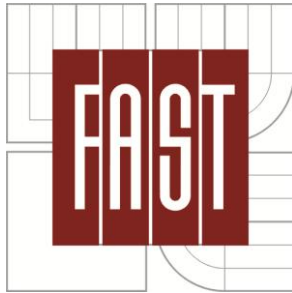


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STAVEBNÍ**  
**ÚSTAV STAVEBNÍHO ZKUŠEBNICTVÍ**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF BUILDING TESTING

# **EXPERIMENTÁLNÍ A NUMERICKÁ ANALÝZA ŽB PRVKU NAMÁHANÉHO KROUCENÍM**

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE MEMBER  
SUBJECTED TO PURE TORSION

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**  
DIPLOMA THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

**BC. ZDENEK ŘEHÁK**

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

**ING. PETR ŽÍTT**

BRNO 2013



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| <b>Studijní program</b>        | N3607 Stavební inženýrství  |
| <b>Typ studijního programu</b> | Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia |
| <b>Studijní obor</b>           | 3607T009 Konstrukce a dopravní stavby                             |
| <b>Pracoviště</b>              | Ústav stavebního zkušebnictví                                     |

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

|  |  |
|--|--|
| <b>Diplomant</b>                       | Bc. ZDENEK ŘEHÁK   |
| <b>Název</b>                           | Experimentální a numerická analýza ŽB prvku namáhaného kroucením |
| <b>Vedoucí diplomové práce</b>         | Ing. Petr Žítt   |
| <b>Datum zadání diplomové práce</b>    | 31. 3. 2012  |
| <b>Datum odevzdání diplomové práce</b> | 11. 1. 2013  |
| V Brně dne 31. 3. 2012                 |  |

.....  
prof. Ing. Leonard Hobst, CSc.  
Vedoucí ústavu

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **Podklady a literatura**

- [1] ČSN 731201-86 Navrhování betonových konstrukcí
- [2] EN 1991-1-1 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí
- [3] EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí
- [4] Schmid, P., kol, Základy zkušebnictví, FAST VUT v Brně, 2000
- [5] Ostatní související ČSN, EN, ISO
- [6] Manuál programu ATENA 2D, ATENA 3D, 1.-4. část, Červenka Consulting

## **Zásady pro vypracování**

Návrh způsobu provedení zatěžovacích zkoušek železobetonových prvků namáhaných kroucením. Teoretický návrh vyztužení ŽB prvku (statický výpočet). Vypracování projektu měření statické zatěžovací zkoušky vyrobených nosníků a doprovodných měření na zkušebních tělesech (pevnostní parametry materiálů, moduly pružnosti atd.). Tvorba matematického modelu v softwaru Atena 3D. Vyhodnocení a porovnání výsledků získaných z analytické a experimentální části řešení. Doporučení pro realizace experimentálních zkoušek obdobného typu.

## **Předepsané přílohy**

.....

Ing. Petr Žítt

Vedoucí diplomové práce

## **Abstrakt**

Návrh způsobu provedení zatěžovacích zkoušek železobetonových prvků namáhaných prostým kroucením. Výpočet mezního torzního momentu prvku podle různých teoretických přístupů. Tvorba matematického modelu programem Atena 3D. Vyhodnocení a porovnání výsledků experimentální a analytické části řešení. Doporučení pro realizaci experimentálních zkoušek obdobného typu.

## **Klíčová slova**

železobeton, měření, zatěžovací zkouška, prosté kroucení, numerický model, únosnost prvku.

## **Abstract**

The design for load tests of reinforced concrete members subjected to pure torsion. Calculation of ultimate torsional strength of the reinforced concrete members with different theoretical approaches. Creating a mathematical model in Atena 3D software. Evaluation and comparison of the experimental results with the analytical part of the project. Recommendations for implementation of a similar type of experimental tests

## **Key Works**

reinforced concrete, measurement, load test, a pure torsion, the numerical model, the resistance of the element.

### **Bibliografická citace VŠKP**

ŘEHÁK, Zdenek. *Experimentální a numerická analýza žb prvku namáhaného kroucením*. Brno 2012. 77s., 41s. příl. diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavebního zkušebnictví. Vedoucí práce Ing. Petr Žítt.

# PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

## **Prohlášení:**

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 11.1.2013

.....  
podpis autora  
Bc. ZDENEK ŘEHÁK

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 11. 1. 2013

.....  
podpis autora

Poděkování:

Chtěl bych poděkovat zejména vedoucímu práce Ing. Petru Žíttovi za jeho ochotu, trpělivost a výpomoc při tvorbě diplomové práce.

Dále bych rád poděkoval Ing. Jaromírovi Láníkovi, který mi byl též nápomocen při tvorbě této práce.

Veliké dík patří všem blízkým, kteří mě neochvějně podporovali při studiu ...

# Obsah

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1</b>   | <b>Úvod</b> .....  | <b>9</b>  |
| <b>2</b>   | <b>Cíle</b> .....  | <b>10</b> |
| <b>3</b>   | <b>Teorie krouceného prvku</b> .....   | <b>11</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Pruty kruhového a mezikruhového průřezu</b> .....                                 | <b>11</b> |
| 3.1.1      | Předpoklady.....   | 11        |
| <b>3.2</b> | <b>Prvek obecného průřezu</b> .....  | <b>12</b> |
| 3.2.1      | Předpoklady pro volné kroucení obecného průřezu.....                                 | 12        |
| <b>3.3</b> | <b>Rozdělení a vývoj výpočtových metod</b> .....                                     | <b>12</b> |
| 3.3.1      | Kroucení za předpokladu pružného chování prvku.....                                  | 13        |
| 3.3.1.1    | Saint-Venantova teorie .....   | 13        |
| 3.3.1.2    | Prandtlova funkce napětí.....  | 13        |
| 3.3.2      | Kroucení za předpokladu plastického chování: Sand-Heap analogie .....                | 14        |
| 3.3.3      | Kroucení za předpokladu pružně-plastického chování prvku.....                        | 16        |
| 3.3.3.1    | Modifikace Saint – Venantovy teorie.....   | 16        |
| 3.3.3.2    | Teorie šikmého ohybu .....   | 16        |
| <b>3.4</b> | <b>Stanovení mezních únosností v kroucení – vývoj</b> .....                          | <b>17</b> |
| 3.4.1      | Prostorová příhradová analogie .....   | 17        |
| 3.4.1.1    | Rauschova teorie .....   | 17        |
| 3.4.1.2    | Analýza vnitřních sil.....   | 18        |
| 3.4.2      | Modifikace Rauschovy teorie .....  | 19        |
| 3.4.3      | Teorie šikmého ohybu.....  | 20        |
| <b>3.5</b> | <b>Současný vývoj výpočtových metod pro kroucení ve výzkum. oblasti</b> .....        | <b>22</b> |
| 3.5.1      | Metoda mezní analýzy .....   | 22        |
| 3.5.1.1    | Pevnost v kroucení železobetonového nosníku.....                                     | 22        |
| 3.5.1.2    | Stanovení principu poruchy mechanismu, ztráta energie disipací <sup>1</sup> ...      | 22        |
| 3.5.1.3    | Zformované rovnice pro mezní torzní momenty.....                                     | 25        |
| 3.5.1.4    | Významnost řešení.....   | 27        |
| <b>3.6</b> | <b>Metoda dimenzionální analýzy</b> .....  | <b>30</b> |
| 3.6.1      | Základní formulace rovnic .....  | 30        |
| 3.6.2      | Finální vztahy + vstupní hodnoty.....  | 32        |
| <b>3.7</b> | <b>Návrhové diagramy pro určení pevnosti nosníků v kroucení</b> .....                | <b>33</b> |
| 3.7.1      | Podmínky rovnováhy.....  | 34        |
| 3.7.2      | Podmínky kompatibility .....   | 35        |
| 3.7.3      | Základní zákony betonových vzpěr příhradové analogie a prutů z ocele ..              | 36        |
| 3.7.4      | Možné porušení v závislosti na vyztužení prvku.....                                  | 37        |
| <b>4</b>   | <b>Návrh a výroba zkušebních prvků a těles</b> .....                                 | <b>38</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Návrh zkušebních prvků a doprovodný těles</b> .....                               | <b>38</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Návrh čerstvého betonu pro výrobu zkušebních prvků a dopr. těles</b> ...          | <b>39</b> |
| <b>4.3</b> | <b>Příprava betonáže</b> .....   | <b>40</b> |
| <b>4.4</b> | <b>Betonáž</b> .....   | <b>40</b> |
| <b>4.5</b> | <b>Ošetřování</b> .....  | <b>40</b> |
| <b>5</b>   | <b>Laboratorní zkoušky pro zjištění mechanických vlastností betonu a oceli</b> ..... | <b>41</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Pevnost betonu v tlaku</b> .....  | <b>41</b> |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 5.2     | Statický modul pružnosti betonu v tlaku.....                      | 42 |
| 5.3     | Lomové parametry betonu .....                                     | 44 |
| 5.4     | Pevnost oceli v tahu .....  | 45 |
| 5.5     | Výsledky doprovodných zkoušek betonu a oceli .....                | 48 |
| 6       | Numerická analýza.....  | 50 |
| 6.1     | Základní informace .....  | 50 |
| 6.2     | Materiálové modely.....   | 50 |
| 7       | Zatěžovací zkouška .....  | 54 |
| 7.1     | Návrh zatěžovací zkoušky.....                                     | 54 |
| 7.1.1   | Schéma č. 1 (Krocení obou konců) .....                            | 54 |
| 7.1.2   | Schéma č. 2 (Kroucení v polovině délky prvku).....                | 55 |
| 7.1.3   | Schéma č. 3 (Kroucení jednoho kraje prvku).....                   | 56 |
| 7.2     | Příprava experimentu .....  | 57 |
| 7.2.1   | Modelování okrajových podmínek .....                              | 57 |
| 7.2.1.1 | Vetknutý konec prvku .....  | 57 |
| 7.2.1.2 | Kroucený konec prvku .....  | 58 |
| 7.2.2   | Vnášení krouticího momentu.....                                   | 59 |
| 7.2.3   | Rozmístění snímačů .....  | 60 |
| 7.3     | Průběh experimentální analýzy.....                                | 63 |
| 7.4     | Vyhodnocení zatěžovací zkoušky.....                               | 67 |
| 7.5     | Doporučení pro zkoušky obdobného typu.....                        | 69 |
| 8       | Porovnání výsledků a závěry .....                                 | 70 |
| 8.1     | Výsledky experimentální analýzy .....                             | 70 |
| 8.2     | Výsledek numerické analýzy programem Atena 3D .....               | 70 |
| 8.3     | Výsledky statického výpočtu .....                                 | 71 |
| 8.4     | Vzájemné porovnání mezní únosnosti prvku v prostém kroucení. .... | 71 |
| 8.5     | Porovnání průběhů závislosti torzního momentu na pootočení.....   | 72 |
| 8.6     | Závěry .....  | 73 |
| 9       | Seznam použitých zdrojů .....                                     | 74 |
| 9.1     | Seznam norem .....  | 74 |
| 9.2     | Seznam skript a opor.....   | 74 |
| 9.3     | Seznam diplomových prací.....                                     | 75 |
| 9.4     | Seznam internetových zdrojů.....                                  | 76 |
| 10      | Seznam příloh .....   | 77 |

# 1 Úvod

Ve výpočtech a analýzách betonových a železobetonových konstrukcí jsou účinky od čistého kroucení často opomíjeny, protože posuzování konstrukcí je zaměřeno na porušení při ohybu, smyku, na porušení od normálových sil a na porušení od vzájemných interakcí ohybu, smyku a normálových sil. Vyskytují se však konstrukce a prvky konstrukcí, u kterých je posouzení na prosté kroucení opodstatněné, jsou to zejména konstrukce jako jaderné elektrárny, konstrukce chemického průmyslu a plynárny, kde by bylo sebemenší ovlivnění konstrukce vysoce nežádoucí.

Diplomová práce se zabývá experimentální a numerickou analýzou železobetonového prvku namáhaného prostým kroucením. Jako zkušební prvek byl zvolen 3,9 m dlouhý trám obdélníkového průřezu. Pro účely zkoušky byly na Ústavu stavebního zkušebnictví v Brně vybetonovány tři zkušební prvky. Dále byla vyrobena série zkušebních vzorků, pro zjištění fyzikálně mechanických vlastností betonu, které byli využity při tvorbě numerického modelu v programu Atena 3D.

Při experimentální analýze byl prvek za pomoci železného ramena a podporové sestavy s ocelovým rámem zatěžován kroučícím momentem o konstantním přírůstku.

V softvérovém prostředí programu Atena 3D, který je založen na metodě konečných prvků, byl vytvořen numerický model simulující průměrné hodnoty všech tří zkušebních prvků a následně na něj byl vyvíjen kroučící moment jako při experimentu. Na tvorbu modelu byly využity laboratorně zjištěné charakteristiky ocelí a betonu.

Na závěr bylo provedeno porovnání výsledků dosažených při experimentu, při numerické analýze a výsledků ručního statického výpočtu založeného na různých teoretických přístupech k posuzování železobetonových prvků na kroucení.

## 2 Cíle

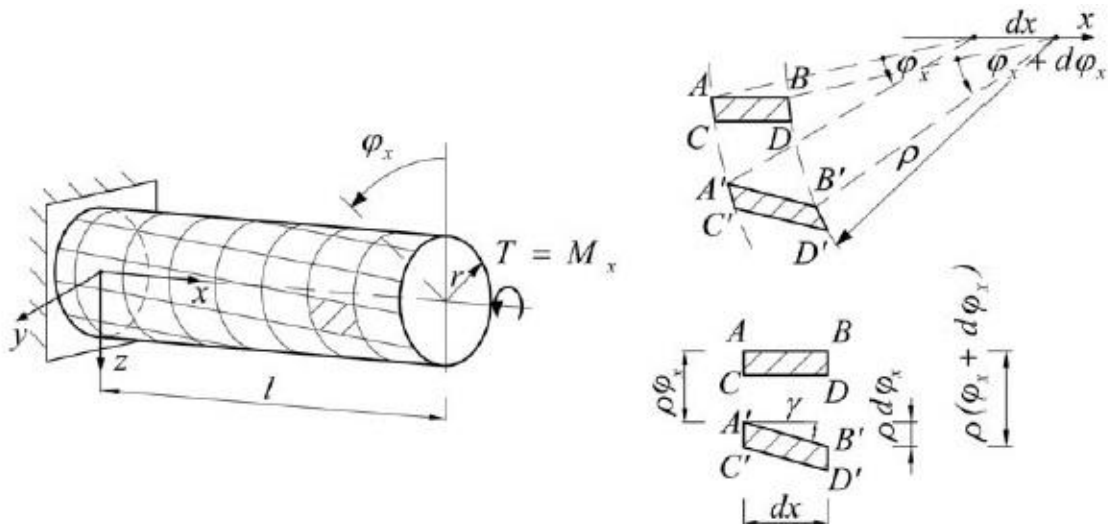
Cílem diplomové práce je ověřit chování železobetonového trámu namáhaného prostým krutem. A to za pomoci těchto dílčích úkonů:

- Seznámení se s různými teoriemi a přístupy k posuzování prvků namáhaných prostým kroucením.
- Převzetí a upravení fyzikálně mechanických vlastností betonu a betonářské oceli již uskutečněného experimentu.
- Použití a vyhodnocení dat z původní zatěžovací zkoušky prvku.
- Vytvoření numerického modelu v programu Atena 3D
- Statický výpočet mezní únosnosti železobetonového průřezu namáhaného prostým krutem podle rozdílných metod a přístupů k výpočtu krouceného průřezu.
- Vzájemné porovnání výsledků z experimentu, numerické analýzy a ručního výpočtu.

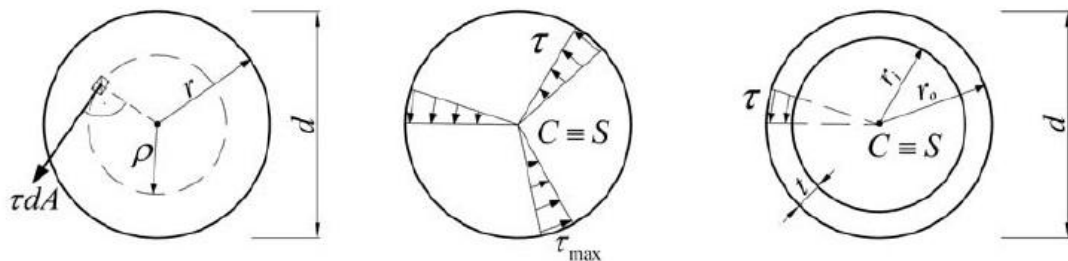
## 3 Teorie krouceného prvku

### 3.1 Pruty kruhového a mezikruhového průřezu

Tyto prvky můžeme uvažovat jako přímé, namáhané pouze prostým krutem, při kterém je jediná nenulová složka výslednice vnitřních sil kroucí moment  $T = M_x$ .



Obrázek 3-3-1 Kruhový průřez namáhaný na kroucí moment



Obrázek 3-3-2 Průběh torzního napětí po kruhovém a mezikruhovém průřezu

#### 3.1.1 Předpoklady

- Střednice prutu zůstává před i po deformaci přímá
- Průřezy prutů zůstávají rovinné i po deformaci a vzájemně se nevzdálí
- Jednotlivé průřezy se otáčejí jako tuhé desky

Za uvedených předpokladů nevznikají osově deformace a nevznikají ani normálová napětí. Průběh smykových napětí je přímo úměrný vzdálenosti od

středu kruhu. Průběh pootočení průřezu po délce prutu je lineární. Vlákná se po délce deformují ve tvaru šroubovice.

### 3.2 Prvek obecného průřezu

U prvků obecného průřezu dochází při kroucení k deplanaci průřezu, tj. porušení rovinnosti průřezu. Neplatí předpoklad o zachování rovinnosti.

Z hlediska bránění deplanaci průřezu lze rozdělit kroucení na:

- a) Kroucení volné: není zabráněno deplanaci průřezu, normálová napětí  $\sigma_x = 0$
- b) Kroucení vázané: je zabráněno deplanaci průřezu, normálová napětí  $\sigma_x \neq 0$

#### 3.2.1 Předpoklady pro volné kroucení obecného průřezu

- a) průřez se otáčí okolo střednice jako tuhý celek
- b) příčný tvar průřezu zůstává neměnný
- c) ve všech průřezech je shodná deplanace
- d) normálová napětí nevznikají v průřezu z důvodu nebránění deplanaci

### 3.3 Rozdělení a vývoj výpočtových metod

Z hlediska vývoje výpočtových metod a analyzování napětí kroucení v betonových průřezích uvažujeme tyto teorie pro stanovení mezních pevností v kroucení:

- a) Analýza napjatosti za předpokladu pružného chování prvku
- b) Analýza napjatosti za předpokladu pružně-plastického chování prvku
- c) Analýza napjatosti za předpokladu plastického chování prvku

Pozn.: Analýza napjatosti za předpokladu pružně-plastického chování prvku (Miyamoto, Turner a Davis, Marshall a Tembe) se snaží o co nejpřesnější popis. Pružné chování prvku podhodnocuje výslednou pevnost betonu v kroucení a naopak plastické chování prvku výslednou pevnost betonu nadhodnocuje.

### 3.3.1 Kroucení za předpokladu pružného chování prvku

#### 3.3.1.1 Saint-Venantova teorie

Admémar Jean Claude de Saint-Venant (1797 – 1886) uvádí podle teorie pružnosti tento vztah pro kroucení betonového průřezu:

$$T_e = \alpha \cdot x^2 \cdot y \cdot f_t' \quad \alpha = 0,208 \quad (3.1)$$

kde:  $\alpha$  ...Saint-Venantův pružný součinitel

$x, y$  ...rozměry průřezu

$f_t'$  ...pevnost betonu v tahu

V této teorii však byla při pozdějších experimentech prokázána chyba a to až 50%.

#### 3.3.1.2 Prandtlova funkce napětí

Při odvozování se vychází z rovnic prostorové napjatosti tělesa. To vede ke stanovení Prandtlovy funkce napětí  $F(y, z)$ , která má při okraji průřezu nulovou hodnotu. Složky smykových napětí lze pomocí této funkce vyjádřit následujícím způsobem:

$$\tau_{xy} = \frac{\partial F}{\partial z} \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial F}{\partial y} \quad (3.2)$$

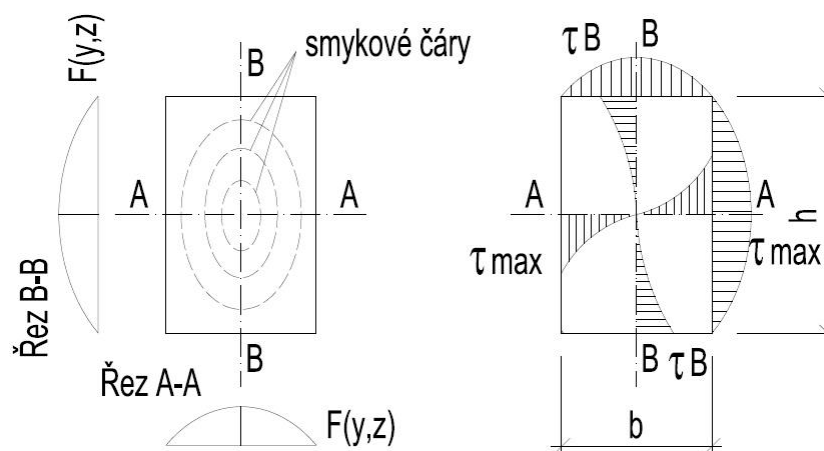
Plocha umístěná nad průřezem, nebo-li tzv. Prandtlův vrchlík viz. *Obrázek 3-3*, vyjadřuje právě Prandtlova Funkce napětí  $F(y, z)$ . Sklon této plochy v libovolném místě průřezu udává velikost smykových napětí v kolmém směru. Smykové čáry jsou vrstevnicemi dané plochy. Mezi dvěma sousedními čarami je smykový tok, který udává výslednou smykovou sílu na jednotku délky, konstantní.

**Membránová analogie:** pomocí této analogie lze získat vlastní tvar plochy umístěné nad průřezem. Analogie je založena na shodě diferenciálních rovnic volného kroucení a průhybu tenké membrány, uchycené kolem okraje, který geometricky odpovídá okraji krouceného prvku a je zatížen rovnoměrným

přetlakem. V dnešní době se k řešení parciálních diferenciálních rovnic užívají numerické metody na základě konečných prvků MKP, nebo metoda sítí.

Za pomoci Prandtlovy funkce napětí  $F(y,z)$  jde stanovit moment tuhosti v kroucení  $I_t$  (je to objem Prandtlova vrchlíku), nebo můžeme spočítat průřezový modul v kroucení  $W_t$  za jehož pomoci lze určit extrémní smyková napětí v průřezu  $\tau_{\max}$ .

$$I_t = \frac{2}{G\theta_0} \int F(y,z) \cdot dA \quad \tau_{\max} = \frac{M_x}{W_t} \quad (3.3) \quad (3.4)$$



Obrázek 3-3 Smyková napětí obdélníkového prvku namáhaného na kroucení.

Ve středech delších stran obdélníku vznikají maximální smyková napětí  $\tau_{\max}$ . Body A na obrázku 3-3.

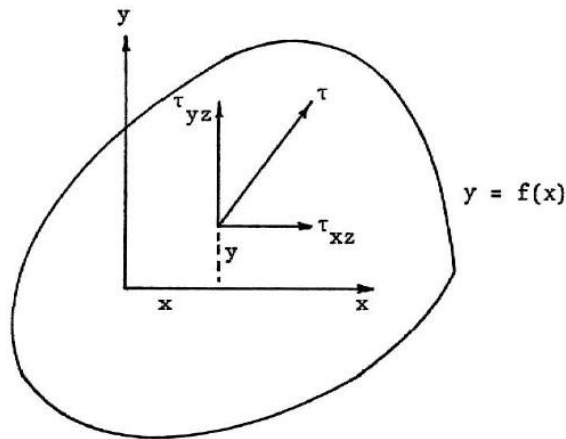
### 3.3.2 Kroucení za předpokladu plastického chování: Sand-Heap analogie

Pokud je prut kroucen, jeho části podléhají plastické deformaci. Stav napětí v elementárních částech prismatického prutu namáhaného čistým kroucením se dá uvažovat jako prostý smyk. V kolmém řezu na osu prismatického prutu vznikají pouze dvě složky napětí  $\tau_{xz}$  a  $\tau_{yz}$ . viz. Obrázek 2-2. Toto napětí je jakémkoliv kolmém řezu prismatického prutu konstantní, ale musí být splněna podmínka plasticity:

$$\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = k^2 = \text{konstantní} \quad (3.5)$$

kde:  $k = f_t/2$  ...za předpokladu vyčerpání  $f_t$  při max. smyku, Tresca

$k = f_t/\sqrt{3}$  ...při ideálně plastickém průřezu, Von Mises



Obrázek 3-4 Řez krouceným prismatickým prutem

Dále musí být splněna tato podmínka rovnováhy:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0 \quad (3.6)$$

Ovšem musí platit i tyto vztahy:

$$\tau_{xz} = \frac{\partial F}{\partial y} \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial F}{\partial x} \quad (3.7)$$

Funkce  $F(x,y)$  dána tímto vztahem reprezentuje plochu nad daným řezem prutu.  $F(x,y)$  se nazývá plastická funkce řezu. Při dosazení rovnice (2.7) do rovnice (2.5) vzniká tento vztah:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 = k^2 \quad (3.8)$$

Pro pravoúhlý průřez (obdélníkový) byl za pomoci této teorie odvozen následující vzorec pro mezní plastický moment průřezu v kroucení:

$$T_p = \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot (h - b/3) \cdot f \quad (3.9)$$

Kde:  $b$  ...šířka obdélníku  
 $h$  ...výška obdélníku  
 $f$  ...pevnost betonu v tahu

### 3.3.3 Kroucení za předpokladu pružně-plastického chování prvku

#### 3.3.3.1 Modifikace Saint – Venantovy teorie

Modifikace spočívá v tom, že do výpočtu se zahrne plastická větev pracovního diagramu betonu (Nylander 1955). Je to zřejmá snaha o odstranění již zmiňované 50% chyby v Saint-Venantově teorii. Zde je nahrazen pružný součinitel  $\alpha$  plastickým součinitelem  $\alpha_p$  (Naidal), je platný tento vztah:

$$T_p = \alpha_p \cdot x^2 \cdot y \cdot f_t' \quad \alpha_p = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{y} \right) \quad (3.10)$$

Tento vzorec má však svá úskalí. Prvním problémem je, že porucha není definitivně plastická. Druhý je ten, že skutečné vlastnosti neodpovídají vzorci.

#### 3.3.3.2 Teorie šikmého ohybu

Metoda vychází z pozorování testů v kroucení daných prvků. Trhliny se objevují na čelní straně prvku a to pod sklonem  $45^\circ$  vůči střednicové ose prvku. (Hsu) Pokud se jedná o pravoúhlý prvek, tak trhliny na kratších stranách (horní a dolní strany prutu) nejsou pod sklonem  $45^\circ$ , mají tendenci propojovat trhliny na čelní a odvrácené straně prvku. Trhliny se postupně rozšiřují napříč prvkem do té doby, než dojde k porušení. Průběh a porucha sama je podobná porušení prvku při ohybu. Vzorec mezní únosnosti v kroucení má následující tvar:

$$T_s = \frac{x^2 \cdot y}{3} \cdot f_r \quad (3.11)$$

### 3.4 Stanovení mezních únosností v kroucení – vývoj

Teorie zabývající se kroutícím napětím po vzniku trhlin prvku vyztuženého podélnou i smykovou výztuží se dají rozdělit na dva typy:

- a) Prostorová příhradová analogie
- b) Teorie šikmého ohybu

#### 3.4.1 Prostorová příhradová analogie

Modelem prostorové příhradové analogie se zabýval Rausch 1929. Rauschova teorie se stala základním přístupem pro posuzování pevnosti železobetonových prvků namáhaných na kroucení.

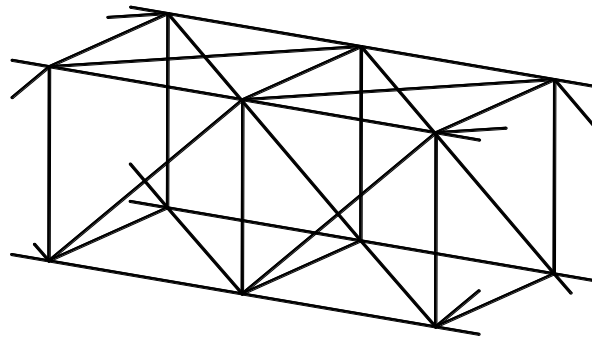
Modelování kroucení prostorovou příhradovou analogií se rozvětvilo na tyto význačnější vývojové trendy:

- a) Proměnný - úhlový model příhradového nosníku, který objevuje fenomén ohybu v příhradové analogii v prvcích působících jako vzpěra. (Lampert a Thurilimann 1968). Na tomto základě v roce 1970 Collins odvodil rovnici kompatibility pro určení úhlu náběhu betonové vzpěry v modelu příhradové analogie.
- b) (Vecchio a Collins 1981) koncept měkčení pro materiály z betonu.
- c) (Hsu 1988) zkombinoval rovnováhu, kompatibilitu a měkčený stess-strain napěťový vztah dohromady, z čehož vychází měkčená teorie prostorové příhradové analogie pro výpočet pevnosti v kroucení železobetonových prvků.

##### 3.4.1.1 Rauschova teorie

Zkoumaný průřez obecného tvaru je dutý. Tento předpoklad je odvozen z teoretického základu, že napětí v jádru průřezu při kroucení je mnohem menší než v krajních vláknech. Později bylo experimentálně dokázáno, že daná teze je správná. Torzní síla na dutých a plných průřezech je víceméně totožná.

Po vzniku trhlin je beton oddělený trhlinami do sérií spirálovitých prvků, které spolupůsobí s podélnou a smykovou výztuží, což je základem pro formování prostorové příhradové analogie.



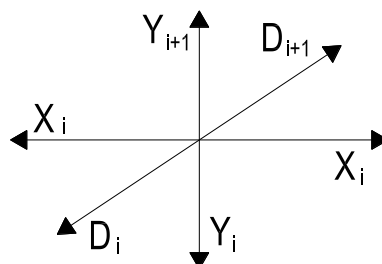
Obrázek 3-5 Příhradová analogie podle Rauschovy teorie

### 3.4.1.2 Analýza vnitřních sil

Vnitřní síly prostorové příhradové analogie dle obrázku 3-5.

- Vnitřní síly v podélné výztuži  $X$ , smykové výztuži  $Y$  a diagonální síly v betonu  $D$ . Síla v každém kloubu, která reprezentuje smykový tok je značena indexem  $F$ .
- Každá síla je značena dolními indexy od  $1$  až po  $n$  podél okraje průřezu.
- Vnitřní síly  $X$ ,  $Y$  a  $D$  musejí být identicky rozděleny v každém styčnicku v podélném směru.

