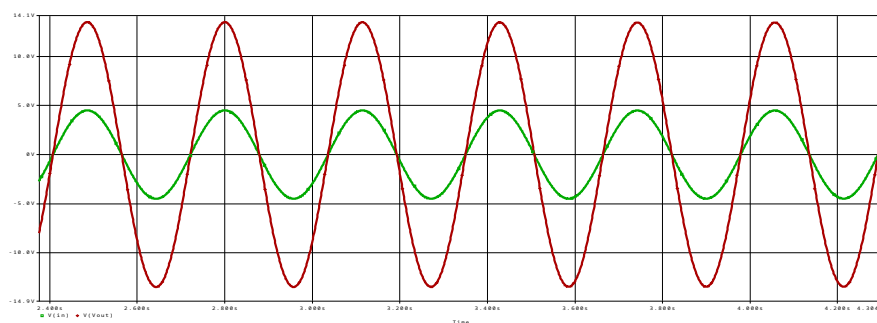


Obrázek 25: Příklad 5: $\alpha = 1$, $\beta = 1.5$, $R_4 \approx 11.85 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 11.47 \text{ rads}^{-1}$

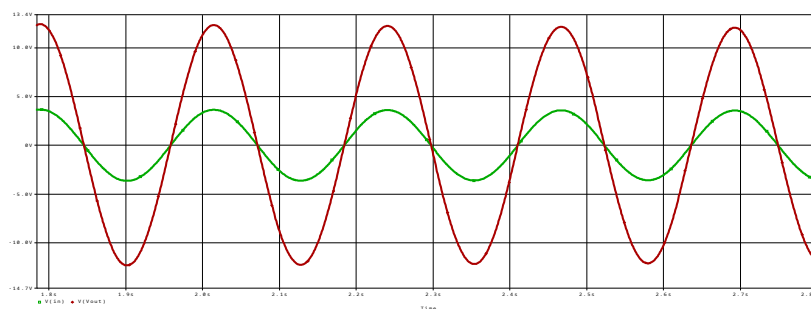
Z obr. 21-25 je vidět, že řády neceločíselných prvků ovlivňují jak amplitudu, tak kmitočet výstupního signálu. Pozorujeme, že s klesajícím řádem roste frekvence oscilací. Zde uvedené numerické řešení uvažuje ideální operační zesilovač, jehož výstupní napětí může dosahovat libovolných hodnot. V reálném případě je výstupní napětí omezeno, a to napětím napájecím. Další analýza tedy ukazuje tyto dopady pro případ obvodové simulace.

5.3 Simulace s reálnými součástkami

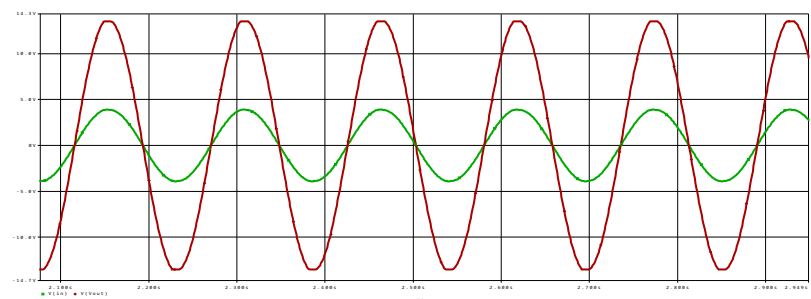
Nyní přistupme k ověření numerické výsledků také simulací s reálnými součástkami. Na obr. 26-30 jsou zobrazeny výsledky simulací těchto případů, tentokrát provedené v programu OrCad Pspice pomocí analýzy *Time domain*. Obrázky ukazují vstupní a výstupní napětí zesilovače. Ideální operační zesilovače jsou nahrazeny operačními zesilovači TL082 od firmy Texas instruments, napájenými $\pm 15 \text{ V}$. Za účelem rozkmitání systému jsou počáteční napětí nastavena jako $V_{C1}(0) = 5 \text{ V}$ a $V_{C2}(0) = 5 \text{ V}$. Pro vytvoření PNŘ jsou využity Fosterovy struktury diskutované v kapitole 3. Neceločíselné prvky jsou navrženy tak, aby kmitočtový rozsah jejich imitancí korespondoval s kmitočtem oscilátoru. Tabulku hodnot prvků je možné najít v příloze na konci práce.



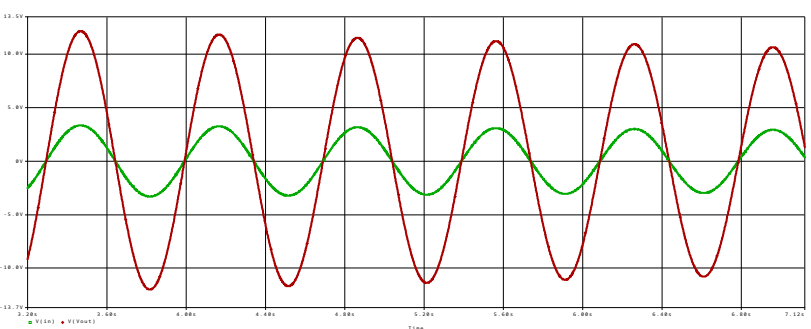
Obrázek 26: Příklad 1: $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $R_4 = 5 \text{ k}\Omega$, $T \approx 0.3 \text{ s}$



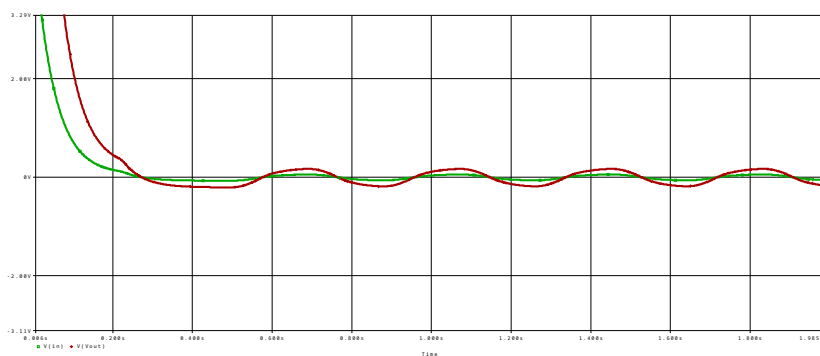
Obrázek 27: Příklad 2: $\alpha = 0.7$, $\beta = 1$, $R_4 = 4.2 \text{ k}\Omega$, $T \approx 0.25 \text{ s}$



Obrázek 28: Příklad 3: $\alpha = 0.5$, $\beta = 1$, $R_4 = 4 \text{ k}\Omega$, $T \approx 0.15 \text{ s}$



Obrázek 29: Příklad 4: $\alpha = 1$, $\beta = 0.5$, $R_4 = 3.8 \text{ k}\Omega$, $T \approx 0.8 \text{ s}$



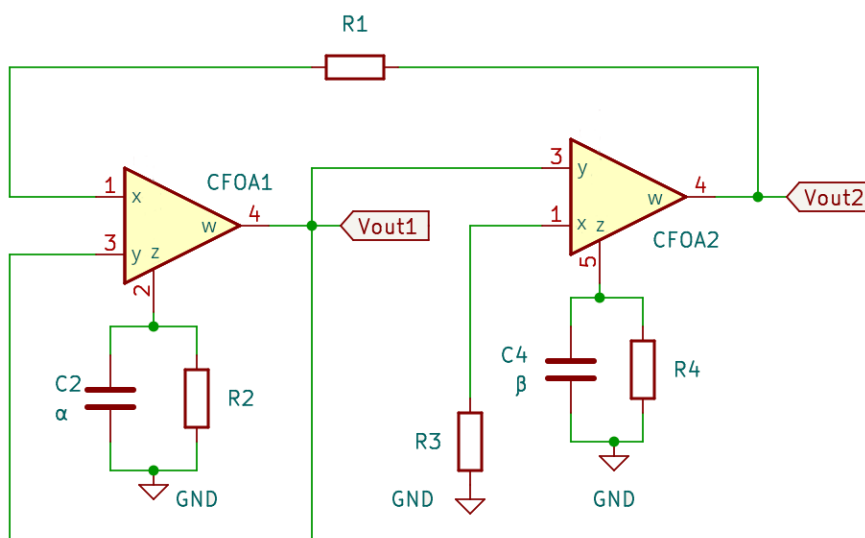
Obrázek 30: Příklad 5: $\alpha = 1$, $\beta = 1.5$, $R_4 = 3.5 \text{ k}\Omega$

V řadě případů musela být oproti původním předpokladům snížena hodnota odporu R_4 (a tím zesílení), protože jinak docházelo k saturaci napětí a sinusový signál začínal být zkreslený. Na druhou stranu se vyskytly i případy, kdy musela být hodnota odporu navýšena, neboť by jinak systém produkoval tlumené kmity. Vlivem napájecího napětí se amplitudy drží lehce pod úrovní 15 V. Největší rozdíl je oproti případu 4, kdy v ideální simulaci vychází amplituda kmitů okolo 150 V. Oscilátor s nižší amplitudou nicméně i tak kmitá. Perioda oscilace se až na výjimku celočíselného případu od ideálních případů liší, většinou je zhruba dvojnásobkem předpokládané hodnoty. Např. v př. 2 vychází ideální předpoklad 0,15 s, kdežto simulace ukazuje 0,25, př. 3 vychází 0,08 resp. 0,16 s. Tato skutečnost je pravděpodobně způsobenou změnou R_4 , což má za následek i změnu kmitočtu. V posledním případě, s figurujícím fraktálním prvkem řádu větší než jedna, se nepodařilo systém rozkmitat. Příčinou jsou nejspíše parazitní vlastnosti celého zapojení obsahující impedanční konvertor, který byl potřebný pro realizaci fraktálního prvku takového řádu.

