

Oponentský posudok dizertačnej práce

Ing. Olga Archalousová

Singulárny počátečný úloha pro obyčejné diferenciální a integrodiferenciální rovnice

Predložená práca má rozsah 67 strán a je rozdelená na úvod, doterajší vývoj a súčasný stav problematiky, ďalej na ciele dizertácie, štyri hlavné kapitoly, záver a zoznam literatúry.

V úvode dizertantka opisuje niektoré javy v elektrotechnike, ktoré majú dynamický charakter a dajú sa modelovať diferenciálnymi a integrodiferenciálnymi rovnicami v závislosti od správania sa v istom časovom okamihu, a ktoré sú reprezentované singulárnymi začiatočnými úlohami. Tým je vyjadrená motivácia a tiež potreba zaoberať sa zvolenou problematikou.

Historický vývoj štúdia singulárnych začiatočných úloh so zameraním na existenciu a jednoznačnosť riešenia vrátane asymptotického správania sa riešenia v okolí singulárneho bodu je stručne uvedený v druhej kapitole, kde sú uvedené aj niektoré metódy vyšetrovania kvalitatívnych vlastností riešení spomínaných singulárnych začiatočných úloh.

Ciele dizertácie sú uvedené v tretej kapitole. Štúdium existencie, jednoznačnosti a asymptotických vlastností riešení niektorých tried obyčajných a najmä integrodiferenciálnych rovníc v okolí singulárneho bodu, ktoré opisujú správanie sa elektrických obvodov a vlastnosti terminionických prúdov má viesť dizertantku jednak k nájdeniu riešenia v uzavretom či asymptotickom tvare niektorých úloh a taktiež k navrhnutiu kvalitatívnej metódy vyšetrovania integrodiferenciálnych rovníc v kombinácii Ważewského topologickej metódy, známej z teórie obyčajných diferenciálnych rovníc, s niektorými vetami o pevnom bode.

V štvrtej prípravnej kapitole dizertantka opisuje základné pojmy z teórie asymptotických rozkladov, funkcionálnej analýzy a tiež základné myšlienky Ważewského topologickej metódy a Adomianovej dekompozičnej metódy.

Piata kapitola je venovaná elektrickým obvodom reprezentujúcich singulárne začiatočné úlohy. Pomocou zákonov elektrodynamiky je tu odvodená napäťová charakteristika obvodu s efektom hysterézie a charakteristika magnetického toku obvodu, kedy energia je odovzdávaná pôsobením vzájomnej indukcie.

Hlavné výsledky práce sú uvedené v šiestej a siedmej kapitole. Šiesta kapitola je venovaná singulárnym úlohám pre skalárne diferenciálne a integrodiferenciálne rovnice. Sú navrhnuté algoritmy riešenia pomocou Taylorovho radu a Adomianovy dekompozičnej metódy. Pre isté triedy integrodiferenciálnych rovníc je riešenie konštruované v tvare asymptotického rozkladu v pravom okolí začiatku a pomocou Ważewského topologickej metódy v kombinácii so Schauderovou vetou o pevnom bode potom stanovené asymptotické odhady riešenia.

Siedma kapitola sa zaoberá systémami integrodiferenciálnych rovníc Volterrovho a Fredholmeho typu. Existencia, jednoznačnosť a asymptotické odhady riešenia sú dokázané aplikáciou Banachovej vety o pevnom bode a rovnako je aj dokázaná spojitá závislosť riešení od parametra.

Záverečná kapitola sumarizuje dosiahnuté výsledky a vytyčuje smer ďalšieho výskumu so zameraním na zlomkové diferenciálne rovnice.

Hodnotenie práce

- 1) Vzhľadom na uvedené, skúmaná problematika zodpovedá odboru, v ktorom je dizertačná práca predložená a je veľmi aktuálna.
- 2) Práca prináša nové poznatky ako v oblasti teórie tak aj v oblasti aplikácií, a to najmä v teórii elektrických obvodov. Boli navrhnuté nové algoritmy riešenia singulárnych začiatočných úloh a kvalitatívne metódy vyšetrovania týchto úloh. Za základnú metódu pre dôkazy bola zvolená kombinácia Ważewského topologickej metódy a Schauderovej vety o pevnom bode. V prípade systémov integrodiferenciálnych rovníc potom Banachova veta o pevnom bode. Boli tiež navrhnuté algoritmy riešenia singulárnych začiatočných úloh, keď riešenie bolo získané v uzavretom tvare.
- 3) Všetky výsledky uvádzané v práci ako vlastné, boli už publikované v odborných časopisoch a v zborníkoch z medzinárodných konferencií.
- 4) Predložená dizertačná práca je po odbornej stránke dobre spracovaná, prináša nové výsledky vo svojom odbore, je prehľadná a dobre čitateľná. Je možné konštatovať, že dizertantka patrí medzi pracovníkov s vedeckou erudíciou.

V práci sú drobné chybičky, z ktorých niektoré uvádzam a zároveň prosím zodpovedať priloženú otázku:

1. str. 33₁: Miesto $\varphi^3 : x^3 f_2' + 3f_3 = \dots$ má byť $\varphi^3 : x^3 f_3' + 3f_3 = \dots$
2. str. 34¹³: Miesto $u = x^3 + O(x^{3\nu})$ má byť $u = x^3 + O(x^{3\nu})$.
3. str. 34₁₀: Miesto $\dots + O(b_1(x)g^{\lambda+\epsilon})$ má byť $\dots + O(b_1(x)g^{\lambda+\epsilon})$
4. Možno porovnať rýchlosť konvergencie Taylorovej a Adomianovej metódy riešenia singulárnej začiatočnej úlohy?

Uvedené pripomienky sú formálneho charakteru a nemajú žiadny vplyv na správnosť výsledkov.

Uchádzačka preukázala svoj široký rozhľad a znalosť literatúry venovanej zvolenej téme a to vrátane možností aplikácií. Práca obsahuje nové, pôvodné výsledky a dokazuje schopnosť uchádzačky samostatne vedecky pracovať. Zvlášť oceňujem, že všetky hlavné výsledky boli už publikované. Dizertačná práca zodpovedá všeobecne uznávaným požiadavkám k udeleniu titulu. Odporúčam preto, aby po úspešnej obhajobe bol

Ing. Olĝe Archalousovej
udelený vedecko-akademický titul Ph.D.

V Žiline 16.5.2011

Prof. RNDr. Miroslava Ruĝicková, CSc.
Katedra matematiky,
Žilinská univerzita v Žiline