



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

Faculty Of Civil Engineering
Institute of Structural Mechanics

OPTIMALIZACE PARAMETRŮ DYNAMICKÉ RELAXACE PŘI ŘEŠENÍ MEZNÍCH PLASTICKÝCH STAVU KONSTRUKCÍ

OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF DYNAMIC RELAXATION IN SOLVING PLASTIC
LIMIT STATES OF STRUCTURES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. MILAN POLÁČEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

BRNO 2014



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3608T001 Pozemní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant	Bc. Milan Poláček
Název	Optimalizace parametrů dynamické relaxace při řešení mezních plastických stavů konstrukcí
Vedoucí diplomové práce	Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.
Datum zadání diplomové práce	31. 3. 2013
Datum odevzdání diplomové práce	17. 1. 2014

V Brně dne 31. 3. 2013

.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

Belytschko, T., Liu, W. K., Moran B.: Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, John Wiley & sons, ISBN 0-471-98773-5, New York, (2000)

Němec, I. at all.: Finite Elements Analysis of Structures, Shaker Verlag, ISBN 978-3-8322-9314-7, Aachen, (2010)

Zásady pro vypracování

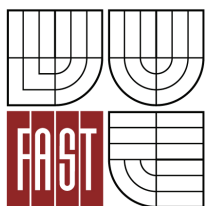
Při řešení mezních plastických stavů konstrukcí pomocí metody dynamické relaxace je důležitá volba parametrů metody.

Cílem práce je nastudovat metodu dynamické relaxace, parametry, které tuto metodu ovlivňují, dále nastudovat postupy řešení konstrukcí s vývojem plastických kloubů a provést výpočty vybrané konstrukce, u které bude docházet k vývoji plastických kloubů.

Při řešení bude použita uvedená metoda s různými parametry. Modelování vybrané konstrukce a jednotlivé analýzy budou provedeny v programovém systému RFEM.

Předepsané přílohy

.....
Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

POPISNÝ SOUBOR ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Vedoucí práce	Ing. Zbyněk Vlček, Ph.D.
Autor práce	Bc. Milan Poláček
Škola	Vysoké učení technické v Brně
Fakulta	Stavební
Ústav	Ústav stavební mechaniky
Studijní obor	3608T001 Pozemní stavby
Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Název práce	Optimalizace parametrů dynamické relaxace při řešení mezních plastických stavů konstrukcí
Název práce v anglickém jazyce	Optimization of parameters of dynamic relaxation in solving plastic limit states of structures
Typ práce	Diplomová práce
Přidělovaný titul	Ing.
Jazyk práce	Čeština
Datový formát elektronické verze	PDF

Anotace práce Účelem této práce je vytvoření výpočetního modelu rámové konstrukce. Zjištění zatížení, při kterých vznikají jednotlivé plastické klouby až do kolapsu konstrukce. Výpočet bude proveden pomocí programu RFEM s přídatným modulem RFDYNAM. Následně budou optimalizovány parametry dynamické relaxace, pro zpřesnění a urychlení výpočtů. Závěrem budou optimalizované parametry použity pro výpočet patrové rámové konstrukce vytvořené Ing. Janem Valešem včetně porovnání výsledků.

Anotace práce v anglickém jazyce The aim of the thesis is to create an analytical model of frame construction. Determining load at which individual plastic hinges are formed until the collapse of the structure. The analysis is going to be performed by RFEM with an additional module RFDYNAM. Subsequently, the parameters of dynamic relaxation is going to be optimized to specify and speed up the calculations. Finally, the optimized parameters is going to be used to analyze the storeyed frame construction formed Ing. Jan Vales including a comparison of findings.

Klíčová slova Deformace, dynamická relaxace, parametr, plasticita, plastický kloub, pružnoplastický model, vnitřní síly

Klíčová slova v anglickém jazyce Deformation, dynamic relaxation, parameter, plasticity, plastic hinge, elastic – plastic model, internal forces

LICENČNÍ SMLOUVA

POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Milan Poláček

Bytem: Na Liškově 317, Křenovice 68352

Narozen/a (datum a místo): 3.6.1987

(dále jen „autor“)

a

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta stavební

se sídlem Veveří 331/95, Brno 602 00

jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.

(dále jen „nabyvatel“)

Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- disertační práce
- diplomová práce
- bakalářská práce
- jiná práce, jejíž druh je specifikován jako
(dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: OPTIMALIZACE PARAMETRŮ DYNAMICKÉ
RELAXACE PŘI ŘEŠENÍ MEZNÍCH PLASTICKÝCH
STAVŮ KONSTRUKCE

Vedoucí/ školitel VŠKP: Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

Ústav: Ústav stavební mechaniky

Datum obhajoby VŠKP:

VŠKP odevzdal autor nabyvateli v*:

- tištěné formě – počet exemplářů 1
- elektronické formě – počet exemplářů 1

* hodící se zaškrtněte

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - ihned po uzavření této smlouvy
 - 1 rok po uzavření této smlouvy
 - 3 roky po uzavření této smlouvy
 - 5 let po uzavření této smlouvy
 - 10 let po uzavření této smlouvy(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne:

.....

Nabyvatel

.....

Autor

Bibliografická citace

POLÁČEK, Milan. *Optimalizace parametrů dynamické relaxace při řešení mezních plastických stavů konstrukcí: diplomová práce*. Brno, 2014. 71 s. , 16 s. příl. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební. Ústav stavební mechaniky. Vedoucí diplomové práce Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 15.1.2014

.....

podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce za vstřícný přístup a odborné vedení při zpracovávání této práce. Zároveň také děkuji rodině a blízkým přátelům za podporu a solidaritu.

Obsah

ÚVOD.....	16
1. Plasticita.....	17
1.1 Ideální pružnoplastický materiál	17
1.2 Podmínky plasticity.....	18
2. Mezní plastická únosnost průřezu	21
2.1 Osový tah nebo tlak.....	21
2.2 Prostý ohyb	21
2.2.1 Obdélníkový průřez	21
2.2.2 Obecný průřez jednoose symetrický.....	22
2.3 Kombinace ohybového momentu s normálovou silou (mimostředný tah či tlak)	23
2.4 Vliv posouvající síly	26
3. Mezní plastická únosnost konstrukce	28
3.1 Základní věty o mezní únosnosti	28
3.2 Soustavy s osově namáhanými pruty	29
3.2.1 Postupné řešení	29
3.2.2 Kinematické řešení.....	30
3.2.3 Statické řešení.....	30
3.3 Ohýbané nosníky	31
3.3.1 Plastický kloub.....	31
3.3.2 Mezní stav jednoduchých nosníků.....	32
4. Popis modelu.....	35
5. Metody pružnoplastické analýzy	36
5.1 Kinematická metoda	36
5.2 Statická metoda.....	36
5.3 Přírůstková metoda	36
5.3.1 Postup výpočtu.....	37
5.4 Metoda postupného přiblížení	40
6. Dynamická relaxace.....	42
6.1 Hmotnost.....	44
6.2 Tlumení	44
6.3 Časový krok	45
6.3.1 Konstantní časový krok	45
6.4 Kroky analýzy.....	45

7.	Parametry pro optimalizaci	47
7.1	Faktory uvažované pro optimalizaci.....	47
7.2	Porovnání koeficientů tlumení	48
7.2.1	Zatěžovací stav č. 2 => $F = 10.447$ kN – srovnání tlumení	49
7.2.2	Zatěžovací stav č. 3 => $F = 14.188$ kN – srovnání tlumení	50
7.2.3	Zatěžovací stav č. 4 => $F = 14.646$ kN – srovnání tlumení	51
7.2.4	Zatěžovací stav č. 5 => $F = 15.249$ kN – srovnání tlumení	53
7.2.5	Zatěžovací stav č. 6 => $F = 15.250$ kN – srovnání tlumení	55
7.2.6	Zatěžovací stav č. 7 => $F = 29.292$ kN – srovnání tlumení	57
7.2.7	Shrnutí porovnání jednotlivých tlumení.....	58
7.3	Porovnání přesností a jejich vliv na výsledek výpočtu.....	58
7.3.1	Zatěžovací stav č. 2 => $F = 10.447$ kN – srovnání přesností	59
7.3.2	Zatěžovací stav č. 3 => $F = 14.188$ kN – srovnání přesností	60
7.3.3	Zatěžovací stav č. 4 => $F = 14.646$ kN – srovnání přesností	61
7.3.4	Zatěžovací stav č. 5 => $F = 15.249$ kN – srovnání přesností	62
7.3.5	Zatěžovací stav č. 6 => $F = 15.250$ kN – srovnání přesností	63
7.3.6	Zatěžovací stav č. 7 => $F = 29.292$ kN – srovnání přesností	64
7.4	Nástavbové přesnosti.....	65
7.4.1	Zatěžovací stav č. 2 => $F = 10.447$ kN – srovnání nastavbových přesností	65
7.4.2	Zatěžovací stav č. 3 => $F = 14.188$ kN – srovnání nastavbových přesností	66
7.4.3	Zatěžovací stav č. 4 => $F = 14.646$ kN – srovnání nastavbových přesností	67
7.4.4	Zatěžovací stav č. 5 => $F = 15.249$ kN – srovnání nastavbových přesností	68
7.4.5	Zatěžovací stav č. 6 => $F = 15.250$ kN – srovnání nastavbových přesností	69
7.4.6	Zatěžovací stav č. 7 => $F = 29.292$ kN – srovnání nastavbových přesností	70
7.4.7	Shrnutí optimalizace přesností	70
7.5	Optimalizace časového kroku.....	71
7.6	Výsledné tlumení a přesnost	71
7.6.1	Zatěžovací stav č. 2 => $F = 10.447$ kN – finální srovnání	72
7.6.2	Zatěžovací stav č. 3 => $F = 14.188$ kN – finální srovnání	73
7.6.3	Zatěžovací stav č. 4 => $F = 14.646$ kN – finální srovnání	74
7.6.4	Zatěžovací stav č. 5 => $F = 15.249$ kN – finální srovnání	75

7.6.5	Zatěžovací stav č. 6 => $F = 15.250$ kN – finální srovnání	76
7.6.6	Zatěžovací stav č. 7 => $F = 29.292$ kN – finální srovnání	77
8.	Výpočtový model	78
8.1	Popis výpočtového modelu	78
8.2	Zatížení	79
8.3	Nelinearita prutů	80
8.4	Výpočet	80
ZÁVĚR	84
	Seznam použitých zdrojů	86
	Seznam použitých zkratk a symbolů	87
	Seznam grafů, tabulek a obrázků.....	89
	Seznam příloh.....	93

ÚVOD

Při posuzování únosnosti konstrukcí v oboru pozemních staveb se pro složitější úlohy používá výpočetní techniky a výpočetního softwaru. Standardní posouzení konstrukcí vychází z lineárních statických výpočtů, pokud je konstrukce náchylnější nebo se očekává velké zatížení, či velké deformace konstrukce, využívá se programů s nelineárním řešičem. Většina používaných výpočtových programů vychází při nelineárním výpočtu ze statického zatížení. Objevují se i dynamické metody, které pomocí tlumeného kmitání dosahují ustáleného stavu, jako při statickém výpočtu. Důležitým faktorem pro ekonomické navržení konstrukce, je aplikace plastických vlastností materiálů. Tyto vlastnosti umožňují výpočetní programy nastavit a zakomponovat do výpočtů.

Tato diplomová práce se zabývá pozorováním a porovnáváním vlivů různých parametrů na výpočet ocelové rámové konstrukce při vzniku plastických kloubů. Použitá metoda využívá dynamického zatížení v časových krocích pro statické řešení. Pro toto zpracování byl použit 2D program RFEM od společnosti Dlubal Software s. r. o. s přídatným modulem RFDYNAM.

V teoretické části diplomové práce jsou popsány jevy související s touto problematikou, jako například pružnoplastický model, mezní plastická únosnost průřezu, mezní plastická únosnost konstrukce, podmínky plasticity.

Ve studii je namodelována rámová konstrukce z profilu I, která je dále blíže popsána. Na tomto modelu bylo prováděno porovnávání rychlosti konvergence výsledků při změnách vstupních parametrů tlumení a přesnosti výpočtu.

Cílem této diplomové práce je porovnání výpočtů na konkrétní konstrukci a optimalizování parametrů ovlivňující rychlost i kvalitu výpočtu výsledků. Dalším cílem je zjistit, jaký parametr má největší vliv na výsledky, které parametry je vhodné upravovat, a které naopak ne. Rámová konstrukce uvažovaná pro optimalizace je namodelována z profilu I 100 a I 140.