6. HARMONICKÝ OSCILÁTORY SE DVĚMA VÝSTUPY

6.1 Návrh oscilátoru

V této kapitoleme provedeme modelování harmonického oscilátoru se dvěma výstupy. Navržený oscilátor z článku [2] využívá dvou operačních zesilovačů se zpětnou proudovou vazbou (CFOA). Tyto prvky jsou ekvivalentní proudovému konvejuoru 2. generace (CCII) a charakterizují je tyto rovnice $i_Y = 0$, $v_X = v_Y$, $i_Z = i_X$, $v_W = v_Z$ [2]. Dále jsou v zapojení 4 rezistory a 2 PNŘ, viz obr. 31.



Obrázek 31: Modelovaný oscilátor s operačními zesilovači

Oscilátor, jakožto neceločíselný systém, je popsáný těmito rovnicemi [2]

$$\begin{pmatrix} \frac{d^\alpha V_{out1}}{dt^\alpha} \\ \frac{d^\beta V_{out2}}{dt^\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2 C_2} & -\frac{1}{R_1 C_2} \\ \frac{1}{R_3 C_4} & -\frac{1}{R_4 C_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{out1} \\ V_{out2} \end{pmatrix}, \quad (45)$$

Platí tudíž

$$|A| = \frac{1}{R_1 R_3 C_4 C_2} \left(1 - \frac{R_3}{R_2 R_4} (R_2 - R_1) \right), \quad (46)$$

Oscilátor může vytvářet sinusové kmity jedině a pouze v případě, že existuje hodnota ω , která vyhovuje oběma podmínkám z rovnice 30. Při modelování oscilátoru stanovme R_4 jako oscilační podmínku, ostatní parametry jsou dané takto: $R_1 = 6 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega$. Hodnoty fraktálních prvků necht' jsou $C_2 = 7.9 \text{ nF/sec}^{1-\alpha}$

a $C_4 = 7.9 \text{ nF/sec}^{1-\beta}$ pro případy 1 a 5-7 v tab. 5 a $C_2 = 7.9 \text{ } \mu\text{F/sec}^{1-\alpha}$ a $C_4 = 7.9 \text{ } \mu\text{F/sec}^{1-\beta}$ pro případy 2-4. Parametr R_4 lze poté určit jako [2]

$$R_4 = \frac{\frac{-1}{C_4} \omega^\alpha \sin(0.5 \alpha \pi)}{\omega^\alpha \sin(0.5(\alpha+\beta)\pi) - \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2 C_2} \omega^\beta \sin(0.5 \beta \pi)}, \quad (47)$$

Pro frekvenci oscilace platí [2]

$$\begin{aligned} \omega^{\alpha+\beta} \sin(0.5 \beta \pi) - \frac{2 \omega^\beta (R_2 - R_1)}{R_1 R_2 C_2} \sin(0.5 \beta \pi) \cos(0.5 \alpha \pi) \\ + \omega^{\beta-\alpha} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2 C_2} \right)^2 \sin(0.5 \beta \pi) - \frac{\sin(0.5 \alpha \pi)}{R_1 R_3 C_2 C_4} = 0, \end{aligned} \quad (48)$$

Tab. 5 přináší souhrn potřebných parametrů (hodnota R_4 a frekvence ω oscilace) pro vybrané řady kapacitorů. Dále je v tabulce pro každý případ uvedena i perioda T a frekvence f .

Tabulka 5: Souhrn parametrů pro modelované případy

	α	β	R_4 (k Ω)	ω (rad/s)	f (Hz)	T (s)
1	1	1	15	14 000	2229,3	0,45 ms
2	0,7	1	10,51	25,42	4,05	0,247
3	1	0,7	-70,96	27,2	4,33	0,2309
4	0,7	0,7	-15,41	63,8	10,16	0,1
5	1,7	1	4,14	0,5	0,08	12,5
6	1	1,7	2,66	8,07	1,29	0,78
7	1,7	1,7	2,42	3,5	0,56	1,786

6.2 Numerická simulace s ideálními prvky

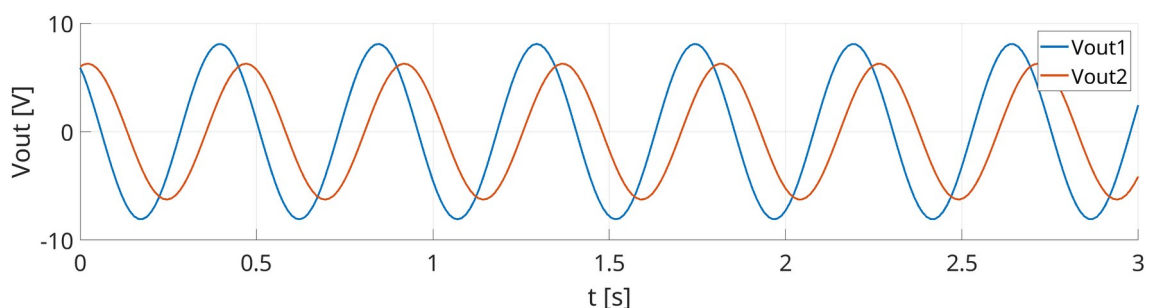
Vezmeme-li opět v úvahu rovnici (45), popisující systém oscilátoru, a Caputovu definici (2), odezva v Laplaceově doméně bude vypadat následovně [2]

$$\begin{bmatrix} V_{out1} \\ V_{out2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^\alpha - \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2 C_2} & \frac{1}{R_1 C_2} \\ -\frac{1}{R_3 C_4} & s^\beta + \frac{1}{R_4 C_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s^{\alpha-1} & 0 \\ 0 & s^{\beta-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{out1}(0) \\ V_{out2}(0) \end{bmatrix}, \quad (49)$$

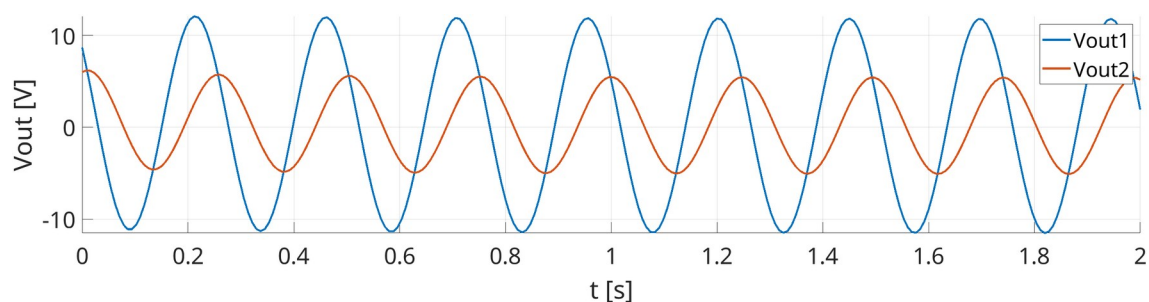
kde $V_{out1}(0)$ a $V_{out2}(0)$ jsou počáteční napětí v odpovídajících uzlech.

Odezvu v oblasti časové z rovnice (49) získáme, stejně jako v předešlém případě, pomocí numerické inverzní Laplaceovy transformace (NILT) založené na FFT/IFFT

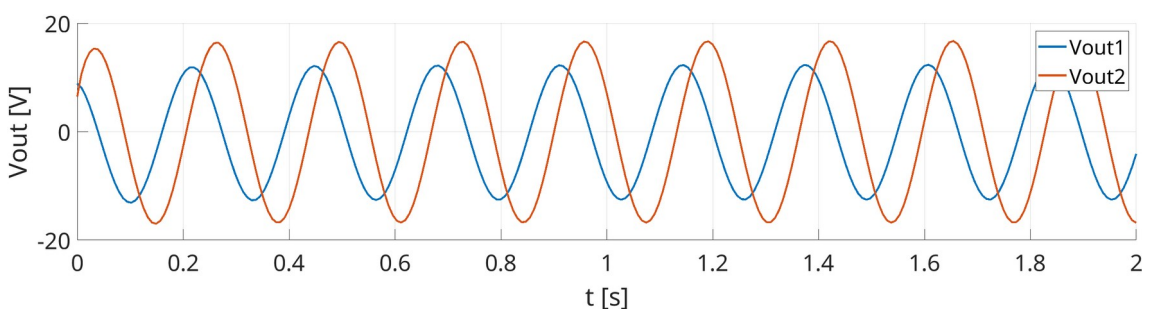
[18]. Výstupní napětí jsou určena numericky v Matlabu, přičemž je uvažován ideální lineární model operačního zesilovače se zpětnou proudovou vazbou (CFOA). Za účelem rozkmitání systému jsou počáteční napětí nastavena jako $V_{out1}(0) = 9 \text{ V}$ a $V_{out2}(0) = 6 \text{ V}$. Obrázky 32-38 ukazují výstupní napětí ve zkoumaných případech z tab. 5.