Vezmeme-li rovnováhu sil v kloubu  $C_{r+1}$  v podélném směru viz. obrázek 3-6. Můžeme vidět, že síly jsou si rovné ( $D = \text{konstanta}$ ). Dále musíme uvažovat rovnováhu v kloubu ve vedlejší (tangenciální) směru. Poté vezmeme stejné předpoklady pro síly v příčném směru (třmínky –  $Y = \text{konstanta}$ ). Studováním rovnováhy v kloubu  $C_{r+1}$  v radiálním směru, který je kolmý pro oba podélné a boční směry, lze uvažovat toto:

$$D = X \cdot \cos \alpha + Y \cdot \sin \alpha \quad (3.12)$$


Obrázek 3-6 Rozložení sil v kloubu  $C_{r+1}$

Při pohledu na sumu vnějších sil působících na kloub  $C_{r+1}$  ( $D$  a  $X$ ). V tangenciálním směru, lze napsat:

$$F = D \cdot \sin \alpha = (X \cdot \cos \alpha + Y \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (3.13)$$

S konečnou platností lze určit rovnováhu celého průřezu. Vnitřní torzní momenty všech vnitřních sil bodů  $F_1$  k  $F_n$  se musí rovnat celkovému externímu krouticímu momentu  $T$ . Vzdálenost od síly  $F_r$  k osám zkroucení budeme značit jako  $a_r$ , tudíž vnitřní torzní moment  $F_r$  je roven součinu  $F \cdot a_r$ . Sumou vnitřních torzních momentů pro sílu  $F_1$  si všimneme, že všechny síly  $F$  mají hodnotu konstanty.

$$T = \sum_{r=1}^n F_r \cdot a_r = F \cdot \sum_{r=1}^n a_r = (X_r \cdot \cos \alpha + Y_r \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sum_{r=1}^n a_r \quad (3.14)$$

Když označíme vzdálenost podélné výztuže  $b$  a  $A_r$  uzavřenou oblast uvnitř třmínku  $A$ , jde rovnice napsat v tomto tvaru:

$$T = (X_r \cdot \cos \alpha + Y_r \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \sum_{r=1}^n \frac{2 \cdot A_r}{b} = (X_r \cdot \cos \alpha + Y_r \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \frac{2 \cdot A}{b}$$

Předpokládáme-li, že podélná i smyková výztuž se začínají poddávat kroutící síle, lze získat dvě hodnoty pro torzní moment:

$$T_{U1} = \frac{2 \cdot A \cdot A_1 \cdot f_{1y}}{s} \quad T_{U2} = \frac{2 \cdot A \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} \quad (3.15) \quad (3.16)$$

Kde:  $f_{1y}$  ...mez kluzu podélné výztuže

$A_t$  ...plocha průřezu jednoho třmínku

$f_{ty}$  ...mez kluzu třmínku

$A_1$  ...plocha průřezu jednoho podélného prutu

### 3.4.2 Modifikace Rauschovy teorie

(Andersen 1935) poukázal na to, že příhradová analogie předpokládá konstantní napětí podél výztuže v prvku namáhaném kroucením. Tento předpoklad konstantního napětí popírá Saint-Venantovo rozdělení napětí pro všechny typy průřezu kromě kruhového. V případě obdélníkového průřezu dle

Saint-Venantova rozdělení napětí je uvažováno maximální napětí v ploše průřezu a snižující se v rozích průřezu na hodnotu rovnou nule. Vzhledem k nerovnoměrnému rozdělení napětí v oceli by měl být krouticí odpor ve výztuži méně efektivní, než-li předpokládají Rauschovy rovnice.

Následkem toho, Andersen zavedl úpravy v Rauschových vzorcích začleněním koeficientu účinnosti, který je menší než jedna. Později Cowan odvodil mírně odlišné vzorce. Jeho výsledky byly založené striktně na Saint-Venantově závislosti napětí na přetvoření pro obdélníkový průřez.

Cowanova finální rovnice:

$$T_{UC} = T_e + 1,6 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} \quad (3.17)$$

Kde:  $x_1, y_1$  ...vzdálenost rovnoběžných ramen třmíneků

$T_e$  ...krouticí odpor betonu jako pružná krouticí síla

Cowanova metoda je však z části chybná, protože využívá Saint-Venantovy principy, které nejsou přesné pro porušené oblasti prvku (plastická větev betonu). Experimentálně se prokázalo, že napětí podél výztuže je v podstatě jednotné a mění se dle Saint-Venantova rozdělení. Proto se přijal jako kompromis součinitel efektivity pro zlepšení Rauschova kroutícího odporu.

### 3.4.3 Teorie šikmého ohybu

Teorie se opírá o chyby, které jsou vyvolány zešikmením povrchu. U obdélníkového průřezu se na povrchu tvoří trhliny spirálovitého tvaru na třech stranách nosníku, zatímco konce těchto trhlín se nacházejí poblíž strany čtvrté, kde se nachází tlačená oblast betonu. (Lessig 1958) a (Yudin 1962). Vnitřní krouticí odpor vychází ze tří zdrojů:

- a) Únosnost betonu ve smyku
- b) Síly namáhající podélnou výztuž
- c) Osové síly v třmínekách

Z tohoto ustanovení vzejde matematicky odvozený vzorec v následujícím tvaru:

$$\begin{aligned} \text{(Hsu 1968)} \quad T_{US} &= \frac{x^2 \cdot y}{3} \cdot (2,4 \cdot \sqrt{f_c'}) + \sqrt{m} \cdot \frac{f_{ty}}{f_{ty}} \left( 1 + 0,2 \cdot \frac{x_1}{y_1} \right) \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} = \\ &= T_e + \alpha_t \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} \quad \text{kde:} \quad m = \frac{2 \cdot A_1 \cdot s}{2 \cdot A_t \cdot (x_1 + y_1)} \quad (3.18) \end{aligned}$$

kde:  $x, y$  ...rozměry průřezu  
 $A_t$  ...průřezová plocha třmínku  
 $A_1$  ...průřezová plocha podélné výztuže  
 $f_{ty}$  ...mez kluzu třmínků  
 $f_{1y}$  ...mez kluzu podélné výztuže  
 $f_{c'}$  ...normová pevnost betonu v tlaku  
 $s$  ...vzdálenost třmínků

pozn.: Ačkoliv Rauschova teorie, Modifikovaná Rauschova teorie (Cowan) a Teorie šikmého ohybu mají podobnou strukturu, nejsou identické.

## 3.5 Současný vývoj výpočtových metod pro kroucení ve výzkumné oblasti

### 3.5.1 Metoda mezní analýzy

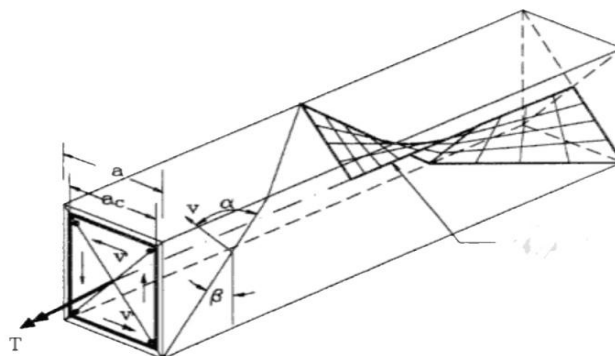
Metoda užívá Coloumb-Mohrovo kritérium, které je stanoveno jako konstitutivní zákon pro beton. Plastická větev betonu je využita poté, kdy je začátek plastické deformace spojený s porušením průřezu. Mezní analýza využívá zobecněnou formulaci pro energetickou disipaci<sup>1</sup> v betonu v souladu s kritérii porušení a horní hranicí (upper-bound) této metody. Mez únosnosti železobetonového trámu, který je namáhán pouze kroucením, je potom založena na energetické disipaci v použitých materiálech a přípustné poruše mechanismu v mezním stavu. Nový přístup pro nalezení mezní pevnosti betonového prvku v kroucení užívá metodu limitní analýzy. Tato metoda je v souladu se studii publikovanými (Wang 1988 a 1993).

#### 3.5.1.1 Pevnost v kroucení železobetonového nosníku

V případě prostého krutu, vyvinuté smykové napětí v prvku vzdoruje aplikované kroutící síle. Za pomoci teorie plasticity se dá úspěšně zavést analytické řešení mezní pevnosti v kroucení prizmatických elementů prvků zhotovených z homogenních a izotropních materiálů. Sadowsky v roce 1949 vyvinul metodu známou jako sand-heap analogie (zmiňována již v kap. 3.3.2).

#### 3.5.1.2 Stanovení principu poruchy mechanismu, ztráta energie disipací<sup>1</sup>

Pro prizmatický železobetonový nosník obecného obdélníkového průřezu, který je vystavený prostému kroucení, je přístupný mechanismus poruchy znázorněn na *Obrázku 3.7*.



*Obrázek 3-7 Porucha mechanismu prizmatického prutu při působení prostého kroucení*

Obrázek 3-7 je základní model pro odvození rovnic této metody. Nechť  $\theta$  znamená úhel zkroucení a  $v$  je plastická rychlost toku, potom:

$$v = \theta x \cdot \sec(\alpha - \beta) \quad (3.19)$$

Pokud označíme  $dA$  jako diferenciální oblast porušené plochy, dostáváme:

$$dA = 2x \cdot \sec \cdot \beta \cdot dx \quad (3.20)$$

Předpokládaná porucha mechanismu a oblasti plastického toku vedou k následujícím rovnicím pro vyjádření odpovídající energetické disipace<sup>1</sup> poměru k porušené ploše. Celková energie disipace v ploše trhliny je vyjádřena vztahem:

$$D_c = \frac{\theta}{3} a^3 \cdot \sec \cdot \beta \cdot \sec(\alpha - \beta) \cdot f_t^* (\sin \alpha + K \cot \alpha \cdot \cos \alpha), \text{ pro } \alpha \geq \alpha_0 \quad (3.21)$$

Pro kroucený prvek železobetonu, jehož výztuž také disipuje energii v době počátku plastické deformace. Může být pro výztuž, která je umístěna na jedné straně průřezu, zapsán tvar pro disipaci energie takto:

$$D_s = \rho_{sl} \cdot f_{yl} \cdot a_c \cdot v \cdot \sin(\alpha - \beta) + \rho_{st} \cdot f_{yt} \cdot a_c \cdot \tan \beta \cdot v \cdot \cos(\alpha - \beta) \quad (3.22)$$

kde:  $v = \frac{a_c \cdot \theta}{2} \sec(\alpha - \beta)$

Pro výpočet celého vyztužení v průřezu je celková disipace energie výztuže brána ve výpočtech vzorcem:

$$D_s = 2A_c \cdot \theta \cdot [\rho_{sl} \cdot f_{yl} \cdot \tan(\alpha - \beta) + \rho_{st} \cdot f_{yt} \cdot \tan \beta] \quad (3.23)$$

- Kde:  $A_c = a_c^2$  ... jádro průřezové plochy  
 $\rho_{sl} = A_{sl} / s_l$  ... stupně vyztužení pro podélnou výztuž  
 $\rho_{st} = A_{st} / s_t$  ... stupně vyztužení pro příčnou výztuž  
 $s_l, s_t$  ... vzdálenost mezi podélnou a příčnou výztuží  
 $a_c, b_c$  ... délka strany jádra průřezu  
 $A_{sl}, A_{st}$  ... průřezové plochy podélné a příčné výztuže  
 $f_{yl}, f_{yt}$  ... meze pevnosti podélné a příčné výztuže  
 $f_t^*$  ... ekvivalentní pevnost betonu v tahu

Tuto analogii můžeme aplikovat na kroucený obdélníkový železobetonový průřez, pouze tehdy, dojde-li k mírně změně mechanismu. *Obrázek 3-8.*

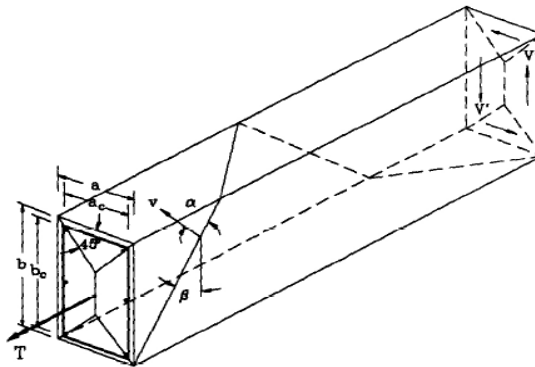
Odpovídající energetická disipace u obdélníkového železobetonového průřezu je dána ze vztahu:

$$D = \frac{\theta \cdot f_t^*}{12} \cdot a^2 (3b - a) \sec \beta \cdot \sec(\alpha - \beta) \cdot (\sin \alpha + K \cos \alpha \cdot \cot \alpha) + a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right) \cdot \theta \cdot [\rho_{sl} \cdot f_{yt} \cdot \tan(\alpha - \beta) + \rho_{st} \cdot f_{yt} \cdot \tan \beta], \quad \text{pro } \alpha \geq \alpha_0 \quad (3.24)$$

Kde:  $a_c, b_c$  ...osové vzdálenosti podélné výztuže ( $b_c \geq a_c$ )

$\frac{f_t \cdot a^2 \cdot b}{12}$  je plně plastická mez pevnosti v kroucení nosníku o

obdélníkovém průřezu, jenž je vyhotoven z materiálů Tresca nebo Von Mises.



*Obrázek 3-8 Porucha mechanismu pro obdélníkový prvek*

Pro silně vyztužené průřezy může být plasticko-elastická deformace omezena tak, že  $\alpha < \alpha_0$ . Pak platí, že ve vzorci (3.24) se nahradí vztah  $(\sin \alpha + K \cos \alpha \cdot \cot \alpha)$  za vztah  $(1 - \sin \alpha) \cdot \frac{m}{2}$ . Ostatní členy ve vzorci jsou stejné.

### 3.5.1.3 Zformované rovnice pro mezní torzní momenty

$$W = T \cdot \theta \quad (3.25)$$

Rovnice pro změkčení:

$$T = \frac{f_t^*}{12} a^2 \cdot (3b - a) \sec \beta \cdot \sec(\alpha - \beta) \cdot (\sin \alpha + K \cos \alpha \cdot \cot \alpha) + a_c \cdot b_c \cdot \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right) \cdot [\rho_{sl} \cdot f_{yl} \cdot \tan(\alpha - \beta) + \rho_{st} \cdot f_{yt} \cdot \tan \beta], \quad \text{pro } \alpha \geq \alpha_0 \quad (3.26)$$

$$T = \frac{f_t^*}{12} a^2 \cdot (3b - a) \sec \beta \cdot \sec(\alpha - \beta) \cdot \frac{m}{2} (1 - \sin \alpha) + a_c \cdot b_c \cdot \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right) \cdot [\rho_{sl} \cdot f_{yl} \cdot \tan(\alpha - \beta) + \rho_{st} \cdot f_{yt} \cdot \tan \beta], \quad \text{pro } \alpha < \alpha_0 \quad (3.27)$$

Součinitele pro podélnou výztuž  $\Psi_{sl}$  a příčnou výztuž  $\Psi_{st}$  jsou definovány takto:

$$\Psi_{sl} = \frac{\rho_{sl} \cdot f_{yl}}{f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p} = \frac{A_{sl} \cdot f_{yl}}{S_l \cdot f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p} \quad (3.28)$$

$$\Psi_{st} = \frac{\rho_{st} \cdot f_{yt}}{f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p} = \frac{A_{st} \cdot f_{yt}}{S_t \cdot f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p} \quad (3.29)$$

kde:  $I_p$  ...plastický moment setrvačnosti v kroucení, které je vyjádřeno tímto vztahem pro obdélníkový průřez  $a^2(3b - a)/12$ . Nejnižší horní hranice (upper-bound) řešení může být založeno na:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{T}{f_t^* \cdot I_p} \right) = 0, \text{ nebo } 1 - K \cot^2 \alpha - 2K \tan \beta \cdot \cot \alpha + \Psi_{sl} = 0 \quad (3.30)$$

Což při uvážení předcházejících souvislostí vede ke vztahu:

$$\tan \alpha = \frac{K \tan \beta + \sqrt{(K \tan \beta)^2 + K(1 + \Psi_{sl})}}{(1 + \Psi_{sl})} \quad (3.31)$$

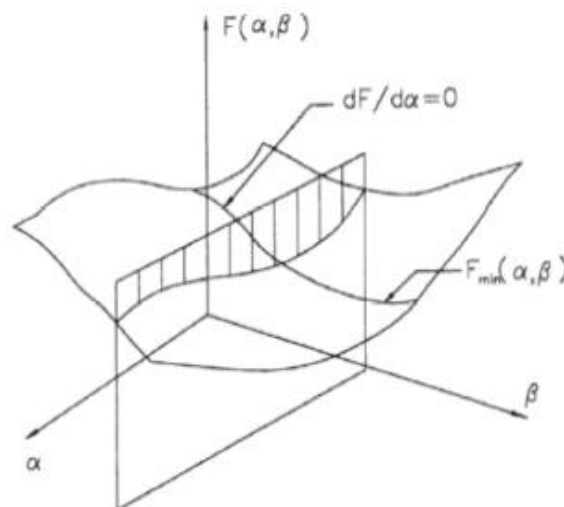
Obdobný přístup se dá aplikovat i v případě, že  $\alpha < \alpha_0$

$$\frac{T}{f_t^* \cdot l_p} = \frac{m}{2} \sec \beta \cdot \sec(\alpha - \beta) \cdot (1 - \sin \alpha) + \psi_{sl} \cdot \tan(\alpha - \beta) + \psi_{sl} \cdot \tan \beta \quad (3.32)$$

kde: 
$$\alpha = \arcsin \left[ \left( 1 - \frac{2\psi_{sl}}{m} \right) \cdot \cos \beta \right] + \beta \quad (3.33)$$

Tyto úkony jsou nezbytné k ustavení rovnice  $\partial T / \partial \beta$ . Tato rovnice však nesměruje do explicitní uzavřené formy pro řešení součinitele  $\beta$ . Pro praxi, součinitel  $\alpha$  ze vzorců (3.31) a (3.33) ve skutečnosti vymezuje vrchol vnějšího porušení plochy prvku.

Takto proměnná hodnota součinitele  $\beta$  závisí na sklonu úhlu  $0^\circ - 90^\circ$  s malým přírůstkem, součinitel  $\alpha$  se zjistí ze vztahů (3.31) a (3.33).



Obrázek 3-9 Graf řešení upper-bound (horní hranice) metody

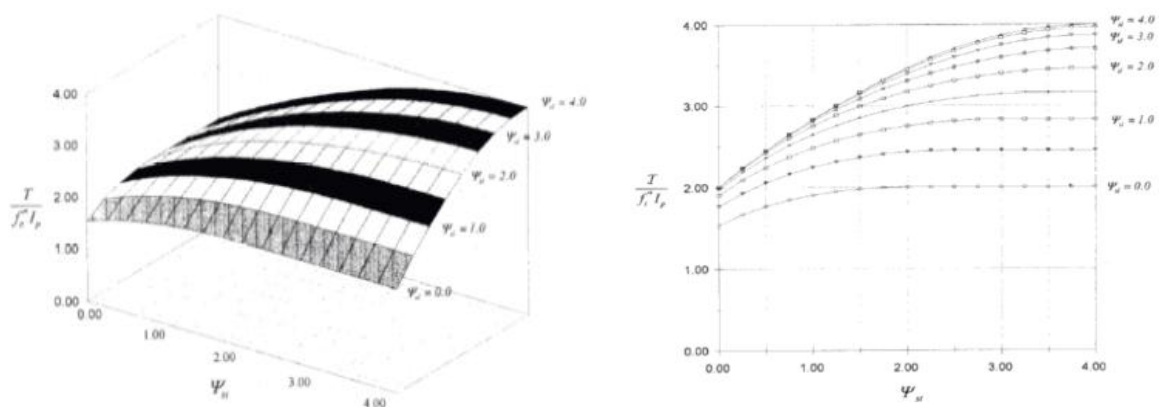
Numerické analyzování tohoto problému ukazuje, že směr plasticko-elastické deformace závisí na rozdílu součinitele podélného a příčného vyztužení v jejich absolutních hodnotách. Větší index vyztužení bude vynášet menší součást plastického toku v jeho směru. Ve skutečnosti se vyztuž v nevyztuženém směru během zatěžování nepoddá, což vede k tomu, že porucha prvku může být

způsobena poddajností výztuže v méně vyztuženém směru, nebo nastane drcení betonu pod dvouosým napětím v tlaku.

Pro dosažení kontribuce<sup>2</sup> z podélné výztuže, směr plasticko-elastické deformace  $\alpha$  musí být větší než  $\beta$ , nebo směr šikmého dotvarování vzhledem ke svislé ose. Předpokládaný větší součinitel  $\beta$  ve srovnání se součinitelem  $\alpha$  ukazuje, že podélná výztuž nebude podléhat napětí v tlaku v případě smykového napětí v průřezu.

**Práce** založená na porovnání a omezení řízení plasticko-elastické deformace:

Pro numerickou analýzu bylo využito výše zmiňovaných metod a programový matematický software MathCAD. Výsledky konečné (mezí) pevnosti železobetonového nosníku jsou představovány ve dvojrozměrném a trojrozměrném prostoru (Obrázek 3-10).

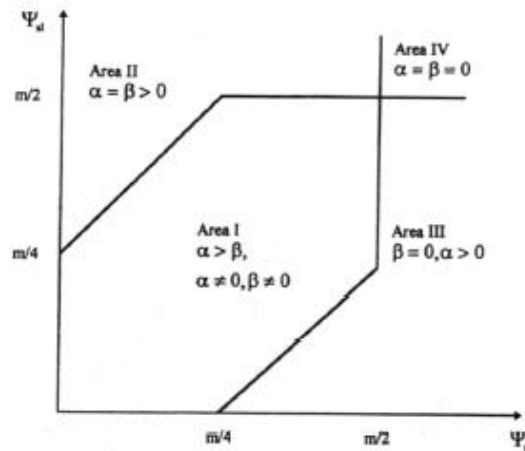


Obrázek 3-10 2D a 3D diagramy mezí pevnosti železobetonových nosníků v kroucení

### 3.5.1.4 Významnost řešení

Ve většině případů se beton při kroucení poruší kvůli smykovému napětí v prvku. Tento jev může být založený na porovnání směru plastického toku prvku s kritickou hodnotou indexu  $\alpha_0$ . Směr plasticko-elastické deformace  $\alpha$  je funkcí součinitelů  $\psi_{st}$  a  $\psi_{sl}$  viz obrázek 3-11. Z tohoto obrázku taktéž vyplývá, že porušení železobetonového prvku namáhaného na kroucení může nastat buď poddajností výztuže, nebo smykovým porušením betonu.

Z toho důvodu se nejnižší upper-bound (horní hranice) řešení dá rozdělit na čtyři oblasti v souladu se směry plasticko-elastických deformací a mezními hranicemi porušení betonu.



Obrázek 3-11 Směr plasticko-elastické deformace v závislosti na indexu vyztužení

**Oblast I** plasticko-elastické deformace jsou nenulové a nerovné. Podélná i příčná vyztuž prvku se může poddat v době porušení prvku. Beton vzdoruje působícímu zatížení.

$$|\psi_{st} - \psi_{sl}| < \frac{m}{4}; 0 < \psi_{sl} < \frac{m}{2}; 0 < \psi_{st} < \frac{m}{2} \quad (3.34)$$

**Oblast II** výrazná převaha vyztužení prvku v podélném směru. Podélná vyztuž se v době porušení prvku nepoddá. Součinitelé  $\alpha$  a  $\beta$  jsou si v této oblasti rovny.

$$\psi_{sl} \geq \psi_{st} + \frac{m}{4}; \psi_{sl} \geq \frac{m}{2} \quad (3.35)$$

**Oblast III** výrazná převaha vyztužení prvku v příčném směru. Příčná vyztuž (třmínky) je navržena tak, aby nedošlo k plastické ztrátě energie disipace rozptylem v příčném směru průřezu.

$$\psi_{st} \geq \psi_{sl} + \frac{m}{4}; \psi_{st} \geq \frac{m}{2} \quad (3.36)$$

**Oblast IV** výrazné vyztužení v obou směrech prvku. Součinitelé  $\alpha$  a  $\beta$  jsou nulové. Vyztuž nepřejímá žádné síly na mezi kluzu. Prvky v této oblasti mají max. mez pevnosti v krutu:  $\left(\frac{m}{2}\right) \cdot f_t^* \cdot I_p$  nebo  $0,5 \cdot f_c^* \cdot I_p$

$$\psi_{st} \geq \frac{m}{2}; \psi_{sl} \geq \frac{m}{2} \quad (3.37)$$

V technické praxi je až na několik málo případů prvek vždy navržen na únosnost v ohybu. Proto bývá z hlediska posuzování na čisté kroucení nevyztužen. Z tohoto hlediska by nemělo docházet k poddajnosti podélné výtluže v prvku porušeného trhlinami. V rámci plasticko-elastické deformace jsou tyto prvky omezeny délkově. Proto se dá zavést rovnost mezi směry plasticko-elastické deformace a příslušnými porušujícími se plochami.  $\alpha = \beta$

Pro tuto rovnost se dají vztahy pro určení součinitele  $\alpha$  zjednodušit:

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{K}{1 + \psi_{st}}} \quad \text{pro } \alpha \geq \alpha_0 \quad (3.38)$$

$$\alpha = \arcsin\left(1 - \frac{2}{m} \cdot \psi_{st}\right) \quad \text{pro } \alpha < \alpha_0 \quad (3.39)$$

Nejnižší upper-bound (horní hranice) řešení, lze pak vyjádřit tímto vztahem:

$$\frac{T}{f_t^* \cdot I_p} = \begin{cases} 2\sqrt{K(1 + \psi_{st})} & \text{pro } \alpha \geq \alpha_0 \\ \sqrt{\psi_{st}(m - \psi_{st})} & \text{pro } \alpha < \alpha_0 \end{cases}$$

kde:  $I_p = \frac{1}{12} \cdot a^2(3b - a)$ , plastický modul průřezu v kroucení pro obdélník

Takto formulované řešení vede k analogii s teorií sand-heap (kapitola 3.3.2).

Klasický přístup k pevnosti v kroucení obdélníkového průřezu inklinuje k tomuto řešení:

$$T = \frac{a^2 \cdot k}{6}(3b - a) \quad (3.40)$$

kde:  $k = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$ , pro Von Mises  $k = \frac{f_y}{2}$ , pro Tresca

dodatek:

<sup>1</sup>...**Disipace energie**: přeměna některé formy energie v teplo. Teplo nelze dle druhé termodynamické věty beze zbytku zpětně přeměnit v jiné druhy energie, takže při disipaci energie dochází vždy ke „znehodnocování“ energie.

<sup>2</sup>...**Kontribuce**: nucený (vynucený) příspěvek veličiny.

### 3.6 Metoda dimenzionální analýzy

Metoda formuluje obecnou rovnici Buckingham-Pi věty používající pouze dvou experimentálních výsledků. Navazuje na metodu mezní analýzy. Dimenzionální analýza se nezakládá na nějakém předpokladu nebo hypotéze, ale spoléhá se na systematickém tvoření sledu důležitých proměnných spojených s fyzikálním formováním nekonečně malých seskupení prvků (MKP). Dimenzionální analýza je tvořena souborem experimentálních dat. První vstupní skupina hodnot (kontrol point) je určena pro vytváření rovnic dimenzionální analýzy a druhá skupina dat (check point) slouží pro ověřování uspořádaných vztahů metody mezní analýzy. Výpočty dimenzionální analýzy se porovnávají zejména s výsledky mezní analýzy a s experimenty na reálných prvcích.

#### 3.6.1 Základní formulace rovnic

Dimenzionální analýza se snaží snížit na minimum sledovaný dimenzionální prostor, ve kterém by chování specifické soustavy uspořádávalo a kombinovalo systematicky předpokládané určení proměnné:

$(V) = (V_1, V_2, \dots, V_n)$  zahrnující  $m$  nezávislé primární rozměry  $(D) = (D_1, D_2, \dots, D_n)$ , v  $N = (n - m)$  nekonečně malých skupin, které jsou  $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$ ,  $N$  jsou menší než  $V$  (Butterfield 1999).

Funkční prostor vypadá takto:  $V = \{T_u, \Psi_{sl}, \Psi_{st}, f_c, I_p\}$ , proto  $m = 5$ .  
Rozměry proměnné:  $\{V\} \Rightarrow [M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-2}, 0, 0, M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}, M^0 \cdot L^3 \cdot T^0]$ ,  $m = 3$

Nutný předpoklad podmínky  $D_{\min}$ , která snižuje celkový počet primárních rozměrů v ustaveném prostoru  $V$ , je minimalizovat hodnotu  $m$  a takto vysvětlit největší možný počet nekonečně malých skupin.

Pokud uvažujeme  $F = M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-2}$ ,  $V = \{F^1 \cdot L^1, 0, 0, F^1 \cdot L^{-2}, L^3\}$ , proto  $m = 2$  podmínka  $D_{\min}$  je uspokojivá. Z toho vyplývá: počet opakování proměnné formuluje  $Q$ . Tak, že množství nekonečně malých množin  $\Pi$  - seskupení a také počet samostatných proměnných je  $N = (n - m) = (5 - 2) = 3$ .

R je množina proměnných ve V, která vykazuje každý další rozměr naprosto odlišný, proto  $R = \{T_u, f_c, I_p\}$ . Nekonečně malé skupiny jsou poskládané kombinací opakování (Q) a oddělené (NOTQ) proměnné sady.

Q je vybraný z R, tudíž:

$$R = \{T_u, f_c\}, \quad R = \{T_u, I_p\}, \quad R = \{f_c, I_p\} \quad (3.41) \quad (3.42) \quad (3.43)$$

Užitím rovnice (3.41), izolujeme proměnné  $\{\psi_{sl}, \psi_{st}, I_p\}$  a opakujeme  $\{T_u, f_c\}$ , proto jsou nekonečně malé skupiny:

$$\pi_1 = \{T_u, f_c, \psi_{sl}\} \quad \pi_2 = \{T_u, f_c, \psi_{st}\} \quad \pi_3 = \{T_u, f_c, I_p\}$$

Z toho důvodu:

$$\pi_1 = \{T_u^a, f_c^b, \psi_{sl}^c\} \quad (3.44)$$

Rozpis rovnice (3.44)  $[M^0 \cdot L^0 \cdot T^0] = [M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-2}]^a \times [M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]^b \times [M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]^b$ , srovnávací indexy jak na levé straně rovnic, tak na pravé; pro

$$M: \quad 0 = a + b$$

$$L: \quad 0 = 2a - b$$

$$T: \quad 0 = -2a - 2b$$

Potom  $a = 0, b = 0, c = 1$ . Nahrazením těchto hodnot v rovnici (3.44)

$$\pi_1 = (T_u^0 \times f_c^0 \times \psi_{sl}^1) = \psi_{sl} \quad (3.45)$$

$$\pi_2 = (T_u^0 \times f_c^0 \times \psi_{st}^1) = \psi_{st} \quad (3.46)$$

$$\pi_3 = (T_u^0 \times f_c^0 \times I_p^1) = I_p \quad (3.47)$$

Pro dosažení přesné povahy ( $\varphi$ ), poměr síla-výsledek pro nekonečně malé skupiny jsou užity dva vztahy:

$$\pi_3 = \beta_1 \cdot \pi_1^{\beta_2} \cdot \pi_2^{\beta_3} \quad \text{a} \quad T_u / f_c \cdot I_p = \beta_1 \cdot \psi_{sl}^{\beta_2} \cdot \psi_{st}^{\beta_3} \quad (3.48)$$

Rovnice (3.48) v logaritmickém tvaru:

$$\log(\pi_3) = \log(\beta_1) + \beta_2 \cdot \log(\pi_1) + \beta_3 \cdot \log(\pi_2) \quad (3.49)$$

kde:  $\pi_3$  ... je upraven jako závislá proměnná hodnota konstant ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ). Dá se aproximovat mnohonásobnou regresivní analýzou z rovnic (3.48) a (3.49).

Nebo se dá užít tzv. systém postupu pokus - omyl z rovnice (3.48), ve kterém všechny  $\pi$  - podmínky jsou experimentálně měřené hodnoty, nebo jsou vhodně odhadnuty za pomoci matematických analýz.