V závěrečné části této práce jsme porovnali hodnoty momentů a celkových deformací rámu při různých zatíženích, ve kterých vznikají jednotlivé plastické klouby, a při různých parametrech výpočtu. Na základě těchto údajů budou vyhodnoceny neoptimalnější parametry vhodné pro výpočet rámové konstrukce. Dále jsou tyto parametry vyhodnoceny na patrové rámové konstrukci, kterou se zabýval ve své diplomové práci Ing. Jan Valeš.

1. PLASTICITA

1.1 Ideální pružnoplastický materiál

V moderním pojetí posuzování bezpečné únosnosti stavebních konstrukcí se ve značné míře přihlíží k chování konstrukce *za mezí pružnosti*. Je to dáno zejména tím, že podstatnou roli u nosných prvků staveb sehrává ocel (nejen u ocelových konstrukcí, ale i jako výztuž železobetonových prvků), která má výrazné plastické vlastnosti, jichž lze - alespoň zčásti – využít k reálnějšímu ocenění skutečné únosnosti konstrukce. Praxe, laboratorní zkoušky i výsledky teorie vedou jednoznačně k závěru, že rezerva vyplývající z přetvárných vlastností materiálů za mezí pružnosti je u různých typů konstrukcí (v závislosti na stupni statické neurčitosti, tvaru průřezu, apod.) velmi rozdílná, a že její nerespektování by mohlo vést někdy k velmi nevhodnému návrhu, jindy naopak k nepřijatelnému snížení míry bezpečnosti. Proto se rozvinula teorie plasticity, která zkoumá chování materiálu v oblasti plastických přetvoření. Základními typy materiálů v teorii uvažujeme pružný materiál a pružnoplastický materiál se zpevněním, bez zpevnění, vícebodovým zpevněním a podobně.

Omezíme se zde na tzv. ideálně pružnoplastický materiál (bez zpevnění), což je jednoduchý reologický model chování reálného materiálu, který vede k dostatečně výstižnému a bezpečnému řešení.

Charakteristické rysy chování ideálně pružnoplastického materiálu při osovém namáhání znázorňuje pracovní diagram. V první, počáteční fázi probíhající deformace lineárně pružně, tj. podle Hookova zákona (úsek OA v tahu, resp. OA v tlaku) – obr. č. 1. Po odlehčení veškeré deformace pominou.

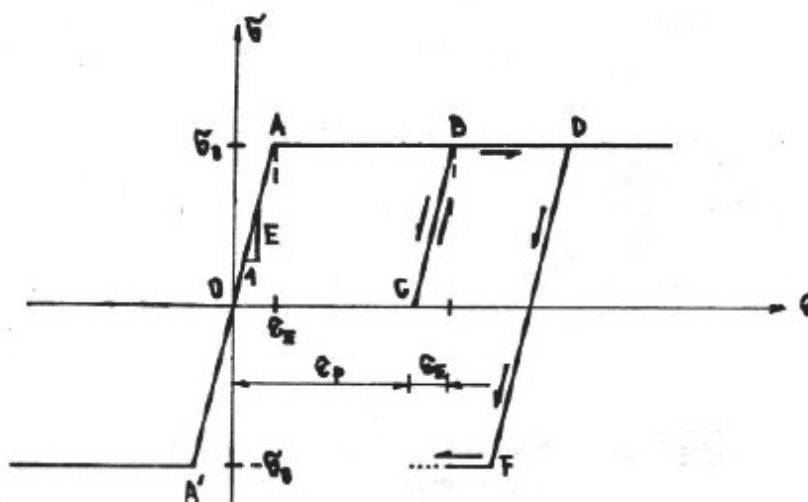
Přechod od pružného k plastickému stavu nastane při dosažení určité hodnoty mezního napětí σ_0 , což je určitá smluvní hodnota odpovídající mezi kluzu nebo výpočtové pevnosti materiálu R_d atp. V tomto okamžiku (bod A diagramu) je dosaženo mezního protažení

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}.$$

Po dosažení mezního napětí σ_0 zůstává již dále napětí konstantní (neuvažujeme zpevnění) i při růstu poměrného protažení ε , tj. dochází k tzv. plastickému tečení. Jestliže v určitém okamžiku dojde k odlehčení (úsek BC), probíhá tato změna opět pružně v souladu s Hookovým zákonem (úsek BC, jehož sklon je

roven modulu pružnosti E , je tedy rovnoběžný s počáteční větví diagramu OA), takže při úplném odlehčení (bod C) pomine mezní protažení ϵ_E , avšak jako nevratná hodnota zůstane plastické protažení ϵ_p ($OC=AB$). Obnovíme-li proces zatěžování, chová se materiál v první fázi opět pružně (úsek CB) až do okamžiku dosažení mezního napětí σ_0 , kdy dojde opět k dalším plastickým deformacím (úsek BD). Pokud v tomto bodě (D) dojde k zatěžování opačného smyslu, (na obrázku č. 1 by se jednalo o zatížení tlakem) dojde opět k plastickým deformacím opačného znaménka, tedy ke střídatému zplastizování v tahu a tlaku, což je jev, jehož se snažíme vyvarovat, protože střídaté zplastizování vede ke ztrátě pevnosti vlivem málocyklické únavy.

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmírák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)



Obrázek 1: pracovní diagram ideálně pružnoplastického materiálu

1.2 Podmínky plasticity

Při osovém tahu nebo tlaku jsme vymezili rozhraní mezi pružným a plastickým chováním materiálu tím, že jsme dosáhli mezního napětí buď v tahu (σ_0) nebo v tlaku ($-\sigma_0$). Formálně to můžeme zapsat tak, že ke zplastizování dojde tehdy, jestliže platí

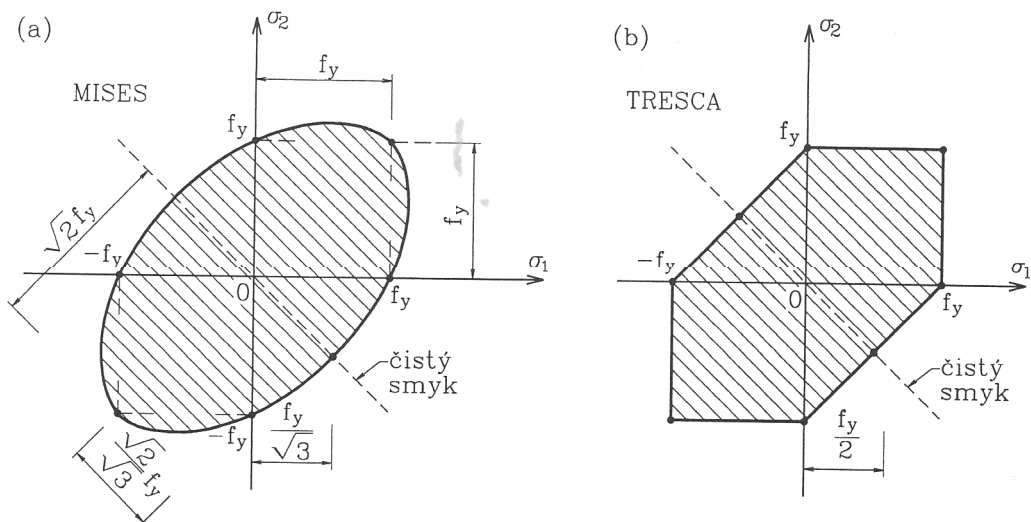
$$(2) \quad f = \sigma^2 - \sigma_0^2 = 0,$$

tj. když funkce plasticity f je rovna nule. Pokud $f < 0$, chová se materiál pružně, naopak stav, kdy $f > 0$, není možný.

Při obecnějším stavu napjatosti, tj. prostorovém nebo rovinném, je třeba analogicky definovat podmínky, za nichž přichází materiál ze stavu pružného do

stavu plastického, tentokrát ovšem obecněji – v závislosti na více parametrech charakterizujících stav napjatosti. Na základě rozsáhlých laboratorních zkoušek byly zformulovány různé závislosti, z nichž našly uplatnění především dvě, o nichž se zmíním níže.

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmířák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)



Obrázek 2: Misesova a Trescova podmínka plasticity pro rovinnou napjatost

Dobrou shodu se skutečností – např. u oceli a jiných kovů – prokázala tzv. Misesova podmínka plasticity formulovaná nezávisle Huberem, von Misesem a Henckym (označována proto též HMM), která vyjadřuje lokální podmínku plasticity F ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, f_y$) ≤ 0 , takto:

$$(3) \quad F_3 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2f_y^2 \leq 0.$$

Tato relace platí pro obecnou (prostorovou) napjatost. Pro případ rovinné napjatosti můžeme podmínku plasticity zapsat ve tvaru:

$$(4) \quad F = F_2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 - f_y^2 \leq 0 \text{ (kde } F_2 = F_3/2).$$

Tato podmínka je znázorněna na obrázku č. 2 (a) oblastí omezenou elipsou: při $F < 0$ je znázorňující bod uvnitř zašrafované oblasti, při $F = 0$ je na jejím obrysu – dojde ke zplastizování; stav $F > 0$ je u materiálu bez zpevnění nemožný, jinak odpovídá pružnoplastickému stavu na vzestupné větvi pracovního diagramu.

Po úpravě můžeme rovnici v rovině xy vyjádřit takto:

$$(5) \quad \sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 \leq f_y^2$$

(v rovině xz pak záměnou indexu y za z). Pro případ osově napjatosti např. ve směru x vyjde ovšem identita $\sigma_x \leq |f_y|$. Pro stav čistého smyku plyne:

$$(6) \quad |\tau_{xy}| = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \sim 0,577f_y \sim 0,6 f_y,$$

což jsme již předběžně uplatňovali: mez kluzu ve smyku činí tedy necelých 60% meze kluzu v tahu nebo tlaku.

Fyzikální podstatu Misesovy podmínky lze interpretovat různě, za nejvýstižnější je možné pokládat pojetí, podle něhož materiál zplastizuje tehdy, když přetvárná práce potřebná ke změně tvaru dosáhne své mezní hodnoty. Zaměníme-li v uvedených relacích mez kluzu f_y za mez pevnosti f_u , mají význam kritérií pevnosti.

Alternativně můžeme vycházet též z tzv. Trescovy podmínky plasticity, která rovněž vcelku dobře vystihuje výsledky zkoušek (které nevyhnutelně vykazují určitý rozptyl), a kterou můžeme charakterizovat jako podmínku maximálních smykových napětí. Pro případ prostorové napjatosti při seřazení tří hlavních napětí podle algebraické hodnoty

$$(7) \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

→

$$(8) \quad F_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)^2 - f_y^2 \leq 0.$$

Při shodných znaménkách napětí σ_1 a σ_2 přebírá nulové napětí v kolmém směru roli extrémního napětí (nahlíženo z hlediska prostorové napjatosti), kdežto při rozdílných znaménkách σ_1 a σ_2 jsou tato dvě extrémními napětími.

Trescova podmínka definuje oblast ležící zcela uvnitř oblasti ohraničené Misesovou podmínkou, je tedy na straně bezpečné. Mez kluzu ve smyku by odpovídala poloviční hodnotě meze kluzu v tahu nebo tlaku ($|\tau_{xy}| \leq 0,5f_y$), což je asi o 15,5% méně, než vyplývá z Misesovy podmínky podle (6). Z teoretického hlediska vyvolává určitou pochybnost ta okolnost, že Trescova podmínka (na rozdíl od Misesovy) nebere zřetel na prostředí tří hlavních napětí, tedy při dodržení relace (7) na napětí σ_2 . Otázka vlivu tohoto napětí byla v první polovině minulého století předmětem rozsáhlého výzkumu (kovové tenkostěnné válcované prvky namáhané tahem, kroucením a vnitřním přetlakem), který potvrdil určitou roli prostředního ze tří hlavních napětí, když ne rozhodující.

(Doc. Ing. Svatopluk Šmířák, 2006)

2. MEZNÍ PLASTICKÁ ÚNOSNOST PRŮŘEZU

2.1 Osový tah nebo tlak

V průřezu namáhaném osově (prostým tlakem nebo tahem) jsou v pružném stavu normálová napětí rozložena rovnoměrně a ke zplastizování tedy dojde současně ve všech bodech průřezu v okamžiku, kdy normálové napětí dosáhne své mezní hodnoty $\sigma = \sigma_0$, tedy při velikosti normálové síly

$$(9) \quad N_0 = A \cdot \sigma_0$$

kde A je plocha příčného průřezu. Rovnice (9) platí pro kladnou, tj. tahovou normálovou sílu, při tlakové síle je ovšem znaménko záporné.