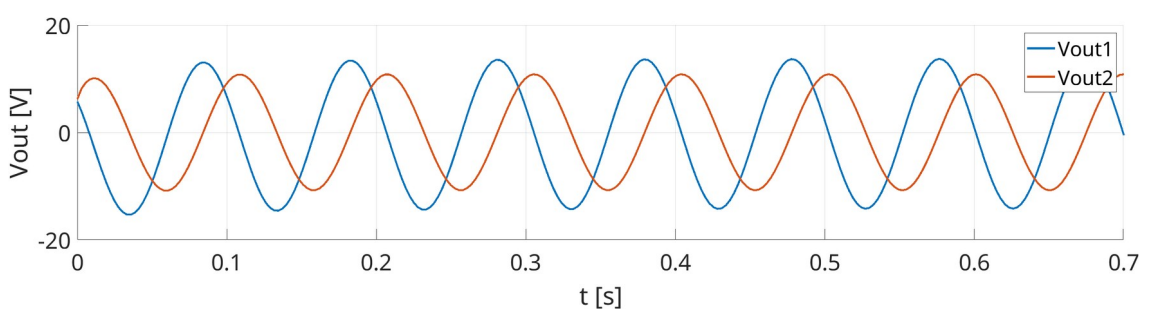
Obrázek 32: Příklad 1: $\alpha = \beta = 1$, $R_4 \approx 15 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 14 \text{ rads}^{-1}$



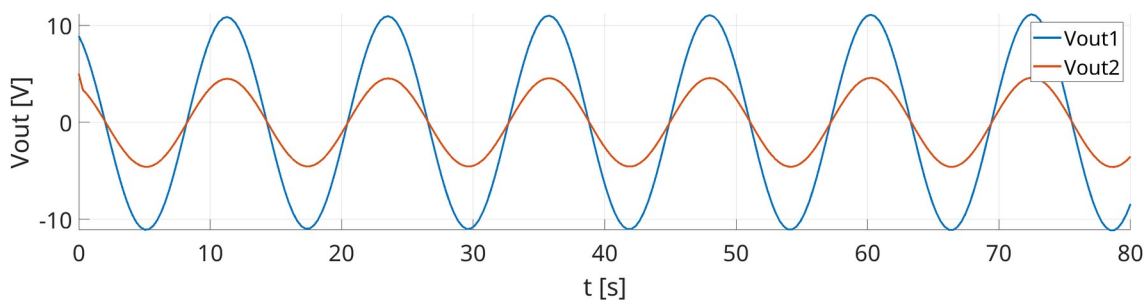
Obrázek 33: Příklad 2: $\alpha = 0.7$, $\beta = 1$, $R_4 \approx 10.51 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 25.42 \text{ rads}^{-1}$



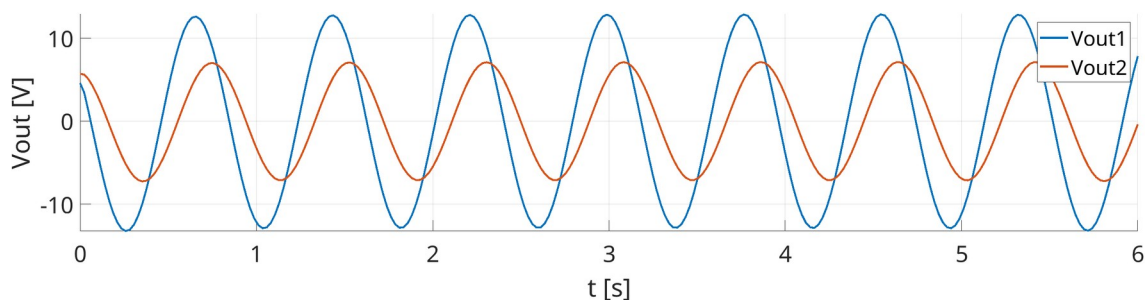
Obrázek 34: Příklad 3: $\alpha = 1$, $\beta = 0.7$, $R_4 \approx -70.96 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 27.2 \text{ rads}^{-1}$



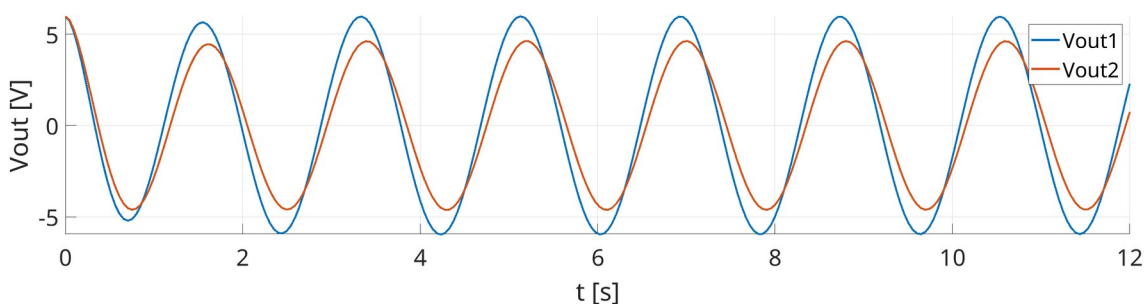
Obrázek 35: Příklad 4: $\alpha = 0.7$, $\beta = 0.7$, $R_4 \approx -15.41 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 63.8 \text{ rads}^{-1}$



Obrázek 36: Příklad 5: $\alpha = 1.7$, $\beta = 1$, $R_4 \approx 4.14 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 0.5 \text{ rads}^{-1}$



Obrázek 37: Příklad 6: $\alpha = 1$, $\beta = 1.7$, $R_4 \approx 2.66 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 8.07 \text{ rads}^{-1}$

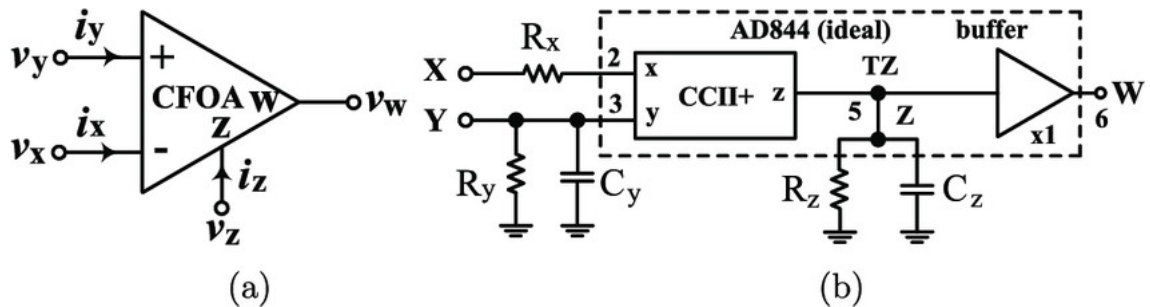


Obrázek 38: Příklad 7: $\alpha = 1.7$, $\beta = 1.7$, $R_4 \approx 2.42 \text{ k}\Omega$, $\omega \approx 3.5 \text{ rads}^{-1}$

Z obrázků 32-38 je vidět, že řády neceločíselných prvků ovlivňují nejen amplitudu, ale i frekvenci a fázi mezi jednotlivými výstupy. Dále je vidět, že jeden fraktální prvek umožňuje navrhnout několik oscilátorů změnou jeho řádu. V případě neceločíselných prvků s řádem menším než 1 systém osciluje na nižších frekvencích než v případě s klasickými (celočíselnými) kapacitami, zároveň i výsledná amplituda signálu je vyšší. Z tohoto důvodu byly pro zkoumané případy (2-4) voleny hodnoty fraktálních prvků a kapacitorů v řádech μF . Tato změna zajistí nižší hodnotu amplitudu, což je důležité pro návrh s reálnými součástkami, aby napětí nebylo v saturaci. Pro většinu případů s neceločíselnými prvky řádu meší než 1 je v zapojení potřeba záporný odpor.

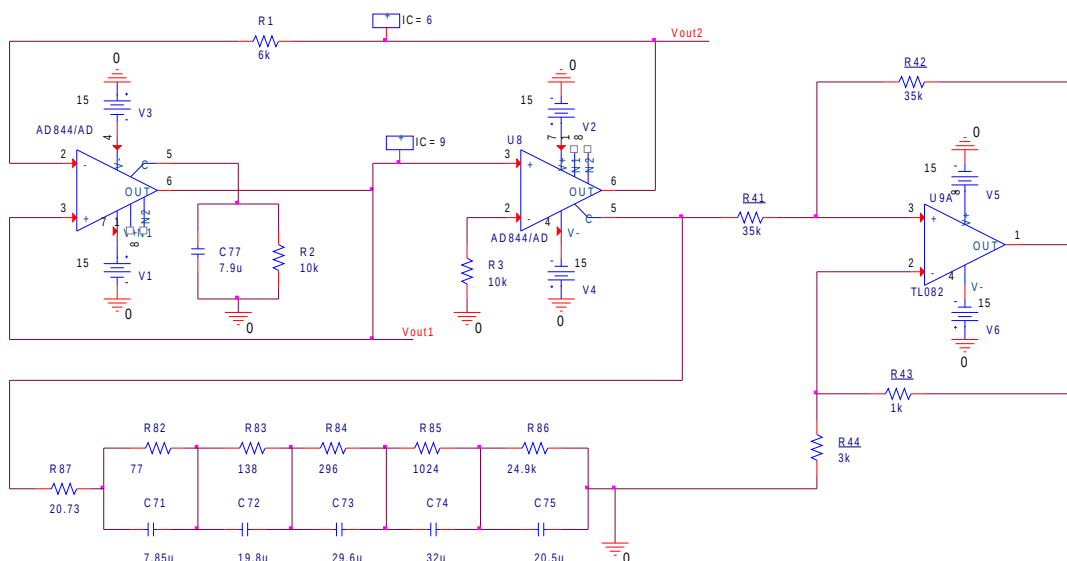
6.3 Simulace s reálnými součástkami

Nyní přistupme k ověření numerické simulace s ideálními prvky také simulací s reálnými součástkami. Na obr. 42-47 jsou zobrazeny výsledky simulací stejných modelovaných případů tentokrát provedené v programu OrCad Pspice pomocí analýzy *Time domain*. Ideální operační zesilovače se zpětnou proudovou vazbou CFOA jsou nahrazeny operačními zesilovači AD844 od firmy Texas instruments. Obr. 39, převzatý z [19], popisuje ekvivalentní zapojení CFOA zesilovače.