### 3.6.2 Finální vztahy + vstupní hodnoty

Jelikož metoda úzce kooperuje s výsledky z reálných experimentů kroucených prvků (Hsu 1968). Tento experiment byl také použit k samotné formulaci metody dimenzionální analýzy a z jeho výsledků byly použity hodnoty konstant  $\beta$  pro tuto názornou ukázkou užití metody dimenzionální analýzy:

Pro nosník (B3 – Hsu 1968) a dle tabulky byla kontrolní rovnice, za pomoci vstupních hodnot (kontrol point), pro vyjádření konstant ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ) z rovnice (3.48) formulována takto:

$$0,2797 = \beta_1 \cdot 3,52^{\beta_2} \cdot 1,28^{\beta_3} \quad (3.50)$$

Rovnice (3.50) v logaritmickém tvaru:

$$-1,274 = \ln(\beta_1) + 1,258 \cdot \beta_2 + 0,25 \cdot \beta_3 \quad (3.51)$$

Tento postup se následně aplikuje na další vstupní soubory z experimentálních dat. Stejnou substitucí do rovnice (3.48) dostaneme pro jiný soubor dat výslednou rovnici pro vyjádření hodnot ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ):

$$0,405 = \beta_1 \cdot 6,35^{\beta_2} \cdot 4,20^{\beta_3} \quad (3.52)$$

$\beta$  - součinitelé budou vybrány za pomoci metody pokus – omyl, tak aby platily rovnice (3.50) a (3.52). Za pomoci regresivní analýzy budou hodnoty součinitelů

$\beta$  zpřesňovány až na přijatelně platnou hodnotu. Pro tento konkrétní příklad vychází rovnice pro určení mezního torzního momentu následovně:

$$T_u = 0,17 \cdot \psi_{si}^{0,3} \cdot \psi_{st}^{0,14} \cdot f_c \cdot I_p \quad (3.53)$$

pro hodnoty:  $\beta_1 = 0,17$      $\beta_2 = 0,3$      $\beta_3 = 0,14$

Rovnice pro určení mezního torzního momentu, která je takto formulována, platí pouze pro zadané vstupní hodnoty z experimentu (nelze brát jako obecnou formulaci).

Metoda dimenzionální analýzy dává velice dobré výsledky pro určení mezního torzního momentu prvku, avšak je třeba brát v úvahu, že je potřeba provést reálný experiment na zkoumaném prvku, pro získání vstupních (control point) a výstupních hodnot (check point). Výhodou této metody je, že výpočet pracuje s přímo ověřenými fyzikálně-mechanickými parametry použitých materiálů.

### 3.7 Návrhové diagramy pro určení pevnosti nosníků v kroucení

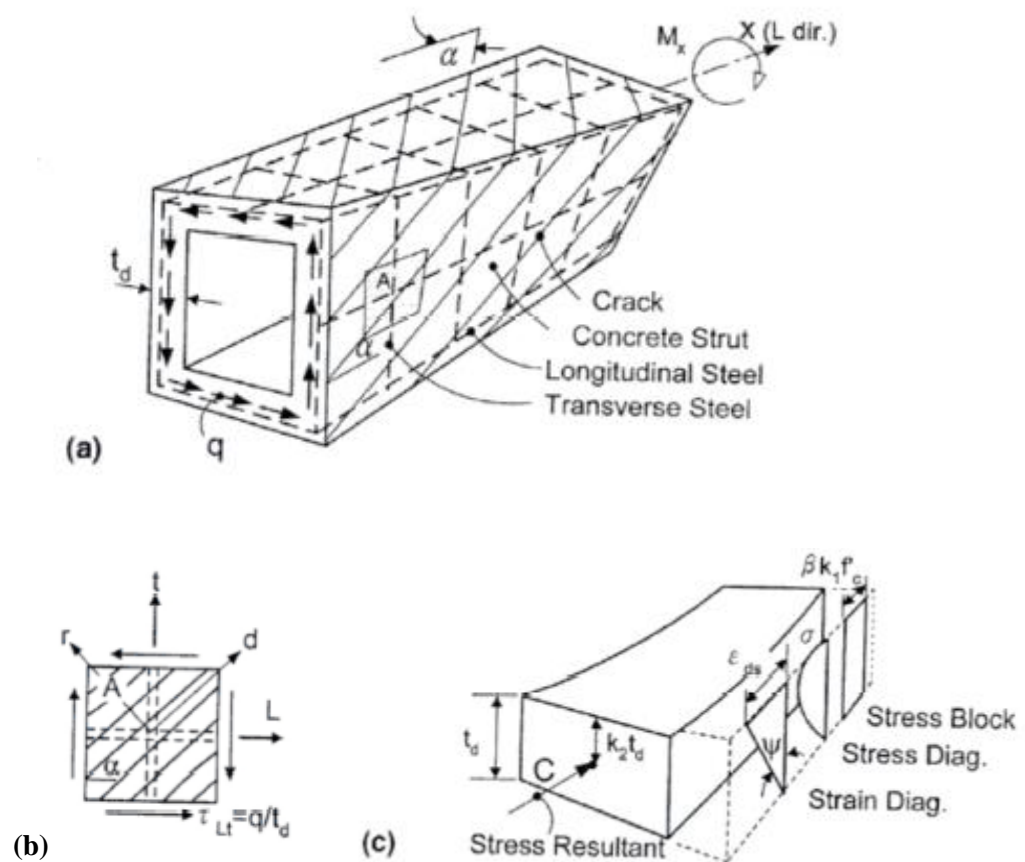
Za pomoci návrhových diagramů lze účinně získat hodnotu mezní pevnosti v kroucení prvku. Dále se dají zjistit maximální mezní torzní momenty v závislosti na použitých materiálech a způsobu vyztužení. První vstupní údaje jsou získány ze souboru experimentálních zkoušek a jejich hodnot. Cílem nastavení diagramů je získání takových výstupů, které ve srovnání s výsledky z experimentální části vycházejí na stranu bezpečnou.

Pro existující železobetonový obdélníkový průřez se dají zformované konstrukční diagramy použít pro určení odpovídajícího způsobu porušení prvku a ke stanovení jeho mezní pevnosti. Diagramy jsou formované na dvou definovaných indexech vyztužení pro podélnou a příčnou (smykovou) výztuž. Diagramy jsou konstruované tak, že indexy vyztužení jsou závislé na rozměrech prvku, pevnosti betonu a meze kluzu výztuže. Přesnost konstrukčních diagramů se dá srovnat s modelem měkčeného příhradového nosníku.

Návrhové diagramy vycházejí z příhradové analogie pro kroucení.

### 3.7.1 Podmínky rovnováhy

Při podléhání železobetonového nosníku účinkům kroucení se směrem kolem prvku vytvářejí diagonální trhliny. Když dojde k vytvoření trhlin, lze nosník idealizovat modelem prostorové příhradové analogie (obrázek 3.12 a), kde kroucí moment  $M_x$  se vzpírá vnitřním torzním silám vyplývajících z cirkulujících toků  $q$ . Smykový tok  $q$  obsahuje pole  $a$ , které se nazývá pole smykového toku, jenž má tloušťku  $t_d$ . Element A v poli smykového toku (obrázek 3.12 a) podléhá smykovému napětí (obrázek 3.12 b).



Obrázek 3.11 a) příhradová analogie pro kroucení b) rovinné chování elementu  
 c) průběh napětí po ploše prvku

Rovnice rovnováhy daného elementu se dá vyjádřit takto:

$$\sigma_d \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_L \cdot f_L = 0 \quad (3.54)$$

$$\sigma_d \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_t \cdot f_t = 0 \quad (3.55)$$

$$-\sigma_d \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \tau_{Lt} \quad (3.56)$$

V rovnicích (3.54) a (3.55) se vyskytují součinitele pro podélnou výztuž a příčnou výztuž:

$$\sigma_L = \frac{A_L}{p_0 \cdot t_d} \quad \sigma_t = \frac{A_t}{s_{td}} \quad (3.57) \quad (3.58)$$

kde:  $A_L$  ...celková průřezová plocha podélné výztuže  
 $A_t$  ...průřezová plocha jednoho třmínku  
 $p_0$  ...délka uzavřené křivky osy pole smykového toku  
 $s$  ...vzdálenost mezi třmínky

### 3.7.2 Podmínky kompatibility

Musejí být splněny tři podmínky kompatibility:

$$\varepsilon_L + \varepsilon_t = \varepsilon_d + \varepsilon_r \quad (3.59)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_d}{\varepsilon_t - \varepsilon_d} \quad (3.60)$$

$$\gamma_{Lt} = 2(\varepsilon_t - \varepsilon_d) \tan \alpha \quad (3.61)$$

Pro tenkostěnné profily platí vztah mezi smykovým přetvořením  $\gamma_{Lt}$  a poměrným zkroucením  $\chi_\chi$  tento:

$$\chi_\chi = \frac{p_0}{2A_0} \cdot \gamma_{Lt} \quad (3.62)$$

V době, kdy začne prvek podléhat kroucení, začne probíhat proces deponace ve stěně prvku, která v případě kroucení způsobuje ohyb v konkrétních vzpěrách modelu příhradové analogie (Obrázek 3.11). Vztah je formulován takto:

$$\psi = \chi_\chi \cdot \sin 2\alpha \quad (3.63)$$

kde:  $\Psi$  ...zkřivení betonové vzpěry

Proto lze tloušťku fiktivní stěny  $t_d$  z důvodu maximálního napětí na vnějším povrchu stěny zapsat následovně:

$$t_d = \frac{-\varepsilon_{ds}}{\psi} \quad (3.64)$$

Rozdělení napětí přes tloušťku má lineární průběh (*obrázek 3.11 c*). Průměrné napětí  $\varepsilon_d$  odpovídající místu, ve kterém je lokalizováno výsledné napětí, se spočte:

$$\varepsilon_d = \frac{\varepsilon_{ds}}{2} \quad (3.65)$$

### 3.7.3 Základní zákony betonových vzpěr příhradové analogie a prutů z ocele

Jednoosá křivka napětí v betonové vzpěře vyjádřená parabolickou křivkou:

$$\sigma = -\beta \cdot f_c \cdot \left[ 2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right] \quad (3.66)$$

kde:  $\varepsilon_{c0}$  ...-0,002

$f_c$  ...pevnost betonu v tlaku

$\beta$  ...parametr reprezentující účinek měkčení kvůli tahové trhlině v kolmém směru

Parametr měkčení (Collins 1986, Vecchio) je formován tímto způsobem:

$$\beta = \frac{1}{0.8 + 170\varepsilon_r} \leq 1,0 \quad (3.67)$$

kde:  $\varepsilon_r$  ...hlavní tahové napětí v betonové vzpěře

pokud  $f_c > 35$  MPa, pak vzorec (3.67) nemusí být dostatečně přesný.

Průměrný tlak v betonové vzpěře dle *obrázku 3.11* je dán vztahem:

$$\sigma_d = -k_1 \cdot \beta \cdot f_c \quad (3.68)$$

kde:  $k_1$  ...bezrozměrný koeficient definovaný jako procento průměrného tlaku ve vzpěře vůči maximálnímu tlaku ve vzpěře  $-\beta \cdot f_c$ . Pro získání ekvivalentní hodnoty síly k tlakovému napětí je třeba součinitel  $k_1$  formulovat následně:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_{ds}}{\varepsilon_{c0}} \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_{ds}}{3\varepsilon_{c0}} \right) \quad (3.69)$$

Výsledná jednotková šířka měkčení nosníku C při namáhání tlakem má velikost  $C = k_1 \beta f_c t_d$ . Pozice jednotkové šířky v místě maximálních tlačných vláken průřezu je  $k_2 t_d$ . Hodnota součinitele  $k_2$  leží v rozpětí 0,4 – 0,5.

### 3.7.4 Možné porušení v závislosti na vyztužení prvku

Železobetonový prvek se může porušit za těchto předpokladů:

- a) Slabé vyztužení prvku v obou směrech
- b) Slabé vyztužení v podélném směru
- c) Slabé vyztužení v příčném směru
- d) Prvek je správně vyztužen

V případech a), b), c) dochází dříve k překročení meze kluzu oceli pro daný směr slabého vyztužení, než se začne deformovat beton.

V případě d) dochází dříve k porušení betonu. Porušení betonu se uvažuje v momentě, kdy dosáhne mezní přetvoření betonu hodnoty  $\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} = -0,0035$ .

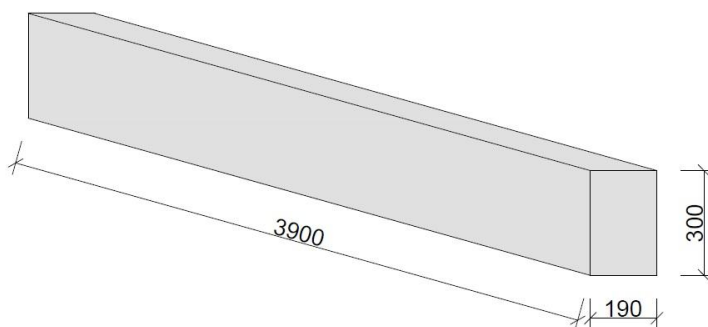
Železobetonový průřez, materiálové vlastnosti oceli a betonu a mód porušení prvku lze zkonstruovat na procentuelních indexech vyztužení  $\sigma_L$ ,  $\sigma_T$ . Pro označení daného způsobu porušení.

Diagramy jsou rozděleny na čtyři oblasti dvěma křivkami, které vyznačují hranici porušení průřezu v oblastech podélné a příčné vyztuže  $I_L$ ,  $I_T$ .

## 4 Návrh a výroba zkušebních prvků a těles

### 4.1 Návrh zkušebních prvků a doprovodný těles

Jako zkušební prvek byl dle potřeby zatěžování zvolen trámový prvek obdélníkového průřezu o rozměrech 190 x 300 x 3900 mm *obrázek 4-1*. Celkem byly vyrobeny tři obdobné prvky.



Obrázek 4-1 schéma zkušebního prvku

Vyztužení prvku bylo zvoleno tak, aby adekvátně odolávalo účinkům od prostého kroucení. Smyková výztuž je svazovaná, viz příloha III. Jako hlavní podélná výztuž byla navržena výztuž  $\varnothing$  14mm, podélná výztuž v polovině průřezu byla z prutů  $\varnothing$  10mm pro smykovou výztuž (třmínky) byla vybrána výztuž  $\varnothing$  8mm. Celý návrh betonářské výztuže je vyobrazen v příloze I.

Betonáž prvku byla prováděna po záměsích, přičemž z každé záměsi byla vybetonována zkušební tělesa pro zjištění fyzikálně mechanických vlastností betonu pro potřeby numerické analýzy prvku. Jednotlivé počty zkušebních těles jsou v *Tabulce 4.1*.

| Zkušební prvky                   |              |                         |          |                                 |
|----------------------------------|--------------|-------------------------|----------|---------------------------------|
| prvek                            | rozměry [mm] | objem [m <sup>3</sup> ] | počet ks | celkový objem [m <sup>3</sup> ] |
| válec                            | 150x300      | 0,0053                  | 9        | 0,048                           |
| hranol                           | 100x100x400  | 0,0040                  | 9        | 0,036                           |
| krychle                          | 150x150x150  | 0,0034                  | 9        | 0,030                           |
| Celkový objem doprovodných těles |              |                         |          | 0,114                           |

Tabulka 4.1

## 4.2 Návrh čerstvého betonu pro výrobu zkušebních prvků a doprovodných těles

Návrh byl proveden dle předepsané receptury podle ČSN EN 206-1 [1.4] s ohledem na jeho pevnost a technologii zpracování čerstvého betonu.

Receptura čerstvého betonu pro výrobu zkušebního prvku a všech doprovodných těles, při předpokládané třídě betonu C 25/30 je vyobrazena v *tabulce 4.2*. Celkem bylo nutné namíchat tři záměsi betonové směsi dle zvolené receptury.

| Složení směsi čerstvého betonu |                 |                         |                      |                      |                   |                  |
|--------------------------------|-----------------|-------------------------|----------------------|----------------------|-------------------|------------------|
| materiál                       | označení        | hmotnost/m <sup>3</sup> | objem/m <sup>3</sup> | objem. hm.           | objem/50litrů     | hmotnost/50litrů |
|                                |                 | [kg]                    | [m <sup>3</sup> ]    | [kg/m <sup>3</sup> ] | [m <sup>3</sup> ] | [kg]             |
| cement                         | 32,5 R          | 360                     | 0,119                | 3020                 | 0,0055            | 17,64            |
| voda                           |                 | 198                     | 0,198                | 1000                 | 0,0097            | 9,70             |
| kamenivo                       | 0-4mm           | 909,2                   | 0,337                | 2700                 | 0,0165            | 44,55            |
|                                | 8-16mm          | 839,2                   | 0,311                | 2700                 | 0,0152            | 41,12            |
| plastifikátor                  | Addiment FM 350 | 1,08                    | 0,001                | 1080                 | 0,00005           | 0,053            |

Tabulka 4.2

Laboratorní zkoušky na doprovodných tělesech, jsou uvedeny v *tabulce 4.3*. Všechna doprovodná tělesa byla vytvořena ze stejné betonové směsi jako zkušební prvek. Zkoušky byly prováděny po 28 dnech zrání doprovodných těles.

| Doprovodné zkoušky zkušebních těles |                        |             |
|-------------------------------------|------------------------|-------------|
| zkouška                             | těleso                 | počet těles |
| krychelná pevnost                   | krychle o hraně 150 mm | 9           |
| Válcová pevnost                     | válec 150x300 mm       | 9           |
| hranolová pevnost                   | hranol 100x100x400 mm  | 9           |
| statický modul pružnosti            | hranol 100x100x400 mm  | 9           |
| zkouška lomových parametrů          | hranol 80x80x480 mm    | 3           |

Tabulka 4.3

### 4.3 Příprava betonáže

Bednění trámu bylo vyrobeno z překližky tloušťky 18mm a z ocelové formy s vnitřními rozměry odpovídajícími rozměrům železobetonového trámu. Betonářská výztuž byla vyvázána do armokoše. Takto vyvázaný armokoš byl uložen do bednění za pomoci distančních tělísek, která zajišťovala pevnou polohu výztuže. Na krouceném konci trámu byla vsazena a pevně zabetonována ocelová krabice pro přenos krouticího momentu do prvku. viz. (Příloha – III). Vnitřní povrch bednění byl předem ošetřen odbedňovacím přípravkem pro snadné vyjmutí prvku z bednění.

### 4.4 Betonáž

Betonáž byla prováděna na Ústavu stavebního zkušebnictví. Objem jedné záměsi byl zvolen s ohledem na kapacitu míchacího zařízení s nuceným oběhem 50 litrů viz. (Příloha – V). Po namíchání každé směsi se nejprve provedlo betonování zkušebních vzorků.

Betonáž jednoho zkušebního prvku byla provedena z pěti záměsí, každá záměs byla po nalití do bednění zhutněna za pomoci ponorného vibrátoru.

Celkem bylo na vybetonování všech zkušebních prvků a doprovodných těles potřeba 18 záměsí o objemu 0,9 m<sup>3</sup>. Vrchní vrstva každého vybetonovaného prvku byla částečně uhlazena zednickou lžící.

### 4.5 Ošetřování

Doprovodná zkušební tělesa a zkušební betonové vzorky byly po dobu jednoho týdne pravidelně vlhčeny a zakryty igelitovou fólií, aby byla zachována rovnoměrná vlhkost. Poté byly odbedněny a za konstantní teploty ponechány v laboratoři.

## 5 Laboratorní zkoušky pro zjištění mechanických vlastností betonu a oceli

Ještě před samotným začátkem zkoušek byla všechna zkušební tělesa zvážena na digitální váze a změřena posuvným měřítkem. Podle těchto dat se stanovila objemová hmotnost každého zkušebního tělesa:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (5.1)$$

kde:  $m$  ...hmotnost tělesa

$V$  ...objem tělesa

Objemové hmotnosti ocelových prutů a doprovodných těles jsou v příloze – III.

### 5.1 Pevnost betonu v tlaku

Pevnost v tlaku se zkoušela na krychlích o hraně 150 mm, na hranolech o rozměrech 100x100x400 mm a na válcích o rozměrech 150x300 mm. Pevnost betonu v tlaku se určí jako poměr mezní síly při porušení vzorku k ploše průřezu:

$$F_c = \frac{F}{A_c} \quad (5.2)$$

Kde:  $F$  ...zatížení při porušení tělesa

$A_c$  ...zatěžovací plocha prvku

Zatěžovalo se plynule s konstantním nárůstem zatěžovací síly. Krychelná pevnost betonu v tlaku vzorku se označuje  $f_{c,cube}$ . Hranolová pevnost betonu se označuje:  $f_{c,prism}$  a válcová pevnost v tlaku se značí  $f_{c,cyl}$ . Hranolová pevnost by se měla pohybovat v rozmezí 70 – 80% krychelné pevnosti. Vyhodnocení pevnosti betonu v tlaku je v (Příloha – III). Beton byl zatříděn podle ČSN EN 206 – 1 následovně: **C 25/30**

|              |                                  |         |
|--------------|----------------------------------|---------|
| Kritérium 1: | $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$         |         |
|              | $39,73 \geq 30 + 4 = 34$         | splňuje |
| Kritérium 2: | $f_{c,cube,min} \geq f_{ck} - 4$ |         |
|              | $36,94 \geq 30 - 4 = 27$         | splňuje |

Kritérium 3:  $f_{c,cube,min} \geq f_{ck} + 3$   
 $36,94 \geq 30 + 3 = 33$  splňuje

Kde:  $f_{cm}$  ...průměr z výsledků zkoušek  
 $f_{ck}$  ...charakteristická pevnost betonu v tlaku  
 $f_{c,cube,min}$  ...minimální krychelná pevnost betonu v tlaku

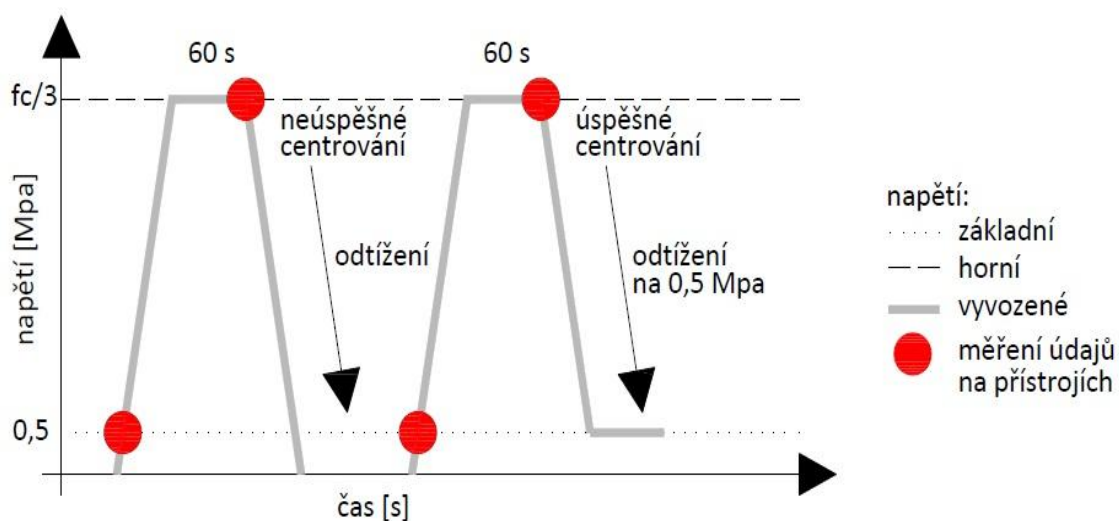
## 5.2 Statický modul pružnosti betonu v tlaku

Statický modul pružnosti betonu v tlaku se zkoušel na vzorcích o rozměrech 100x100x400 mm viz. (Příloha – III). Modul pružnosti je významná pružnostní charakteristika vyjadřující deformační schopnosti materiálu. Zjišťuje se z deformací, které nastávají při známém zatížení na základě Hookova zákona. Statický modul pružnosti betonu závisí na velikosti deformace, která vzniká při známém zatížení zkoušeného tělesa. Platí tento vztah:

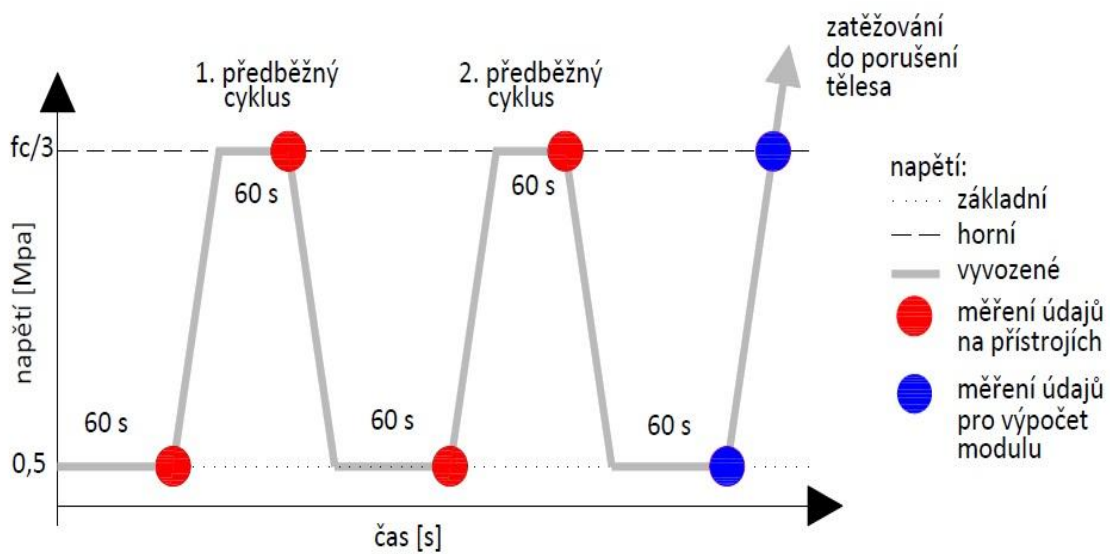
$$E_c = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (5.3)$$

Kde:  $\Delta\sigma$  ...rozdíl horního a dolního napětí  $\Delta\sigma = \sigma_b - \sigma_a$   
 $\sigma_b$  ...horní napětí  $\sigma_b = f_{c,prism} / 3$   
 $\sigma_a$  ...dolní napětí  $\sigma_a = 0,5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$   
 $\Delta\varepsilon$  ...průměrná změna poměrného přetvoření mezi horním a dolním  
Napětím

Zkušební tělesa byla cyklicky zatěžována dolní silou  $F_a$  (5 kN) a horní silou  $F_b$  (97,5 kN). Tyto síly se vypočítaly z dolního a horního napětí. Obecný průběh centrace a zatěžování prvku je znázorněn na obrázku 5-1 a 5-2.



Obrázek 5-1



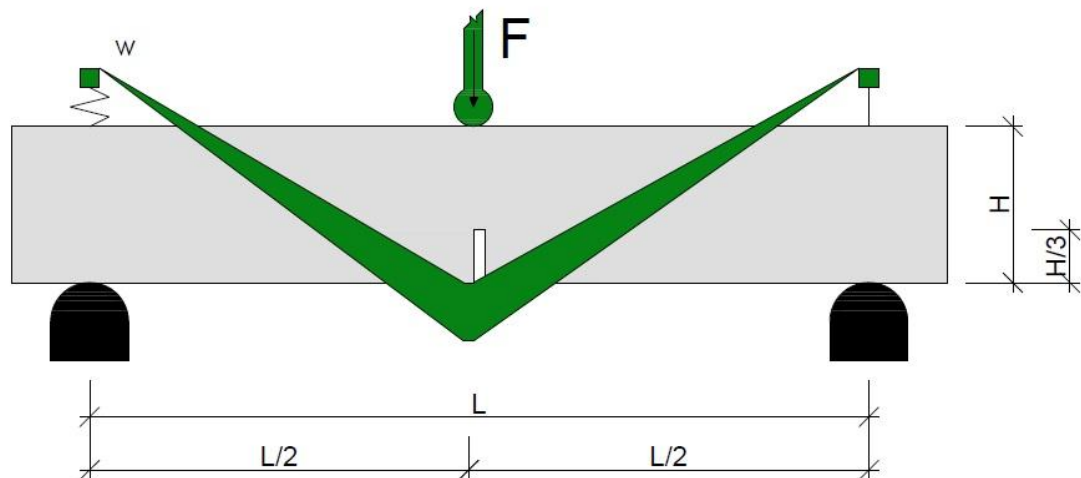
obrázek 5 -2

### 5.3 Lomové parametry betonu

Lomové parametry betonu byly získány ze zkoušky v tříbodovém ohybu. Zkouška byla prováděna na zkušebních vzorcích o rozměrech 80x80x480 mm, ve kterých byla za pomoci kotoučové pily vytvořena počáteční trhлина (zářez).

Počáteční trhлина (zářez) byla vytvořena ve střed rozpětí v tažených vláknech a sahala do třetiny výšky průřezu. Na upravené zkoušené těleso, které bylo situováno zářezem dolů, se umístila měřicí konstrukce („vlaštovka“) s indikátorem průhybu viz. *Obrázek 5-2*. V průběhu zkoušky byla zaznamenána zatěžovací síla  $F$  a průhyb  $w_k$ . Vzhledem ke konstrukci celého snímacího zařízení bylo pro získání celkového průhybu  $w$  nutno průhyb  $w_k$  podělit dvěma.:

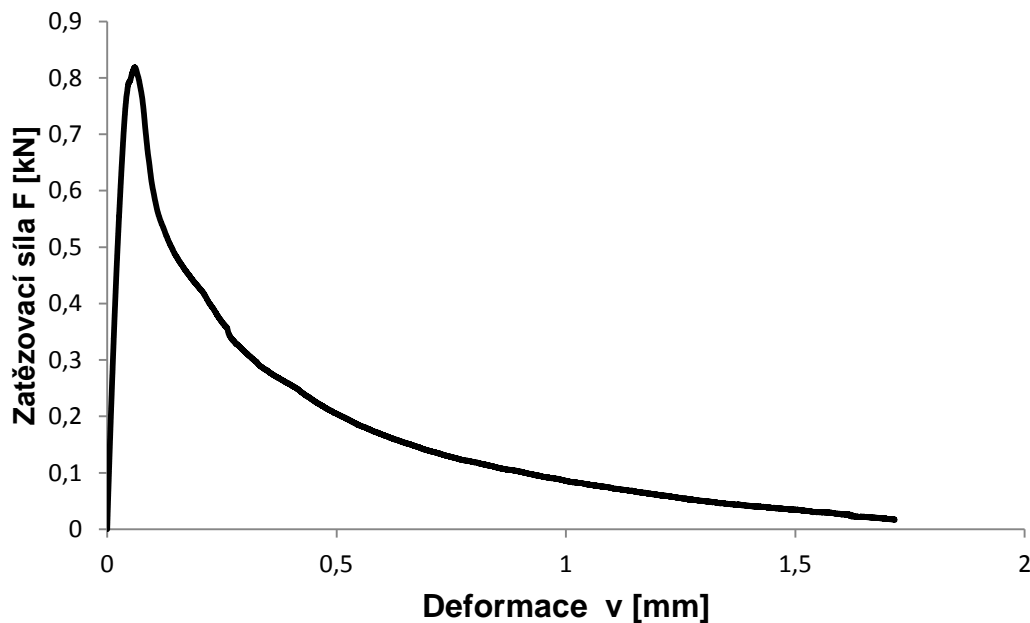
$$w = \frac{w_k}{2} \quad (5.4)$$



*Obrázek 5-3 Zatěžovací sestava zkoušky lomových parametrů betonu*

Zatěžování se provádělo konstantním přírůstkem deformace (0,05 mm/min) až do porušení vzorku. Síla  $F$  a průhyb  $w_k$  byly ukládány na přenosné médium pro další zpracování v tabulkovém procesoru. Průběh zkoušky je znázorněn na *obrázku 5-4*.