Dostředně tažený nebo tlačný průřez nemá tedy žádnou rezervu únosnosti, po dosažení mezního napětí (tedy při přechodu z pružné do plastické fáze působení) nelze namáhání dále zvyšovat.

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmířák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

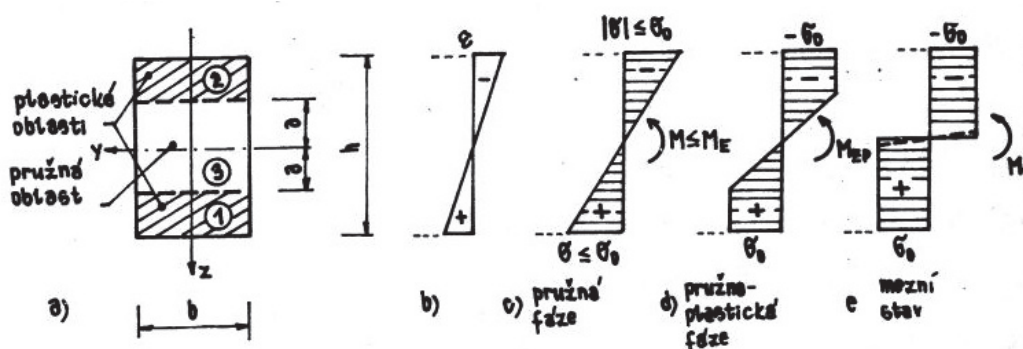
2.2 Prostý ohyb

2.2.1 Obdélníkový průřez

Pro ilustraci přechodu ohýbaného prutu od pružného stavu přes pružnoplastické stadium až k meznímu plastickému momentu M_0 (který představuje krajní hranici únosnosti v ohybu) sledujme nejprve průřez obdélníkového tvaru podle obrázku č. 3 a).

Jedná se o prostý ohyb, takže normálová síla N i posouvající síla T jsou nulové, jedinou složkou výslednice vnitřních sil je tedy ohybový moment $M (=M_y)$.

Výchozím bodem analýzy je předpoklad ověřený zkouškami, že zákon zachování rovinnosti průřezu (Bernoulliho hypotéza) platí i v pružnoplastické fázi působení prutu. Poměrná protažení ε probíhají tedy ve všech fázích působení průřezu lineárně po jeho výšce – obr. č. 3 b).



Obrázek 3: postupné zplastizování obdélníkového průřezu

Normálová napětí probíhají lineárně po výšce průřezu jen v pružné fázi, kdy ještě nedochází ke zplastizování krajních vláken. Maximální hodnotu ohybového momentu v pružné fázi působení můžeme označit jako mezní pružný moment:

$$(10) \quad M_E = W \cdot \sigma_0 = \frac{1}{6} b h^2 \sigma_0.$$

Při působení tohoto momentu jsou napětí v krajních vláknech rovna $\pm\sigma_0$ a poměrná protažení $\pm\varepsilon_E$.

Zvětšujeme-li dále ohybový moment, zplastizují se okrajové oblasti průřezu, zatímco vnitřní oblast průřezu zůstává pružná, jak je naznačeno na obr. č. 3 a), 3 d). Limitní případ $a \rightarrow 0$ představuje pak úplné zplastizování průřezu, kdy ohybový moment nabývá své mezní hodnoty M_0 :

$$(11) \quad M_0 = \frac{1}{4} \sigma_0 b h^2 = W_p \sigma_0,$$

kde jsme označili:

$$(12) \quad W_p = \frac{1}{4} b h^2,$$

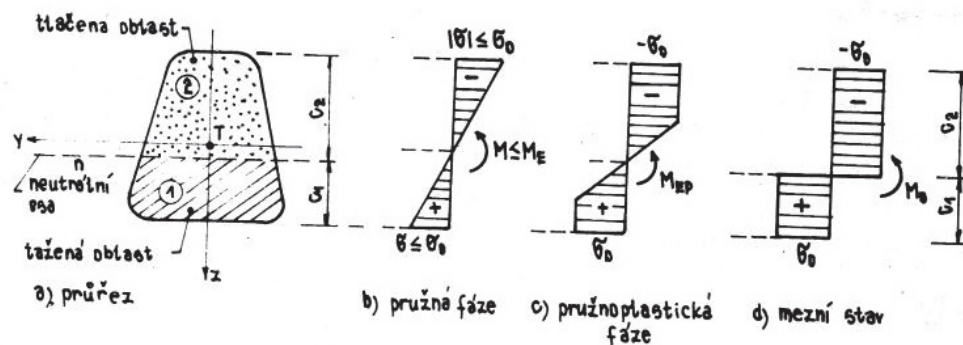
Což je tzv. plastický průřezový modul pro obdélníkový průřez. Srovnáním velikosti mezního plastického momentu M_0 podle (11) a momentu na mezi pružnosti M_E podle (10) shledáváme, že $M_0 = 1,5 M_E$ znamená, že obdélníkový průřez má tzv. plastickou rezervu o hodnotě 50%.

K předchozímu rozboru by bylo možné namítnout, že mezní hodnota plastického momentu M_0 není realizovatelná, protože v blízkosti neutrální osy musí být alespoň nepatrná pružná oblast (čárkovaně obr. č. 3 e), pokud nepřipustíme neomezenou hodnotu křivosti prutu. Tato námitka je formálně oprávněná, avšak prakticky není nutné hodnotu M_0 korigovat (rozložení napětí v blízkosti neutrální osy jen nepatrně ovlivňuje výslednou hodnotu; zavedením idealizovaného pracovního diagramu bez účinků zpevnění je na straně bezpečné natolik, že je tím zmíněný deficit zcela kompenzován).

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmírák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

2.2.2 Obecný průřez jednoose symetrický

Uvažujme průřez s jednou osou symetrie, jíž prochází rovina ohybového namáhání – obr. č. 4. V pružném stavu je neutrální osa shodná s těžištní osou y , v průběhu postupného vzniku a rozšiřování plastických oblastí se však neutrální osa postupně posouvá až do polohy oddělující v mezním stavu obě plastické oblasti navzájem – obr. č. 4 d).



Obrázek 4: plastický ohyb jednoose symetrického průřezu

Podmínku pro polohu neutrální osy v mezním stavu průřezu získáme z požadavku $N = N_x$ je rovna nule:

$$(13) \quad N = \sigma_0 (A_1 - A_2) = 0,$$

$$(14) \quad A_1 = A_2 = \frac{A}{2}.$$

V mezním stavu při prostém ohybu tedy neutrální osa půlí plochu průřezu. Tím je jednoznačně dána její poloha. Velikost mezního momentu M_0 získáme integrací momentů elementárních vnitřních sil

$$(15) \quad M_0 = \int_{A_1} \sigma_0 dA + \int_{A_2} (-\sigma_0) dA = \sigma_0 \cdot (S_{1y} - S_{2y}),$$

$$(16) \quad M_0 = 2 S_{1y} \sigma_0,$$

kde S_{1y} a S_{2y} jsou statické momenty tažené a tlačené oblasti k těžištní ose y (uvažované algebraicky, tj. s ohledem na znaménko).

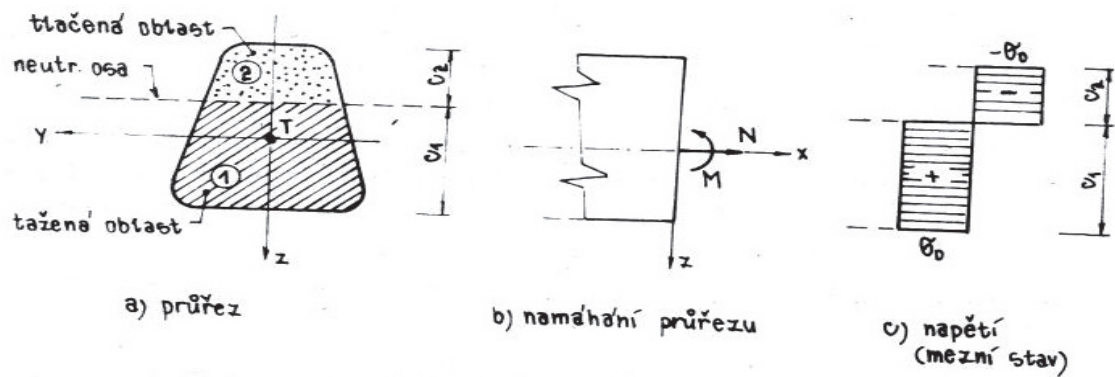
Analogicky k pojmu průřezového modulu W , jehož užíváme v pružné oblasti, zavádíme tzv. plastický modul průřezu W_p , pomocí něhož je mezní moment vyjádřen (11). Srovnání mezní plastické únosnosti s momentem na mezi pružnosti vyjadřuje tzv. součinitel plastické rezervy průřezu:

$$(17) \quad \alpha = \frac{W_p}{W}.$$

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmiřák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

2.3 Kombinace ohybového momentu s normálovou silou (mimostředný tah či tlak)

Uvažujme opět o jednoosém symetrickém průřezu, v němž však kromě ohybového momentu M působí také normálová síla N – obr. č. 5 (rovinou symetrie je rovina xz , $N = N_x$, $M = M_y$, $M_z = 0$).



Obrázek 5: ohyb s tahem u jednoosého průřezu

Hledáme velikost N a M , při nichž je plně vyčerpána mezní plastická únosnost průřezu, tj. celý průřez je zplastizován. Tato úloha ovšem není jednoznačná, protože při různé poloze neutrální osy získáme různé dvojice hodnot N , M , jež vyčerpají mezní únosnost; budeme proto předpokládat, že je dána velikost normálové síly N a k ní hledáme příslušný moment M . Volba normálové síly je ovšem omezena podmínkou: $-N_0 \leq N \leq N_0$, kde mezní síla v osovém namáhání N_0 je dána rovnicí (9), tj. normálová síla nemůže překročit meze dané únosnosti v tahu či tlaku.

Ke stanovení polohy neutrální osy využijeme statické podmínky, že výslednice vnitřních sil v průřezu je rovna normálové síle N :

$$(18) \quad \int_A \sigma dA = \sigma_0 \int_{A_1} dA - \sigma_0 \int_{A_2} dA = \sigma_0 (A_1 - A_2) = N,$$

kde opět A_1 a A_2 jsou plochy tažené a tlačené části průřezu – obr. č. 5 a). Součet obou těchto ploch dává ovšem celkovou průřezovou plochu ($A_1 + A_2 = A$), takže z podmínky (17) plyne:

$$(19) \quad A_1 = \frac{1}{2} \left(A + \frac{N}{\sigma_0} \right) \quad A_2 = \frac{1}{2} \left(A - \frac{N}{\sigma_0} \right).$$

Kterákoli z těchto dvou rovnic shodně určuje polohu neutrální osy. Je zřejmé, že pro $N_0 = 0$ (prostý ohyb) se ztotožní s dříve uvedenou (14).

Velikost ohybového momentu M odvodíme integrací momentů vnitřních sil:

$$(20) \quad M = \sigma_0 \left(\int_{A_1} z dA - \int_{A_2} z dA \right) = \sigma_0 \cdot (S_{1y} - S_{2y}),$$

což je zcela analogické (15) u prostého ohybu. Protože platí, že součet statických momentů částí průřezu k těžištní ose ($S_{1y} + S_{2y} = 0$), plyne odtud vztah pro hlavní moment:

$$(21) \quad M = 2 S_{1y} \sigma_0,$$

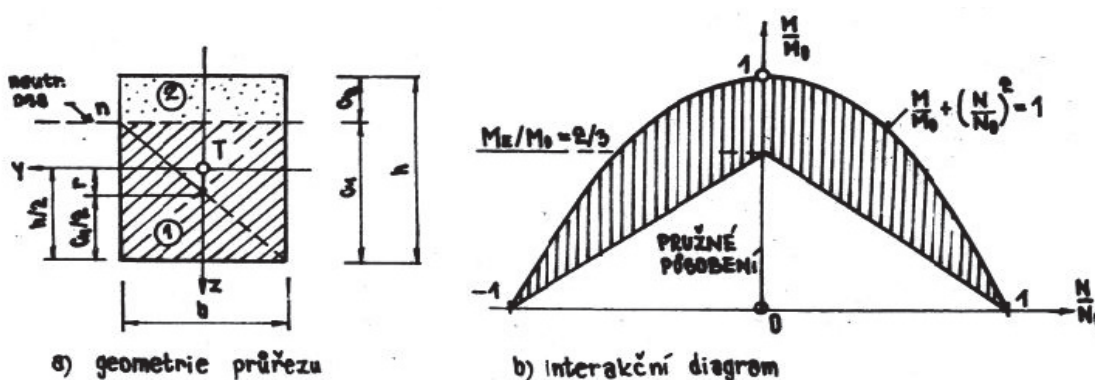
který je zcela analogický k (16) platnému pro prostý ohyb. Rozdíl tkví pouze v tom, že:

- tažená oblast průřezu – plocha 1 není již poloviční plochou průřezu, jak tomu bylo u prostého ohybu, ale je definována rovnicí (19),
- získaný ohybový moment M je obecně různý od mezního momentu v prostém ohybu M_0 ; je to moment spolupůsobící v interakci s danou normálovou silou.