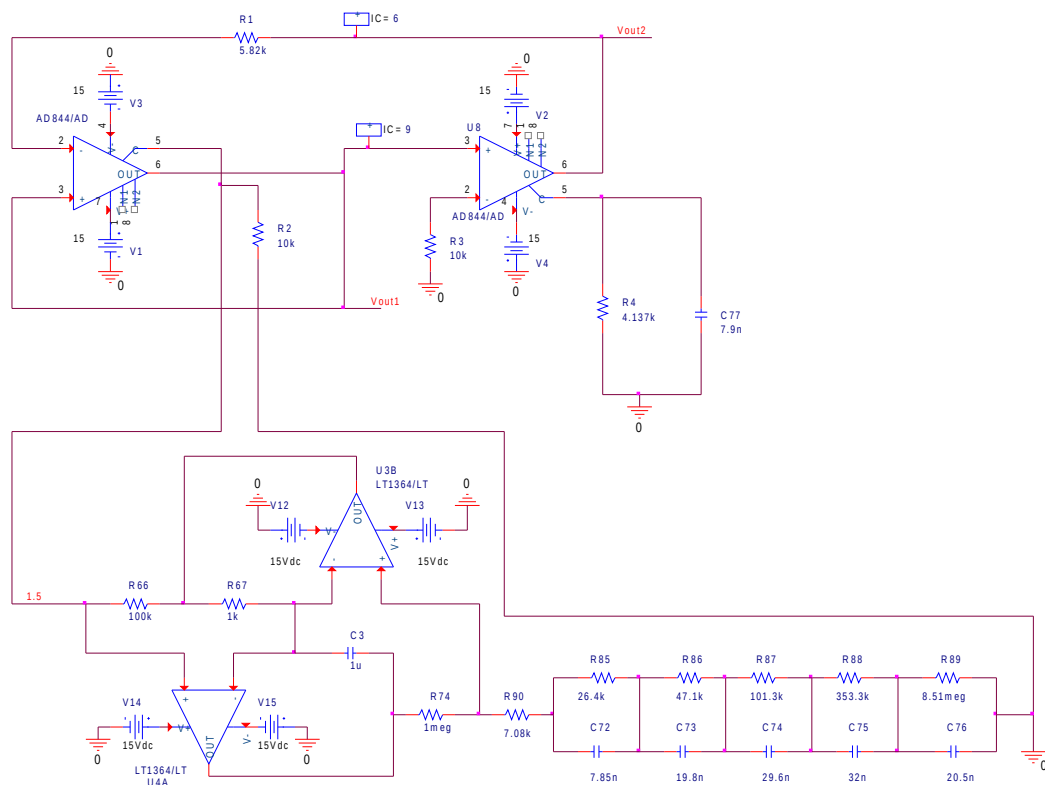


Obrázek 39: Ekvivalentní model CFOA zesilovače. Převzato z [19].

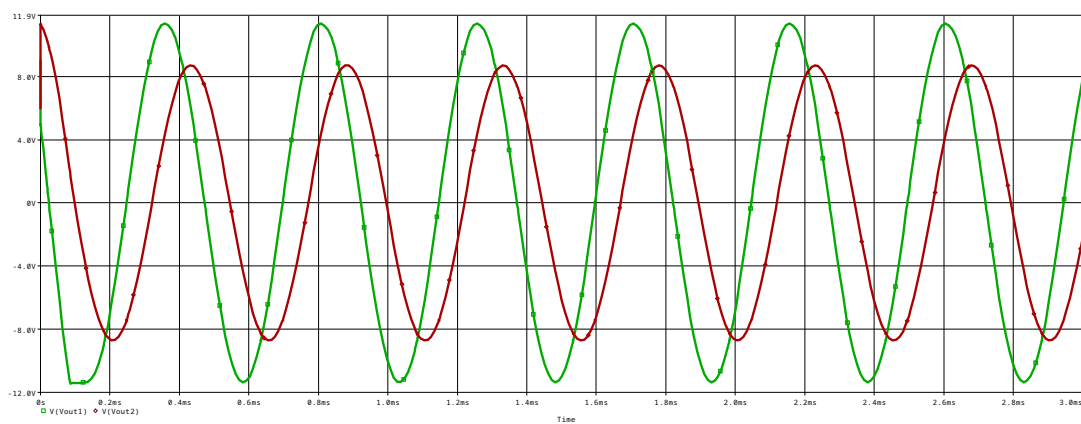
Na obr. 40 je příklad zapojení č. 3 se záporným odporem realizovaným pomocí operačního zesilovače TL082. Na obr. 40 je potom příklad zapojení č. 5 s fraktálním prvkem s řádem větším než 1 realizovaný pomocí impedančního konvertoru, jež je diskutován v kapitole 3.2. Stejný operační zesilovač je využit i pro záporný. Všechny operační zesilovače jsou napájeny napětím ± 15 V. Za účelem rozkmitání systému jsou počáteční napětí taktéž nastavena jako $V_{out1}(0) = 9$ V a $V_{out2}(0) = 6$ V. Hodnoty RC přiček, tvořící fraktální prvky, se nalézají v příloze na konci práce. Při provádění simulací je potřeba vhodně volit krok tak, aby odpovídal jen zlomkům periody.



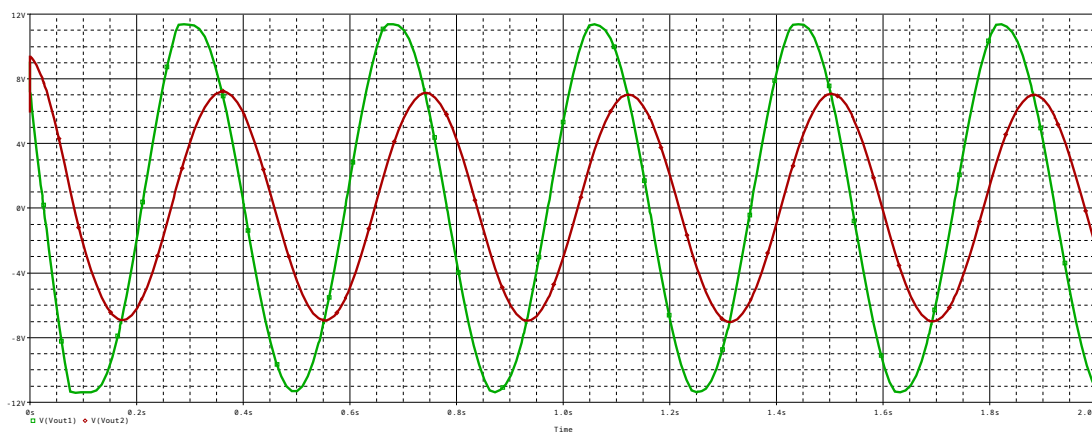
Obrázek 40: Schéma zapojení oscilátoru pro případ č. 3



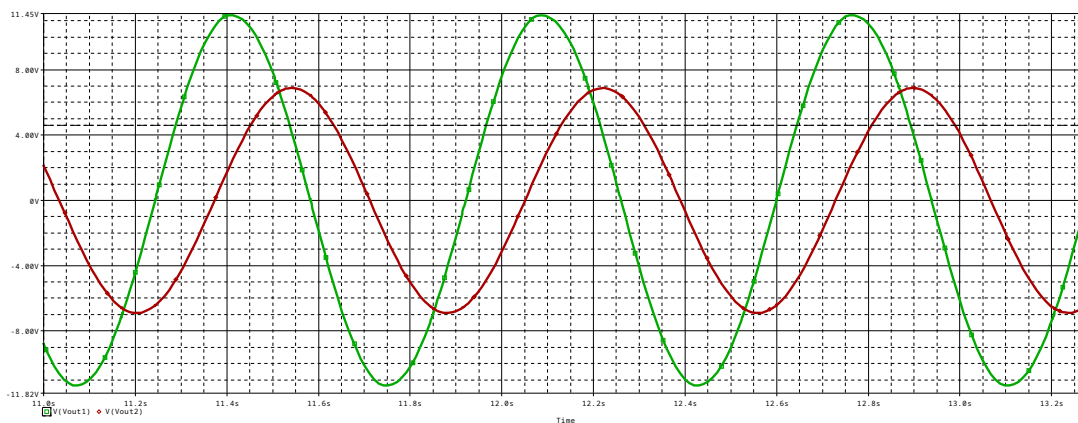
Obrázek 41: Schéma zapojení oscilátoru pro případ č. 5



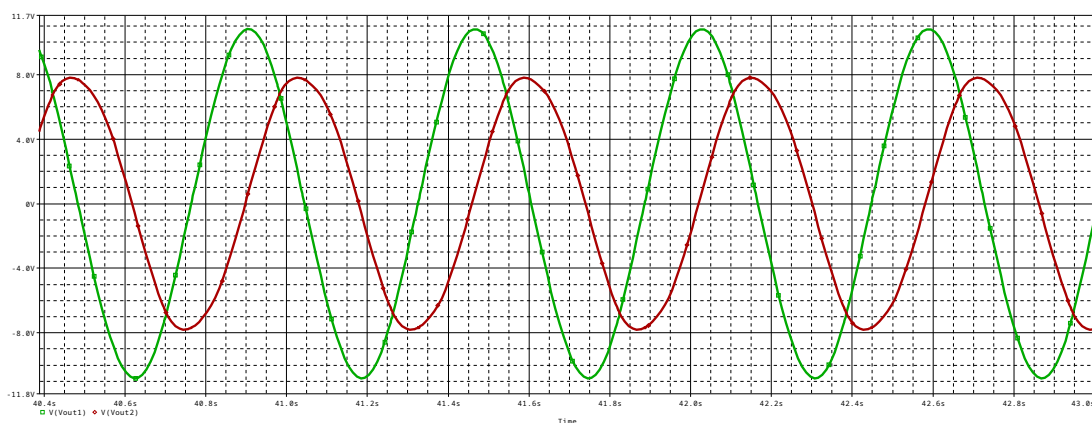
Obrázek 42: Příklad 1: $\alpha = \beta = 1$, $R_4 \approx 15 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 5.9 \text{ k}\Omega$