### Závislost zatěžovací síly na deformaci



Obrázek 5-4

Cílem zkoušky bylo získání efektivní lomové energie, která se vypočítá z následujícího vztahu.:

$$G_f = \frac{A}{(h_z \cdot b_z)} \quad (5.4)$$

Kde:  $G_f$  ...efektivní lomová energie  
 $A$  ...plocha pod křivkou zatížení  
 $b_z$  ...šířka zářezu zkoušeného tělesa  
 $h_z$  ...výška zářezu zkoušeného tělesa

Vyhodnocení zkoušky je uvedeno v (Příloha – III).

## 5.4 Pevnost oceli v tahu

Je to odolnost proti tahové síle. Pevnost oceli v tahu zejména závisí na obsahu uhlíku a dále je ovlivněna teplotou. Při opakovaném namáhání pevnost oceli v tahu klesá až na hodnotu meze únavy (30 – 40% meze pevnosti). Mez pevnosti  $f_u$ , což je maximální normálové napětí za kterého je materiál ještě celistvý, je dána tímto vztahem.:

$$f_u = \frac{F_{max}}{A_s} \quad (5.5)$$

Kde:  $F_{max}$  ...maximální tahová síla  
 $A_s$  ...průřezová plocha namáhaného prutu

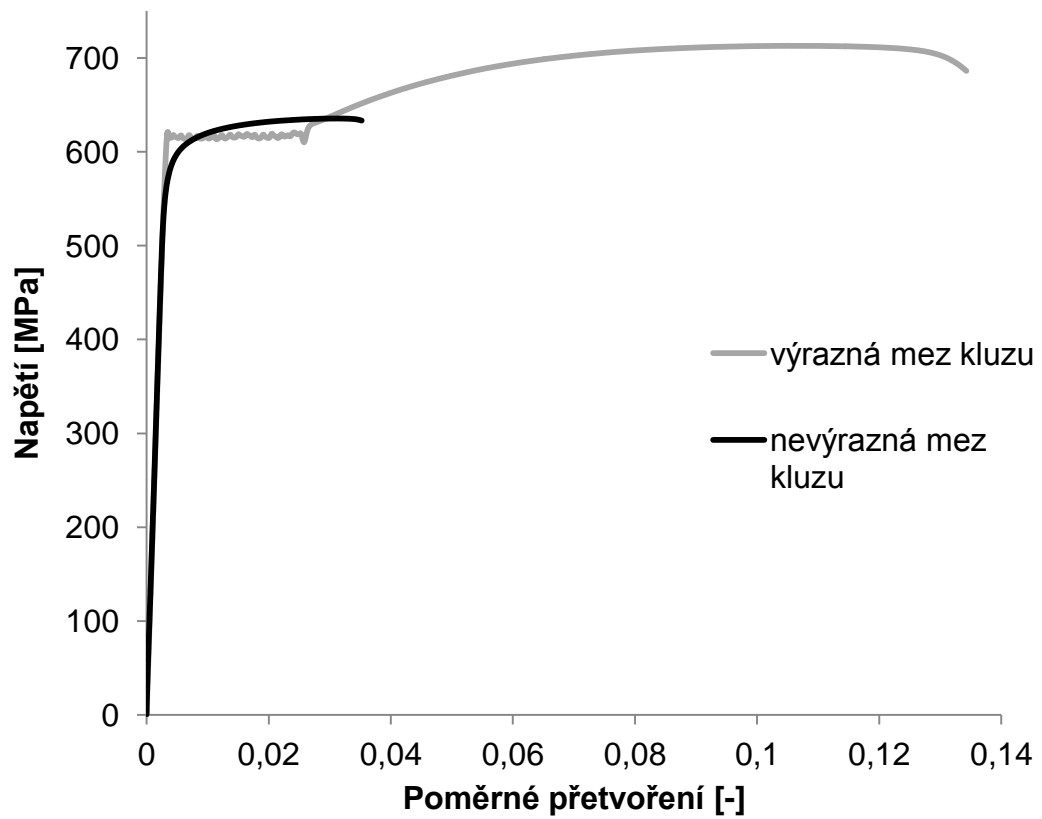
Mez kluzu  $f_y$  je hodnota normálového napětí na úrovni meze kluzu. Pokud není mez kluzu patrná z pracovního diagramu, platí u ocelí s nevýraznou mezí kluzu, je uvažována tzv. smluvní mez kluzu  $f_{y(0,2)}$ . Tato mez se stanoví následovně:

$$f_y = \frac{F_{0,2}}{A_s} \quad (5.6)$$

Kde:  $F_{0,2}$  ...maximální tahová síla na úrovni meze kluzu  
 $A_s$  ...průřezová plocha namáhaného prutu

Samotná zkouška pevnosti oceli v tahu byla provedena na třech reprezentativních vzorcích od každého profilu výztuže použité na výrobu armokoše. Celkem se testovalo devět vzorků, tři vzorky o průměru 14 mm, tři vzorky o průměru 10 mm a tři o průměru 8 mm. Zkoušený prvek byl osazen dvěma indukčnostními snímači dráhy a byl upnut do lisu, poté byl zatěžován tahovou silou. Na jednotlivých vzorcích byla před zkouškou odečtena hodnota počáteční měřené délky. Na této délce bylo zjištěno poměrné přetvoření oceli. Dále byla zjištěna hmotnost, délka a průřezová plocha prutu.

### Pracovní diagram oceli s výraznou a nevýraznou mezí kluzu



Obrázek 5-5

Vyhodnocení zkoušky pevnosti oceli je uvedeno v (Příloha – III).

## 5.5 Výsledky doprovodných zkoušek betonu a oceli

### Zatřídění betonu dle ČSN EN 206: C 25/30

|              |                                  |         |
|--------------|----------------------------------|---------|
| Kritérium 1: | $f_{cm} \geq f_{ck} + 4$         |         |
|              | $39,73 \geq 30 + 4 = 34$         | splňuje |
| Kritérium 2: | $f_{c,cube,min} \geq f_{ck} - 4$ |         |
|              | $36,94 \geq 30 - 4 = 27$         | splňuje |
| Kritérium 3: | $f_{c,cube,min} \geq f_{ck} + 3$ |         |
|              | $36,94 \geq 30 + 3 = 33$         | splňuje |

| VÝSLEDKY DOPROVODNÝCH ZKOUŠEK BETONU |  |
|--------------------------------------|--|
| Krychelná pevnost v tlaku nosníku N1 | $f_{c,cube} = 41,50 \text{ MPa}$       |
| Krychelná pevnost v tlaku nosníku N2 | $f_{c,cube} = 38,50 \text{ MPa}$       |
| Krychelná pevnost v tlaku nosníku N3 | $f_{c,cube} = 39,20 \text{ MPa}$       |
| Hranolová pevnost v tlaku nosníku N1 | $f_{c,prism} = 33,20 \text{ MPa}$      |
| Hranolová pevnost v tlaku nosníku N2 | $f_{c,prism} = 30,90 \text{ MPa}$      |
| Hranolová pevnost v tlaku nosníku N3 | $f_{c,prism} = 31,70 \text{ MPa}$      |
| Válcová pevnost v tlaku nosníku N1   | $f_{c,cyl} = 29,00 \text{ MPa}$        |
| Válcová pevnost v tlaku nosníku N2   | $f_{c,cyl} = 27,10 \text{ MPa}$        |
| Válcová pevnost v tlaku nosníku N3   | $f_{c,cyl} = 28,20 \text{ MPa}$        |
| Statický modul pružnosti nosníku N1  | $E_c = 40,00 \text{ Gpa}$              |
| Statický modul pružnosti nosníku N2  | $E_c = 34,50 \text{ Gpa}$              |
| Statický modul pružnosti nosníku N3  | $E_c = 37,50 \text{ Gpa}$              |
| Tahová pevnost nosníku N1            | $f_{t,beam} = 2,90 \text{ MPa} *$      |
| Tahová pevnost nosníku N2            | $f_{t,beam} = 2,70 \text{ MPa} *$      |
| Tahová pevnost nosníku N3            | $f_{t,beam} = 2,80 \text{ MPa} *$      |
| Specifická lomová energie            | $G_f = 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ MN/m}$ |

Tab. 5.1

\* Pevnosti betonu v tahu byly určeny dle předpisu CEB-FIP MC 90  $f_t = 0,24 \cdot f_{c,cube}^{2/3}$

| VÝSLEDKY ZKOUŠEK OCELI $\Phi$ 14 mm |                    |
|-------------------------------------|--------------------|
| Smluvní mez kluzu                   | $f_y = 588,30$ MPa |
| Mez pevnosti                        | $f_u = 646,6$ MPa  |
| Modul pružnosti                     | $E_s = 203,4$ GPa  |

Tab. 5.2

| VÝSLEDKY ZKOUŠEK OCELI $\Phi$ 10 mm |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|
| Smluvní mez kluzu                   | $f_{y(0.2)} = 675,0$ MPa |
| Mez pevnosti                        | $f_u = 742,8$ MPa        |
| Modul pružnosti                     | $E_s = 200,5$ GPa        |

Tab. 5.3

| VÝSLEDKY ZKOUŠEK OCELI $\Phi$ 8 mm |                    |
|------------------------------------|--------------------|
| Mez kluzu                          | $f_y = 569,7$ MPa  |
| Mez pevnosti                       | $f_u = 622,80$ MPa |
| Modul pružnosti                    | $E_s = 198,0$ GPa  |

Tab. 5.4

## 6 Numerická analýza

### 6.1 Základní informace

Pro porovnání reálného chování železobetonového prvku při zatěžovacích zkouškách byl vytvořen matematický modely v programu Atena 3D. Program výhodně uplatňuje model nelineárního chování betonu.

Autory programu Atena 3D jsou V. Červenka, J. Margoldová a R. Pukl. Pro výpočetní program Atena konstitutivní model byl vyvinut model rozetřené trhliny (smeared crack model). Výpočetní program využívá deformační varianty metody konečných prvků.

Numerický postup řešení programu Atena se skládá z těchto tří částí:

- Základní vztahy definující chování materiálu (vztahy mezi napětím a přetvořením jednotlivých materiálů).
- Postup metodou konečných prvků, diskretizace pole přetvoření (uzlové posuny).
- Řešení nelineárního problému pomocí souboru následných lineárních řešení.
- 

Podrobný popis funkce a chování programu je popsán v příručce [2.8].

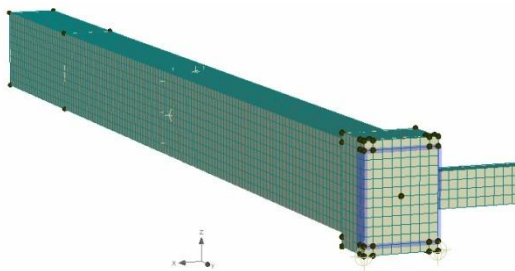
### 6.2 Materiálové modely

Model železobetonového prvku v programu Atena 3D byl vytvořen z materiálového modelu nelineárního betonu CC3DNonLinCementious2, multi-lineárních pracovních diagramů pro charakteristiku betonářské výztuže. Použit byl i 3D model bilineární oceli, který byl aplikován pro simulaci ramena a desek pro roznos zatížení.

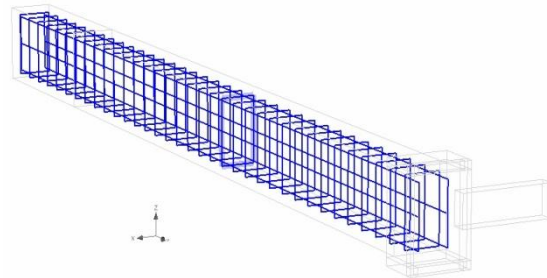
V obou modelech bylo pro simulaci zatížení užito přitěžování předepsanou silou v uzlu bodu sítě konečných prvků. Jako parametr výpočtu byla vybrána metoda Newton – Rapshon.

Pro model simulace experimentu byla použita data z doprovodných zkoušek zkušebních těles, ostatní parametry výpočtu byly generovány programem podle modelu CEB – FIP (1990) v závislosti na zadaných datech.

Výpočtový model v programu Atena 3D byl zadán jako zjednodušená simulace reálně provedené zkoušky. Na *obrázku 5-5 a 5-6* je patrné rozložení jednotlivých makroprvků a linií prutových výztuží.



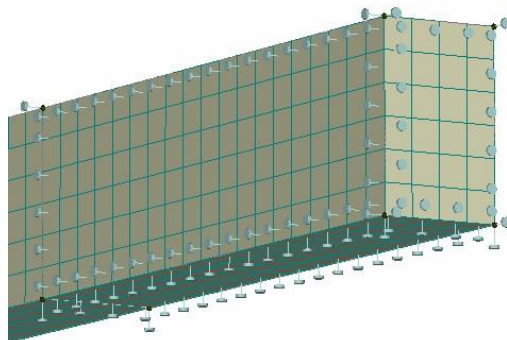
Obrázek 5-5 rozložení makroprvků



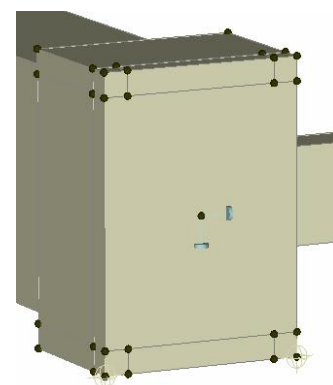
Obrázek 5-6 linie prutových výztuží

Vzhledem k náročnosti výpočetní úlohy na paměťovou kapacitu počítače, byla pro generování velikosti makroprvku zvolena hodnota 3 cm. Což bylo pro výstižnost a přijatelnost výsledků výpočtu dostačující.

Podpory prvku byly ve vetknutém konci namodelovány líniově viz. *Obrázek 5-7* a na konci zatěžovaném krouticím momentem byla podpora namodelována ve styčnicku a umožňovala posun pouze ve směru nejdelší strany prvku (osy y) viz. *obrázek 5-8*.



Obrázek 5-7 podepření vetknutého konce

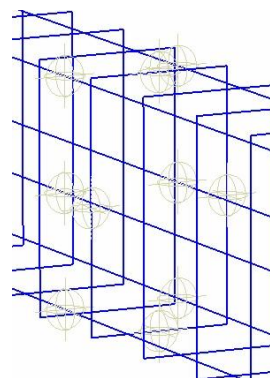


Obrázek 5-8 podpora krouceného konce

V modelu byly vytvořeny monitorovací body pro určení posunu ve směru osy z a ve směru osy x. Data z monitorů posunutí byla zpracována v tabulkovém procesoru pro určení pootočení prvku. Monitory posunutí jsou znázorněny na *obrázku 5-9*. Dále byly vloženy monitory napětí ve výztuži a to jak ve výztuži podélné, tak i ve výztuži příčné viz. *obrázek 5-10*.

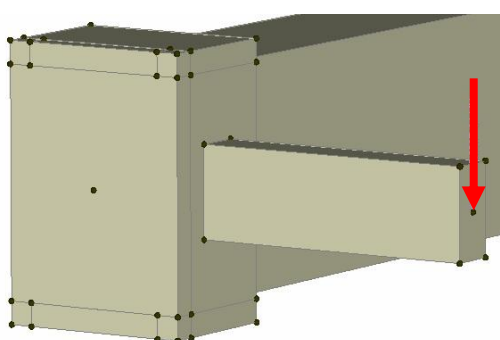


*obrázek 5-9*



*obrázek 5-10*

Zatěžovací síla, která působila na předem zvoleném rameni 0,5 m od střednice prvku, je znázorněna na *obrázku 5-11*. Velikost vnášené síly byla konstantní a to 1 kN/výpočtový krok. Celkem bylo zvoleno 40 zatěžovacích kroků.



*Obrázek 5-11*

Dále byly v programu nadefinovány tři zatěžovací stavy.:

- ZS1 ... podpory
- ZS2 ... vlastní tíha prvku
- ZS3 ... zatěžovací síly

Výpočtové kroky byly stanoveny následovně:

- Krok 1 ... ( ZS1 + ZS2 )
- Krok 2 – ( n+1 ) ... ( ZS2 + ZS3 ) n – počet kroků do porušení prvku

Konečné dělení sítě, počet výpočtových kroků a velikost přírůstku zatěžovací síly bylo stanoveno na základě předešlých chybných modelů.

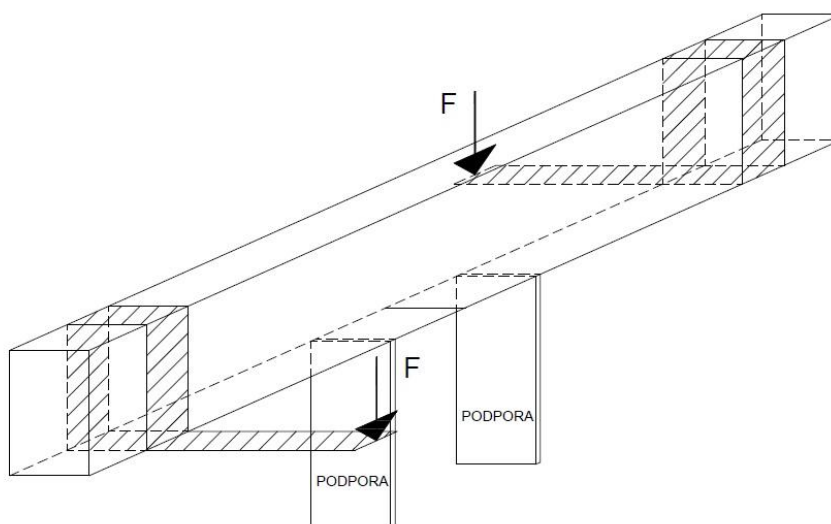
## 7 Zatěžovací zkouška

### 7.1 Návrh zatěžovací zkoušky

Vzhledem k tomu, že zkoušení čistě krouceného trámu nepatří mezi obvyklé zatěžovací zkoušky, vycházelo se pro návrh experimentu z několika možných schémat vnášení zatížení.

- Schéma č. 1 (Kroucení obou konců)
- Schéma č. 2 (Kroucení v polovině délky prvku)
- Schéma č. 3 (Kroucení jednoho kraje prvku)

#### 7.1.1 Schéma č. 1 (Kroucení obou konců)

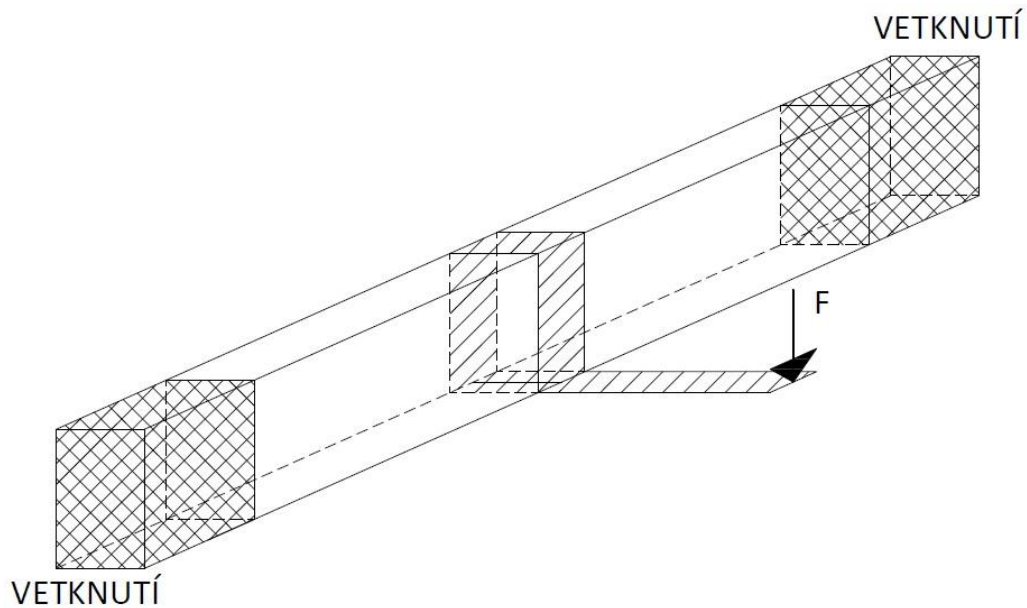


Obrázek 7-1 Schéma zatěžovací zkoušky

Takto navržená zkouška má nespornou výhodu v tom, že není třeba experimentálně modelovat krajní vetknutí, které i v laboratorních podmínkách nebývá dokonalé. Zkoušený prvek je volně položen na dvou podporách umístěných poblíž poloviny délky prvku.

Toto schéma vnášení krouticího momentu má však nevýhodu v tom, že v uložení na podporách dochází k nadzvedávání okrajů prvku a tím dochází k vybočování střednice daného prvku, což je nežádoucí.

### 7.1.2 Schéma č. 2 (Kroucení v polovině délky prvku)

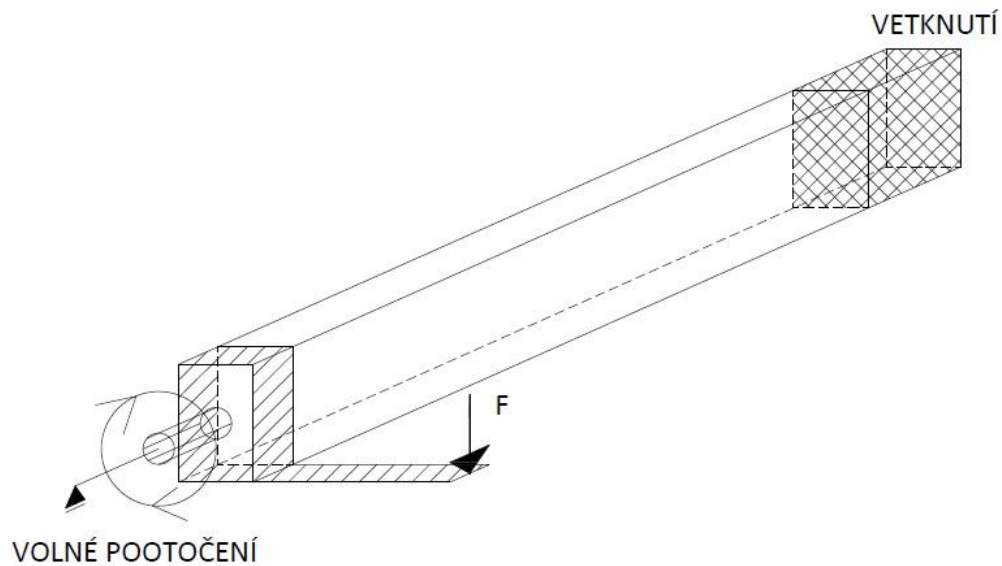


Obrázek 7-2 Schéma zatěžovací zkoušky

U tohoto schématu by bylo nutné experimentálně namodelovat vetknutí v obou koncích zkoušeného prvku, což by bylo časově náročné a nebyla by zaručena dokonalá tuhost ve vetknutí, čímž by docházelo k ovlivnění výsledků, které by se musely pracně upravovat.

Další komplikací při vyhodnocování zkoušky je fakt, že pro schéma je třeba uvažovat kroucení v kombinaci s ohybovým momentem.

### 7.1.3 Schéma č. 3 (Kroucení jednoho kraje prvku)



Obrázek 7-2 Schéma zatěžovací zkoušky

Provedení zkoušky podle tohoto schématu vyžaduje namodelování vetknutí jednoho okraje, které sebou přináší komplikaci v podobě možného nedokonalého provedení vetknutí, čímž by byly ovlivněny výsledky zatěžovací zkoušky.

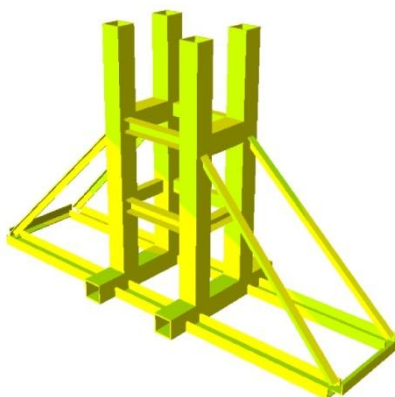
Dále je nutné zajistit možnost pootáčení vzorku na krouceném konci prvku. Provedení možnosti pootáčení spočívá v navaření ocelové trubky na předem připravenou ocelovou desku na čelní straně krouceného prvku, která je umístěna na ložiskách do trubky s větším průměrem. Trubka s větším průměrem je pevně uchycena k podporové lavici a brání vybočení nosníku ze střednicové osy.

Na základě zvážení všech pozitivních a negativních aspektů jednotlivých schémat zatěžovací zkoušky prvku kroucením, byl jako nejvhodnější způsob provedení zatěžovací zkoušky zvolen mechanismus vycházející ze schématu č. 3 (Kroucení jednoho kraje prvku).

## 7.2 Příprava experimentu

### 7.2.1 Modelování okrajových podmínek

Pro simulování vetknutí a pro uchycení krouceného konce prvku byly vyrobeny dvě totožné podporové lavice viz *obrázek 7-3*. Lavice byly svařeny z ocelových profilů a byly uchyceny za pomoci šroubů do kotevních drážek ve zkušební Ústavu stavebního zkušebnictví.



*Obrázek 7-3 Podporová lavice*

#### 7.2.1.1 Vetknutý konec prvku

Vetknutý konec byl uložen na ocelovou desku tloušťky 10mm a pomocí závitových tyčí pevně sepnut s podporovou lavicí pro co nejvěrnější simulování dokonalého vetknutí. Uložení vetknutého konce je patrné z *obrázků 7-4 a 7-5*.



*Obrázek 7-4*



*Obrázek 7-5*

### 7.2.1.2 Kroucený konec prvku

Kroucený konec byl již při betonáži opatřen ocelovou čelní deskou, na kterou se při přípravě experimentu navařila ocelová trubka o  $\varnothing$  75 mm. Na tuto trubku byla umístěna ložiska *obrázek 7-8*, která umožňovala pootočení kolem podélné osy trubky. Celý tento mechanismus byl vsazen do trubky o  $\varnothing$  150 mm. Trubka  $\varnothing$  150 mm byla za pomoci čelní desky pevně svařena s podporovou lavicí. Celý způsob podepření krouceného konce je patrný na *obrázku 7-6 a 7-7*.



Obrázek 7-6



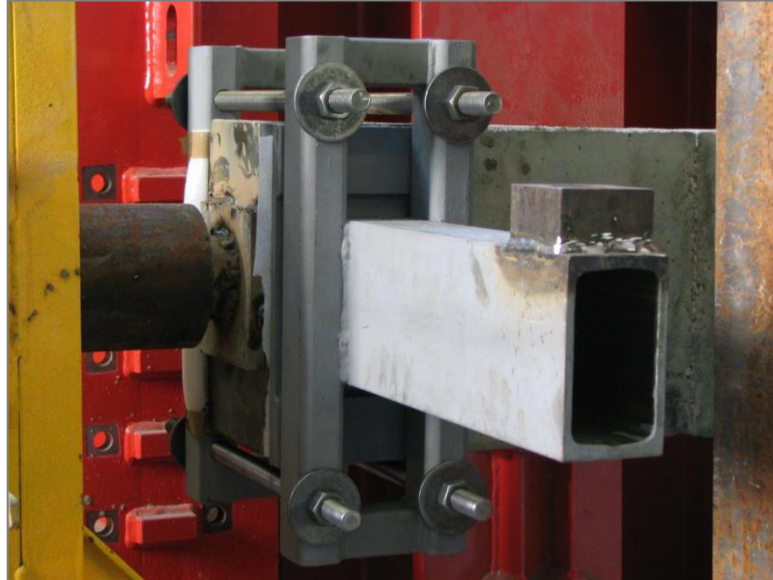
Obrázek 7-7



Obrázek 7-8

## 7.2.2 Vnášení krouticího momentu

Krouticí moment byl do prvku vnášen pomocí ocelového ramena dl. 0,5 m, které bylo umístěno na krouceném konci prvku *obrázek 7-9*.



*obrázek 7-9*

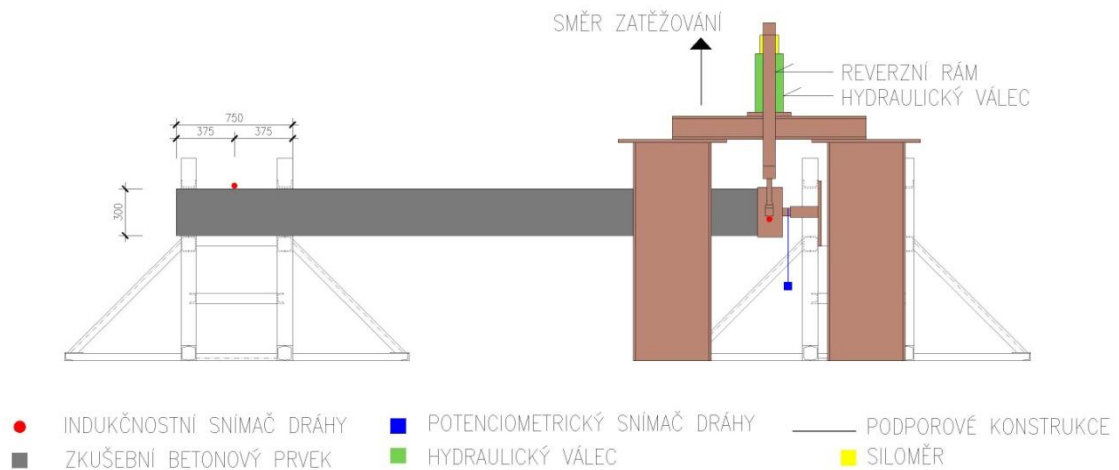
Nad ramenem pro vnášení krouticího momentu, byl umístěn mechanismus pro přenos síly za pomoci ocelového rozpěrného rámu viz *obrázek 7-10*.



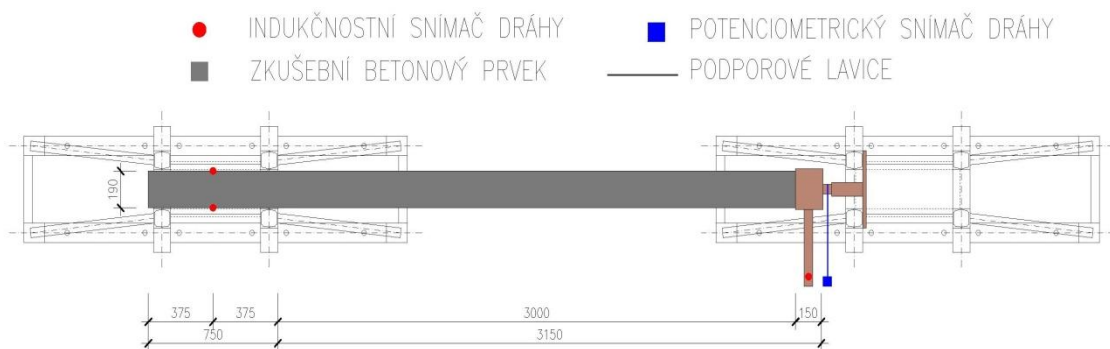
*obrázek 7-10*

### 7.2.3 Rozmístění snímačů

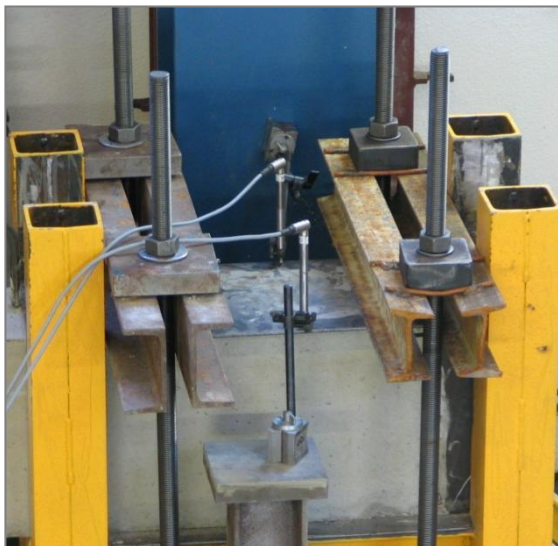
Rozmístění snímačů (boční pohled na zatěžovací sestavu):



Rozmístění snímačů (půdorys zatěžovací sestavy):



Ve vetknutém konci byla umístěna dvojice indukčnostních snímačů svislého posuvu pro kontrolu dokonalosti vetknutí a pro případ úpravy naměřených výsledků. Umístění snímačů je patrné z *obrázku 7-11 a 7-12*.