Veškeré odvozené vztahy platí pro kladný smysl ohybového momentu ($M > 0$); závislosti platné pro $M < 0$ plynou příslušnou záměnou indexů – tažená oblast je při horním okraji (průřez si můžeme představit překlopený kolem osy y).

Pro obdélníkový průřez o rozměrech b , h plyne z rovnic:

$A_1 = \frac{1}{2} \left(A + \frac{N}{\sigma_0} \right) = \frac{1}{2} \left(bh + \frac{N}{\sigma_0} \right)$, takže výška c_1 této oblasti je $c_1 = \frac{A_1}{b} = \frac{1}{2} \left(h + \frac{N}{b \cdot \sigma_0} \right) = \frac{h}{2} \left(1 + \frac{N}{N_0} \right)$, kde $N_0 = bh$ je ovšem mezní síla v prostém tahu.



Obrázek 6: ohyb s tahem nebo tlakem u obdélníkového průřezu

Při výpočtu statického momentu S_{1y} se uplatní vzdálenost těžiště tažené oblasti 1 k těžištní ose y – viz obr. č. 6 a): $r = \frac{h}{2} - \frac{c_1}{2} = \frac{1}{2} (h - c_1)$ takže $S_{1y} = bc_1 r = \frac{1}{8} bh^2 \left[1 - \left(\frac{N}{N_0} \right)^2 \right]$ a ohybový moment podle rovnice (21):

$$(22) \quad M = 2 S_{1y} \sigma_0 = 2 \cdot \frac{1}{8} bh^2 \left[1 - \left(\frac{N}{N_0} \right)^2 \right] \sigma_0 = \frac{1}{4} bh^2 \sigma_0 \left[1 - \left(\frac{N}{N_0} \right)^2 \right].$$

Člen před závorkou představuje ohybový moment obdélníkového průřezu viz (11), takže rovnici (22) můžeme upravit na tvar:

$$(23) \quad \frac{M}{M_0} + \left(\frac{N}{N_0} \right)^2 = 1.$$

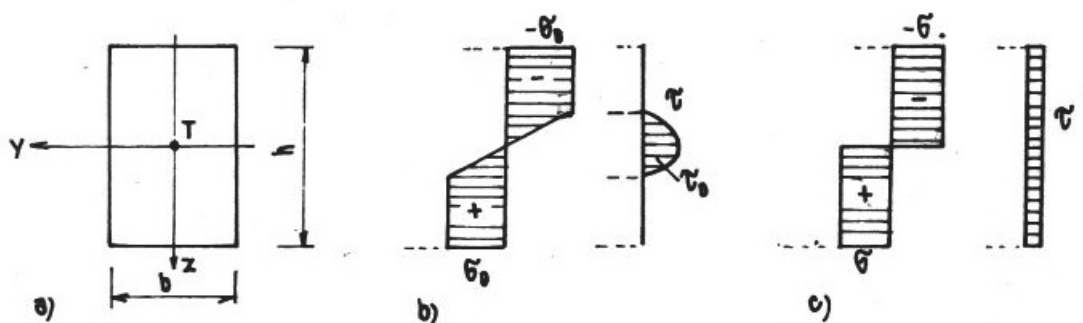
Tato interakční závislost vyjadřující vztah mezi normálovou silou N a ohybovým momentem M v okamžiku vyčerpání plastické únosnosti je znázorněna na obr. č. 6 b), jde o kvadratickou parabolu. Zašrafovaná oblast představuje plastickou rezervu průřezu.

V případě, kdy je průřez symetrický též k ose y (jako například vyšrafovaný obdélníkový průřez), je interakční křivka symetrická k ose M . Jinak tuto symetrii postrádá a extrémní momentová únosnost vzniká tehdy, prochází-li neutrální osa těžištěm, neboť v tom případě je statický moment S_{1y} extrémní (normálová síla však není nulová).

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmiřák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

2.4 Vliv posouvající síly

Posouvající síly obvykle nemají výrazný vliv na únosnost průřezu. V některých případech, např. nad podporami spojitých nosníků, kde dosahují současně ohybový moment i posouvající síla svého extrému, je však určitá korekce na vliv smyku účelná.



Obrázek 7: k otázce vlivu posouvající síly na mezní plastickou únosnost

Uvažujeme nejprve jednoduchý případ obdélníkového průřezu – obr. č. 7. Jedno z možných řešení vychází z úvahy, že průřez nemůže celý zplastizovat, má-li kromě ohybového momentu přenášet též posouvající sílu. Ve střední části průřezu (obr. č. 7 b) tedy zůstane určité jádro, v němž se rozdělí smyková (tečná) napětí jako v pružném stavu (tedy přibližně podle paraboly) tak, že extrémní hodnota na neutrální ose plní podmínku plasticity. Toto řešení je na straně bezpečné, neboť v pružné oblasti je plně využito jen bodů na neutrální ose.

Existuje i řada dalších řešení, jež však – přes rozdílnost výchozích předpokladů – nevedou k příliš rozdílným výsledkům a při rozptylu výsledků laboratorních zkoušek nelze dát jednoznačně přednost některému z nich. Proto se často užívá velice jednoduché představy, že smyková napětí jsou po průřezu rozložena rovnoměrně – obr. č. 7 c), ačkoli je zřejmé, že na spodním i horním okraji jsou napětí nulová.

Označíme-li jako $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ maximální smykové napětí splňující Misesovu podmínku plasticity a plynoucí mezní posouvající sílu při rovnoměrném rozložení smykových napětí:

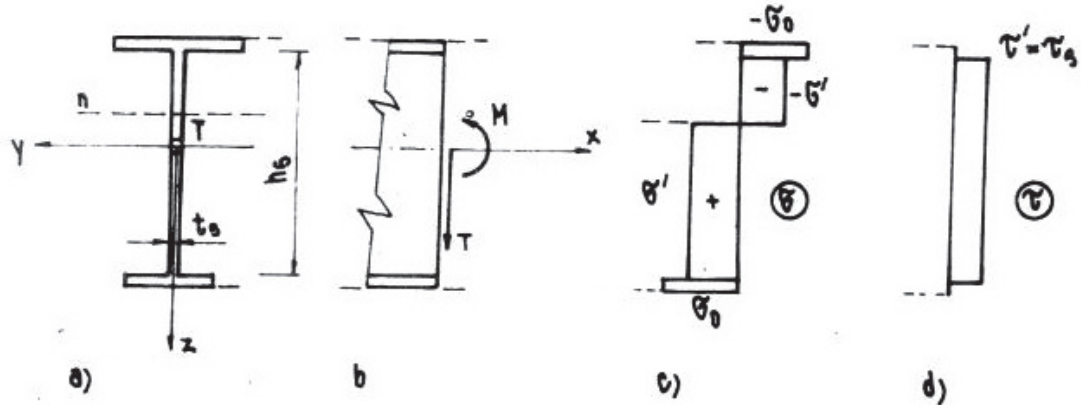
$$(24) \quad T_0 = bh \tau_0 = bh \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$$

pak pomocí rovnic (24) a (11) můžeme odvodit interakční vztah:

$$(25) \quad \frac{M}{M_0} + \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = 1,$$

který u obdélníkového průřezu vyjadřuje vzájemné relace mezi vlivem ohybových momentů a posouvajících sil (jde o rovnici kružnice).

U tenkostěnných profilů (I, T apod.) obvykle přisoudíme veškerý smyk stěně. Je-li dána hodnota posouvající síly T , můžeme pak postupovat podle obrázku č. 8.



Obrázek 8: ohyb se smykem u tenkostěnných nosníků (mezni únosnost)

Průměrné smykové napětí ve stěně:

$$(26) \quad \tau = \tau_s = \frac{T}{A_s} = \frac{T}{t_s \cdot h_s},$$

z podmínky plasticity určíme maximální možné normálové napětí ve stěně:

$$(27) \quad \sigma' = \sqrt{\sigma_0^2 + \tau_s^2},$$

zatímco v pásnicích (kde smykové napětí nezavádíme) využijeme plně mezního napětí. Polohu neutrální osy stanovíme – jde-li o prostý ohyb tak, aby $N=0$ a určíme moment M . Prakticky můžeme postupovat tak, že uvažujeme zmenšenou tloušťku stěny:

$$(28) \quad t' = t \cdot \frac{\sigma'}{\sigma_0}$$

a pro takto upravený průřez postupujeme jako při prostém ohybu. V praxi např. při posuzování ocelových konstrukcí, přihlížíme k aproximativním postupům uvedených v platných normách.

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmiřák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

3. MEZNÍ PLASTICKÁ ÚNOSNOST KONSTRUKCE

3.1 Základní věty o mezní únosnosti

V předešlé části jsme se zabývali mezní plastickou únosností průřezu prutu. U staticky určité konstrukce (nosníku, prutové soustavy) by bylo již možné z toho odvodit mezní plastické zatížení celé konstrukce tak, že se určí velikost zatížení, při němž je vyčerpána únosnost nejvíce namáhaného průřezu (např. u prostého nosníku dosáhne maximální moment v poli hodnoty mezního plastického momentu M_0 apod.).

Jinak je tomu u staticky neurčitých soustav. Jestliže dojde k vyčerpání únosnosti nejexponovanějšího průřezu, může – obecně vzato – růst zatížení dále s tím, že vnitřní síly v tomto průřezu se již nezvětšují, kdežto namáhání zbylé části konstrukce roste až do okamžiku, kdy je únosnost vyčerpána v tolika průřezech či prvcích, že rozvoj plastických deformací v nich vede k vytvoření tvarově neurčité soustavy, tzv. mezního plastického mechanismu a dojde ke zhroucení alespoň části nebo celé soustavy, tedy ke ztrátě únosnosti.

Jev spočívající v tom, že v pružnoplastické fázi již nerostou všechny vnitřní síly současně (neplatí též princip linearitě ani superpozice), nýbrž se jejich růst i v některých místech zpomaluje či zastavuje a v jiných naopak urychluje, má podobu určitého přesouvání vnitřních sil a nazýváme jej plastickou redistribucí sil (přerozdělení sil). Vedle plastické rezervy průřezu, kterou jsme sledovali dříve (a která je vlastně také projevem přerozdělení vnitřních sil a to uvnitř průřezu), je tato redistribuce druhým zdrojem plastické rezervy konstrukce. Z toho, co bylo již uvedeno výše, vyplývá, že u různých typů konstrukcí je tato rezerva velice rozdílná: staticky určité příhradové soustavy, jejichž pruty jsou – teoreticky uvažováno – namáhány osově, nevykazují žádnou plastickou rezervu, kdežto mnohonásobné staticky neurčité soustavy prutů převážně ohýbaných již mají podstatnou rezervu. Na tomto místě je třeba ovšem zdůraznit, že při praktickém návrhu nosné stavební konstrukce není možné beze zbytku využít veškeré plastické rezervy, protože by to mohlo vést k nadměrným deformacím, u betonových prvků k nepřipustnému rozevírání trhlin atd. O těchto omezeních pojednává teorie ocelových nebo betonových konstrukcí.

Zjištění mezního plastického stavu konstrukce je možné postupným řešením, při němž postupně zvyšujeme intenzitu vnějšího zatížení a sledujeme chování konstrukce (vznik plastických oblastí, jejich rozvoj atd.) ve všech významných místech. Takový postup je ovšem značně pracný, u složitějších soustav není myslitelný bez využití výpočetní techniky a je odůvodněn především tehdy, kdy je z nějakého důvodu třeba podrobně sledovat celý přechod od pružného až k meznímu stavu.