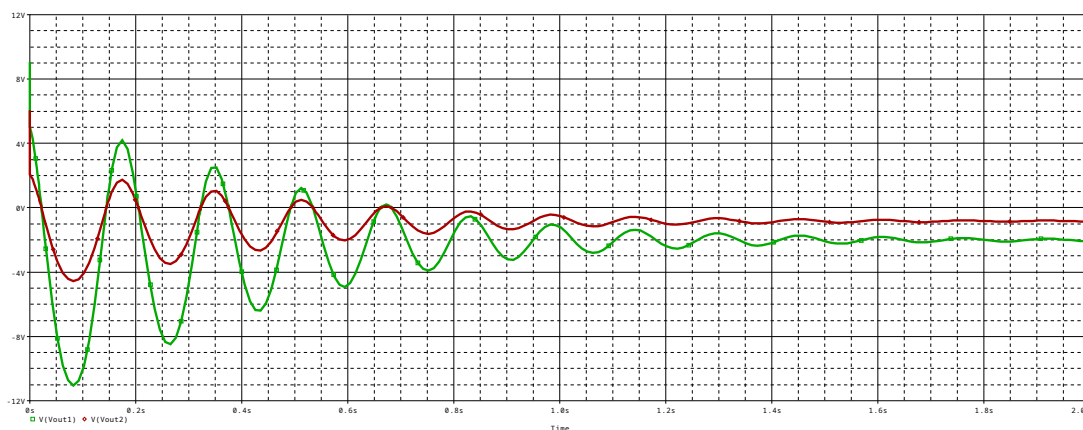
Obrázek 43: Příklad 2: $\alpha = 0.7$, $\beta = 1$, $R_4 \approx 10.51 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 3.7 \text{ k}\Omega$



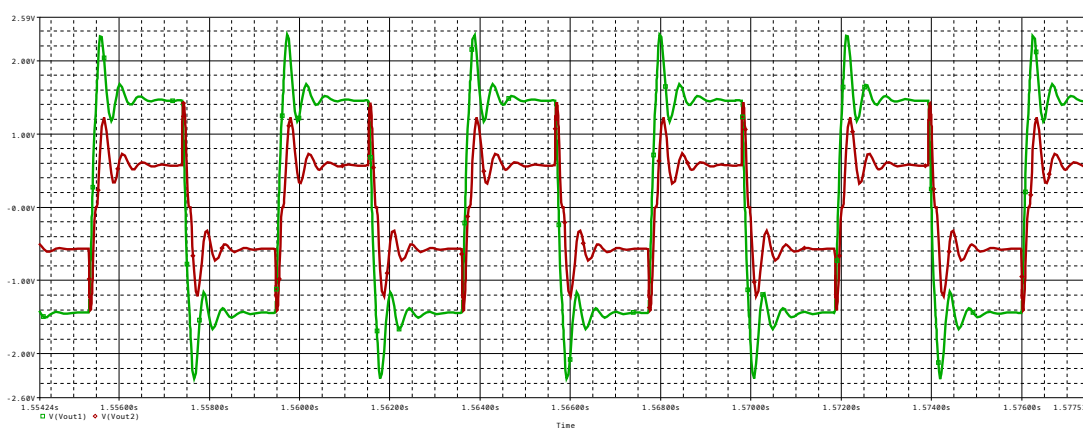
Obrázek 44: Příklad 3: $\alpha = 1$, $\beta = 0.7$, $R_4 \approx -70.96 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 7.7 \text{ k}\Omega$



Obrázek 45: Příklad 4: $\alpha = 0.7$, $\beta = 0.7$, $R_4 \approx -15.41 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 5.5 \text{ k}\Omega$



Obrázek 46: Příklad 5: $\alpha = 1.7$, $\beta = 1$, $R_4 \approx 4.14 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 5.8 \text{ k}\Omega$



Obrázek 47: Příklad 6: $\alpha = 1$, $\beta = 1.7$, $R_4 \approx 2.66 \text{ k}\Omega$, $R_1 \approx 6 \text{ k}\Omega$

Ve všech zkoumaných případech bylo nutné snížit hodnotu odporu R_1 , který v obvodu zajišťuje globální zpětnou vazbu. I s celočíselnými kapacitami docházelo při původní hodnotě $6 \text{ k}\Omega$ k útlumu kmitání. Teprve při hodnotě $5,9 \text{ k}\Omega$ produkoval oscilátor stabilní kmity. V případě 2 ($\alpha = 0.7$, $\beta = 1$) bylo dokonce nutné odpor snížit až na $3,7 \text{ k}\Omega$. Tlumené kmity šlo stabilizovat taktéž odporem R_4 , to ovšem v řadě případů vyžadovalo změnit jeho hodnotu i o více než celou dekádu. U simulací s kapacitami řádu větší než 1 nastávaly problémy, plynoucí zřejmě z důvodů nekonvergence. Příklad 7 se nepodařilo zobrazit a případ 6 má zkrácené, do všech parametrů neodpovídající průběhy. Příklad 5 funguje pouze do hodnot $R_1 = 5,8 \text{ k}\Omega$. S odporem nižším simulace opět nekonverguje. Ideální a reálné simulace se značně liší ve velikosti amplitud. Pouze v případě 2 se hodnoty takřka shodují. V ostatních případech jsou pro reálné simulace hodnoty výstupních napětí vždy okolo 12 resp. 8 V, přestože ideální simulace ukazují buďto méně nebo více. I pro celočíselné kapacitami vychází 12 a 8 V oproti ideálním 8 a 6. Simulace se také značně rozcházejí v kmitočtu oscilací, nicméně relativně dobře se shodují ve fázovém posuvu mezi jednotlivými výstupy. Tab.6 přináší přehled vypočítaných a simulovaných hodnot. Hodnoty ze simulace jsou odečteny

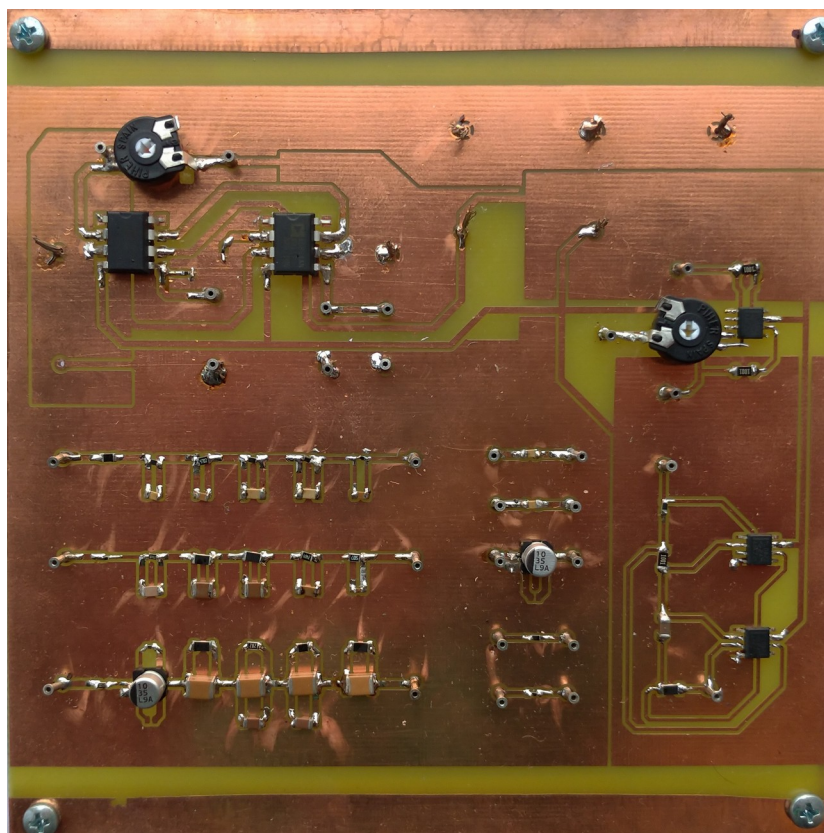
v postprocesoru pomocí kurzorů. V tabulce jsou také uvedeny procentuální odchylky simulace vůči numerickému modelu.

Tabulka 6: Porovnání výsledků simulací s ideálními a reálnými součástkami

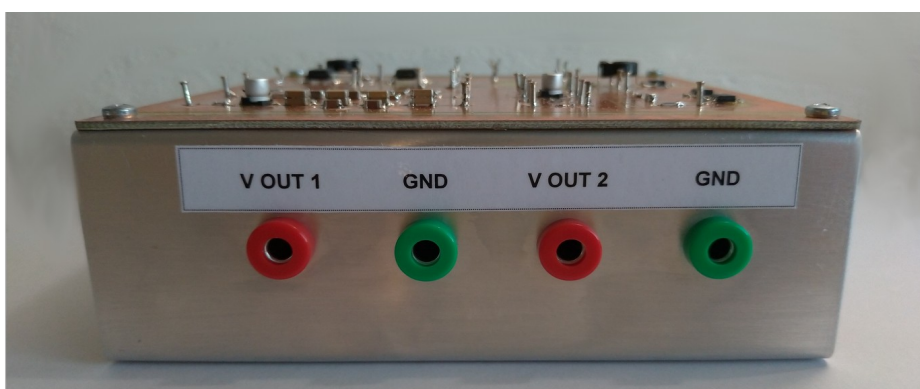
	T (ms)			φ (°)		
	Matlab	Pspice	Chyba (%)	Matlab	Pspice	Chyba (%)
1	0,45	0,450	0	58,9	61,2	3,9
2	247	380	53,8	64,6	52,1	19,3
3	230	655	184,8	72,8	61,6	15,4
4	100	560	460	89,6	86,8	3,1
5	12500	170	98,6	39,3	0,1	99,7
6	780	---	---	-17	---	---
7	1790	---	---	0,04	---	---