*obrázek 7-11*



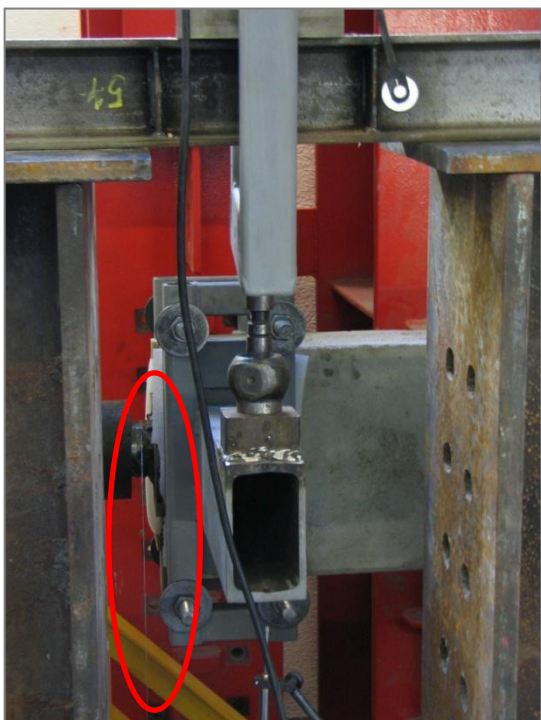
*obrázek 7-12*

Na krouceném konci prvku byl pod ramenem, které zajišťovalo přenos krouticího momentu umístěn indukčnostní snímač svislého posuvu. Přesné umístění je patrné z *obrázku 7-13*.

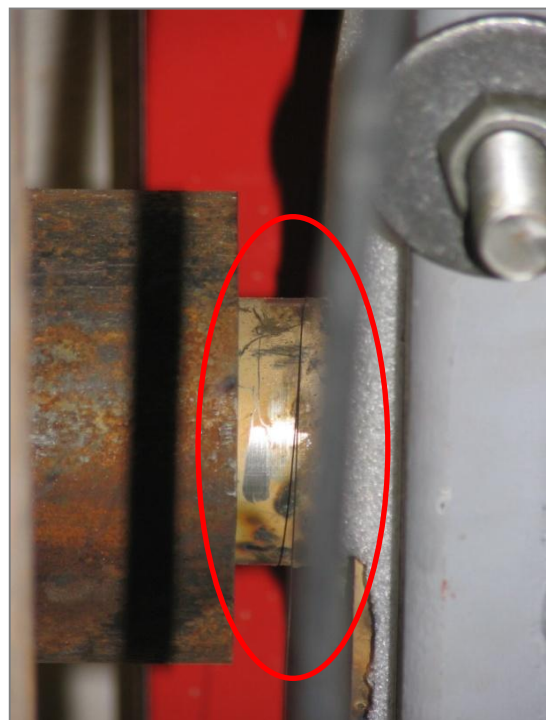


*obrázek 7-13*

Na mechanismu pro umožnění pootočení krouceného prvku byl umístěn potenciometrický snímač dráhy. Přesné osazení snímače je patrné z *obrázků 7-14, 7-15 a 7-16*.



Obrázek 7-14 Drátek potenciometrického snímače



Obrázek 7-15 Detail navinutého drátku



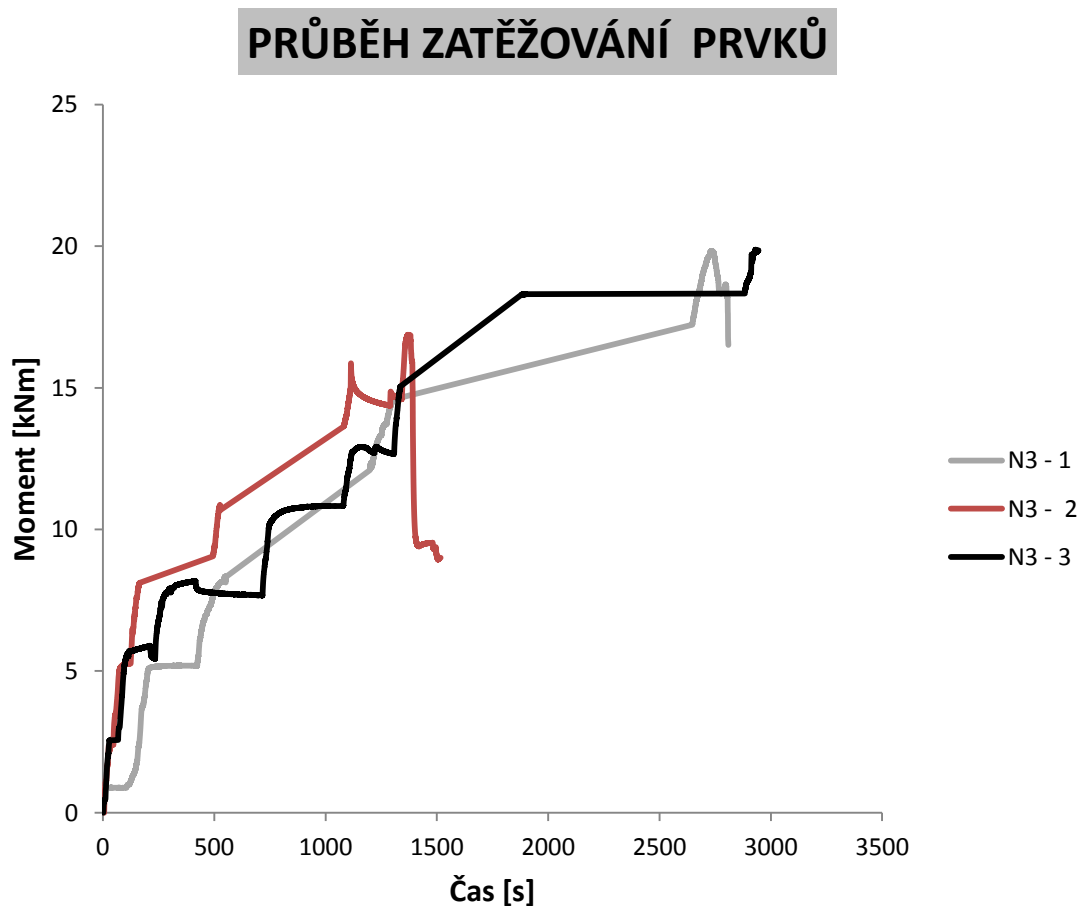
obrázek 7-16 Potenciometrický snímač

### 7.3 Průběh experimentální analýzy

Prvky byly spojitě zatěžovány silovými účinky pomocí hydraulického válce o nosnosti 250 kN, který působil přes reverzní rám na 0,5 m dlouhém rameni. Rameno bylo umístěno kolmo vůči střednici prvku (viz. *obrázek 7-10*).

Jako zatěžovací krok byla zvolena síla o velikosti 5 kN, což odpovídá 2,5 kNm na jeden zatěžovací krok.

Průběh zatěžování jednotlivých prvků je znázorněn na *obrázku 7-17*.



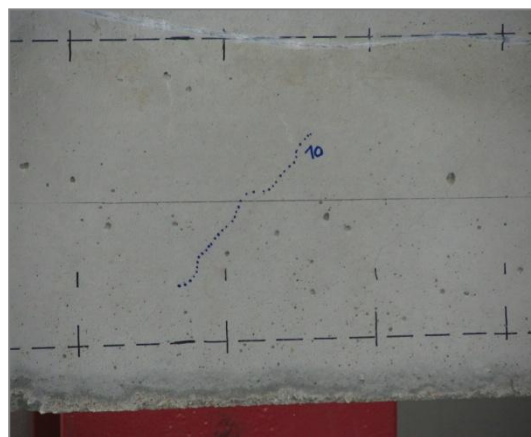
Obrázek 7-17

V každém sledovaném zatěžovacím kroku byl zaznamenáván vznik, průběh a tloušťka vzniklých trhlin.

U nosníku N3 – 1 se začaly vytvářet trhliny při krouticím momentu 4,5 kNm, u prvků N3 – 2 a N3 – 3 to bylo při torzním momentu 5 kNm.

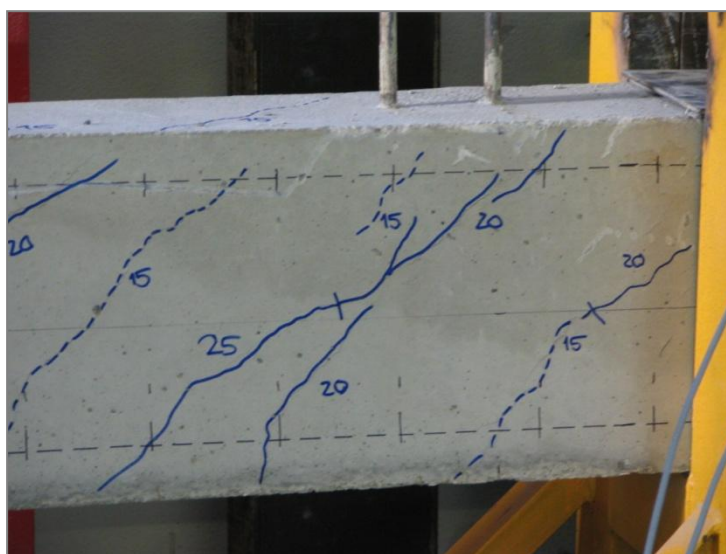


Obrázek 7-18 Vznik trhlin N3 – 1



Obrázek 7-19 Vznik trhlin N3 – 3

Mezní šířka trhlin 0,2 mm byla zjištěna u nosníku N3 – 1 při dosažení 12,0 kNm. U Nosníku N3 – 2 to bylo při dosažení hranice 12,5 kNm a u prvku N3 – 3 byla mezní šířka trhlin 0,2 mm dosažena při cca 13,0 kNm.



Obrázek 7-20 Trhliny na úrovni 0,2 mm N3 – 3

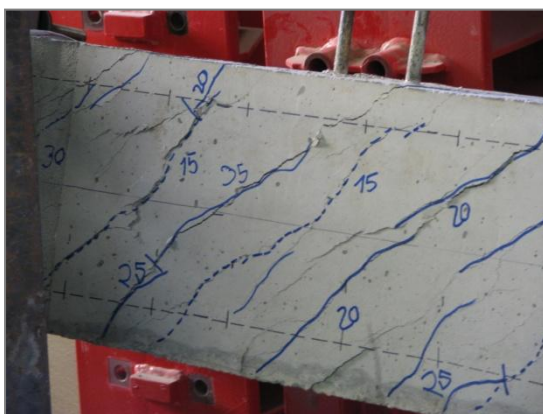
Vznik trhlin byl u všech prvků pozorován do 15 kNm. Dále pak docházelo k rozšiřování stávajících trhlin až po dosažení mezního torzního momentu jednotlivých prvků.



Obrázek 7-21 Trhliny N3 – 1



Obrázek 7-22 Detail trhlin N3 - 1



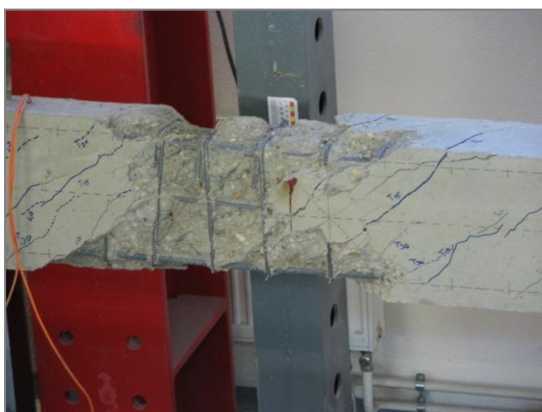
Obrázek 7-23 Detail Trhliny N3 – 3



Obrázek 7-24 trhliny N3 – 3

Mezní torzní moment nosníku N3 – 1 byl dosažen při hodnotě **19,83 kNm.**  
 Mezní torzní moment nosníku N3 – 2 byl dosažen při hodnotě **16,87 kNm.**  
 Mezní torzní moment nosníku N3 – 3 byl dosažen při hodnotě **19,88 kNm.**

Dále došlo k výraznému snížení zatěžovací síly a k nárůstu pootočení až do úplného porušení nosníků.



Obrázek 7-25 Porušení N3 - 2



Obrázek 7-26 Detail rozevírání třmínků

Na *obrázku 7-25* je zachyceno porušení vzorku N3–2. *Obrázek 7-26* zachycuje rozevření třmínků vzorku N3-2.

## 7.4 Vyhodnocení zatěžovací zkoušky

Výsledky vyhodnocených veličin jsou v *tabulce 7.1*

| <b>Výsledky experimentální analýzy</b> |                                       |                                       |
|--|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <b>nosník</b>                          | <b>mezní torzní moment<br/>[ kNm]</b> | <b>odpovídající pootočení<br/>[°]</b> |
| N3-1                                   | <b>19,83</b>                          | <b>7,40</b>                           |
| N3-2                                   | <b>16,87</b>                          | <b>4,43</b>                           |
| N3-3                                   | <b>19,88</b>                          | <b>5,19</b>                           |

*tabulka 7.1*

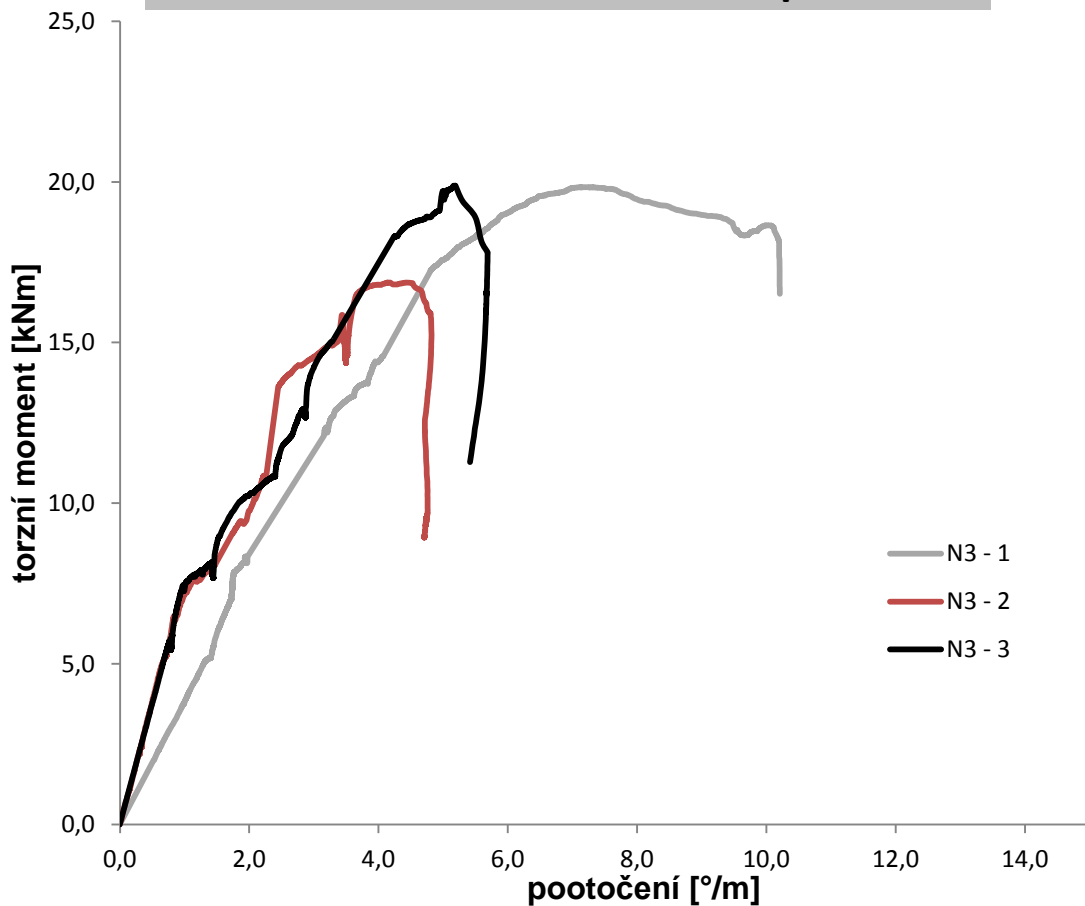
Z *tabulky 7.1* je patrné, že nejvyššího mezního torzního momentu dosáhl nosník N3-3 při pootočení 5,19°/m.

Maximálního pootočení dosáhl nosník N3-1 a to 7,40°/m.

Výsledky nosníků N3-1 a N3-3 jsou v dobré shodě.

Nosník N3-2 dosáhl při zatěžování nejmenší velikosti mezního torzního momentu v prostém kroucení, což lze vysvětlit možnou horší kvalitou provázání výztuže a horším zpracováním betonové směsi daného prvku.

## Závislost torzního momentu na pootočení



Obrázek 7-26

Z obrázku 7-26 je patrné, že do dosažení 7,5 kNm byl průběh závislosti torzního momentu na pootočení lineární. To bylo zapříčiněno tuhostí celistvého betonového průřezu.

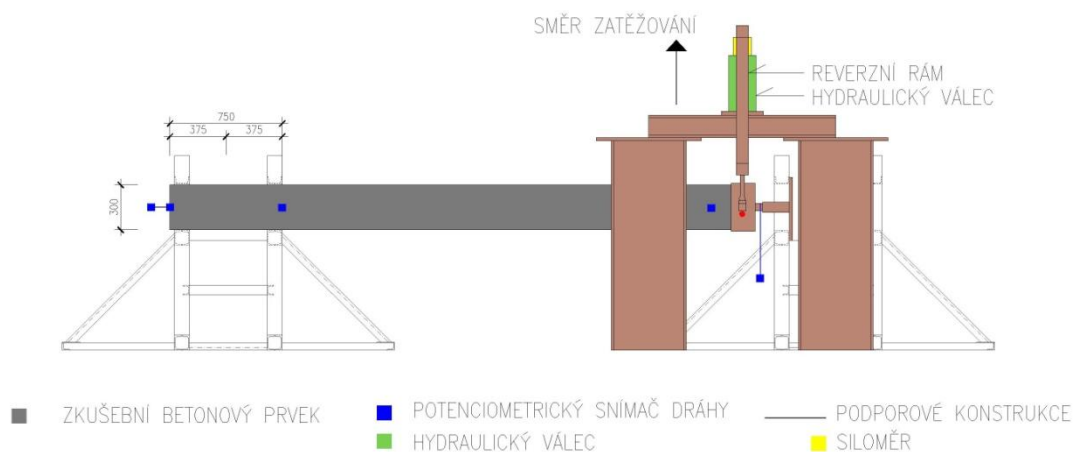
Při dosažení cca 10 kNm ztrácely průřezy tuhost postupným rozvojem trhlin a přenos zatížení postupně přebrala betonářská ocel. Závislost torzního momentu na pootočení již nebyla plně lineární.

Viditelná odlišnost průběhu prvního zatěžovaného nosníku (N3-1) byla způsobena horší simulací vetknutého konce než tomu bylo u nosníků N3-2 a N3-3.

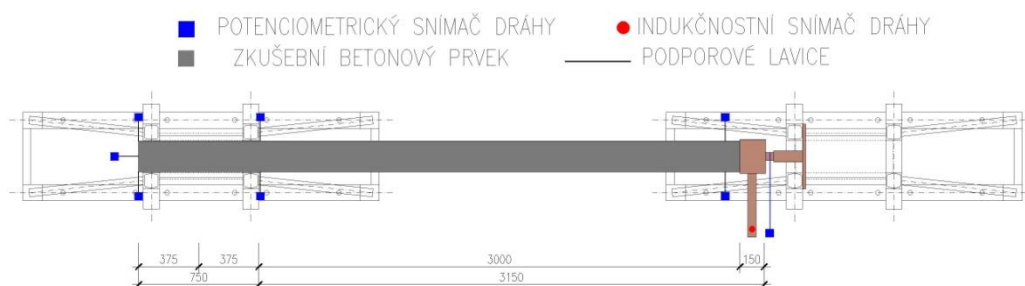
## 7.5 Doporučení pro zkoušky obdobného typu

Monitorování vetknutého konce bylo shledáno jako nedostačující.

Pro následné experimenty je třeba zkvalitnit hlavně monitorování vetknutého okraje. Návrh monitorování obdobné zkoušky je na *obrázcích 7-27 a 7-28*.



Obrázek 7-26



Obrázek 7-26

Dále byl problematický přenos krouticího momentu do nosníku, protože docházelo k naklánění ramena a celého mechanismu vnášení síly za pomoci reverzního rámu a hydraulického lisu. Tím nedocházelo ke konstantnímu vnášení síly. Experiment tuto skutečnost zanedbával.

Proto by do budoucna bylo vhodné zvolit odlišný způsob zatěžování, např. na čelní krabici otáčeného konce nosníku by se navařilo ozubené kolo a za pomoci řetězu by byl vnášen krouticí moment s minimalizovanými ztrátami o konstantním přírůstku.

## 8 Porovnání výsledků a závěry

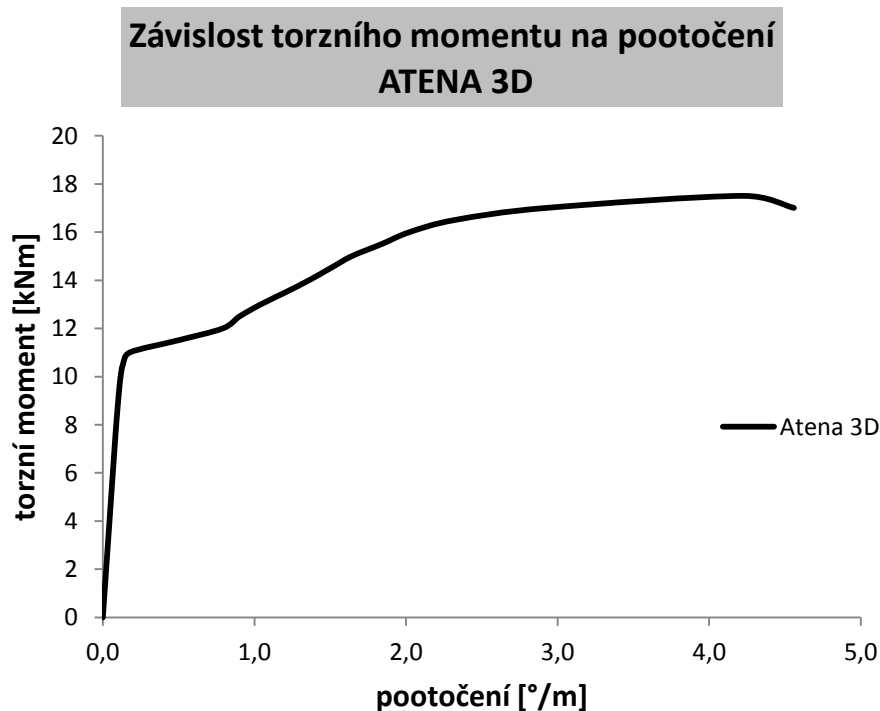
### 8.1 Výsledky experimentální analýzy

| Výsledky experimentální analýzy |                               |                                 |
|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| nosník                          | mezní torzní moment<br>[ kNm] | odpovídající pootočení<br>[°/m] |
| N3-1                            | <b>19,83</b>                  | <b>7,40</b>                     |
| N3-2                            | <b>16,87</b>                  | <b>4,43</b>                     |
| N3-3                            | <b>19,88</b>                  | <b>5,19</b>                     |

Tabulka 8.1

### 8.2 Výsledek numerické analýzy programem Atena 3D

Programem Atena 3D bylo dosaženo torzního momentu na mezi únosnosti prvku při **17,5 kNm** a za pootočení průřezu o **4,20°/m**. Výsledek je patrný z obrázku 8-1. (Průběhy napětí ve výztužích a grafický výstup z programu Atena 3D jsou v Příloze IV)



Obrázek 8-1

### 8.3 Výsledky statického výpočtu

Byl proveden statický posudek mezní únosnosti prvku v čistém kroucení podle EC 2 s normovými hodnotami.

Dále se provedl výpočet mezní únosnosti prvku v čistém kroucení podle EC 2 s reálnými hodnotami.

Byl proveden posudek mezní únosnosti prvku v čistém kroucení podle modifikované Rauschovy teorie.

Prvek byl posouzen na mezní únosnost v čistém kroucení podle teorie šikmého ohybu a teorie mezní analýzy.

Jednotlivé výsledky jsou patrné v *tabulce 8.2*.

| <b>Výsledkystatického výpočtu</b>   |                            |
|-------------------------------------|----------------------------|
| metoda                              | mezní torzní moment [ kNm] |
| EC - 2 (s normovými parametry)      | <b>13,80</b>               |
| EC - 2 (s reálnými parametry)       | <b>25,41</b>               |
| modifikovaná Rauschova teorie       | <b>22,13</b>               |
| teorie šikmého ohybu                | <b>22,87</b>               |
| metoda mezní analýzy (normové par.) | <b>17,33</b>               |

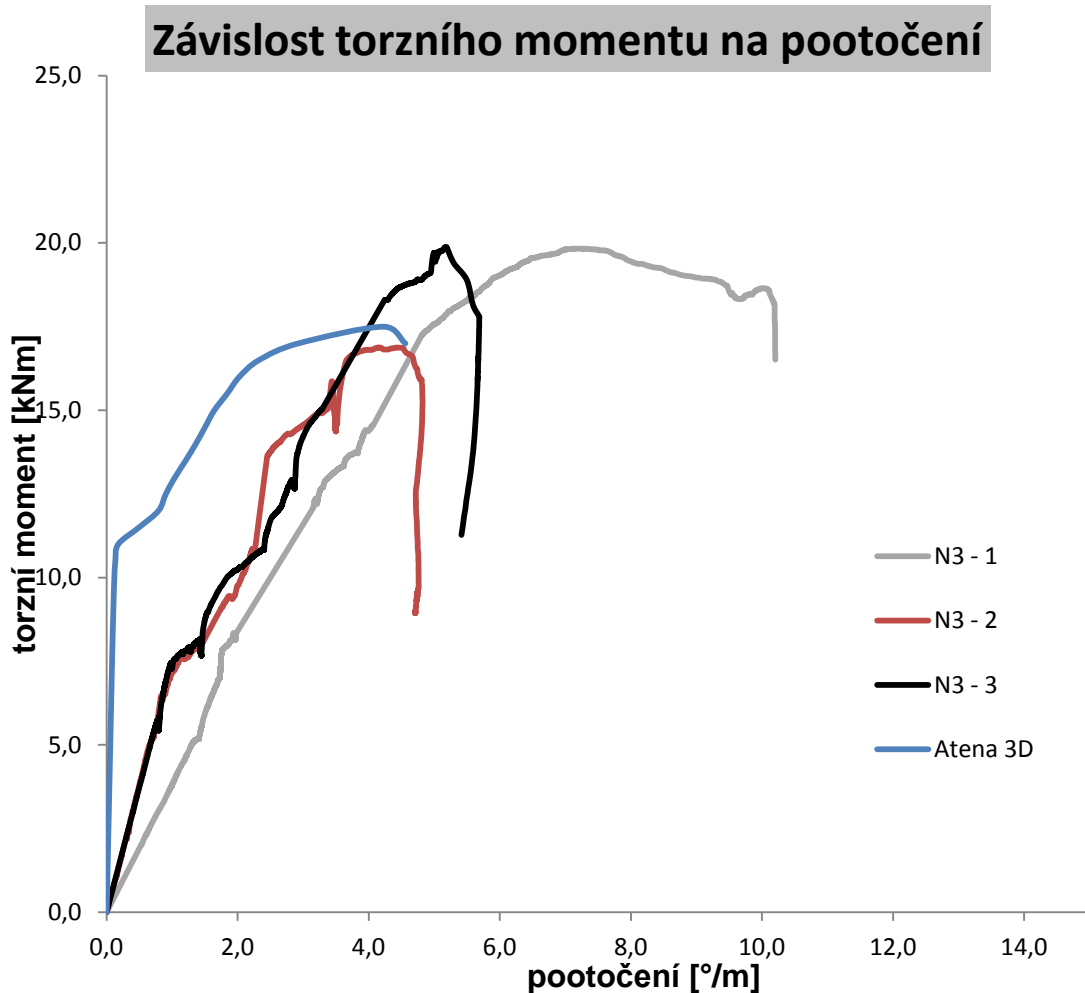
*Tab. 8.2*

### 8.4 Vzájemné porovnání mezní únosnosti prvku v prostém kroucení.

| <b>Vzájemné porovnání</b> |                    |                    |                    |
|---------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| označení nosníku          | N3-1               | N3-2               | N3-3               |
| Experiment                | <b>19,83 [kNm]</b> | <b>16,87 [kNm]</b> | <b>19,88 [kNm]</b> |
| EC - 2 (normové)          | <b>13,80 [kNm]</b> |                    |                    |
| EC - 2 (reálné)           | <b>25,41 [kNm]</b> |                    |                    |
| modif. Rausch             | <b>22,13 [kNm]</b> |                    |                    |
| šikmý ohyb                | <b>22,87 [kNm]</b> |                    |                    |
| mezní analýza             | <b>17,33 [kNm]</b> |                    |                    |
| Atena 3D                  | <b>17,50 [kNm]</b> |                    |                    |

*Tabulka 8.3*

## 8.5 Porovnání průběhů závislosti torzního momentu na pootočení.



Obrázek 8-2

Na obrázku 8-2 je patrná horší počáteční tuhost experimentálních nosníků ve srovnání s počáteční tuhostí vymodelovaného nosníku v programu Atena 3D

Tato skutečnost je zapříčiněna nedokonalým vetknutím nosníků při experimentu.

Výsledné torzní momenty při porušení prvku jsou v dobré shodě.

## 8.6 Závěry

V rámci experimentu proběhly laboratorní zkoušky pro určení fyzikálně mechanických vlastností betonu a oceli. Zprůměrované hodnoty ze všech tří prvků byly použity pro vytvoření co nejreálnějšího numerického modelu zkušebních prvků v programu Atena 3D.

Proběhla experimentální analýza všech tří zkušebních prvků a byla vyhodnocena se zřetelem na nemožnost vytvořit dokonalé vetknutí konců jednotlivých nosníků.

Programem Atena 3D byl vymodelován nosník podle teoretického návrhu. Jako materiálové vlastnosti modelu byly použity průměrné výsledky fyzikálně mechanických vlastností betonu a oceli všech zkušebních prvků.

Byl proveden statický výpočet podle různých teorií a přístupů k posuzování železobetonových prvků. Pro statický výpočet byly použity tyto přístupy k posuzování:

- Výpočet podle EC 2 s normový parametry
- Výpočet podle EC 2 s reálnými parametry
- Výpočet podle modifikované Rauschovy teorie
- Výpočet podle teorie šikmého ohybu
- Výpočet podle mezní analýzy

Výsledky experimentální analýzy byly porovnány s numerickým modelem vytvořeným v programu Atena 3D a s výsledky výpočtů na mezi únosnosti prvku v prostém kroucení.

## 9 Seznam použitých zdrojů

V diplomové práci jsou použita data z experimentu JN MSM 261100007, který proběhl na Ústavu stavebního zkušebnictví Fakulty stavební, VUT v Brně v roce 2004.