Často se zajímáme především o mezní hodnotu zatížení (jistého typu), kterou lze odvodit přímým způsobem a to s použitím některé ze základních vět – kinematické a statické, jež můžeme formulovat takto:

- Kinematická věta – zatížení, které odpovídá možnému (kinematicky přípustnému) plastickému mechanismu, je větší nebo rovno zatížení meznímu $P_{(kin)} \geq P_0$
- Statická věta – zatížení, které vyvolává vnitřní síly v konstrukci, jež splňují všechny podmínky rovnováhy a nikde neporušují podmínky plasticity, je menší nebo rovno zatížení meznímu $P_{(stab)} \leq P_0$.

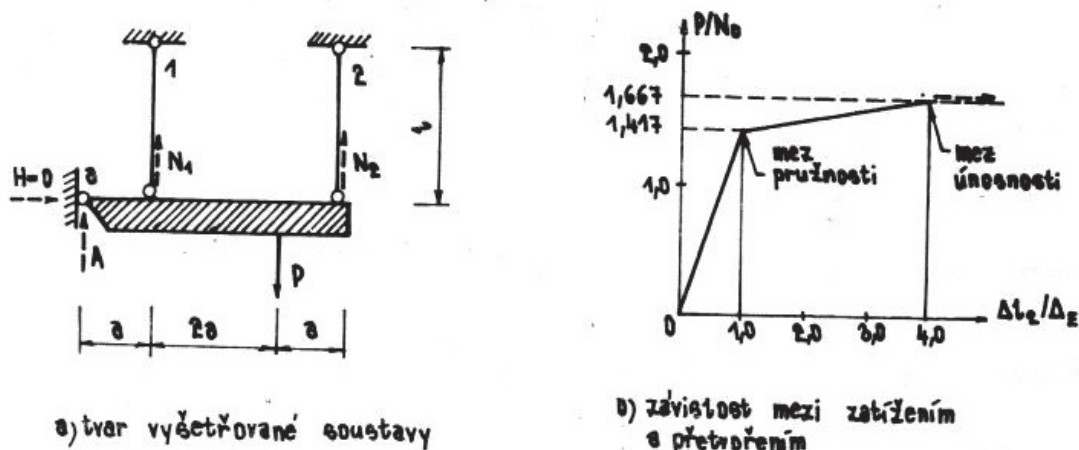
Postup podle kinematické věty tedy poskytuje přihlížení shora, statická věta přiblížení zdola, tedy z bezpečné strany. Teoreticky správné mezní zatížení je tedy nejnižším ze zatížení odpovídajících všem myslitelným kinematickým mechanismům a současně nejvyšším ve všech myslitelných staticky přípustných stavů. Parafrázujeme-li volně Druckerovu formulaci: konstrukce je natolik laskavá, že – pokud existuje alespoň jeden systém vnitřních sil, jímž lze dané zatížení přenést, pak ho použijeme, ale současně do té míry zlomyslná, že využijeme prvního možného způsobu selhání, který se jí naskytne, a zhroutí se.

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmírák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

3.2 Soustavy s osově namáhanými pruty

Na jednoduchých staticky neurčitých soustavách sestávajících z osově namáhaných prutů můžeme demonstrovat některé základní principy.

Uvažujme např. absolutně tuhý nosník na levém konci kloubově uložený a zavěšený na dvou shodných prutech 1, 2 – viz obr. č. 9. Mezní tahová síla u obou prutů je $N_0 = A \cdot \sigma_0$, mezní pružné protažení označíme $\Delta_E = N_0 / (EA)$.



Obrázek 9: staticky neurčitá soustava tažených prutů

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmírák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

3.2.1 Postupné řešení

U této jednoduché 1x staticky neurčité úlohy snadno odvodíme postupné řešení. Vzhledem k tomu, že příčle je zcela tuhá a otáčí se kolem kloubového uložení na levém konci, platí zřejmě $\Delta_1 = \Delta_2/4$ a odtud $N_1 = N_2/4$, protože oba pruty jsou shodné. Meze pružnosti je dosaženo v okamžiku, kdy v prutu 2 dosáhne osová síla

mezní hodnoty N_0 , síla v prutu 1 je tedy $0,25N_0$, takže z momentové podmínky ke kloubu „A“:

$$(29) \quad P \cdot 3a - 0,25N_0 a - N_0 4a = 0$$

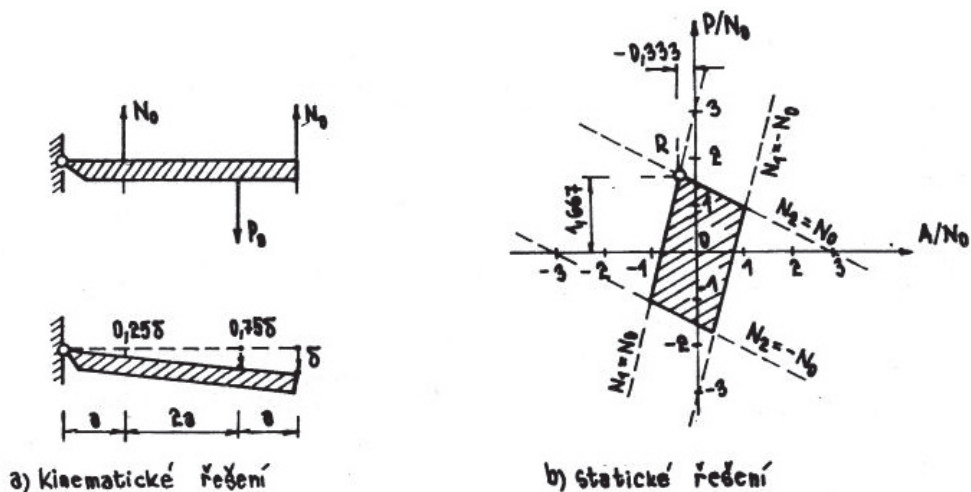
plyne $P = P_E = 1,417 N_0$. Ze součtové podmínky je svislá složka reakce v podpoře rovna $A = 0,167 N_0$, vodorovná složka je ve všech fázích rovna $H = 0$. Protažení prutu 2 je rovno Δ_E .

Při dalším růstu síly P zůstává osová síla ve zplastizovaném prutu 2 beze změny $N_2 = N_0$, v prutu 1 se dále zvyšuje, dokud rovněž nedosáhne mezní hodnoty $N_1 = N_0$. Z momentové podmínky k bodu „A“: $P \cdot 3a - N_0 \cdot a - N_0 \cdot 4a = 0$ vyjde mezní síla $P = P_0 = 1,667 N_0$, reakce $A = -0,333 N_0$. V okamžiku dosažení mezní síly je protažení prutu 1 rovno Δ_E , takže protažení prutu 2 je $\Delta_2 = 4 \Delta_E$. Graf závislosti Δ_2 a P je na obr. č. 9 b).

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmiřák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

3.2.2 Kinematické řešení

V daném případě existuje jen jeden mezní plastický mechanismus, který je kinematicky přípustný a plní podmínky uložení: tuhá příčle se může otáčet okolo kloubově uloženého levého konce. Označíme-li virtuální posun pravého konce jako δ , jsou ostatní posuny dle obr. č. 10 a) a z rovnosti práce vnějších sil (disipace energie) $P \cdot 0,75\delta = N_0 \cdot 0,25\delta + N_0 \cdot \delta$ plyne $P_{(kin)} = 1,667 N_0$, což je správná hodnota mezního zatížení.



Obrázek 10: kinematické a statické řešení soustavy

(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmiřák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

3.2.3 Statické řešení

Řešení podle statické věty představuje vždy přiblížení zdola, tedy ve prospěch bezpečnosti. Nemůžeme se tedy dopustit chyby v neprospěch bezpečnosti ani tehdy, spokojíme-li se s řešením, které není optimální. Tak např. položíme-li reakci v podpoře rovnu nule ($A=0$), pak síly v prutech jsou $N_1 = P/3$, $N_2 = 2P/3$. Položíme-li pak

větší z obou sil rovnu mezní hodnotě $N_2=N_0$, plyne odtud $P=1,5N_0$ a $N_1=0,5N_0$. Tento stav je zcela korektní ze statického hlediska (síly působící na příčli jsou v rovnováze) i pokud jde o plnění podmínek plasticity (v žádném prutu není předpokládána síla překračující mezní hodnotu). Nekorektní je však tento stav z hlediska kinematického: není-li v prutu 1 dosaženo mezní síly N_0 , nemůže se prut plasticky přetvářet – příčle se může kolem spodního konce tohoto prutu jen otáčet, což však není v souladu s jejím kloubovým uložením na levém konci.

Pokud chceme postupem podle statické věty dospět s jistotou ke korektnímu řešení, musíme vzít do úvahy všechny staticky možné stavy. U vyšetřované soustavy můžeme postupovat takto: z podmínek rovnováhy vyjádříme síly v prutech 1 a 2 v závislosti na síle P a reakci A :

$$(30) \quad N_1 = \frac{P}{3} - \frac{4A}{3} \quad N_2 = \frac{2P}{3} - \frac{A}{3}$$

a dále zapíšeme podmínky plasticity pro obě síly

$$(31) \quad -N_0 \leq N_1 \leq N_0 \quad -N_0 \leq N_2 \leq N_0.$$

Grafické znázornění oblasti přípustných řešení je na obr. č. 10 b) vymezeno zašrafovaným čtyřúhelníkem omezeným přímkami definovanými vztahy (31) při užití znaků rovnosti a ovšem s využitím vztahů (30). Správné řešení pak představuje největší z možných hodnot zatížení, čemuž odpovídá v grafickém znázornění vrchol R, kdy $P = P_0 = 1,667N_0$ (při $A = -0,333N_0$).

Při vyšším stupni statické neurčitosti není ovšem úlohu takto jednoduše geometricky možné znázornit a postupuje se početně, obvykle pomocí výpočetní techniky.

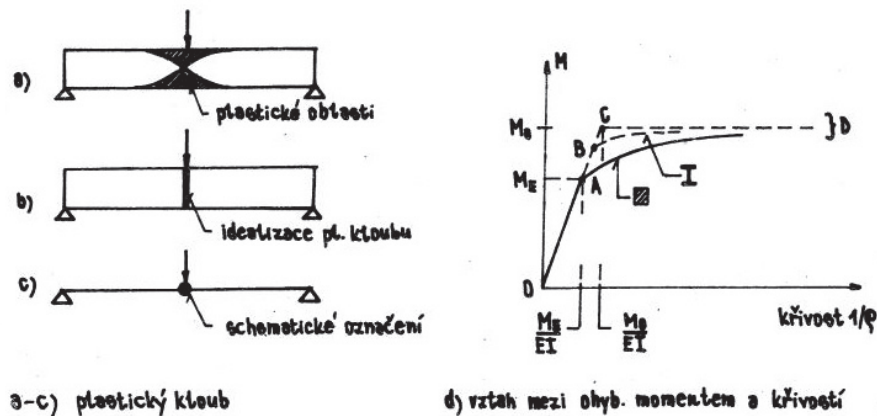
(Doc. Ing. Miloslav Crha, CSc., Doc. Ing. Svatopluk Šmířák, CSc., Ing. Pavel Dočkal, CSc., 1991)

3.3 Ohýbané nosníky

3.3.1 Plastický kloub

Jak již bylo vysvětleno výše na příkladu obdélníkového průřezu, při postupném narůstání ohybového momentu se v průřezu postupně zvětšují okrajové plastické oblasti, zatímco pružná oblast v okolí neutrální osy se postupně zmenšuje a při dosažení mezního momentu v limitním stavu vymizí. Pak již průřez nejen není schopen převzít vyšší momentové namáhání, ale při zachování hodnoty M_0 se samovolně přetváří – na nosníku tak vzniká tzv. plastický kloub. Na rozdíl od konstrukčního kloubu, v němž je ohybový moment roven nule, působí v plastickém kloubu mezní moment a to ve smyslu korespondujícím vzájemnému natáčení úseků nosníku.

Teoretický plastický kloub, který je součástí rozsáhlejší plastické oblasti (obr. č. 11 a) často nahrazujeme idealizovaným plastickým kloubem soustředěným do jediného průřezu (obr. č. 11 b).