7. REALIZACE LABORATORNÍHO PŘÍPRAVKU

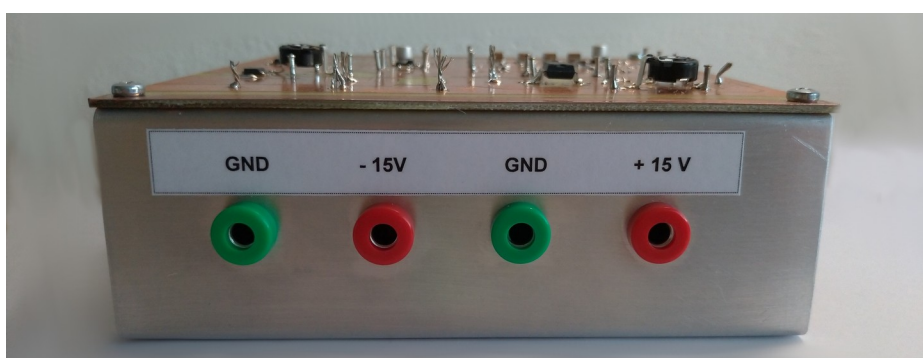
Posledním úkolem práce bylo navrhnout a zkonstruovat laboratorní přívěk, který by umožňoval ověřit funkci simulovaného oscilátoru. Přípravek je tvořen jednostrannou deskou plošného spoje, na které jsou připájeny součástky obr. 48. Návrh desky a seznam součástek jsou součástí přílohy. Po stranách přípravku se nacházejí zdířky pro připojení měřících přístrojů - otvor pro napájení $\pm 15\text{ V}$ a zdířky pro připojení osciloskopu k měření výstupních napětí. Hlavním obvodem na desce je oscilátor z kapitoly 6 realizovaný pomocí dvou operačních zesilovačů AD844. V obvodu se nalézají zdířky, které umožňují připojit vybrané prvky na místo kondenzátorů C_2 a C_4 a odporu R_4 . Připojit je možné kondenzátory o velikosti 8 n a $8\text{ }\mu$, a tři struktury modelující neceločíselné kapacitory řádu 0,7 a 0,9. Hodnoty jsou voleny tak, aby vybraná zapojení odpovídala zkoumaným případům 1, 2, 3 a 5 z kapitoly 6. Součástí přípravku je i impedanční konvertor umožňující změnu řádu fraktálního prvku. Jakožto odpor R_4 lze připojit hodnoty $15\text{ k}\Omega$ a $10,5\text{ k}\Omega$ nebo nastavitelný rezistor s rozsahem 0 až $25\text{ k}\Omega$. Tento trimr se dá také zapojit přes operační zesilovač, čímž vznikne záporný odpor. Vzhledem k rozdílným hodnotám odporu R_1 v různých simulacích je také tento realizován nastavitelným odporem v řádu 0 až $10\text{ k}\Omega$. Pro impedanční konvertor a negativní odpor jsou využity operační zesilovače TL082.



Obrázek 48: Horní strana desky



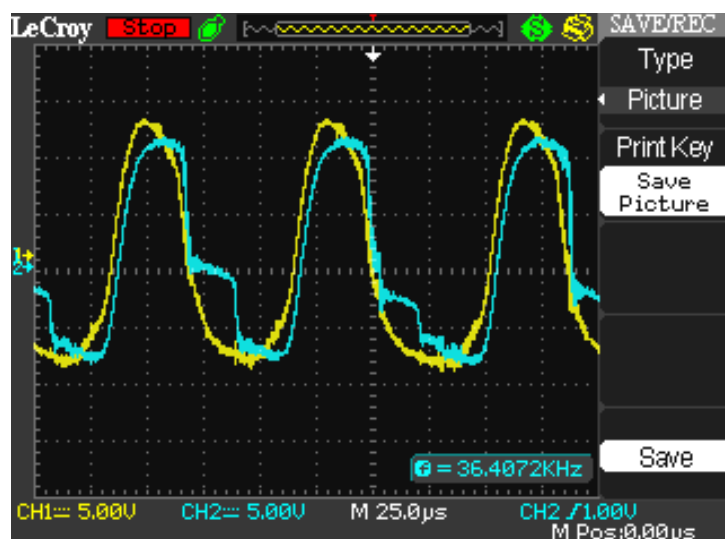
Obrázek 49: Čelní strana přípravku pro připojení osciloskopu



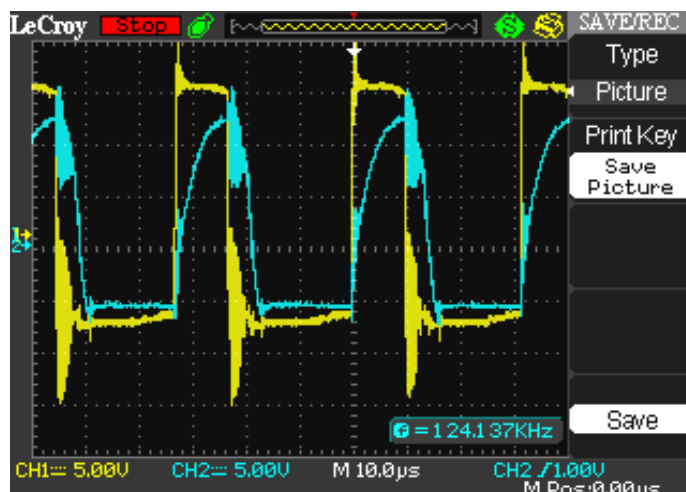
Obrázek 50: Zadní strana přípravku pro připojení napájení

Obr. 51-54 ukazují výsledky měření. Průběhy se značně liší oproti předpokladům ze simulace. Pouze případ s běžnými celočíselnými kapacitami (obr. 51) má jako jediný přibližně sinusový průběh, výstupní napětí V_{out2} je ovšem mírně zkreslené. Míra zkreslení signálu se mění s velikostí nastaveného odporu, přičemž nejlepšího výsledku bylo dosaženo při hodnotách $R_4 = 15 \text{ k}\Omega$ a $R_1 = 7.5 \text{ k}\Omega$. Pokud byl odpor R_1 nižší než $6.7 \text{ k}\Omega$ oscilování zcela přestalo, což je značná odlišnost oproti simulaci v PSpice, kde odpor musel být naopak snížen pod $6 \text{ k}\Omega$, aby kmity nebyly tlumené. Další změnou oproti simulaci je frekvence kmitů. Zatímco simulace předpokládá periodu $450 \mu\text{s}$, změřená perioda je $80 \mu\text{s}$, tedy zhruba 6-krát menší. V ostatních případech se parametry liší natolik, že nemá valný smysl je porovnávat. Jediné co se se simulací shoduje je amplituda kmitů, která se jak v obou případech pohybuje okolo 10 V .

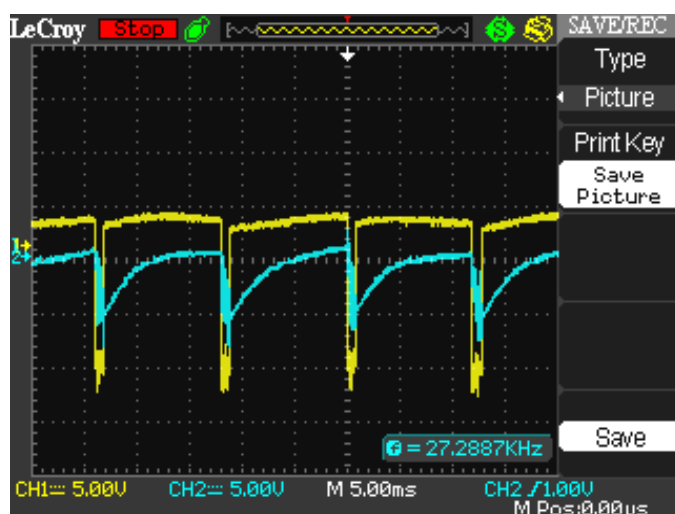
Jistý vliv budou mít určitě reálné součástky, které mají řadu parazitních vlastností. Navíc řada součástek nemohla být dostatečně přesně zvolena a také mají jistou toleranci od výrobce. Nakonec bylo možno vidět, že i obvodové simulace se lišily oproti těm ideálním. Nicméně některé výsledky jsou natolik odlišné, že realizace musí mít i jiné nedostatky. Na druhou stranu bylo měření prováděno také na nepájivém poli, a to s podobně neuspokojivými výsledky.



Obrázek 51: Příklad 1: $\alpha = \beta = 1$



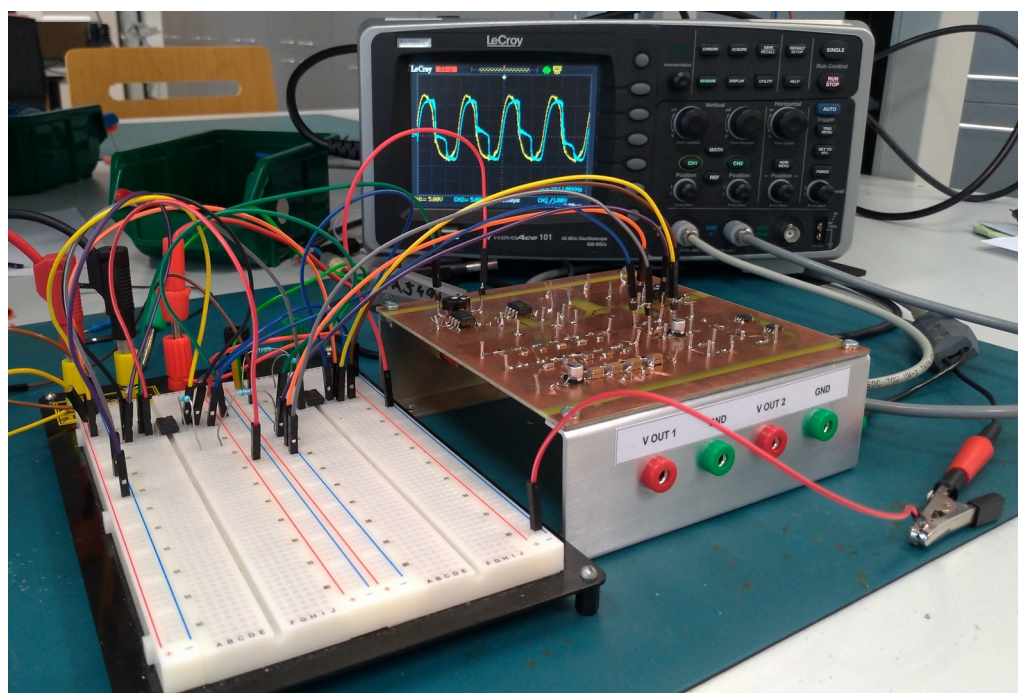
Obrázek 52: Příklad 2: $\alpha = 0.7, \beta = 1$



Obrázek 53: $\alpha = 0.9, \beta = 1$



Obrázek 54: Příklad 3: $\alpha = 1, \beta = 0.7$



Obrázek 55: Porovnávání výsledků na nepájivém poli

8. ZÁVĚR

V rámci bakalářské práce jsme se seznámili s neceločíselnými systémy. Byly zde prozkoumány tři vybrané aproximační metody imitance prvků neceločíselných řádů, a sice Oustaloup, Matsuda a metoda řetězového zlomku. Metody byly porovnány z hlediska chyb a frekvenčních rozsahů. Dále se práce zabývala realizací fraktálních kapacitorů pomocí Fosterových a Cauerových struktur. Hodnoty prvků těchto RC přiček byly získány právě pomocí metody řetězového zlomku. Provedeny byly také simulace neceločíselných induktorů a prvků všech čtyř kvadrantů pomocí impedančního invertoru. Tento přístup se nicméně ukázal jako nepříliš praktický, neboť impedanční invertor ovlivňuje parametry celkového zapojení.