### 9.1 Seznam norem

- [1.1] ČSN 731201-86 Navrhování betonových konstrukcí
- [1.2] EN 1991-1-1 Eurokód 1: Zatížení konstrukcí
- [1.3] EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí
- [1.4] ČSN EN 206-1 Beton - Část 1: Specifikace, vlastnosti, výroba a shoda
- [1.5] ČSN EN 12390 - 3 Zkoušení ztvrdlého betonu - Část 3: Pevnost v tlaku zkušebních těles
- [1.6] ČSN 73 2011 Nedeštruktívne skúšanie betónových konštrukcií
- [1.7] ČSN ISO 6784: Beton, Stanovení statického modulu pružnosti v tlaku
- [1.8] ČSN EN 10002-1: Kovové materiály, Zkoušení tahem, Část 1: Zkušební metoda za okolní teploty
- [1.9] ČSN 73 2030 Zatěžovací zkoušky stavebních konstrukcí
- [1.10] ČSN 73 6174 Zkoušení statického modulu pružnosti

### 9.2 Seznam skript a opor

- [2.1] Doc. Ing. Rudolf Hela, CSc., Ing. Radomír Sokolár, Ph.D. *ZKUŠEBNICTVÍ A TECHNOLOGIE MODUL BI02-M01 TECHNOLOGIE BETONU, STAVEBNÍ KERAMIKA*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.2] Ing. Pavel Schmid, Ph.D. *ZKUŠEBNICTVÍ A TECHNOLOGIE MODUL BI02-M02 STAVEBNÍ ZKUŠEBNICTVÍ*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.3] Ing. Ondřej Anton a kolektiv *ZKUŠEBNICTVÍ A TECHNOLOGIE MODUL BI02-M04 LABORATORNÍ CVICENÍ*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.4] Ing. Ondřej Anton a kolektiv *ZKUŠEBNICTVÍ A TECHNOLOGIE MODUL BI02-M04 LABORATORNÍ CVICENÍ*, VUT v Brně – Fakulta stavební

- [2.5] Doc. Ing. Leonard Hobst, CSc., Prof. Ing. Jirí Adánek, CSc., Ing. Petr Cikrle, Ph.D., Ing. Pavel Schmid, Ph.D. *DIAGNOSTIKA STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ - PREDNÁŠKY*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.6] Prof. Ing. Jirí Adánek, CSc. a kolektiv *STAVEBNÍ LÁTKY MODUL BI01-M03 BETON*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.7] Ing. Petr Cikrle, Ph.D., Ing. Věra Heřmánková, Ing. Richard Mařík, Ing. Petr Havlan, Ing. Petr Mitrenga *STAVEBNÍ LÁTKY MODUL BI01-M06 LABORATORNÍ CVIČENÍ 1*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.8] Manuál programu pro nelineární výpočty železobetonových konstrukcí - ATENA 2D, ATENA 3D, 1.- 4. část, Červenka Consulting
- [2.9] Amarjit S. Dalawari *A STUDY OF EFFECT OF TORSION ON RECTANGULAR REINFORCED CONCRETE BEAMS*, B. E., Maharajah Sayajireo University of Baroda, India, 1970
- [2.9] Vratislav Salajka, Petr Hradil, Aleš nevařil *PRUŽNOST A PEVNOST – MODUL BD02-MO2 TEORIE NAMÁHÁNÍ PRUTŮ*, VUT v Brně – Fakulta stavební
- [2.10] Šmiřák, S., *PRUŽNOST A PLASTICITA I*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Duben 1999, ISBN 80 – 214 – 1151 – 1
- [2.11] Navrátil, J., *PŘEDPJATÉ BETONOVÉ KONSTRUKCE*, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Duben 2004, ISBN 80 – 214 – 2649 – 7
- [2.12] Wang, W; Hsu, T., *LIMIT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS SUBJECTED TO PURE TORSION*, Journal of Structural Engineering, vol. 123, No 1, January 1997, © ASCE, ISSN 0733 – 09445/97/0001 – 0086 - 0094
- [2.13] Phatak, D.R.; Dhonde, H.B., *A DIMENSIONAL ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS SUBJECTED TO PURE TORSION*, Journal of Structural Engineering, vol. 129, No 11, November 2003, © ASCE, ISSN 0733 – 09445/2003/11 – 1559 - 1563
- [2.14] Leu, L.; Lee, Y., *TORSION DESIGN CHARTS FOR REINFORCED CONCRETE RECTANGULAR MEMBERS*, Journal of Structural Engineering, vol. 126, No 2, February 2000, © ASCE, ISSN 0733 – 09445/00/0002 – 0210 - 0218
- [2.15] Ing. Petr Žítt, *PRVKY Z PROSTÉHO A ŽELEZOVÉHO BETONU NAMÁHANÉ KROUCENÍM*, VUT v Brně Fakulta stavební, Srpen 2004

### 9.3 Seznam diplomových prací

- [3.1] Rorhbacher, I. *EXPERIMENTÁLNÍ A NUMERICKÁ ANALÝZA ŽB. PRVKU ZESILOVANÉHO EXTERNÍLEPENOU VÝZTUŽÍ*: diplomová práce. Brno, 2011. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební.

- [3.2] Ptáčková , K. *EXPERIMENTÁLNÍ A NUMERICKÁ ANALÝZA ZESÍLENÍ ŽELEZOBETONOVÉHO VETKNUTÉHO PRVKU*: diplomová práce. Brno 2012. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební
- [3.3] Dokulil, J. *EXPERIMENTÁLNÍ A NUMERICKÁ ANALÝZA ŽB PRVKU ZESILOVANÉHO MECHANICKY KOTVENOU VÝZTUŽÍ*: diplomová práce. Brno, 2011. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební.

#### 9.4 Seznam internetových zdrojů

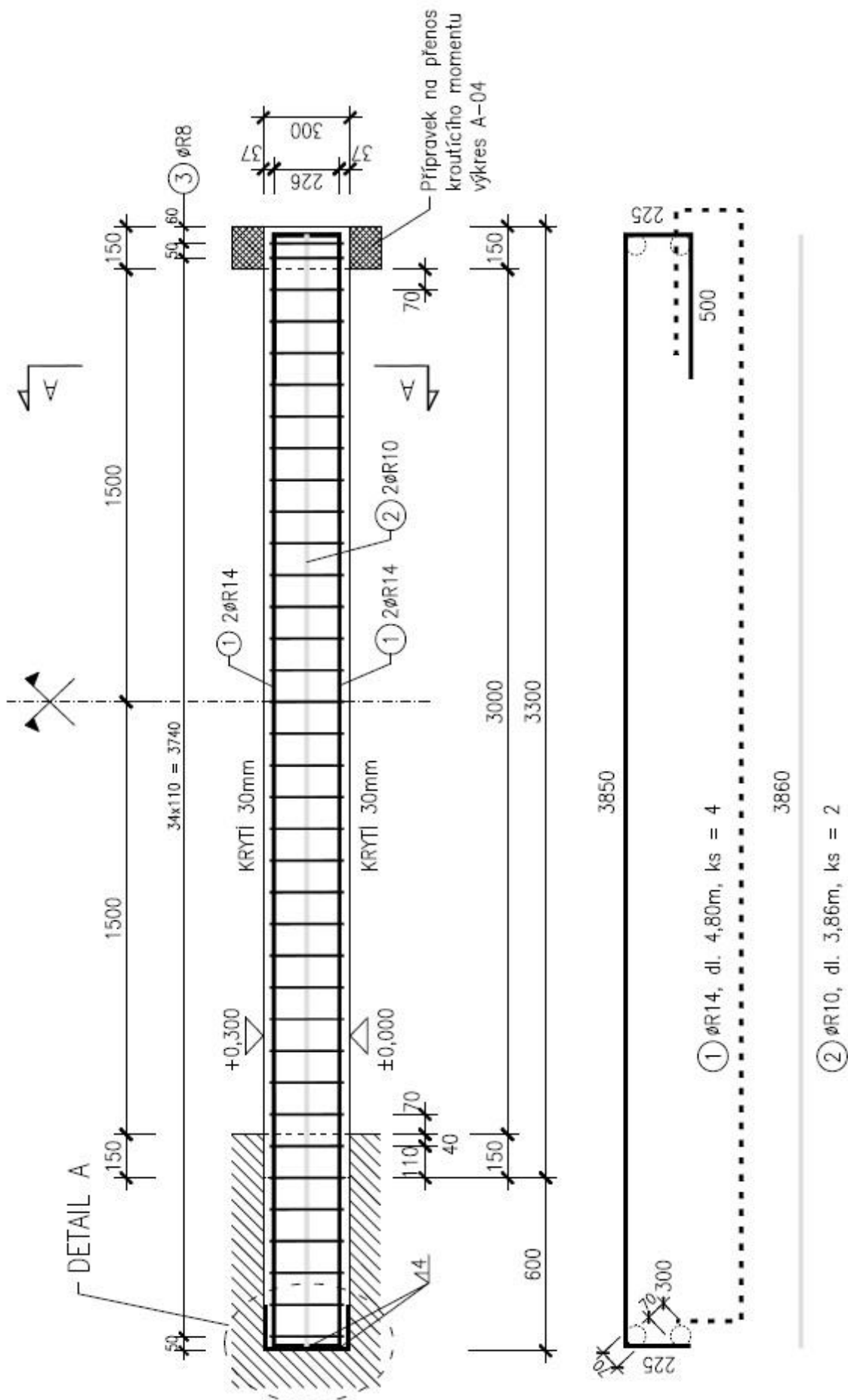
- [4.1] ZAPA beton a.s.: Příručka nejen o betonu. [online]. [cit. 2012-11-12]. Dostupné z: <http://www.zapa.cz/technologicke-okenko/prirucka-nejen-o-betonu>
- [4.2] Českomoravský beton, HEIDELBERGCEMENT Group.: Příručka technologa BETON (suroviny – výroba – vlastnosti). [online]. [cit. 2012-10-12]. Dostupné z. [http://www.heidelbergcement.com/NR/rdonlyres/3C0A2CE4-C25E-472C-9690-570271F4E311/0/Beton\\_p%C5%99%C3%ADru%C4%8Dka\\_technologa\\_vyd2010.pdf](http://www.heidelbergcement.com/NR/rdonlyres/3C0A2CE4-C25E-472C-9690-570271F4E311/0/Beton_p%C5%99%C3%ADru%C4%8Dka_technologa_vyd2010.pdf)
- [4.2] Ústav stavebního zkušebnictví [online]. 2010 [cit. 2012-10-28]. BI52 – Diagnostika stavebních konstrukcí. Dostupné z: <http://147.229.27.214/index.php?id=vyuka&predmet=BI52>

## 10 Seznam příloh

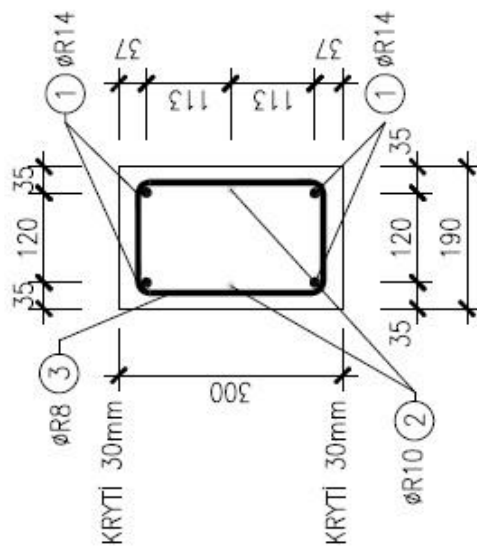
- Příloha I Výkresová dokumentace
- Příloha II Statický výpočet
- Příloha III Vyhodnocení laboratorních zkoušek
- Příloha IV Výsledky z numerické analýzy
- Příloha V Fotodokumentace

# **Příloha - I**

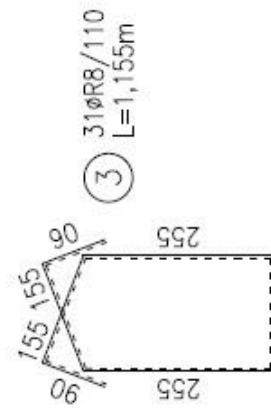
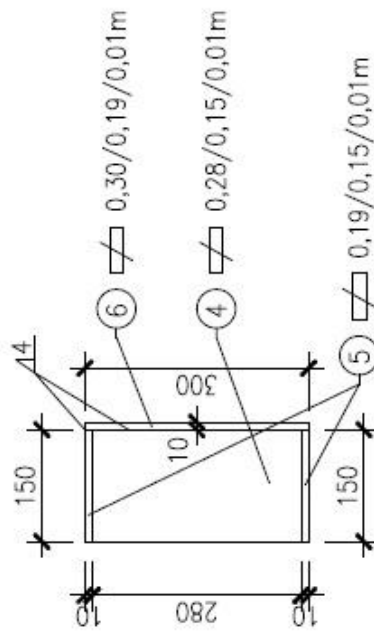
## **(Výkresová dokumentace)**



# ŘEZ A-A M 1:10



# DETAIL A M 1:10



# VÝKAZ MATERIÁLU

PRO 1 PRVEK N3

 Objem betonu:  $V = 0,222\text{m}^3$ 

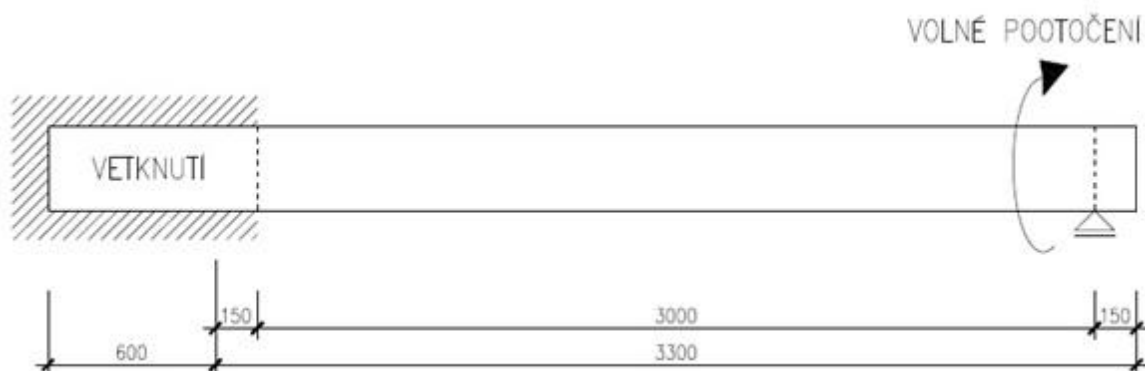
| Položka<br>č.                      | Profil | Délka<br>[m] | ks<br>[-] | Délka celkem [m] |       |       |
|------------------------------------|--------|--------------|-----------|------------------|-------|-------|
|                                    |        |              |           | ØR14             | ØR10  | ØR8   |
| 1                                  | ØR14   | 4,80         | 4         | 19,20            |       |       |
| 2                                  | ØR10   | 3,86         | 2         |                  | 7,72  |       |
| 3                                  | ØR8    | 1,115        | 36        |                  |       | 40,14 |
| Hmotnost 1bm [kg/m]                |        |              |           | 1,208            | 0,617 | 0,395 |
| Hmotnost podle typu výztuže [kg/m] |        |              |           | 23,19            | 4,76  | 15,86 |
| Hmotnost celkem [kg/m]             |        |              |           | 43,81            |       |       |

| Položka<br>č. | Profil<br>tl. [mm] | Rozměry<br>[m] | ks<br>[-] | Hmotnost<br>celkem [kg] |
|---------------|--------------------|----------------|-----------|-------------------------|
| 4             | 10                 | 0,28/0,15      | 2         | 15,54                   |
| 5             | 10                 | 0,19/0,15      | 2         |                         |
| 6             | 10                 | 0,30/0,19      | 1         |                         |

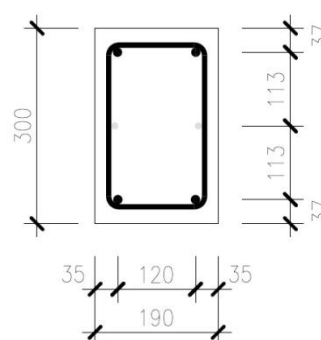
## **Příloha - II**

### **(Statický výpočet)**

## 11 Geometrie prvku



|               |   |      |    |
|---------------|---|------|----|
| Délka prvku   | L | 3000 | mm |
| Výška průřezu | h | 300  | mm |
| Šířka průřezu | b | 190  | mm |



|                           |   |    |    |
|---------------------------|---|----|----|
| Hlavní podélná výztuž     | Ø | 14 | mm |
| Vedlejší podélná výztuž   | Ø | 10 | mm |
| Příčná výztuž ( třmínky ) | Ø | 8  | mm |

## 12 Výpočet podle EC 2 s normovými parametry

### 12.1 Materiálové charakteristiky

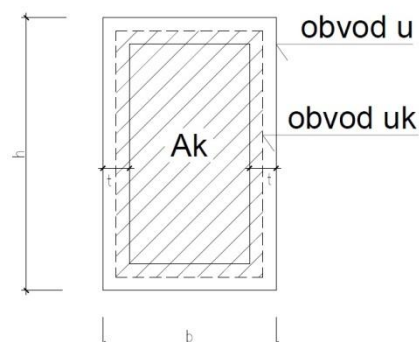
Beton C 25/30

Ocel B500B

|            |  |            |   |
|------------|--|------------|---|
| $f_{ck}$   | = 30 MPa                                 | $f_{yk}$   | = 500 MPa                                   |
| $\gamma_f$ | = 1,5                                    | $\gamma_f$ | = 1,15                                      |
| $f_{cd}$   | = $f_{ck}/\gamma_f = 30/1,5 = 20,00$ MPa | $f_{yd}$   | = $f_{yk}/\gamma_f = 500/1,15 = 437,78$ MPa |
| $f_{ctm}$  | = 2,6 MPa                                | $f_{yt}$   | = 550 MPa                                   |
| $E_{cm}$   | = 31 GPa                                 | $E_s$      | = 210 GPa                                   |

## 12.2 Průřezové charakteristiky

|                |   |       |                 |
|----------------|---|-------|-----------------|
| Šířka průřezu  | b | 190   | mm              |
| Výška průřezu  | h | 300   | mm              |
| Plocha průřezu | A | 57000 | mm <sup>2</sup> |
| Obvod průřezu  | u | 980   | mm              |



$$t \leq \frac{A}{u} \quad \rightarrow \quad t \leq \frac{57000}{980} \quad \rightarrow \quad t = 58,2 \text{ mm}$$

|                          |  |
|--------------------------|--|
| Plocha omezená střednicí | $A_k = 242 \cdot 132 = 31944 \text{ mm}^2$   |
| Obvod plochy $A_k$       | $u_k = (242 + 132) \cdot 2 = 748 \text{ mm}$ |
| Vzdálenost třmínků       | $s = 110 \text{ mm}$                         |

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Výpočtová hodnota meze kluzu třmínků       | $f_{ywd} = 437,78 \text{ MPa}$ |
| Výpočtová hodnota meze kluzu podl. výztuže | $f_{yld} = 437,78 \text{ MPa}$ |
| Průřezová plocha třmínků                   | $A_{sw} = 50,27 \text{ mm}^2$  |
| Průřezová plocha podélné výztuže           | $A_{sl} = 772,83 \text{ mm}^2$ |

## 12.3 Výpočet únosnosti prvku

Úhel sevřený betonovými tlakovými diagonálami s podélnou osou trámu  $\theta$ :

$$\text{tg}^2 \theta = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} \cdot \frac{f_{yld}}{\frac{A_{sl}}{u_k}} = \frac{50,27}{110} \cdot 437,78 \cdot \frac{437,78}{\frac{772,83}{748}} = 0,4423$$

$$\theta = 33,63^\circ$$

$$0,4 \leq \text{cotg} \theta \leq 2,5 \quad \rightarrow \quad 0,4 \leq 1,503 \leq 2,5 \quad \text{splňuje}$$

Výpočtová hodnota krouticího momentu na mezi únosnosti

$T_{Rd2}$ :

$$T_{Rd2} = 2 \cdot A_k \cdot \sqrt{\frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot \frac{A_{sl}}{u_k} \cdot f_{yld}} = 2 \cdot 31944 \cdot \sqrt{\frac{50,27}{110} \cdot 437,78 \cdot \frac{772,83}{748} \cdot 437,78} =$$

$$T_{Rd2} = \underline{19,219 \text{ kNm}}$$

Výpočtová hodnota kroutícího momentu na mezi únosnosti betonu  $T_{Rd1}$ :

$$T_{Rd1} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot f_{cd} \cdot t \cdot A_k}{(\cot\theta + \tan\theta)} =$$

$$2 \cdot 0,4025 \cdot 20,00 \cdot 58,2 \cdot 31994 / (\cot 33,63 + \tan 33,63) = \underline{\underline{13,80 \text{ kNm}}}$$

$$\gamma = 0,7 \cdot \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \geq 0,35 \quad ; \quad (f_{ck} \text{ v N/mm}^2)$$

$$\gamma = 0,4025 \geq 0,35$$

Výpočtová hodnota maximálního kroutícího momentu = **13,80 kNm.**

## 13 Výpočet podle EC 2 s reálnými parametry

### 13.1 Materiálové charakteristiky

Průměrná pevnost betonu:

$$f_c = 39,7 \text{ MPa}$$

Ocel

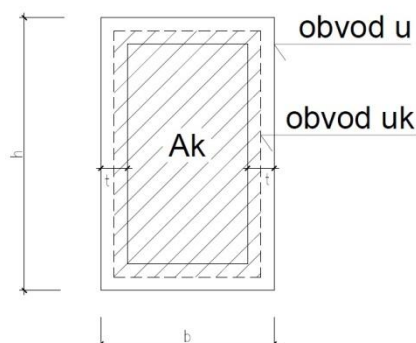
$$f_{yR14} = 588,30 \text{ Mpa}$$

$$f_{yR10} = 742,80 \text{ Mpa}$$

$$f_{yR8} = 569,70 \text{ Mpa}$$

### 13.2 Průřezové charakteristiky

|                |   |       |                 |
|----------------|---|-------|-----------------|
| Šířka průřezu  | b | 190   | mm              |
| Výška průřezu  | h | 300   | mm              |
| Plocha průřezu | A | 57000 | mm <sup>2</sup> |
| Obvod průřezu  | u | 980   | mm              |



$$t \leq \frac{A}{u} \quad \rightarrow \quad t \leq \frac{57000}{980} \quad \rightarrow \quad t = 58,2 \text{ mm}$$

$$\text{Plocha omezená střednicí} \quad A_k = 242 \cdot 132 = 31944 \text{ mm}^2$$

$$\text{Obvod plochy } A_k \quad u_k = (242 + 132) \cdot 2 = 748 \text{ mm}$$

$$\text{Vzdálenost třmínků} \quad s = 110 \text{ mm}$$

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| Výpočtová hodnota meze kluzu třmínků       | $f_{ywd} = 569,70 \text{ MPa}$ |
| Výpočtová hodnota meze kluzu podl. výztuže | $f_{yld} = 588,30 \text{ MPa}$ |
| Průřezová plocha třmínků                   | $A_{sw} = 50,27 \text{ mm}^2$  |
| Průřezová plocha podélné výztuže           | $A_{sl} = 772,83 \text{ mm}^2$ |

### 13.3 Výpočet únosnosti prvku

Úhel sevřený betonovými tlakovými diagonálami s podélnou osou trámu  $\theta$ :

$$\text{tg}^2 \theta = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} / \frac{A_{sl}}{u_k} \cdot f_{yld} = \frac{50,27}{110} \cdot 569,70 / \frac{772,83}{748} \cdot 588,30 = 0,4283$$

$$\theta = 33,20^\circ$$

$$0,4 \leq \cotg \theta \leq 2,5 \quad \rightarrow \quad 0,4 \leq 1,528 \leq 2,5 \quad \text{splňuje}$$

Výpočtová hodnota krouticího momentu na mezi únosnosti  $T_{Rd2}$ :

$$T_{Rd2} = 2 \cdot A_k \cdot \sqrt{\frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot \frac{A_{sl}}{u_k} \cdot f_{yld}} = 2 \cdot 31944 \cdot \sqrt{\frac{50,27}{110} \cdot 569,70 \cdot \frac{772,83}{748} \cdot 588,30} =$$

$$T_{Rd2} = \underline{\underline{25,41 \text{ kNm}}}$$

Výpočtová hodnota krouticího momentu na mezi únosnosti betonu  $T_{Rd1}$ :

$$T_{Rd1} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot f_{cd} \cdot t \cdot A_k}{(\cotg \theta + \text{tg} \theta)} =$$

$$\frac{2 \cdot 0,4025 \cdot 39,7 \cdot 58,2 \cdot 31994}{(\cotg 33,20 + \text{tg} 33,20)} = \underline{\underline{27,22 \text{ kNm}}}$$

$$\gamma = 0,7 \cdot \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \geq 0,35 \quad ; \quad (f_{ck} \text{ v N/mm}^2)$$

$$\gamma = 0,4025 \geq 0,35$$

Výpočtová hodnota maximálního krouticího momentu = **25,41 kNm.**

## 14 Výpočet podle modifikované Rauschovy teorie

### 14.1 Materiálové charakteristiky

Průměrná pevnost betonu v tahu:

$$f_t = 2,8 \text{ MPa}$$

Ocel

$$f_{yR14} = 588,30 \text{ Mpa}$$

$$f_{yR10} = 742,80 \text{ Mpa}$$

$$f_{yR8} = 569,70 \text{ Mpa}$$

### 14.2 Průřezové charakteristiky

|                           |                |       |                 |
|---------------------------|----------------|-------|-----------------|
| Šířka průřezu             | x              | 190   | mm              |
| Výška průřezu             | y              | 300   | mm              |
| Plocha průřezu            | A              | 57000 | mm <sup>2</sup> |
| Plocha jednoho třmínku    | A <sub>t</sub> | 50,27 | mm <sup>2</sup> |
| Vzdálenost prutů třmínku  | x <sub>1</sub> | 148   | mm              |
| Vzdálenost prutů třmínku  | y <sub>1</sub> | 248   | mm              |
| Saint-Venantův součinitel | α              | 0,208 |                 |
| Vzdálenost třmínků        | s              | 110   | mm              |

### 14.3 Výpočet únosnosti prvku

Moment na mezní únosnosti v kroucení

$T_{UC}$ :

$$T_{UC} = T_e + 1,6 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} = \alpha \cdot x^2 \cdot y \cdot f_t + 1,6 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s}$$

$$0,208 \cdot 0,19^2 \cdot 0,3 \cdot 2800 + 1,6 \cdot \frac{0,148 \cdot 0,248 \cdot 5,2 \cdot 10^{-5} \cdot 569700}{0,11} = \underline{\underline{22,13 \text{ kNm.}}}$$

Mezní torzní moment průřezu je

**22,13 kNm.**

## 15 Výpočet podle teorie šikmého ohybu

### 15.1 Materiálové charakteristiky

Normová pevnost betonu v tlaku:

$$f_t = 30 \text{ MPa}$$

Ocel

$$f_{yR14} = 588,30 \text{ Mpa}$$

$$f_{yR10} = 742,80 \text{ Mpa}$$

$$f_{yR8} = 569,70 \text{ Mpa}$$

### 15.2 Průřezové charakteristiky

|                           |                |        |                 |
|---------------------------|----------------|--------|-----------------|
| Šířka průřezu             | x              | 190    | mm              |
| Výška průřezu             | y              | 300    | mm              |
| Plocha průřezu            | A              | 57000  | mm <sup>2</sup> |
| Plocha jednoho třmínku    | A <sub>t</sub> | 50,27  | mm <sup>2</sup> |
| Plocha podélné výztuže    | A <sub>1</sub> | 772,83 | mm <sup>2</sup> |
| Vzdálenost prutů třmínku  | x <sub>1</sub> | 148    | mm              |
| Vzdálenost prutů třmínku  | y <sub>1</sub> | 248    | mm              |
| Saint-Venantův součinitel | α              | 0,208  |                 |
| Vzdálenost třmínků        | s              | 110    | mm              |

### 15.3 Výpočet únosnosti prvku

Moment na mezní únosnosti v kroucení

T<sub>US</sub>:

$$T_{US} = \frac{x^2 \cdot y}{3} \cdot (2,4 \cdot \sqrt{f_c'}) + \sqrt{m} \cdot \frac{f_{1y}}{f_{ty}} \left( 1 + 0,2 \cdot \frac{x_1}{y_1} \right) \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} =$$

$$\text{Kde: } m = \frac{2 \cdot A_1 \cdot s}{2 \cdot A_t \cdot (x_1 + y_1)}$$

$$m = \frac{2 \cdot 7,7283 \cdot 10^4 - 4 \cdot 0,11}{2 \cdot 5,0265 \cdot 10^{-5} \cdot (0,148 + 0,248)}$$

$$T_{US} = \frac{0,19^2 \cdot 0,3}{3} \cdot (2,4 \cdot \sqrt{30}) \cdot \frac{588,3}{569,7} \cdot \left(1 + 0,2 \cdot \frac{0,148}{0,248}\right) \cdot \frac{0,148 \cdot 0,248 \cdot 5,0265 \cdot 10^{-5} \cdot 569,7}{0,11}$$

$$= \underline{22,87 \text{ Mpa}}$$

Mezní torzní moment průřezu je

**22,87 kNm.**

## 16 Výpočet podle metody mezní analýzy

### 16.1 Materiálové charakteristiky

Normová pevnost betonu v tahu:

$$f_t = 2,8 \text{ MPa}$$

Ocel

$$f_{yl} = 437,780 \text{ Mpa}$$

$$f_{yt} = 437,780 \text{ Mpa}$$

### 16.2 Průřezové charakteristiky

|                                  |                 |        |                 |
|----------------------------------|-----------------|--------|-----------------|
| Šířka průřezu                    | b               | 190    | mm              |
| Výška průřezu                    | a               | 300    | mm              |
| Plocha průřezu                   | A               | 57000  | mm <sup>2</sup> |
| Strana jádra průřezu             | a <sub>c</sub>  | 63,40  | mm              |
| Strana jádra průřezu             | b <sub>c</sub>  | 100    | mm              |
| Plocha jednoho třmínku           | A <sub>st</sub> | 50,27  | mm <sup>2</sup> |
| Plocha podélné výztuže           | A <sub>sl</sub> | 772,83 | mm <sup>2</sup> |
| Vzdálenost prutů podélné výztuže | s <sub>l</sub>  | 148    | mm              |
| Vzdálenost prutů příčné výztuže  | s <sub>t</sub>  | 110    | mm              |

$$K \quad \text{dle Von Mises} \quad K = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = \frac{437780}{\sqrt{3}} = 252752,4$$

Plastický modul průřezu v kroucení pro obdélník  $I_p$ :

$$I_p = \frac{1}{12} \cdot a^2 \cdot (3b - a) = \frac{1}{12} \cdot 0,3^2 \cdot (3 \cdot 0,19 - 0,3) = 0,002025 \text{ m}^3$$

Součinitel pro podélnou výztuž

 $\Psi_{sl}$ 

$$\Psi_{sl} = \frac{\rho_{sl} \cdot f_{yl}}{f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p} = \frac{A_{sl} \cdot f_{yl}}{S_l \cdot f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p}$$

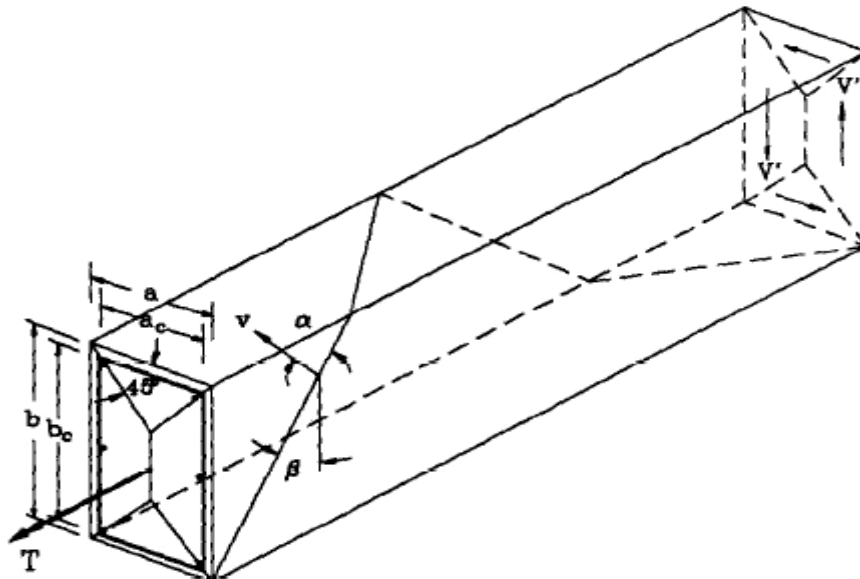
$$= \frac{0,00077283 \cdot 437780}{0,115 \cdot 2800} \cdot \frac{0,0634 \cdot 0,1 \cdot \left(1 + \frac{0,0634}{0,1}\right)}{0,002025} = 5,620$$

Součinitel pro příčnou výztuž

 $\Psi_{st}$ 

$$\Psi_{st} = \frac{\rho_{st} \cdot f_{yt}}{f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p} = \frac{A_{st} \cdot f_{yt}}{S_t \cdot f_t^*} \cdot \frac{a_c \cdot b_c \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right)}{I_p}$$

$$= \frac{0,0000503 \cdot 437780}{0,11 \cdot 2800} \cdot \frac{0,0634 \cdot 0,1 \cdot \left(1 + \frac{0,0634}{0,1}\right)}{0,002025} = 0,366$$

 Dle schématu porušení mechanismu pro obdélníkový prvek zvolena hodnota  $\beta = 45^\circ$ .