Obrázek 11: k pojmu idealizovaného plastického kloubu

To má význam především pro zjednodušení závislosti mezi momenty a křivostí nosníku (obr. č. 11 d). Jestliže totiž respektujeme plastické oblasti v plné míře, není již v průřezech, kde $|M| > M_E$, závislost mezi ohybovým momentem a křivostí lineární. Tak např. u obdélníkového průřezu a z geometrie přetvoření pružného jádra, z níž plyne

$$(32) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_0}{\delta E}$$

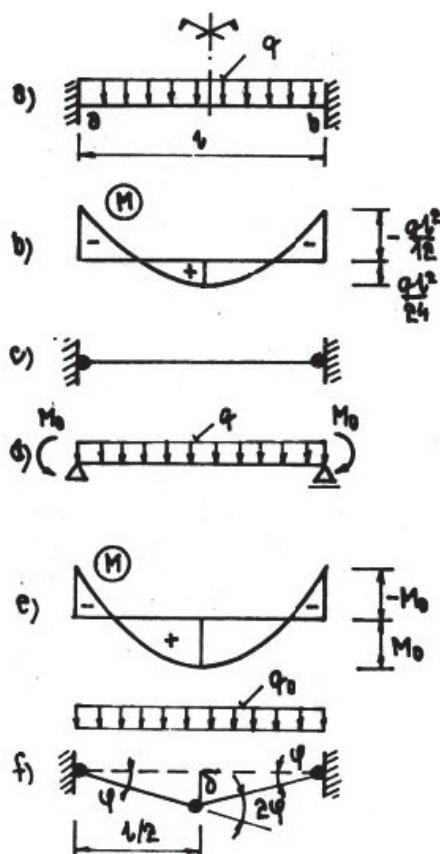
Ize odvodit vztah mezi křivostí a velikostí ohybového momentu ve tvaru

$$(33) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\tau}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_0}{Eh} = \frac{1}{\sqrt{1-M/M_0}}$$

Idealizujeme-li plastický kloub jeho soustředěním do jediného průřezu, zavádíme tím idealizovaný vztah mezi křivostí a ohybovým momentem ve tvaru lomené čáry OCD (obr. č. 11 d) namísto plynulé čáry odpovídající rovnici (33) pro obdélníkový průřez nebo analogické čáry pro jiné typy průřezů. Takové zjednodušení umožňuje pokládat úseky mezi plastickými klouby za pružné, což usnadňuje výpočet.

3.3.2 Mezní stav jednoduchých nosníků

Uvažujeme oboustranně vetknutý nosník stálého průřezu a shodné únosnosti při kladném i záporném ohybu, zatížený plně rovnoměrně – obr. č. 12.



Obrázek 12: vetknutý nosník

U této úlohy je řešení usnadněno symetrií k ose vedené středem rozpětí. Při postupném řešení vyjdeme ze znalosti průběhu ohybových momentů v pružném stavu (obr. č. 12 b), v prosté hodnotě jsou větší ohybové momenty ve vetknutí než v poli, takže v koncových průřezech (v obou současně) vzniknou první plastické klouby (obr. č. 12 c) a to při zatížení:

$$(34) \quad q_1 = \frac{12M_0}{l^2},$$

jak plyne přirovnáním hodnoty momentu ve vetknutí k meznímu momentu M_0 .

Tím není únosnost vyčerpána, nosník působí jako prostě uložený s okrajovými momenty M_0 podle obr. č. 12 d). Zatížení může dále narůstat až do okamžiku, kdy uprostřed rozpětí dosáhne ohybový moment rovněž hodnoty M_0 , tj. když:

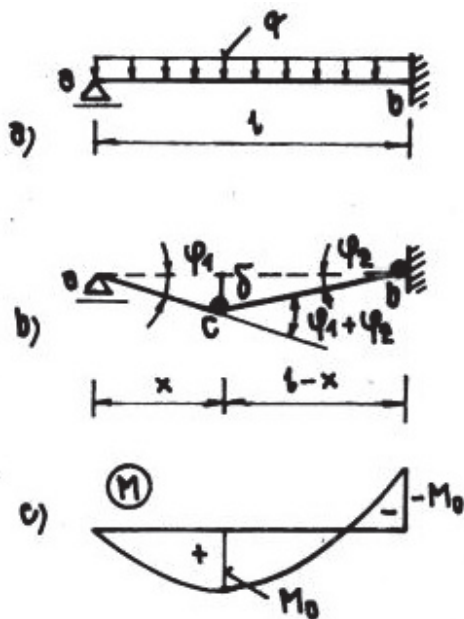
$$(35) \quad \frac{1}{8} q_b l^2 - M_0 = M_0, \text{ odkud } q = q_b = \frac{16M_0}{l^2},$$

což je o třetinu vyšší zatížení než po vzniku prvních plastických kloubů podle (34).

Při řešení kinematickou metodou vyjdeme z předpokládaného mechanismu – obr. č. 12 f). Při označení virtuálního posuvu středního kloubu δ je úhel $\varphi = 2\delta/l$. Práci vnějších sil (rovnoměrné zatížení vykonává práci na ploše zaplněné pohybem mechanismu) přirovnáme disipaci energie vnitřních sil (mezní momenty na rozevření

plastických kloubů), takže $\frac{1}{2}l\delta q_0 = 4M_0\frac{2\delta}{l}$. Odtud opět vyjde $q_0=16M_0/l^2$ shodně s předešlým.

Analogický případ jednostranně vetknutého nosníku zatíženého plně rovnoměrně (obr. č. 13 a) vyřešíme kinematickou metodou. Úloha není symetrická, takže poloha plastického kloubu není předem známa. Při označení podle obr. č. 13 b) je $\varphi_1 = \frac{\delta}{x}$, $\varphi_2 = \frac{\delta}{l-x}$.



Obrázek 13: jednostranně vetknutý nosník

V levé podpoře je tentokrát konstrukční kloub, takže energetická podmínka je:

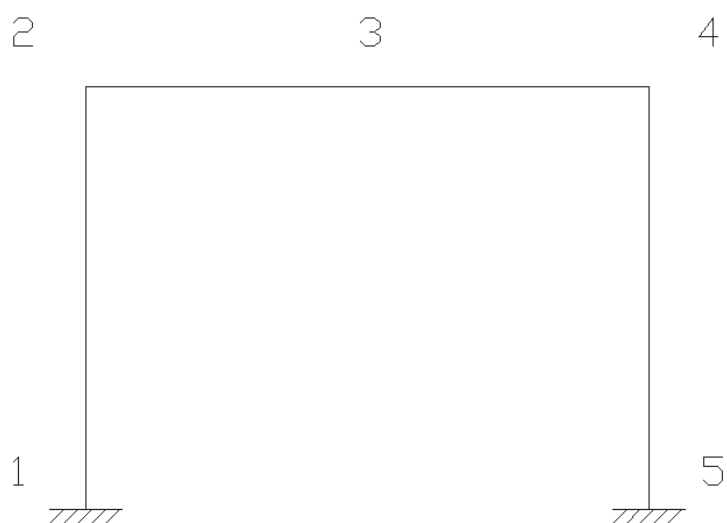
$\frac{1 \cdot l}{2} \delta q_0 = M_0 \left(\frac{\delta}{x} + \frac{2\delta}{l-x} \right)$ a odtud:

$$(36) \quad q_0 = \frac{2M_0}{l} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{l-x} \right) = \frac{2M_0}{l} \frac{l+x}{x(l-x)}.$$

Ze všech myslitelných mechanismů musíme zvolit ten, který minimalizuje zatížení q_0 : $\frac{dq_0}{dx} = 0$, odkud $x^2 + 2lx - l^2 = 0$. Řešení je $x = (\sqrt{2} - 1)l$. Odtud z rovnice (36) je pak $q_0 = 11,656 M_0/l^2$.

4. POPIS MODELU

Byl zvolen ocelový rám (S235) o výšce 3m a délce 4m. Je tvořen ze dvou profilů, sloupy jsou tvořeny IPE 160, příčle IPE 100, uvažujeme jejich pevné spojení, materiálové charakteristiky jsou v příloze A1 a A2. Rám je dvakrát podepřen vetknutím, tedy je 3x staticky neurčitý. Z metody půlení intervalu byly užity jednotlivé zatěžovací stavy, kterými zatížíme modelovaný rám. Tedy máme 7 zatěžovacích stavů, tyto zatěžovací stavy jsou popsány v kapitole (5.4).



Obrázek 14: schematický model rámu s čísly uzlů

5. METODY PRUŽNOPLASTICKÉ ANALÝZY

Tato práce je zaměřena pouze na vznik plastických momentů od ohybů. Předpokládáme, že pruty rámu mají danou plastickou nelinearitu definovanou plastickým ohybovým momentem, avšak neuvažujeme žádný podíl smykových či normálových sil na vznik elastických či plastických přetváření.

5.1 Kinematická metoda

Tato metoda vychází z kinematické věty, tedy dojdeme k odhadu z horní meze únosnosti konstrukce. Kinematická metoda tedy nachází stav, kterému odpovídá nejmenší zatížení.

Prostřednictvím této metody se sestavují jednotlivé možné mechanismy zkroucení konstrukce. Pro naši rámovou konstrukci lze uvažovat pouze tři základní typy porušení konstrukce a jeden kombinovaný:

- nosníkový
- výchylkový
- styčnickový
- kombinovaný

Tuto metodu jsme nepoužívali ke zjištění příslušných zatížení a odpovídajících plastických momentů, tudíž se těmito metodami nebudeme více zabývat.

5.2 Statická metoda

Statická metoda je oproti kinematické „bezpečnější“, jelikož k meznímu stavu napjatosti docházíme ze statické věty, a tedy při jakémkoli stavu napjatosti musí být splněny podmínky rovnováhy.

Tato metoda je dosti komplikovaná, proto nebyla počítána a dále není rozvedena.

5.3 Přírůstková metoda

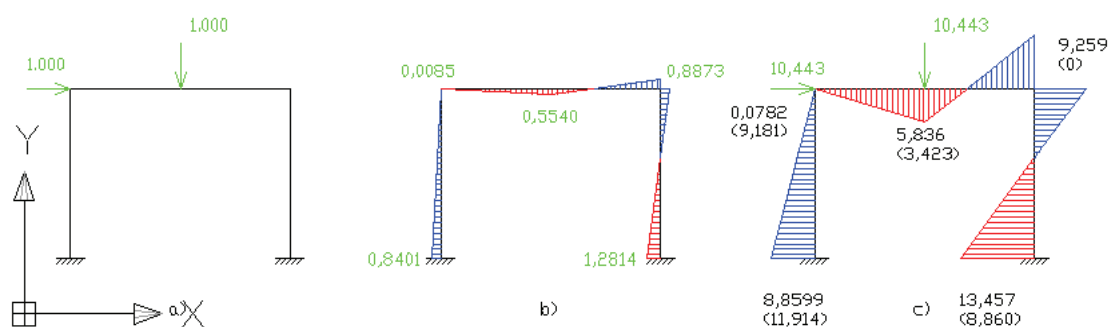
Přírůstková metoda umožňuje zkoumat postupný vývoj vzniku jednotlivých plastických kloubů včetně jejich umístění. Tím pádem máme možnost získat údaje o konstrukci, jak se v jednotlivých fázích zatěžování chová a jak vypadá napjatost v jednotlivých prvcích. V této metodě neuvažujeme nelinearitu jednotlivých prvků, tedy vycházíme z lineárního výpočtu, a za pružnou oblast uvažujeme pouze místa vzniků jednotlivých plastických kloubů.

U výpočtu začneme jednotkovým zatížením konstrukce. Z výpočtu získáme hodnoty vnitřních sil, z tohoto stavu podělením hodnoty plastického kloubu hodnotou z jednotkového zatížení získáme maximální zatížení, které bude odpovídat maximální mezní únosnosti průřezu.

Důležitá je další část postupu, kdy se dopočítá zbývající rezerva v únosnosti ostatních prutů, kterou budeme nyní považovat za vstupní zadání pro další krok. Následně do míst, kde bylo dosaženo maximálního mezního zatížení, se vloží kloub, a tím se vytvoří nový model, který bude opět zatížen jednotkovými silami. Tento postup se opakuje do té doby, dokud se konstrukce nestane kinematically neurčitou. Celkové zatížení konstrukce při kolapsu se zjistí součtem zatížení v jednotlivých krocích.