Stěžejní součástí práce byla simulace dvou různých RC oscilátorů využívajících kapacitní prvky s imitancemi neceločíselného řádu. První z nich byl Wienův oscilátor, druhý harmonický oscilátor se dvěma operačními zesilovači se zpětnou proudovou vazbou, který má také dva výstupy. Oba oscilátory využívají v zapojení dvou fraktálních prvků. Z obou simulací je patrné, že řády neceločíselných prvků ovlivňují jak amplitudu, tak kmitočet výstupního signálu, v případě harmonického oscilátoru se dvěma výstupy také jejich vzájemný fázový posuv. Tyto atributy představují další možnosti a flexibilitu z hlediska návrhu, neboť jeden fraktální prvek umožňuje realizovat několik oscilátorů změnou jeho řádu. Přední výhodou oproti klasickým oscilátorům nicméně zůstává možnost ladit vzájemný fázový posuv mezi výstupy v závislosti na řádu fraktálního prvku.

Kromě numerických simulací, předpokládající ideální prvky s ideálními parametry, byly výsledky porovnány také s obvodovými simulacemi s modely reálných součástek. Výsledky se ovšem v řadě parametrů značně lišily. V naprosté většině případů bylo nutné upravit hodnoty odporů, které byly stanoveny jako oscilační podmínka, resp. určovaly zpětnou vazbu, protože jinak docházelo k tlumenému kmitání. Jinde bylo potřeba odpory změnit, aby nedocházelo k saturaci napětí. Amplitudy signálů byly pochopitelně omezeny napájecím napětím, avšak v tomto rozsahu relativně korespondovaly s ideálními předpoklady. Frekvence oscilací se výrazně odchylovaly – v řadě případů činily až několika násobky oproti numerickým modelům. Na druhou stranu poměrně dobře odpovídaly fázové posuvy mezi jednotlivými výstupy pro případ druhého modelovaného oscilátoru.

Poslední částí práce bylo navrhnout a zkonstruovat laboratorní přívek, který by umožňoval ověřit funkci vybraného oscilátoru. I zde se ovšem průběhy značně liší v porovnání se simulacemi. Pouze případ s běžnými celočíselnými kapacitivy má, i přes mírné zkreslení, jako jediný přibližně sinusový průběh. Další změnou oproti simulaci je frekvence kmitů, která je zhruba 6-krát menší. V ostatních případech nemají signály vůbec sinusový průběh, navíc i frekvence je výrazně jiná. Jediné co se se simulací shoduje je amplituda kmitů, která se v obou případech pohybuje okolo 10 V.

Další práce by tedy vyžadovala odhalit příčinu takto rozdílných výsledků. Jistý vliv budou mít určitě reálné součástky, které mají řadu parazitních vlastností. Navíc nemohly být zvoleny s dostatečnou přesností a mají rovněž jistou toleranci výroby. Pravděpodobně se ovšem nebude jednat o jediné důvody. Na druhou stranu bylo měření prováděno také na nepájivém poli, což přineslo podobné výsledky.

LITERATURA

- [1] MAHATA, Shibendu; KAR, Rajib a MANDAL, Durbadal. Optimal design of fractional-order Butterworth filter with improved accuracy and stability margin. Online. In: *Fractional-Order Modeling of Dynamic Systems with Applications in Optimization, Signal Processing and Control*. Elsevier, 2022, s. 293-321. ISBN 9780323900898. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/B978-0-32-390089-8.00016-7>. [cit. 2024-01-01].
- [2] KARTCI, Aslihan a BRANCIK, Lubomir. CFOA-based fractional-order oscillator design and analysis with NILT method. Online. In: *2017 27th International Conference Radioelektronika (RADIOELEKTRONIKA)*. IEEE, 2017, s. 1-4. ISBN 978-1-5090-4591-4. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/RADIOELEK.2017.7937600>. [cit. 2024-01-01].
- [3] PELECH, Petr. *Neceločíselné derivace, teorie a aplikace*. Bakalářská práce, vedoucí Kučera, Václav. Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta, Katedra numerické matematiky, 2014.
- [4] SEMARY, Mourad S.; FOUUDA, Mohammed E.; HASSAN, Hany N. a RADWAN, Ahmed G. Realization of fractional-order capacitor based on passive symmetric network. Online. *Journal of Advanced Research*. 2019, roč. 18, s. 147-159. ISSN 20901232. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.jare.2019.02.004>. [cit. 2024-01-01].
- [5] ADHIKARY, Avishek; SHIL, Amlan a BISWAS, Karabi. Realization of Foster Structure-Based Ladder Fractor with Phase Band Specification. Online. *Circuits, Systems, and Signal Processing*. 2020, roč. 39, č. 5, s. 2272-2292. ISSN 0278-081X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s00034-019-01269-w>. [cit. 2024-01-01].
- [6] TSIRIMOKOU, Georgia. A systematic procedure for deriving RC networks of fractional-order elements emulators using MATLAB. Online. *Int. J. Electron. Commun. (AEÜ)*. 2017, roč. 2017, č. 78, s. 7-14. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2017.05.003>. [cit. 2024-01-01].
- [7] DENIZ, Furkan Nur; ALAGOZ, Baris Baykant; TAN, Nusret a KOSEOGLU, Murat. Revisiting four approximation methods for fractional order transfer function implementations: Stability preservation, time and frequency response matching analyses. Online. *Annual Reviews in Control*. 2020, roč. 49, s. 239-257. ISSN 13675788. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2020.03.003>. [cit. 2024-01-01].
- [8] KRISHNA, B. T. a REDDY, K. V. V. S. Active and Passive Realization of Fractance Device of Order 1/2. Online. *Active and Passive Electronic Components*. 2008, roč. 2008, s. 1-5. ISSN 0882-7516. Dostupné z: <https://doi.org/10.1155/2008/369421>. [cit. 2024-01-01].

- [9] ADHIKARY, Avishek; SEN, Pritin; SEN, Siddhartha a BISWAS, Karabi. Design and Performance Study of Dynamic Fractors in Any of the Four Quadrants. Online. *Circuits, Systems, and Signal Processing*. 2016, roč. 35, č. 6, s. 1909-1932. ISSN 0278-081X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s00034-015-0213-3>. [cit. 2024-05-27].
- [10] KARTCI, Aslihan. Analog implementation of fractional-order elements and their applications: doctoral thesis. Brno: Brno University of Technology, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Department of Radio Electronics, 2019. 143 p. Supervised by prof. Ing. Lubomír Brančík, CSc. and Prof. Khaled Nabil Salama.
- [11] SOTNER, Roman; JERABEK, Jan; DOMANSKY, Ondrej; HERENCŠAR, Norbert; KARTCI, Aslihan et al. Practical Design of Fractional-Order Oscillator Employing Simple Resonator and Negative Resistor. Online. In: *2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*. IEEE, 2018, s. 1-4. ISBN 978-1-5386-9361-2. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/ICUMT.2018.8631226>. [cit. 2024-05-27].
- [12] KHATTAB, Kareem H.; MADIAN, Ahmed H. a RADWAN, Ahmed G. CFOA-based fractional order simulated inductor. Online. In: *2016 IEEE 59th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*. IEEE, 2016, s. 1-4. ISBN 978-1-5090-0916-9. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2016.7870127>. [cit. 2024-05-27].
- [13] JIANG, Yanwei a ZHANG, Bo. High-Power Fractional-Order Capacitor With \$1/2\$ Based on Power Converter. Online. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2018, roč. 65, č. 4, s. 3157-3164. ISSN 0278-0046. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2756581>. [cit. 2024-05-27].
- [14] ETHEM SAÇU, İbrahim a ALÇI, Mustafa. Design and realisation of a fractional-order sinusoidal oscillator. Online. *IET Circuits, Devices & Systems*. 2020, roč. 14, č. 8, s. 1173-1184. ISSN 1751-858X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1049/iet-cds.2019.0534>. [cit. 2024-01-01].
- [15] ŠOTNER, Roman; FRÝZA, Tomáš a KOLOUCH, Jaromír. *Analogová elektronika 2*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky, 2023.
- [16] BRANČÍK, Lubomír a DOSTÁL, Tomáš. *Analogové elektronické obvody: přednášky*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky, 2007. ISBN 978-80-214-3525-4.
- [17] RADWAN, Ahmed Gomaa; ELWAKIL, Ahmed S. a SOLIMAN, Ahmed M. Fractional-order sinusoidal oscillators: Design procedure and practical examples. Online. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*. 2008, roč.