*Mechanismus porušení*

Výpočet úhlu

 $\alpha$ .:

$$\tan \alpha = \frac{K \tan \beta + \sqrt{(K \tan \beta)^2 + K(1 + \psi_{sl})}}{(1 + \psi_{sl})}$$

=

$$\frac{252752 \cdot \tan 45 + \sqrt{(252752 \cdot \tan 45)^2 + 252752 \cdot (1 + 5,620)}}{(1 + 5,620)}$$

$\rightarrow \alpha = 89,968^\circ$

Mezní torzní moment

T:

$$T = \frac{f_t^*}{12} a^2 \cdot (3b - a) \sec \beta \cdot \sec(\alpha - \beta) \cdot (\sin \alpha + K \cos \alpha \cdot \cot \alpha) + a_c \cdot b_c \cdot \left(1 + \frac{a_c}{b_c}\right) \cdot [\rho_{sl} \cdot f_{yt} \cdot \tan(\alpha - \beta) + \rho_{st} \cdot f_{yt} \cdot \tan \beta] \quad \text{pro } \alpha \geq \alpha_0$$

$$= \frac{2800}{12} \cdot 0,3^2 \cdot (3 \cdot 0,19 - 0,3) \cdot \frac{1}{\cos 45} \cdot \frac{1}{\cos(89,968 - 45)} \cdot (\sin 89,968 + 252752 \cdot \cos 89,968 \cdot \cot 89,968 +$$

$$0,0634 \cdot 0,1 \cdot \left(1 + \frac{0,0634}{0,1}\right) \cdot \left[\frac{0,00077283}{0,115} \cdot 437780 \cdot \tan(89,968 - 45) + \frac{0,0000503}{0,11} \cdot 437780 \cdot \tan 45\right]$$

$$= \underline{17,33 \text{ kNm}}$$

Mezní torzní moment průřezu je

**17,33 kNm.**

## **Příloha - III**

(Vyhodnocení laboratorních zkoušek)

**ROZMĚRY A OBJEMOVÉ HMOTNOSTI ZKUŠEBNÍCH KRYCHLÍ**

| vzorek  | a [mm] | b [mm] | h [mm] | m [g]  | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] |
|---------|--------|--------|--------|--------|-----------------------------|-----------------------------|
| N 3-1/1 | 149,33 | 150,67 | 149,15 | 7525,7 | 2243                        | <b>2230</b>                 |
| N 3-1/2 | 149,30 | 151,52 | 149,40 | 7536,8 | 2230                        |                             |
| N 3-1/3 | 150,00 | 150,70 | 150,04 | 7551,5 | 2227                        |                             |
| N 3-2/1 | 149,60 | 150,46 | 150,27 | 7534,5 | 2228                        | <b>2230</b>                 |
| N 3-2/2 | 149,99 | 150,71 | 149,88 | 7549,4 | 2228                        |                             |
| N 3-2/3 | 150,04 | 150,54 | 150,37 | 7532,5 | 2218                        |                             |
| N 3-3/1 | 149,33 | 150,53 | 149,61 | 7551,5 | 2245                        | <b>2240</b>                 |
| N 3-3/2 | 150,06 | 150,15 | 150,11 | 7541,5 | 2230                        |                             |
| N 3-3/3 | 150,19 | 150,43 | 150,33 | 7594,5 | 2236                        |                             |

**ROZMĚRY A OBJEMOVÉ HMOTNOSTI ZKUŠEBNÍCH HRANOLŮ**

| prvek   | a [mm] | b [mm] | l [mm] | m[g]   | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] |
|---------|--------|--------|--------|--------|-----------------------------|-----------------------------|
| N 3-1/1 | 99,36  | 101,35 | 400,00 | 9006,0 | 2236                        | <b>2230</b>                 |
| N 3-1/2 | 99,97  | 102,61 | 399,60 | 9123,6 | 2226                        |                             |
| N 3-1/3 | 100,14 | 100,20 | 399,45 | 8969,5 | 2238                        |                             |
| N 3-2/1 | 100,16 | 103,27 | 399,45 | 9210,6 | 2229                        | <b>2240</b>                 |
| N 3-2/2 | 99,84  | 101,73 | 399,50 | 9096,1 | 2242                        |                             |
| N 3-2/3 | 99,31  | 102,30 | 399,90 | 9104,4 | 2241                        |                             |
| N 3-3/1 | 99,14  | 103,26 | 400,15 | 9095,8 | 2221                        | <b>2230</b>                 |
| N 3-3/2 | 100,12 | 102,07 | 399,45 | 9135,5 | 2238                        |                             |
| N 3-3/3 | 99,91  | 103,80 | 399,55 | 9201,6 | 2221                        |                             |

**ROZMĚRY A OBJEMOVÉ HMOTNOSTI ZKUŠEBNÍCH VÁLCŮ**

| vzorek  | a [mm] | h [mm] | m [g]   | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] |
|---------|--------|--------|---------|-----------------------------|-----------------------------|
| N 3-1/1 | 150,01 | 300,35 | 11963,3 | 2254                        | <b>2240</b>                 |
| N 3-1/2 | 150,23 | 302,65 | 11942,6 | 2226                        |                             |
| N 3-1/3 | 150,21 | 300,85 | 11875,0 | 2228                        |                             |
| N 3-2/1 | 149,98 | 301,95 | 11973,7 | 2245                        | <b>2240</b>                 |
| N 3-2/2 | 150,04 | 300,10 | 11781,8 | 2220                        |                             |
| N 3-2/3 | 150,20 | 301,05 | 11976,6 | 2245                        |                             |
| N 3-3/1 | 149,85 | 303,10 | 12049,5 | 2254                        | <b>2250</b>                 |
| N 3-3/2 | 150,22 | 300,30 | 11975,6 | 2250                        |                             |
| N 3-3/3 | 149,86 | 301,75 | 11959,8 | 2247                        |                             |

| KRYCHELNÁ PEVNOST |                      |        |                      |                           |
|-------------------|----------------------|--------|----------------------|---------------------------|
| vzorek            | A [mm <sup>2</sup> ] | F [kN] | F <sub>c</sub> [Mpa] | F <sub>c,cube</sub> [Mpa] |
| N 3-1/1           | 22499,3              | 941,00 | 41,82                | <b>41,50</b>              |
| N 3-1/2           | 22622,4              | 957,00 | 42,30                |                           |
| N 3-1/3           | 22604,8              | 913,00 | 40,39                |                           |
| N 3-2/1           | 22509,3              | 877,00 | 38,96                | <b>38,50</b>              |
| N 3-2/2           | 22605,5              | 835,00 | 36,94                |                           |
| N 3-2/3           | 22586,3              | 897,00 | 39,71                |                           |
| N 3-3/1           | 22477,9              | 889,00 | 39,55                | <b>39,20</b>              |
| N 3-3/2           | 22530,5              | 861,00 | 38,21                |                           |
| N 3-3/3           | 22593,1              | 897,00 | 39,70                |                           |

| HRANOLOVÁ PEVNOST |                      |        |                      |                            |
|-------------------|----------------------|--------|----------------------|----------------------------|
| vzorek            | A [mm <sup>2</sup> ] | F [kN] | F <sub>c</sub> [Mpa] | F <sub>c,prism</sub> [Mpa] |
| N 3-1/1           | 7885                 | 263,0  | 33,35                | <b>33,20</b>               |
| N 3-1/2           | 8152                 | 269,0  | 33,00                |                            |
| N 3-1/3           | 7845                 | 261,0  | 33,27                |                            |
| N 3-2/1           | 8176                 | 255,0  | 31,19                | <b>30,90</b>               |
| N 3-2/2           | 8069                 | 250,0  | 30,98                |                            |
| N 3-2/3           | 8289                 | 253,0  | 30,52                |                            |
| N 3-3/1           | 8371                 | 267,0  | 31,90                | <b>31,70</b>               |
| N 3-3/2           | 8107                 | 256,0  | 31,58                |                            |
| N 3-3/3           | 8570                 | 270,0  | 31,50                |                            |

| VÁLCOVÁ PEVNOST |                      |        |                      |                          |
|-----------------|----------------------|--------|----------------------|--------------------------|
| vzorek          | A [mm <sup>2</sup> ] | F [kN] | F <sub>c</sub> [Mpa] | F <sub>c,cyl</sub> [Mpa] |
| N 3-1/1         | 17674                | 528,00 | 29,87                | <b>29,00</b>             |
| N 3-1/2         | 17725                | 498,00 | 28,10                |                          |
| N 3-1/3         | 17720                | 517,00 | 29,18                |                          |
| N 3-2/1         | 17666                | 469,00 | 26,55                | <b>27,10</b>             |
| N 3-2/2         | 17681                | 478,00 | 27,03                |                          |
| N 3-2/3         | 17718                | 491,00 | 27,71                |                          |
| N 3-3/1         | 17637                | 502,00 | 28,46                | <b>28,20</b>             |
| N 3-3/2         | 17722                | 507,00 | 28,61                |                          |
| N 3-3/3         | 17638                | 484,00 | 27,44                |                          |

**VZOROVÝ PROTOKOL PRO STANOVENÍ PEVNOSTI BETONU V TLAKU**
**Zkušební vzorek**

označení vzorku:

N 3-1/1

tvar vzorku:

krychle

rozměry:

**a** = 149,33 mm

**b** = 150,67 mm

**h** = 149,15 mm

průřezová plocha

**A<sub>c</sub>** = 22499,2977 mm<sup>2</sup>

datum výroby: 18.8.2004

datum zkoušky: 15.9.2004

stáří vzorku: 28 dní

uložení tělesa: normální vlhké

 hmotnost **m** = 7,526 kg

 objemová hm. **ρ** = 2243 kg/m<sup>3</sup>

síla při porušení

**F** = 941 kN

pevnost betonu v tlaku

**f<sub>c</sub>** = **F/A<sub>c</sub>** = 41,80 N/mm<sup>2</sup>
**VYHODNOCENÍ STATICKÉHO MODULU PRUŽNOSTI V TLAKU**

| prvek   | f <sub>c, pri, sr</sub> [MPa] | Δσ = f <sub>c,1/3<sub>sr</sub></sub> - f <sub>c0,5kN</sub> [MPa] | Δε    | E <sub>c</sub> [GPa] | E <sub>c</sub> [GPa] |
|---------|-------------------------------|--|-------|----------------------|----------------------|
|         | jedn.                         |  |       |                      |                      |
| N 3-1/1 | 29,06                         | 9,19   | 0,217 | 42,35                | 40,00                |
| N 3-1/2 |                               | 9,20   | 0,254 | 36,22                |                      |
| N 3-1/3 |                               | 9,19   | 0,221 | 41,58                |                      |
| N 3-2/1 | 26,98                         | 8,51   | 0,237 | 35,91                | 34,50                |
| N 3-2/2 |                               | 8,50   | 0,245 | 34,69                |                      |
| N 3-2/3 |                               | 8,50   | 0,255 | 33,33                |                      |
| N 3-3/1 | 27,41                         | 8,65   | 0,229 | 37,77                | 37,50                |
| N 3-3/2 |                               | 8,65   | 0,247 | 35,02                |                      |
| N 3-3/3 |                               | 8,65   | 0,219 | 39,50                |                      |

Pozn.: Pevnost srovnávacích těles udána jako 0,7 násobek krychelné pevnosti betonu v tlaku

**VZOROVÝ PROTOKOL: STATICKÝ MODUL PRUŽNOSTI V TLAKU BETONU**
**Zkušební vzorek**

označení vzorku:

|         |
|---------|
| N 3-1/1 |
|---------|

datum výroby:

|           |
|-----------|
| 18.8.2004 |
|-----------|

tvar vzorku:

|        |
|--------|
| hranol |
|--------|

datum zkoušky:

|           |
|-----------|
| 15.9.2004 |
|-----------|

rozměry:

a = 99,36 mm

stáří vzorku:

|        |
|--------|
| 28 dní |
|--------|

b = 101,35 mm

uložení tělesa:

|                |
|----------------|
| normální vlhké |
|----------------|

L = 400 mm

hmotnost m =

|          |
|----------|
| 9,006 kg |
|----------|

průřezová plocha

 $A_c = 10070,9 \text{ mm}^2$ 

 objemová hm.  $\rho =$ 

|                        |
|------------------------|
| 2236 kg/m <sup>3</sup> |
|------------------------|

 pevnost v tlaku srovnávacích těles  $f_c = 41,51 \text{ N/mm}^2$ 

 odvozené horní zatěžovací napětí  $f_{\sigma}/3 = 13,8367 \text{ N/mm}^2$ 
**Režim zatěžování**

 napětí  $\sigma'$ 

 síla  $F'$ 

upraveno:

vypočteno:

| [N/mm <sup>2</sup> ] |
|----------------------|
|----------------------|

| [kN] |
|------|
|------|

| síla $F'$ |
|-----------|
|-----------|

| napětí $\sigma'$ |
|------------------|
|------------------|

základní zatížení "b":

|      |
|------|
| 0,50 |
|------|

|      |
|------|
| 5,04 |
|------|

|   |
|---|
| 5 |
|---|

|       |
|-------|
| 0,496 |
|-------|

|            |
|------------|
| $\sigma_b$ |
|------------|

horní zatížení "a":

|       |
|-------|
| 13,84 |
|-------|

|        |
|--------|
| 139,35 |
|--------|

|      |
|------|
| 97,5 |
|------|

|       |
|-------|
| 9,681 |
|-------|

|            |
|------------|
| $\sigma_a$ |
|------------|

|                      |
|----------------------|
| 9,185 $\Delta\sigma$ |
|----------------------|

**Zatěžování**
 $\Delta\varepsilon = 0,217$ 
**Vyhodnocení**

 Rozdíl napětí  $\sigma_a - \sigma_b$ 
 $\Delta\sigma = 9,185 \text{ N/mm}^2$ 

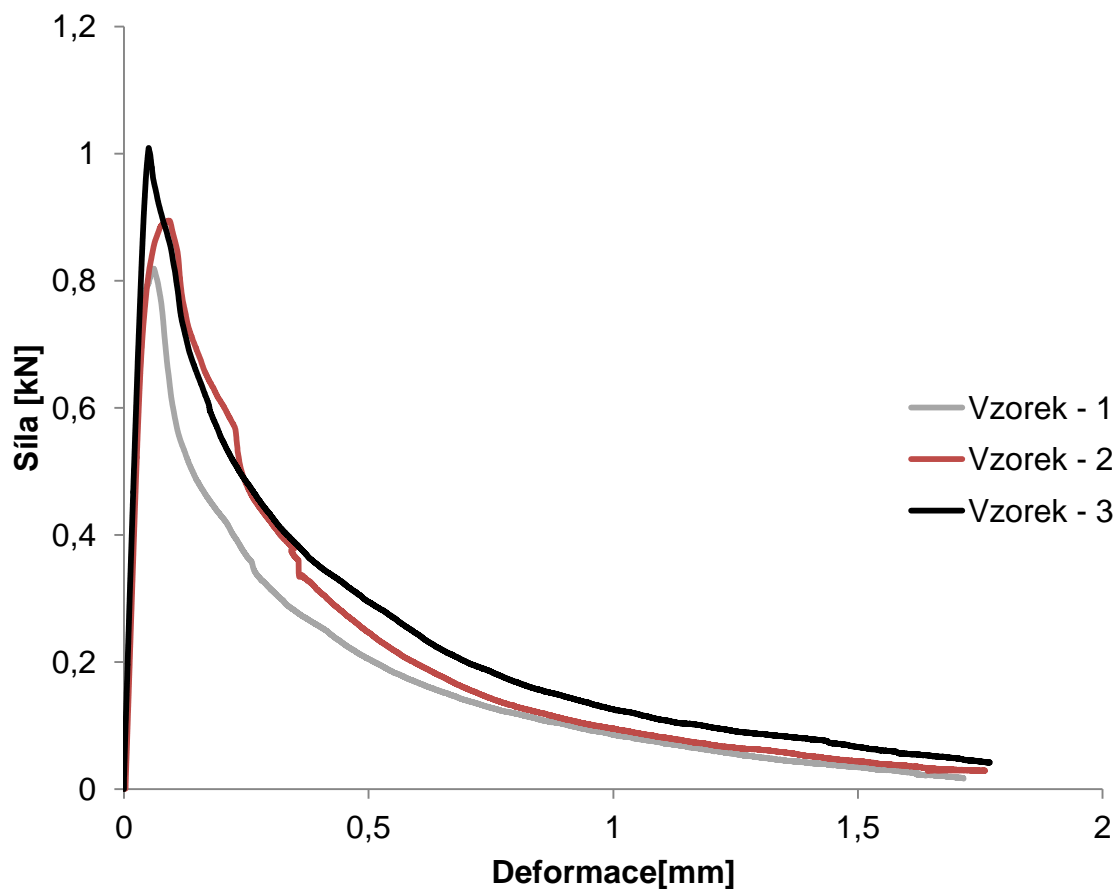
Průměr pom. Přetvoření

 $\varnothing \Delta\varepsilon = 0,000217$ 

 Modul pružnosti  $E_c = \Delta\sigma / \varnothing \Delta\varepsilon =$ 

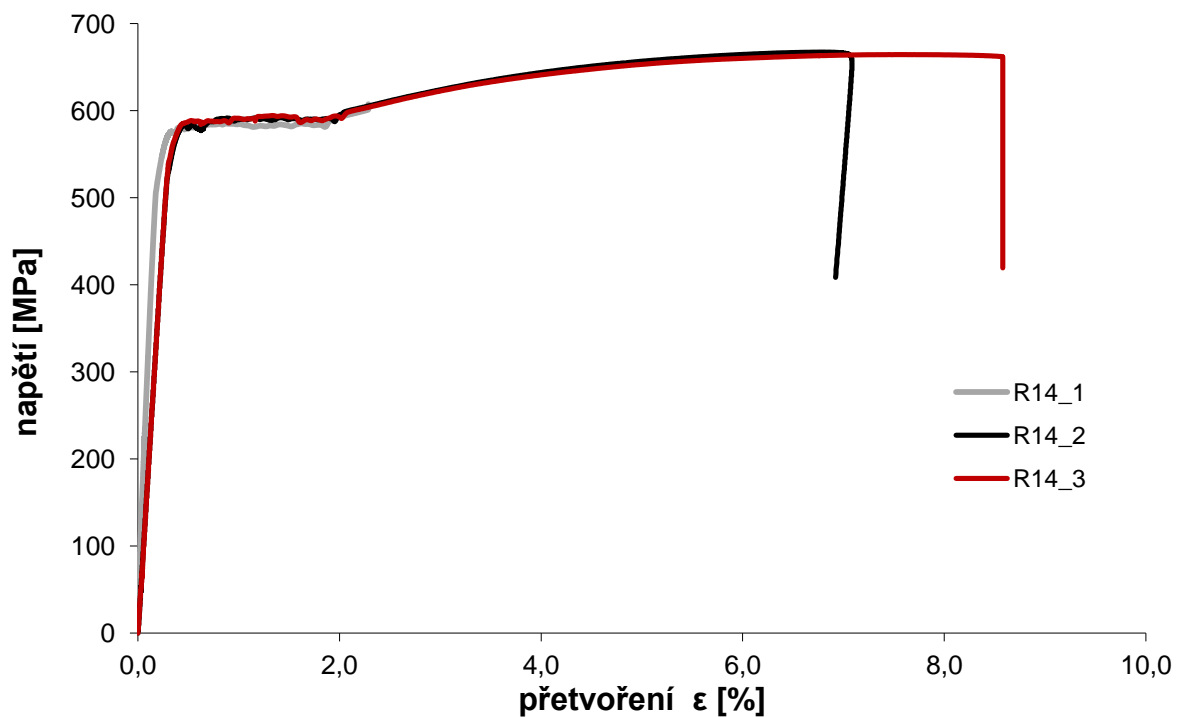
|                         |
|-------------------------|
| 42,35 N/mm <sup>2</sup> |
|-------------------------|

## ZÁVISLOST ZATĚŽOVACÍ SÍLY NA DEFORMACI



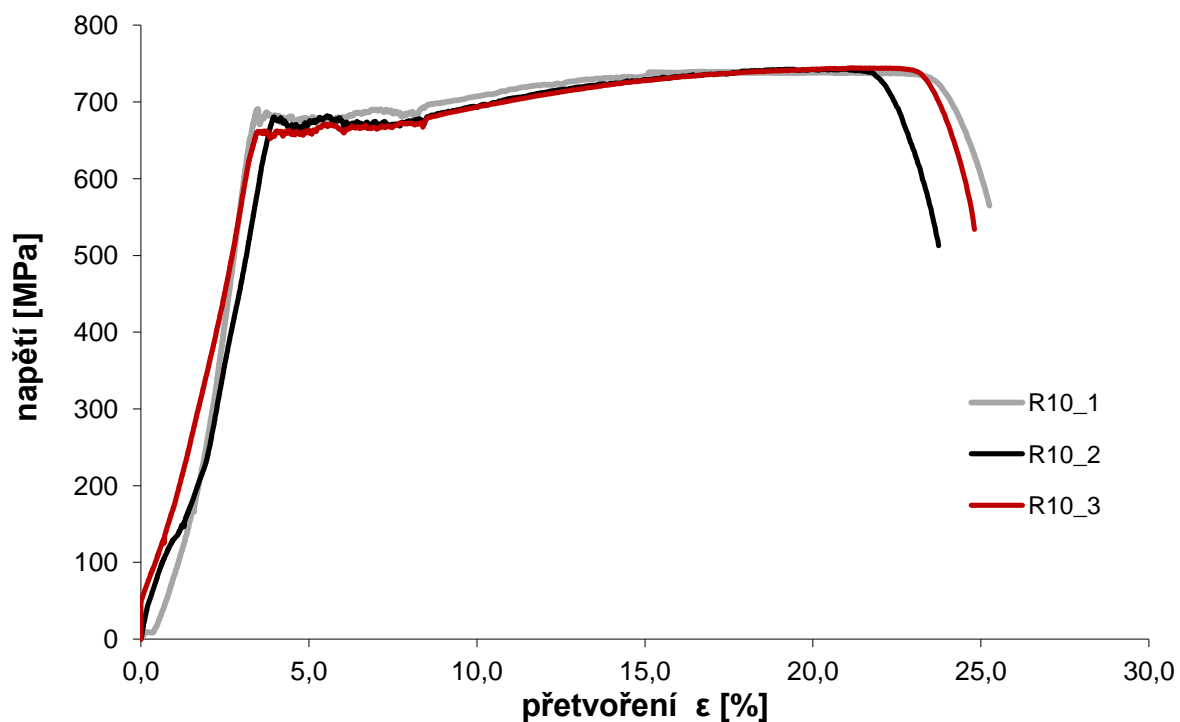
| STANOVENÍ LOMOVÉ ENERGIE |            |            |        |              |                |
|--------------------------|------------|------------|--------|--------------|----------------|
| označení                 | $b_z$ [mm] | $h_z$ [mm] | A [Nm] | $G_f$ [MN/m] | $G_f$ [MN/m]   |
| hranol 1                 | 79,75      | 54,50      | 0,3059 | 7,03805E-05  | <b>8,2E-05</b> |
| hranol 2                 | 80,44      | 54,54      | 0,3647 | 8,31282E-05  |                |
| hranol 3                 | 81,71      | 54,62      | 0,4130 | 9,25386E-05  |                |

### PRACOVNÍ DIAGRAM OCELI R-14

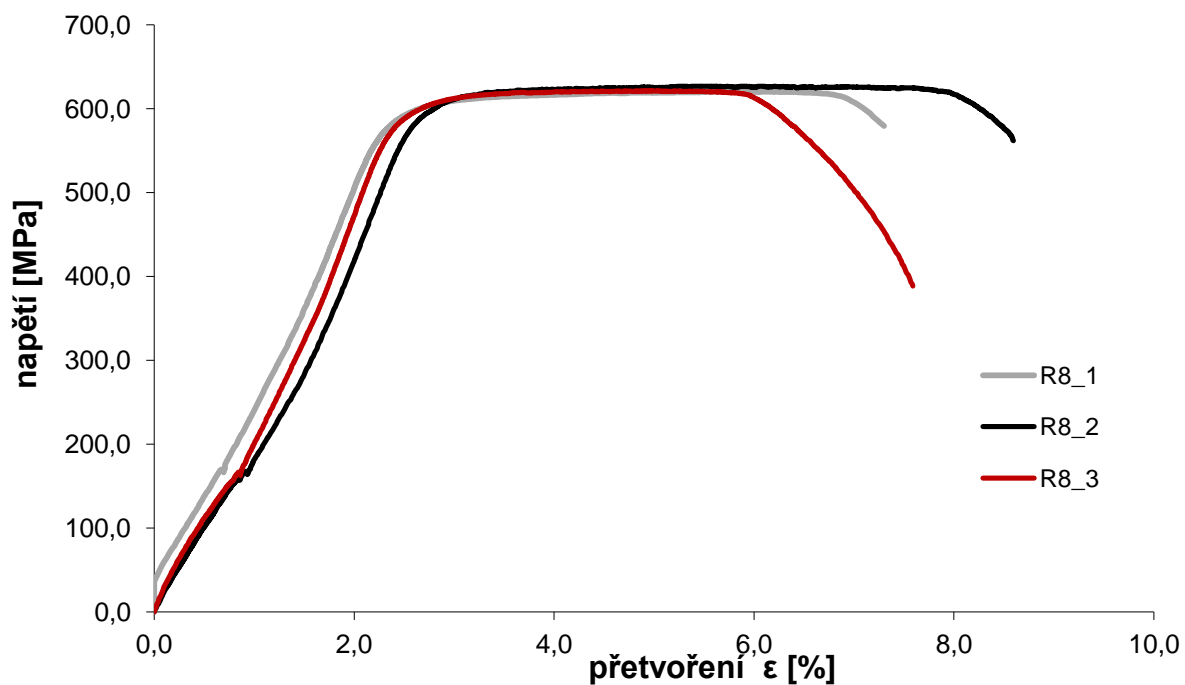


### OCELOVÉ PRUTY $\Phi$ 14mm

| vzorek | délka | hmotnost | délka základny | plocha průřezu     | mez kluzu | mez pevnosti | modul pružnosti |
|--------|-------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------|-----------------|
| [č.]   | [mm]  | [g]      | [mm]           | [mm <sup>2</sup> ] | [Mpa]     | [Mpa]        | [Gpa]           |
| 1      | 561   | 677,8    | 224            | 153,93             | 568,7     | 607,355      | 201,6           |
| 2      | 556   | 664,2    | 229            | 152,18             | 579,2     | 667,437      | 205,1           |
| 3      | 555   | 667,1    | 226            | 153,12             | 585,4     | 664,521      | 203,4           |

**PRACOVNÍ DIAGRAM OCELI R-10**

**OCELOVÉ PRUTY  $\Phi$  10mm**

| vzorek | délka | hmotnost | délka základny | plocha průřezu     | mez kluzu | mez pevnosti | modul pružnosti |
|--------|-------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------|-----------------|
| [č.]   | [mm]  | [g]      | [mm]           | [mm <sup>2</sup> ] | [Mpa]     | [Mpa]        | [Gpa]           |
| 1      | 570   | 349,9    | 228            | 78,20              | 684,26    | 740,949      | 197,1           |
| 2      | 566   | 347,9    | 228            | 78,30              | 669,55    | 742,846      | 201,6           |
| 3      | 567   | 345,4    | 227            | 77,60              | 661,24    | 744,514      | 202,9           |

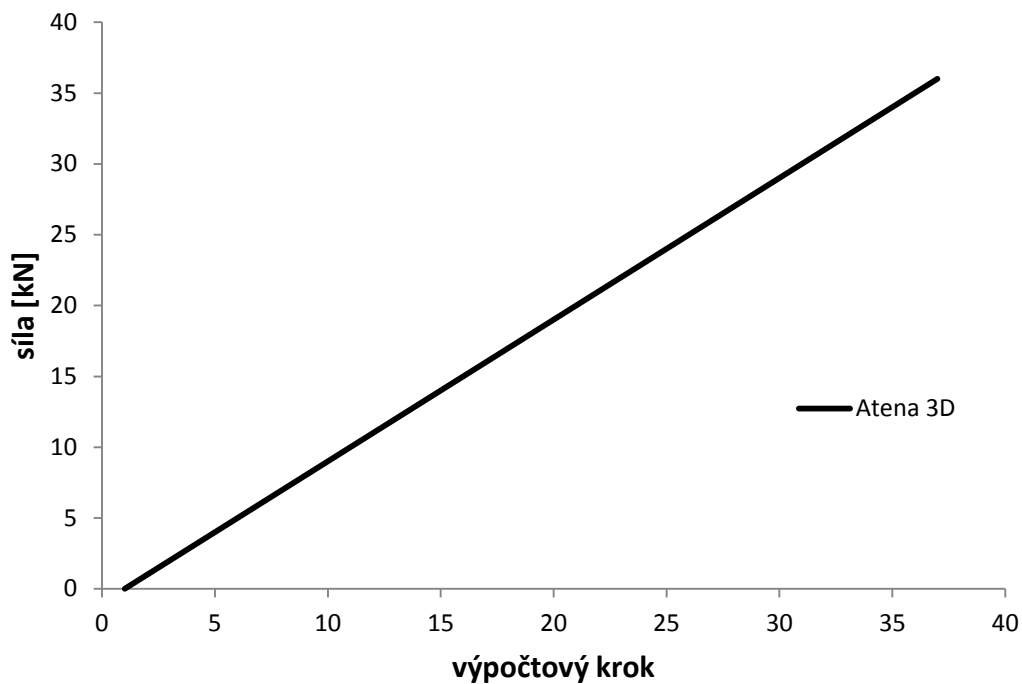
**PRACOVNÍ DIAGRAM OCELI R-8**

**OCELOVÉ PRUTY  $\Phi$  8mm**

| vzorek | délka | hmotnost | délka základny | plocha průřezu     | mez kluzu | mez pevnosti | modul pružnosti |
|--------|-------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------|-----------------|
| [č.]   | [mm]  | [g]      | [mm]           | [mm <sup>2</sup> ] | [Mpa]     | [Mpa]        | [Gpa]           |
| 1      | 571   | 225,3    | 228            | 50,27              | 569,5     | 620,187      | 194,1           |
| 2      | 565   | 221,5    | 224            | 49,95              | 568,9     | 626,792      | 197,6           |
| 3      | 566   | 224,4    | 227            | 50,51              | 571,3     | 621,401      | 202,4           |