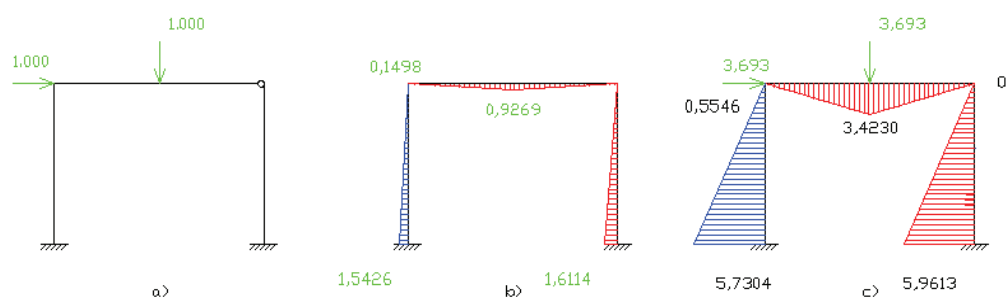
5.3.1 Postup výpočtu

Vezměme si posuzovanou konstrukci. Maximální neznámé zatížení nahradíme bezrozměrným proporcionálně stejným - v našem případě jednotkovým - zatížením (obr. č. 14 a). Tím získáme průběh momentů na konstrukci od jednotkového zatížení (obr. č. 14 b), jednotkou je [m], jelikož bezrozměrné číslo násobíme délkou ramene. Když si určíme nejpravděpodobnější místo vzniku plastického kloubu, zjistíme, že nejmenší rezerva je na styku pravého sloupu a příčle. Následně hodnotu plastického momentu v tomto bodě podělíme momentem od jednotkového zatížení a dostáváme kritické zatížení, tedy 10,443 kN, při kterém vznikne první plastický kloub (obr. č. 14 c). Poté doplníme rezervy jednotlivých prutů, hodnoty uvedeny v závorkách.



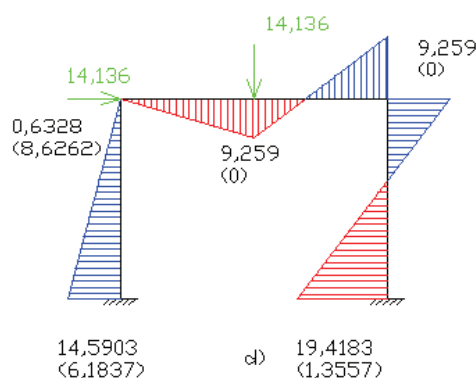
Obrázek 15: fáze 1, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení

Dalším krokem je upravení výpočtového modelu tak, že vložíme do místa, kde hodnota dosáhla maxima, tedy hodnoty plastického momentu, kloub. Tuto konstrukci zatížíme jednotkovým zatížením (obr. č. 15 a). Opět dostaneme průběh od jednotkového zatížení (obr. č. 15 b), ale na jiné konstrukci, díky vloženému kloubu. Postupujeme stejně jako v předchozím kroku, nalezneme místo s nejmenší rezervou vzhledem k hodnotě, při které vznikne plastický moment a to je uprostřed příčle. Tato hodnota však již není hodnota zplastizování, ale je to hodnota rezervy, která zbyla po minulém zatížení. V tomto místě tedy podělíme hodnotu rezervy prutu hodnotou od jednotkového zatížení a dostaneme hodnotu zatížení, při které vznikne druhý plastický kloub (obr. č. 15 c).



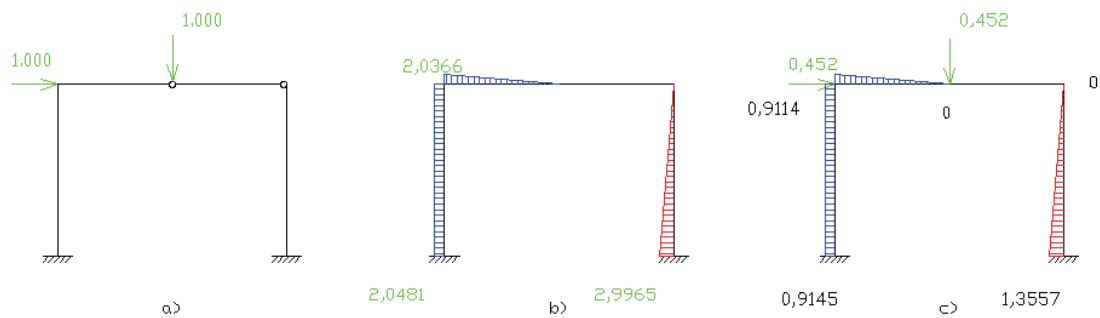
Obrázek 16: fáze 2, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení

Sečteme průběhy momentů od fáze 1 a 2 a opět dopočítáme momentovou rezervu na ostatních prutech (obr. č. 16).



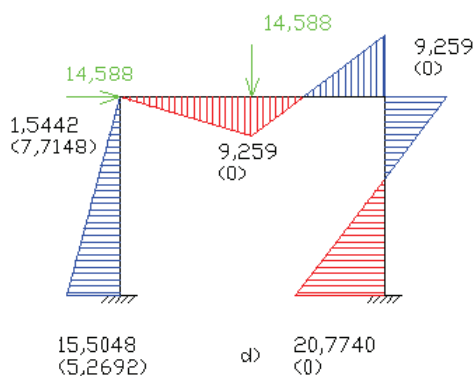
Obrázek 17: fáze 2, celkové zatížení ve fázi 2

V dalším kroku vložíme kloub do místa, kde nám nově konstrukce zplastizovala, tedy do místa druhého plastického kloubu. Tím opět vytvoříme novou konstrukci, postup je shodný jako v minulém kroku, tedy tuto novou konstrukci zatížíme jednotkovým zatížením (obr. č. 17 a), z toho vypočteme průběh momentu (obr. č. 17 b).



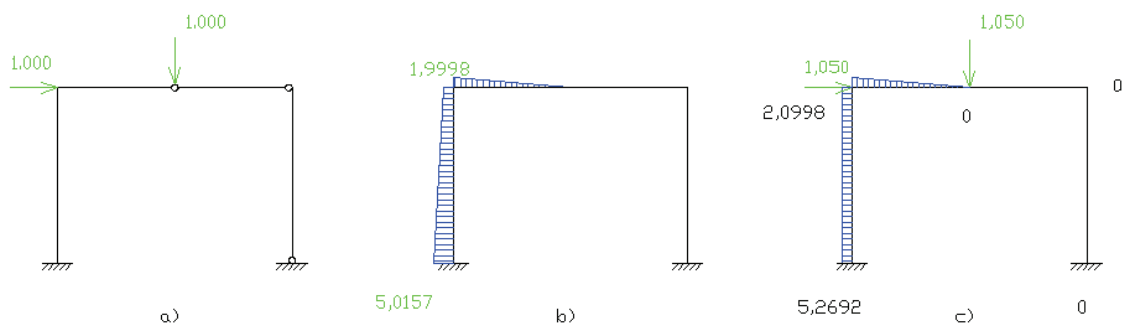
Obrázek 18: fáze 3, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení

Z tohoto zatížení vypočteme kritické zatížení, kterým docílíme mezní únosnosti (obr. č. 17 c). Následně sečteme veškerá spočítaná zatížení a ta aplikujeme na konstrukci se dvěma klouby a dostaneme průběžný výsledek ohybových momentů (obr. č. 18), přitom dopočítáme opět rezervy únosností jednotlivých prutů.



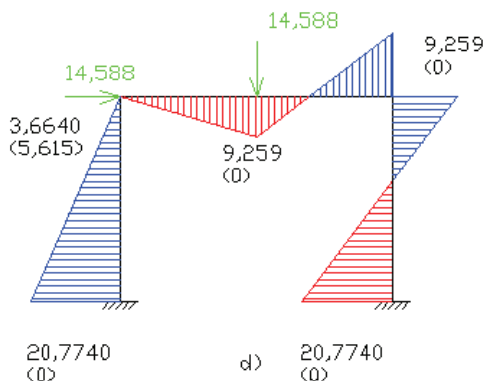
Obrázek 19: fáze 3, celkové zatížení ve fázi 3

Tato konstrukce stále zůstává stabilní, proto musíme najít ještě místo vzniku čtvrtého plastického kloubu a celkové zatížení konstrukce, při kterém bude konstrukce nestabilní. Vložme tedy opět kloub do místa, kde byla v předchozím kroku vyčerpána mezní únosnost. Místo pro vložení kloubu je tedy na patě pravého sloupu. Znovu tuto konstrukci zatížíme jednotkovým zatížením (obr. č. 19 a), z čehož dostaneme průběh momentů na této konstrukci (obr. č. 19 b).



Obrázek 20: fáze 3, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení

Následně dopočítáme maximální zatížení, a tím dostaneme čtvrtý plastický kloub. Celkový průběh ohybových momentů viz obr. č. 21. Zde je vidět, kde se nachází veškeré plastické klouby (hodnota v závorce je rovna 0). Celkové zatížení konstrukce nutné pro kolaps tohoto jednoduchého rámu, pokud budeme uvažovat pouze namáhání ohybovými momenty, je označeno zeleně.



Obrázek 21: fáze 4, celkové zatížení ve fázi 4, tedy kolaps konstrukce

5.4 Metoda postupného přiblížení

Metoda postupného přiblížení byla použita na počátku této práce, abychom si co nejlépe představili chování konstrukce při jednotlivých stavech a prvotní odhad vzniku plastických momentů. Tato metoda vychází z přírůstkové metody, její pomocí jsme schopni najít přesně stav, kdy konstrukce dojde do mezního stavu únosnosti. Jelikož při této metodě uvažujeme nelinearitu prvků a zároveň postupujeme nelineárním výpočtem, tyto hodnoty jsou průkaznější, než hodnoty získané přírůstkovou metodou, jelikož ta vychází stále z lineárního výpočtu.

Ve výchozím modelu je dána hodnota plastického kloubu a hodnota zplastizování normálovou a posouvající silou je zadána max. hodnotou, kterou dovoluje R-Fem, aby nám tento parametr nevstoupil do výpočtu.

Postup výpočtů vychází z jednotkového zatížení konstrukce v daných místech působení sil. Jelikož je nám známa hodnota plastických kloubů, najdeme prvek s nejmenší rezervou únosnosti a podělíme mezní plastickou únosnost momentem nacházejícím se na nejslabším prutu s nejmenší rezervou (rovnice 37). Touto hodnotou vynásobíme jednotkové zatížení, a tím dostaneme zatížení podobné tomu, při kterém vznikne maximální ohybový moment na prutu s nejmenší rezervou.

$$(37) \quad M_{plI} = \frac{M_{pl}}{M_0}$$

Jelikož uvažujeme s nelinearitou prutů, po spuštění výpočtu zjistíme, že hodnota maximálního momentu není úplně shodná jako hodnota plastického kloubu. Proto tuto metodu zopakujeme, dokud nedostaneme požadované hodnoty momentů v konstrukci, čímž získáme první plastický kloub i jeho umístění. Tuto metodu aplikujeme dále pro zjištění dalších hodnot zatížení rámu, oproti přírůstkové metodě zde nevkládáme kloub do konstrukce. Díky nelinearitě prutů v místě dosažení

plastické mezní únosnosti nevznikne vyšší moment než právě plastický. Dalším rozdílem je, že zjištěný nárůst zatížení se přičítá k zatížení z minulého kroku.

Tento způsob je pomalejší než přírůstková metoda, ale dostaneme přesné hodnoty zatížení.

Hodnoty zatěžovacích sil (ZS) uvažovaných z metody postupného přiblížení:

ZS 1 – 1 kN	- jednotkové zatížení
ZS 2 – 10,447 kN	- vznik prvního plastického kloubu
ZS 3 – 14,188 kN	- vznik druhého plastického kloubu
ZS 4 – 14,646 kN	- vznik třetího plastického kloubu
ZS 5 – 15,259 kN	- těsně před vznikem čtvrtého plastického kloubu
ZS 6 – 15,250 kN	- vznik čtvrtého plastického kloubu
ZS 7 – 29,292 kN	- dvojnásobná hodnota pro vznik třetího plastického kloubu

6. DYNAMICKÁ RELAXACE

Jde o dynamickou analýzu, která slouží k dosažení statického řešení problému. V jednotlivých krocích je přírůstek zatížení tak malý, že v daném kroku se jedná téměř o statické zatížení, ale přesto ve výsledku posloupnosti kroků výpočtu jde o dynamickou metodu. Při postupném zatěžování konstrukce se objevuje tlumené kmitání konstrukce, které se ustálí v určitém stavu, stejném jako stav získaný statickým řešením, což ověřil Ing. Valeš ve své diplomové práci a v této diplomové práci navazujeme na jeho poznatky. Tato metoda je explicitní. Touto metodou se vhodně řeší konstrukce obsahující nelinearity prutů.

Základem dynamického posuzování je pohybová rovnice:

$$(38) \quad m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$

Kde: m - hmotnost

c - tlumení

k - tuhost

u - posunutí

\dot{u} - rychlost

\ddot{u} - zrychlení.