- 55, č. 7, s. 2051-2063. ISSN 1549-8328. Dostupné z:
<https://doi.org/10.1109/TCSI.2008.918196>. [cit. 2024-01-01].
- [18] BRANCIK, Lubomir. Numerical Inverse Laplace Transforms for Electrical Engineering Simulation. Online. In: PERUTKA, Karel (ed.). *MATLAB for Engineers - Applications in Control, Electrical Engineering, IT and Robotics*. InTech, 2011. ISBN 978-953-307-914-1. Dostupné z:
<https://doi.org/10.5772/19824>. [cit. 2024-01-01].
- [19] CHEN, Hua-Pin; WANG, San-Fu; KU, Yi-Tsen a HSIEH, Ming-Yuan. Quadrature oscillators using two CFOAs and four passive components. Online. *IEICE Electronics Express*. 2015, roč. 12, č. 2, s. 20141148-20141148. ISSN 1349-2543. Dostupné z: <https://doi.org/10.1587/elex.12.20141148>. [cit. 2024-05-27].

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

Zkratky:

PNŘ	Prvek/y neceločíselného řádu
CPE	Constant phase element
CFE	Continued fraction expansion
FOC	Fractional order capacitor
FOI	Fractional order inductor
GIC	General impedance convertor
CFOA	Current feedback operational amplifier
NILT	Numerical inverse Laplace transform
FFT	Fourier fast transform
IFFT	Inverse Fourier fast transform
CCII	Second-generation current conveyor
DVCCTA	Differential voltage current conveyor transconductance amplifier

Symboly:

U	napětí	(V)
V	napětí	(V)
I	proud	(A)
L	induktance	(H)
C	kapacitance	(F)
Z	impedance	(Ω)
F	imitance	(Ω)
L_α	induktance PNŘ	($H/s^{1-\alpha}$)
C_α	kapacitance PNŘ	($F/s^{1-\alpha}$)
ω	úhlový kmitočet	(rad/s)
f	frekvence	(Hz)
T	perioda	(s)
G	vodivost	(S)
A	zesílení	(-)
K	zesílení	(-)
β	zesílení zpětné vazby	(-)
M	vzájemná indukčnost	(H)
g_m	transkonduktance	(S)
π	Ludolfovo číslo	
j	imaginární jednotka	
e	Eulerovo číslo	

s	Laplaceův operátor
α	řád fraktálního prvku
β	řád fraktálního prvku

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A – Hodnoty prvků pro simulaci Wienova oscilátoru	61
Příloha B – Hodnoty prvků pro simulaci harmonického oscilátoru se dvěma výstupy.....	62
Příloha C – Deska plošného spoje	63
Příloha C – Seznam součástek	64

V samostatném zázpisovaném souboru jsou k nalezení kompletní podklady pro návrh desky plošného spoje.

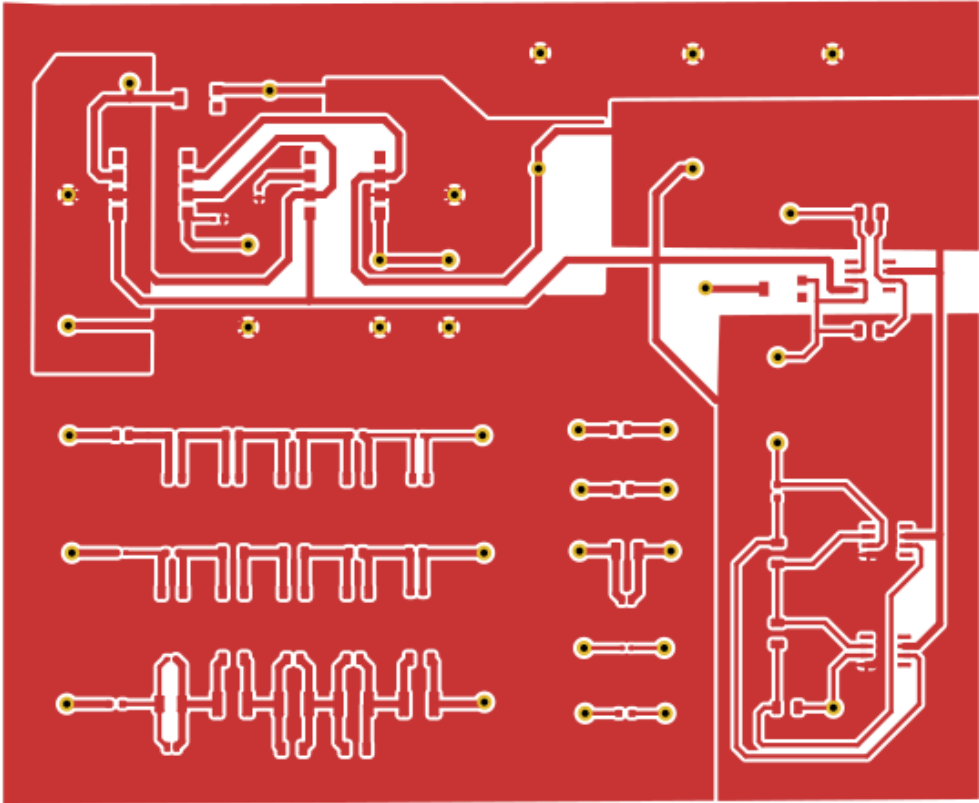
Příloha A - Hodnoty prvků pro simulaci Wienova oscilátoru

	Případ 2	Případ 3	Případ 4	Případ 5
	$\alpha = 0,7$	$\alpha = 0,5$	$\beta = 0,5$	$\beta = 1,5$
R ₀	134 Ω	454 Ω	454 Ω	757 Ω
R ₁	0,5 k Ω	0,99 k Ω	0,99 k Ω	1,65 k Ω
R ₂	0,93 k Ω	1,29 k Ω	1,29 k Ω	2,1 k Ω
R ₃	2 k Ω	2,12 k Ω	2,12 k Ω	3,5 k Ω
R ₄	6,98 k Ω	5,27 k Ω	5,27 k Ω	8,8 k Ω
R ₅	168 k Ω	4,49 k Ω	4,49 k Ω	7,5 k Ω
C ₁	9,94 μ F	4,37 μ F	4,37 μ F	4,37 μ F
C ₂	25 μ F	16,08 μ F	16,08 μ F	16,08 μ F
C ₃	37,45 μ F	31,41 μ F	31,41 μ F	31,41 μ F
C ₄	40,55 μ F	45,51 μ F	45,51 μ F	45,51 μ F
C ₅	26 μ F	53,9 μ F	53,9 μ F	53,9 μ F

Příloha B - Hodnoty prvků pro simulaci harmonického oscilátoru se dvěma výstupy

	Případ 2	Případ 3	Případ 4	Případ 5	Případ 6	Případ 7
	$\alpha = 0,7$	$\beta = 0,7$	$\alpha = \beta = 0,7$	$\alpha = 1,7$	$\beta = 1,7$	$\alpha = \beta = 1,7$
R ₀	139,3 Ω	20,73 Ω	55,5 Ω	7,08 k Ω	0,44 k Ω	1,02 k Ω
R ₁	520 Ω	77 Ω	207 Ω	26,4 k Ω	1,6 k Ω	3,8 k Ω
R ₂	930 Ω	138 Ω	369 Ω	47,1 k Ω	2,9 k Ω	6,7 k Ω
R ₃	2 k Ω	296 Ω	794 Ω	101,3 k Ω	6,3 k Ω	14,5 k Ω
R ₄	6,95 k Ω	1024 Ω	2,77 k Ω	353,3 k Ω	21,9 k Ω	50,6 k Ω
R ₅	168 k Ω	24,9 k Ω	66,7 k Ω	8,51 M Ω	527 k Ω	1,22 M Ω
C ₁	7,85 μ F	7,85 μ F	7,85 μ F	7,85 nF	7,85 nF	7,85 nF
C ₂	19,8 μ F	19,8 μ F	19,8 μ F	19,8 nF	19,8 nF	19,8 nF
C ₃	29,6 μ F	29,6 μ F	29,6 μ F	29,6 nF	29,6 nF	29,6 nF
C ₄	32 μ F	32 μ F	32 μ F	32 nF	32 nF	32 nF
C ₅	20,5 μ F	20,5 μ F	20,5 μ F	20,5 nF	20,5 nF	20,5 nF

Příloha C - Deska plošného spoje



Strana TOP

Příloha D - Seznam součástek

Součástka	Vyrobce	parametr	množství
AD844	Analog Devices	-	2
TL082	Texas Instruments	-	3
Trimmer	Piher	25 k Ω	1
Trimmer	Piher	10 k Ω	1
Konektor	Mill-Max	-	30
Spoj. Kabel	TE Connectivity	-	8
Kondenzator	TAIYO YUDEN	1 μ F	1
Kondenzator	KYOCERA AVX	8 nF	3
Kondenzator	Nichicon	7,5 μ F	2
Kondenzator	Johanson electronics	0,4 μ F	2
Kondenzator	KEMET	20 μ F	4
Kondenzator	KYOCERA AVX	10 μ F	2
Kondenzator	KEMET	18 nF	2
Kondenzator	KYOCERA AVX	30 nF	2
Kondenzator	KYOCERA AVX	330 nF	1
Kondenzator	KEMET	560 nF	1
Kondenzator	TAIYO YUDEN	680 nF	2
Kondenzator	KYOCERA AVX	100 nF	1
Rezistor	Bourns	2 k Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	6,98 k Ω	2
Rezistor	Vishay-Dale	8,45 M Ω	1
Rezistor	SEI Stackpole	500 M Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	140 Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	520 Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	931 Ω	1
Rezistor	Yageo	26,4 k Ω	1
Rezistor	Yageo	47 k Ω	1
Rezistor	Vishay	470 k Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	2,4 M Ω	1
Rezistor	KOA Speer	353 k Ω	1
Rezistor	YAGEO	12 k Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	169 k Ω	2
Rezistor	Vishay-Dale	10 k Ω	2
Rezistor	Vishay-Dale	1 k Ω	3
Rezistor	Vishay-Dale	100 k Ω	2
Rezistor	Vishay	1 M Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	10,5 k Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	15 k Ω	1
Rezistor	Vishay-Dale	69,8 k Ω	1