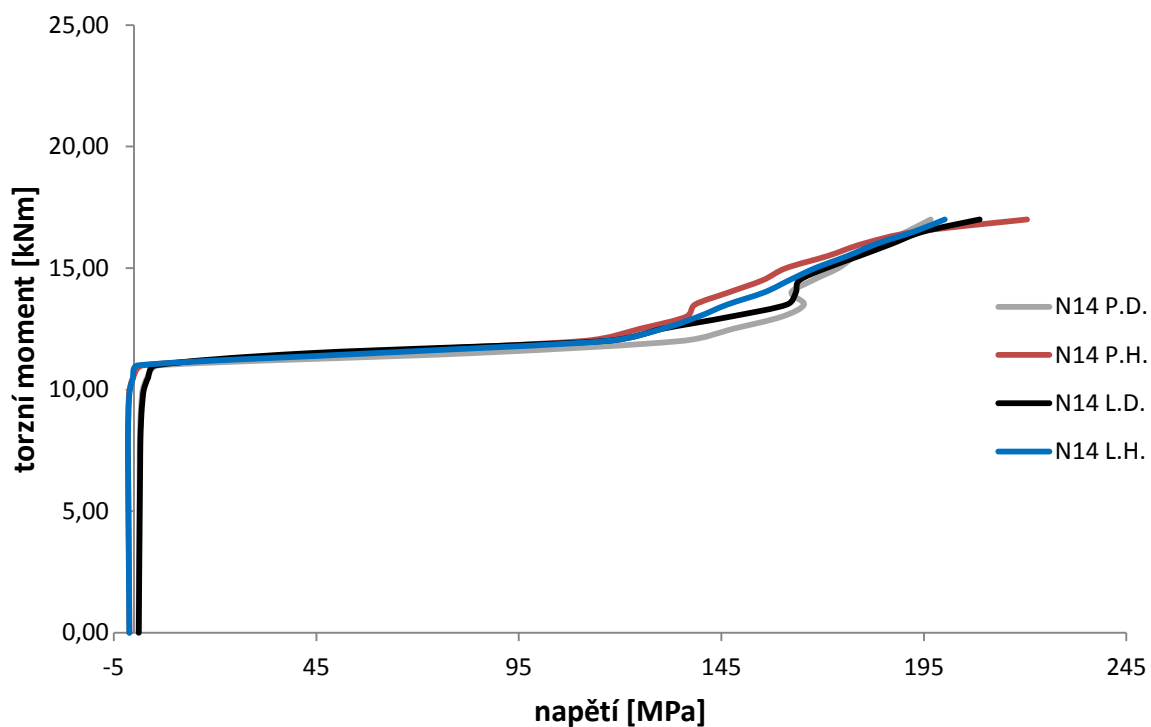
## **Příloha - IV**

(Výsledky numerické analýzy)

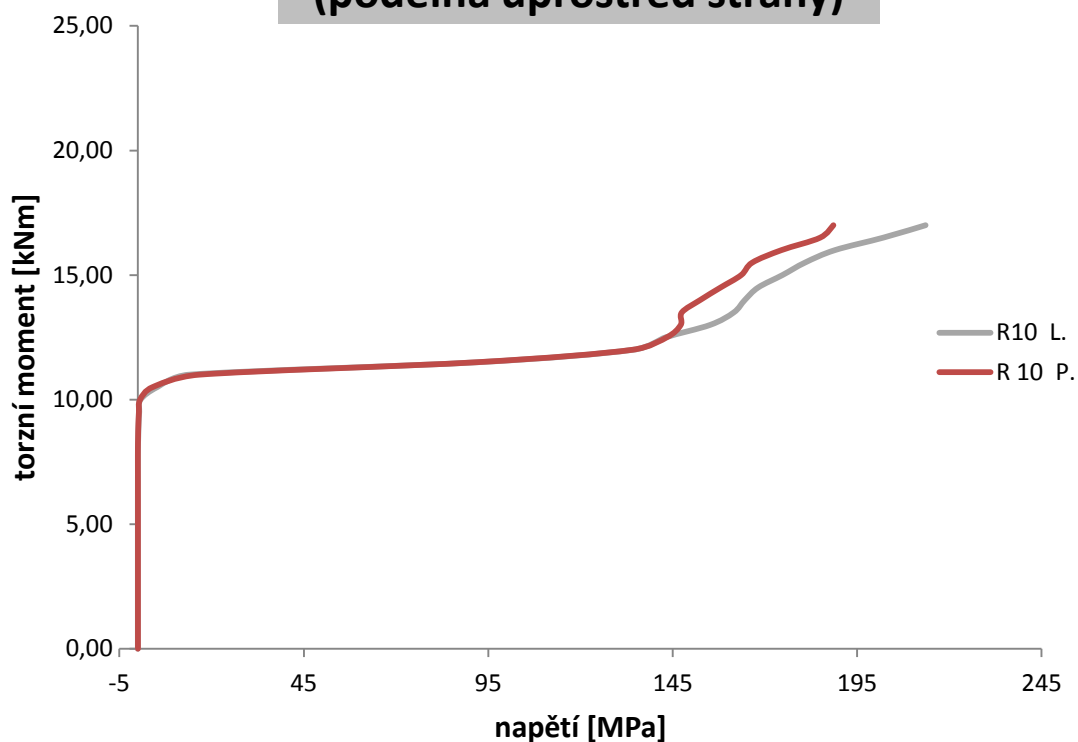
### Průběh zatěžování Atena 3D



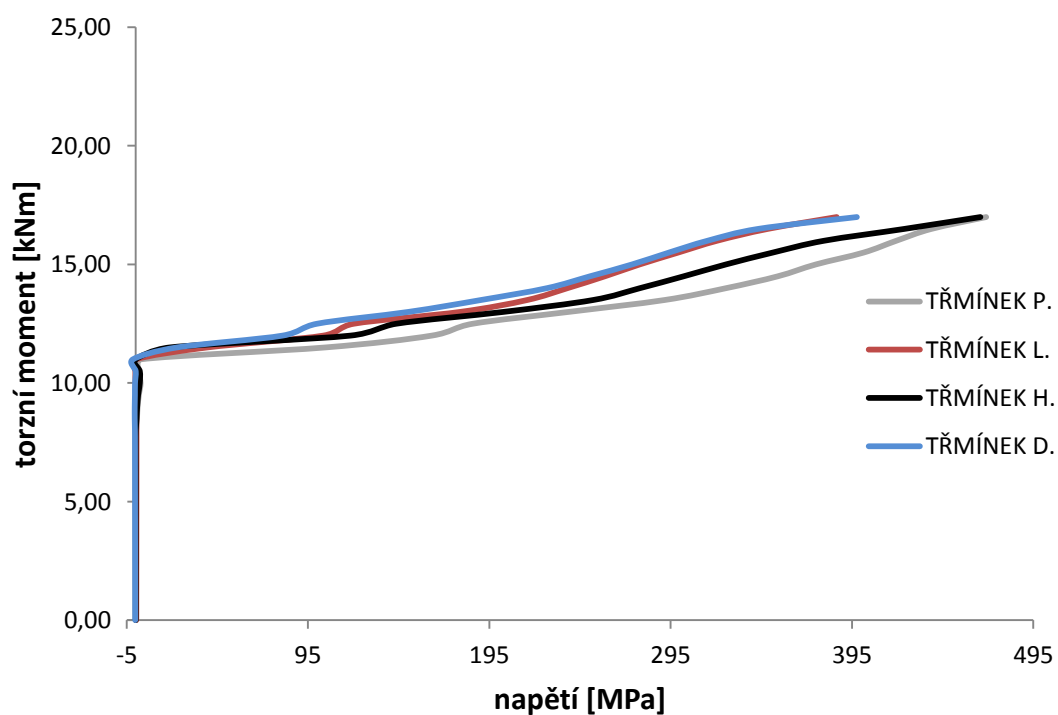
### Průběh napětí ve výztuži R 14 (podélná v rozích)



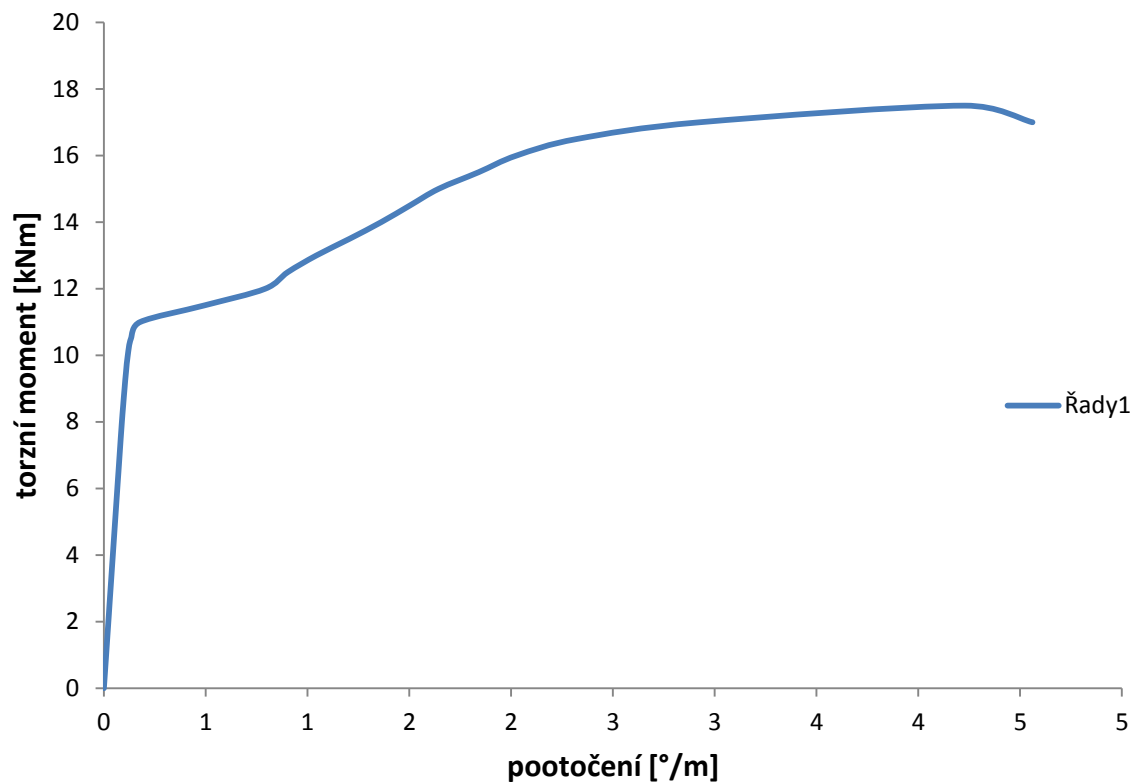
### Průběh napětí ve výztuži R 10 (podélná uprostřed strany)



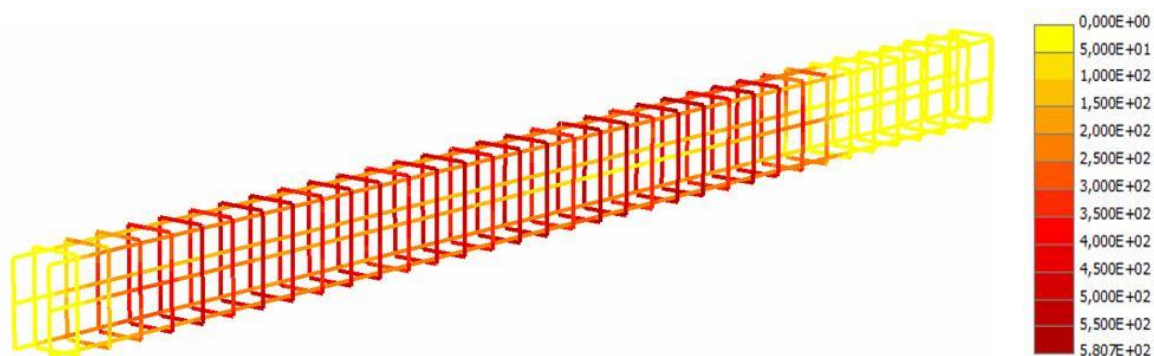
### Průběh napětí ve třmínku R 8



### Závislost torzního momentu na pootočení ATENA 3D



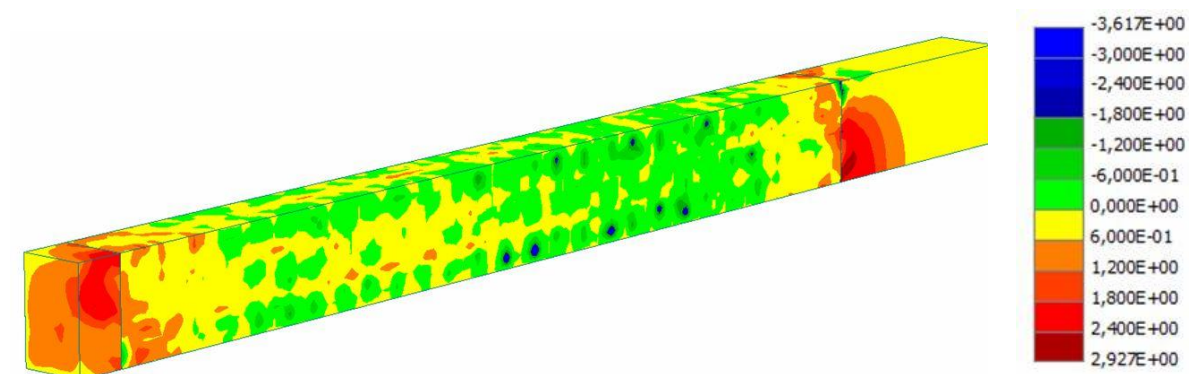
### Napětí ve výztuži při porušení prvku [MPa]



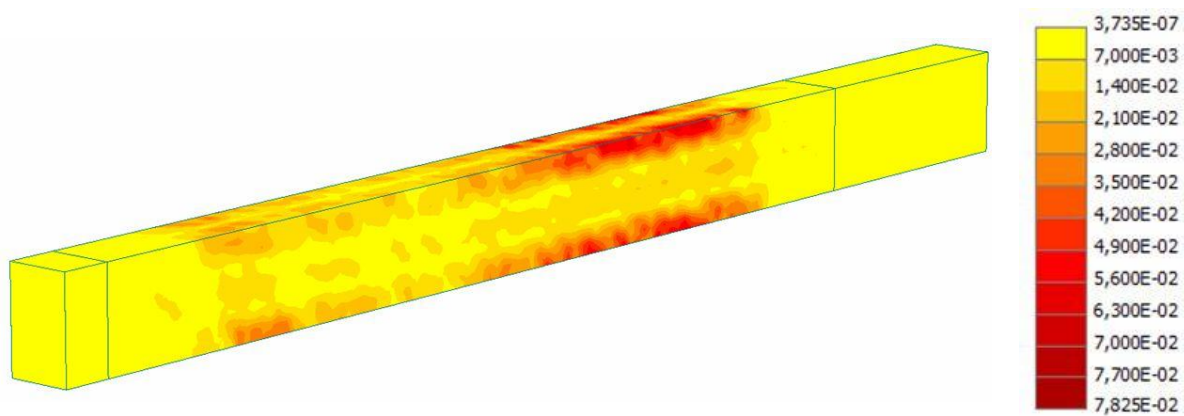
## Přetvoření ve výztuži při porušení prvku [-]



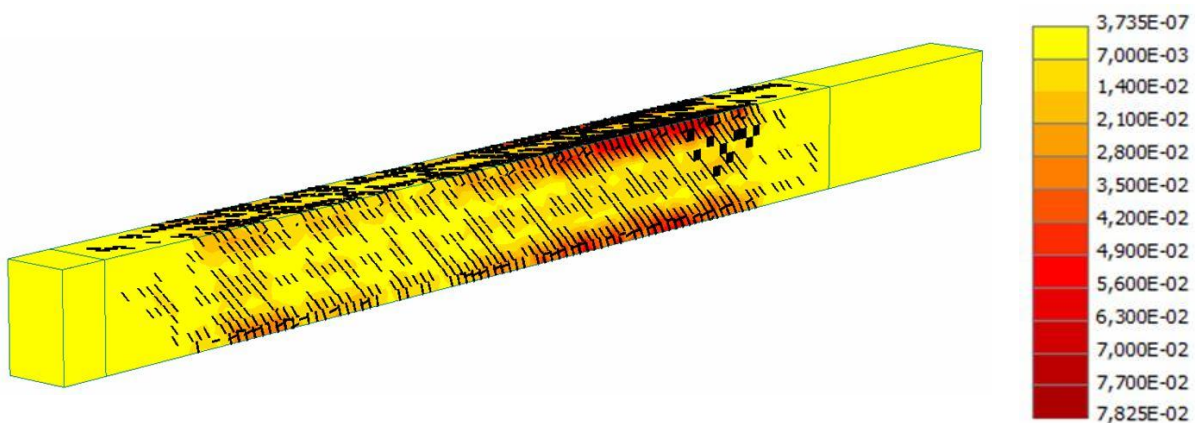
## Napětí v betonu při porušení prvku [MPa]



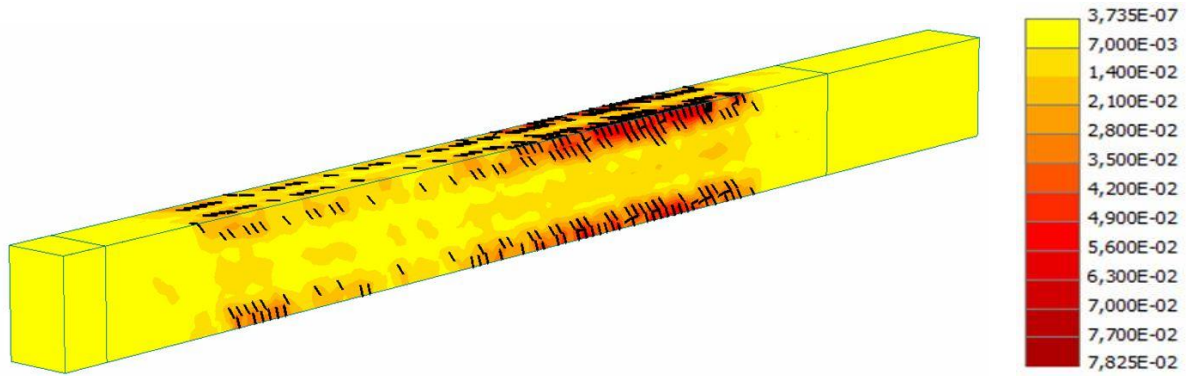
## Přetvoření v betonu při porušení prvku [-]



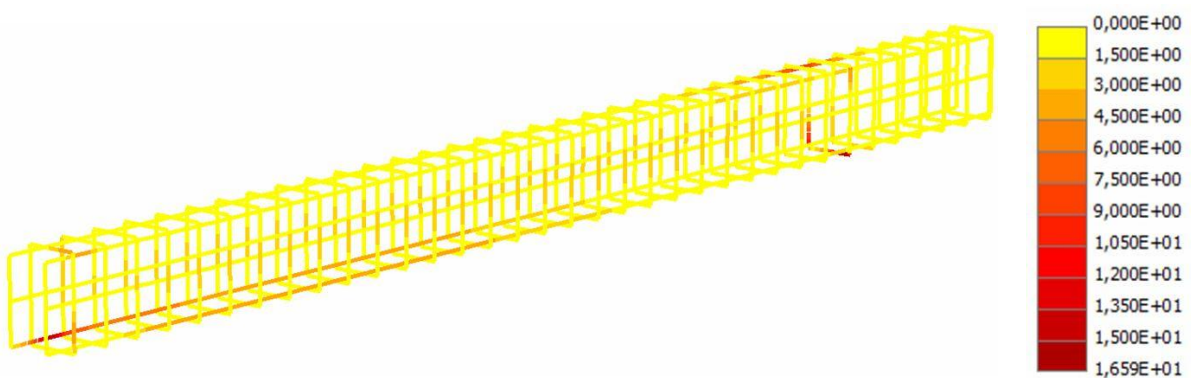
## Přetvoření v betonu při porušení prvku [-] ( trhliny 0,3 mm )



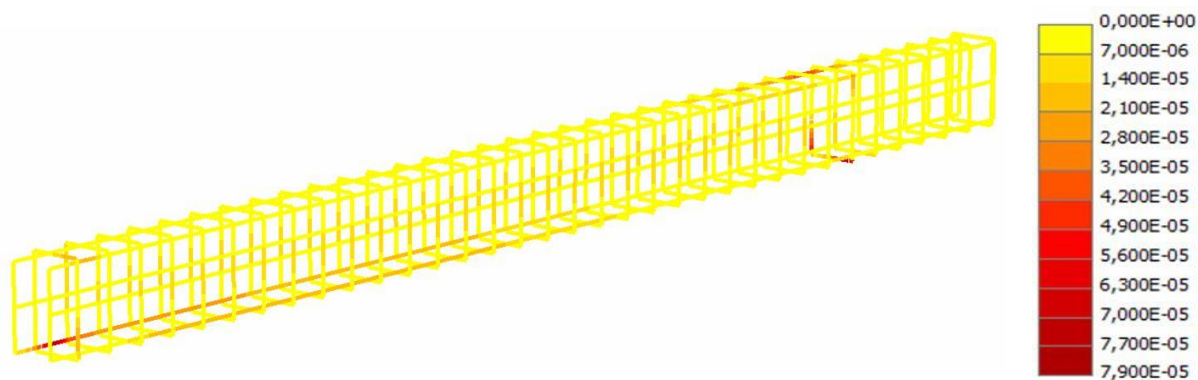
## Přetvoření v betonu při porušení prvku [-] ( trhliny 1 mm )



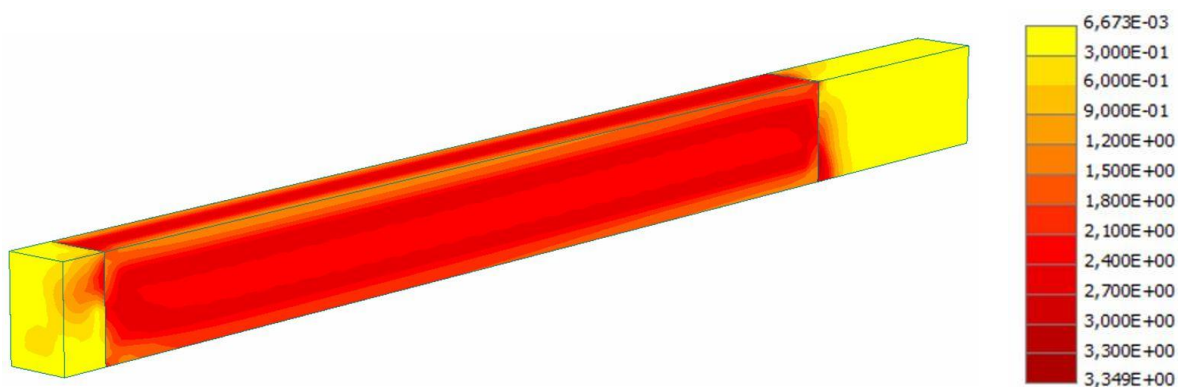
## Napětí ve výztuži - ztráta tuhosti průřezu při 10kNm. [MPa]



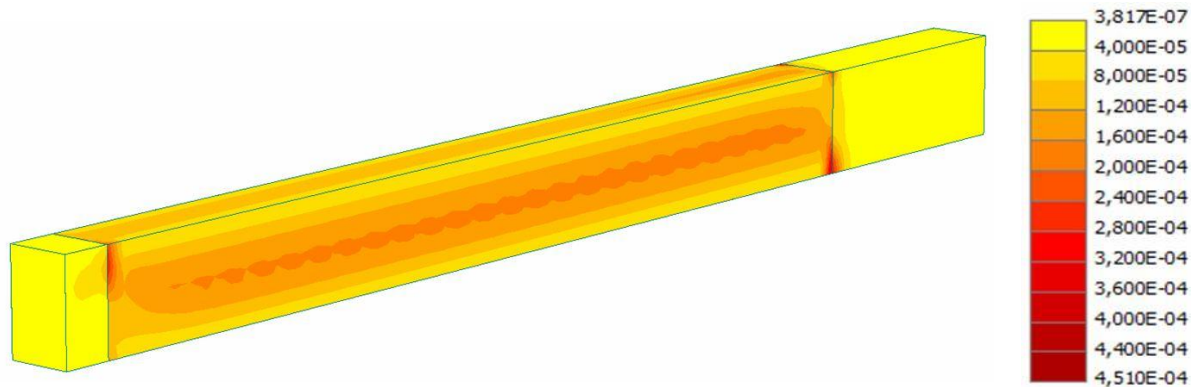
## Přetvoření ve výztuži - ztráta tuhosti průřezu při 10kNm. [-]



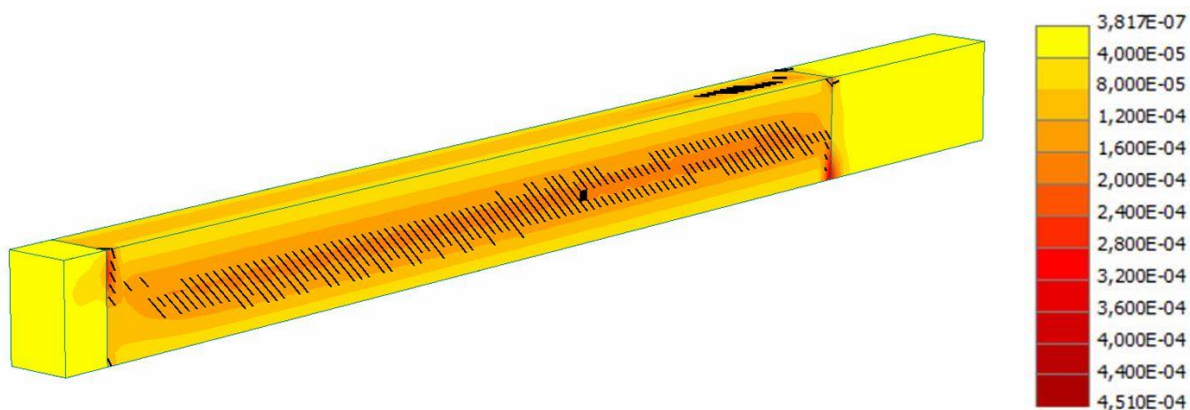
## Napětí v betonu - ztráta tuhosti průřezu při 10kNm. [MPa]



**Přetvoření v betonu - ztráta tuhosti průřezu při 10kNm. [-]**



**Přetvoření v betonu - ztráta tuhosti průřezu při 10kNm. [-]  
( trhliny 0,02 mm )**

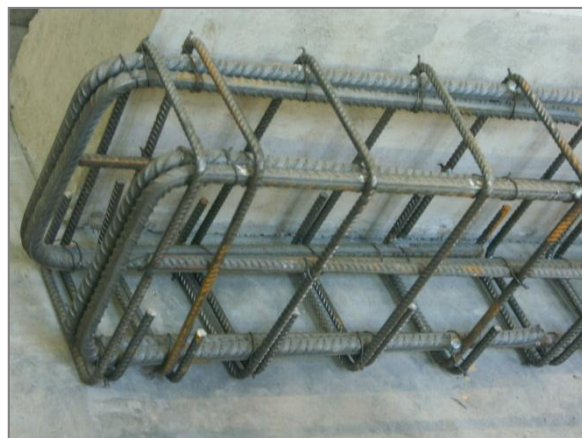


## **Příloha - V**

### **(Fotodokumentace)**



Obr. 1 – vyvázaný armokoš



Obr. 2 – vyvázaný armokoš



Obr. 3 – čelní ocelová krabice svařená s armokošem



Obr. 4 – vyvázaný armokoš



Obr. 5 – čelní ocelová krabice



Obr. 6 – napojení čelní krabice



Obr. 7 – detail vyvázaných třmínků



Obr. 8 – armatura v bedně



Obr. 9 – Míchačka s nuceným oběhem



Obr. 11 – Mísení betonové směsi



Obr. 10 – Ponorný vibrátor



Obr. 12 – Vybetonovaný prvek



Obr. 13 – Detail čelní desky



Obr. 14 – Betonáž vetknutého konce



Obr. 15 – Betonáž zkušebních vzorků



Obr. 16 – Betonáž zkušebních vzorků



Obr. 17 – Sestava zkušebních těles



Obr. 18 – Porušený hranol (tlak)



Obr. 19 – Porušená krychle (tlak)



Obr. 18 – Porušený válec (tlak)



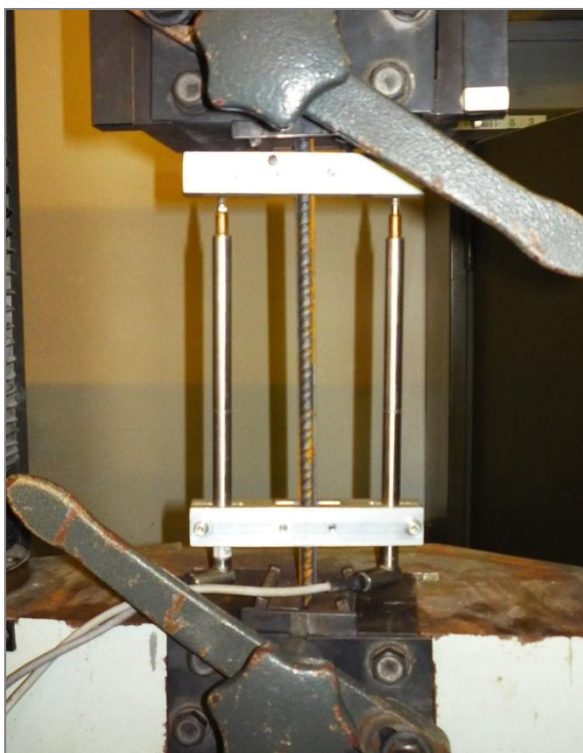
Obr. 19 – Porušené válce (tlak)



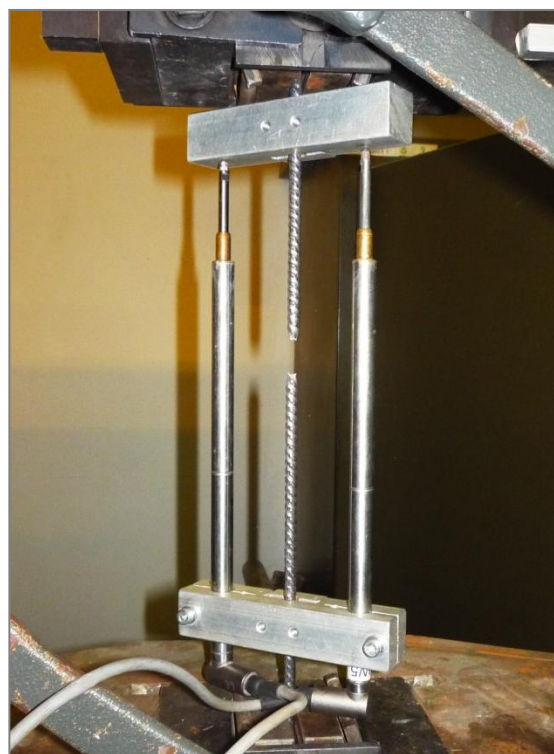
Obr. 19 – Zkouška lomových parametrů



Obr. 20 – Detail: zkouška lomových parametrů



Obr. 21 – Pevnost betonářské výztuže



Obr. 22 – Přetržený prut



Obr. 23 – Zatěžovací sestava (s porušeným vzorkem)



Obr. 21 – Pootočení nosníku N3-1



Obr. 22 – Pootočení nosníku N3-1



Obr. 21 – Pootočení nosníku N3-2



Obr. 22 – Pootočení nosníku N3-3