Maticový zápis pohybové rovnice:

$$(39) \quad [M]\{\ddot{u}\}^n + [C]\{\dot{u}\}^n + [K]\{u\}^n = \{P(t^n)\},$$

kde $[M]$ je matice hmotnosti, $[C]$ je matice tlumení, $[K]$ je matice tuhosti, $\{u\}$ vektor posunutí, $\{\dot{u}\}$ je vektor rychlosti a $\{\ddot{u}\}$ je vektorem zrychlení. Značení tečkou nad značkou u znamená derivaci podle času, první a druhou. $\{P\}$ je vektorem vnějších sil, t je čas, n je n -tý časový úsek.

Rovnice pro zrychlení:

$$(40) \quad \{\ddot{u}\}^n = \frac{\{\dot{u}\}^{n+1/2} - \{\dot{u}\}^{n-1/2}}{h},$$

Rovnice pro rychlost:

$$(41) \quad \{\dot{u}\}^{n-1/2} = \frac{\{u\}^n - \{u\}^{n-1}}{h},$$

kde h je časový krok.

Užitím průměrné hodnoty rychlosti vznikne vztah:

$$(42) \quad \{\dot{u}\}^n = \frac{\{\dot{u}\}^{n-1/2} - \{\dot{u}\}^{n+1/2}}{2}.$$

Dosazením vztahů (40) a (42) do rovnice (39) získáme vztah pro posun v (n+1)-tém časovém kroku a rychlost v (n+1/2)-tém časovém kroku.

$$(43) \quad \{u\}^{n+1} = \{u\}^n + h\{\dot{u}\}^{n+1/2}$$

$$(44) \quad \{\dot{u}\}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{[M]-[C]}{h} - \frac{[C]}{2}\right)}{\left(\frac{[M]+[C]}{h} + \frac{[C]}{2}\right)} \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \frac{(\{P\}-[K]\{u\})}{\left(\frac{[M]+[C]}{h} + \frac{[C]}{2}\right)}$$

Matice tlumení bude závislá na matici hmotnosti:

$$(45) \quad [C]=c[M],$$

kde c je koeficientem tlumení.

Nahrazením matice tlumení [C] ve vztahu (44) rovnicí 45, vznikne následující vztah:

$$(46) \quad \{\dot{u}\}^{n+1/2} = \frac{(2-ch)}{(2+ch)} \{\dot{u}\}^{n-1/2} + \frac{2h}{(2+ch)} [M]^{-1} \{R\}^n,$$

kde člen $\{R\}^n$ je vektorem nevyvážených sil.

Matice hmotnosti [M] se uvažuje diagonální, lze přepsat rovnice do tohoto tvaru

$$(47) \quad u_i^{n+1} = u^n + h\dot{u}^{n+1/2}$$

$$(48) \quad \dot{u}^{n+1/2} = \frac{(2-ch)}{(2+ch)} \dot{u}^{n-1/2} + \frac{2h}{(2+ch)} m_{ii} R_i^n.$$

Dolní index i označuje i -tou složku vektoru, m_{ii} značí členy v diagonální matici $[M]^{-1}$

Pro započítání integračního procesu je nutné znát a dosadit rychlost. Potřebná rychlost v čase $t^{1/2}$ však není, avšak známe rychlost v čase t^0 , ta je rovna nule. Proto počáteční podmínky můžeme stanovit takto:

$$(49) \quad \{u\}^0 = 0, \{\dot{u}\}^0 = 0.$$

Pokud rovnice (49) je dosazena do rovnice (42), vznikne následující vztah:

$$(50) \quad \{\dot{u}\}^{-1/2} = -\{\dot{u}\}^{1/2}.$$

Aby byl tedy získán vztah pro rychlost v prvním kroku, musí se kombinovat rovnice (47), (48) a (50), z toho vyplyne rovnice rychlosti v prvním kroku

$$(51) \quad \{\dot{u}\}^{1/2} = \frac{h}{2} [M]^{-1} \{R\}^0.$$

Tímto je tedy sestavena iterační soustava rovnic pro výpočet dynamickou relaxací. Jak je zřejmé z rovnic, v každém časovém kroku je rychlost i posun přepočítán a iterační proces pokračuje, dokud řešení těchto rovnic nedosáhne, respektive nedokonzverguje ustáleného vztahu.

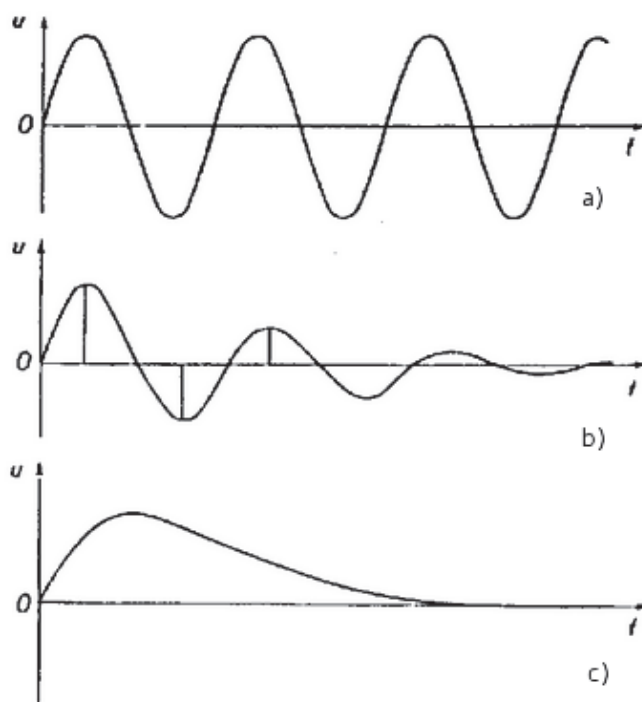
6.1 Hmotnost

Tuto veličinu uvažujeme většinou konstantní, jelikož prakticky měnit hmotnost m soustavy je poměrně náročné a těžko proveditelné, přeladění konstrukce se většinou provádí pomocí změny tuhosti konstrukce. Na počátku výpočtu dynamickou relaxací je tedy prvním krokem výpočet matice hmotnosti. Pro zjednodušení výpočtů se uvažuje diagonální matice tuhosti, aby se zjednodušilo invertování matice hmotnosti.

6.2 Tlumení

Velmi důležitou veličinou při výpočtu dynamickou relaxací je tlumení soustavy, závisí na ní rychlost konvergence a i stabilita výpočtu. Pokud je konstrukce zatížena takovým zatížením, které je těsně před kolapsem, může při nízkém tlumení dojít k prokmitnutí konstrukce nad mez únosnosti, a tím tedy i ke kolapsu. Máme tři základní typy tlumení konstrukcí a to:

- Netlumená soustava
- Podkritické tlumení
- Kritické tlumení



Obrázek 22: typy tlumení jednostupňové soustavy: a) netlumená soustava, b) podkriticky tlumená soustava, c) kriticky tlumená soustava

Výpočet tlumení soustavy stanovíme z nejnižší vlastní frekvence soustavy, a to:

$$(52) \quad c = 2\omega_0,$$

kde ω_0 je vlastní úhlová frekvence netlumené soustavy.

Dalším vztahem je výpočet periody netlumené konstrukce:

$$(53) \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

Pokud dosadíme do rovnice (52) vztah (53), získáme finální tvar rovnice pro výpočet kritického tlumení

$$(54) \quad c = \frac{4\pi}{T_0}.$$

6.3 Časový krok

Tento parametr má velký vliv na rychlost konvergence a zároveň i na stabilitu výpočtu. Jelikož matice hmotnosti [M] je diagonální, jak je psáno výše, řeší se v daném okamžiku každý uzel zvlášť. Časový krok musí být proto natolik malý, abychom postihli, že tzv. vzruch přejde z jednoho uzlu do druhého, nebo jinými slovy, že jeden uzel ovlivňuje druhý.

6.3.1 Konstantní časový krok

Nejběžněji se uvažuje konstantní časový krok během celého výpočtu (iteračního procesu). V dynamické relaxaci se uvažuje velikost kroku

$$(55) \quad h \leq \frac{2}{\omega_{max}},$$

kde ω_{max} je nejvyšší hodnota vlastní úhlové frekvence.

6.4 Kroky analýzy

Pokud si zvolíme předchozí parametry, je možné zahájit výpočet dle rovnic (43) a (46). Iterace můžeme kontrolovat pomocí nevyvážené síly a kinetické energie. Aby toto bylo možné, musí se stanovit maximální dovolená chyba, která se během výpočtu porovnává s odchylkou ve výpočtu. Pokud je dosaženo příslušné hodnoty, výpočet je ukončen, dokonvergoval. Iterace je možné kontrolovat pomocí kinetické energie a nevyvážené síly. Výpočet kinetické energie:

$$(56) \quad E_k = \sum_{i=1}^N (\dot{u}_i^{n+\frac{1}{2}})^2.$$

Algoritmus pro dynamickou relaxaci probíhá takto:

1. určí se hmotnost, tlumení, časový krok, přípustná chyba ϵ a operátor $n = 0$,
2. vektor $\{u\}^{-1/2}$ se stanoví jako nulový,
3. vypočte se $\{u\}^0$ nebo se stanoví jako nulový,
4. z rovnice $\{R\}^n = \{P\}^n - [K] \{u\}$ se spočítají nevyvážené síly,
5. pokud je $R_n < \epsilon$, přejde se ke kroku č. 8., jinak výpočet pokračuje krokem č. 6,
6. z rovnice se vypočítá posunutí a rychlost,
7. zvýší se počet kroků ($n = n + 1$) a výpočet se vrací ke kroku č. 4,
8. konec výpočtu a následné zobrazení výsledků.

Přípustná chyba ϵ je programem daná přesnost výpočtu, která je zahrnuta v kroku č. 5. Přesnost je defaultně nastavená na hodnotu 10^{-6} . Tuto přesnost je možné upravit dodatečně. Pokud uvažujeme jistou přesnost, například 5, znamená to, že přednastavená hodnota přesnosti se podělí 5, tím je navýšeno kritérium pro ukončení výpočtu.

7. PARAMETRY PRO OPTIMALIZACI

V následujících kapitolách jsou popsány parametry, které budou uvažovány pro optimalizaci parametrů dynamické relaxace

7.1 Faktory uvažované pro optimalizaci

Tabulka 1: popis zatěžovacích stavů rámové konstrukce

zatěžovací stav	velikost zatížení	popis
ZS 1	1,000 kN	- jednotkové zatížení
ZS 2	10,447 kN	- vznik prvního plastického kloubu
ZS 3	14,188 kN	- vznik druhého plastického kloubu
ZS 4	14,646 kN	- vznik třetího plastického kloubu
ZS 5	15,259 kN	- těsně před vznikem čtvrtého plastického kloubu
ZS 6	15,250 kN	- vznik čtvrtého plastického kloubu
ZS 7	29,292 kN	- dvojnásobná hodnota pro vznik třetího plastického kloubu

Parametr, který budeme měnit, je hodnota tlumení konstrukce. K výpočtu tlumení potřebujeme znát vlastní číslo, vlastní frekvenci a především vlastní periodu, tyto hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce:

Tabulka 2: dynamické parametry rámu

vlastní tvar číslo	vlastní perioda	vlastní frekvence	kruhová frekvence	vlastní číslo
1	T1 [s] 0.069	f1 [Hz] 14.464	ω [rad/s] 90.883	λ [1/s ²] 8259.633

Koeficient tlumení získáme jednoduchým výpočtem dle rovnice (54), kdy potřebujeme znát periodu prvního vlastního tvaru. Počáteční tlumení je kritický útlum, viz rovnice 57:

$$(57) \quad c = \frac{4\pi}{T_0} = \frac{4\pi}{0,069} = 182,12$$

Abychom byli schopni určit co nejrychlejší výpočet a zároveň udrželi kvalitu výsledků, aplikovali jsme tlumení konstrukce po 10% kritického tlumení C, viz následující tabulka:

Tabulka 3: tabulka uvažovaných tlumení

	koeficient α (C)	procentuální útlum vzhledem ke kritickému tlumení
1	18,212	10%
2	36,424	20%
3	54,636	30%
4	72,848	40%
5	91,060	50%
6	109,272	60%
7	127,484	70%
8	145,696	80%
9	163,908	90%
10	182,120	100%
11	364,240	200%

Dalším parametrem, který budeme ovlivňovat je přesnost, tedy odchylka mezi jednotlivými kroky iterací, zobrazená v následující tabulce:

Tabulka 4: základní přesnosti pro výpočty

přesnost	5	10	30	100
----------	---	----	----	-----

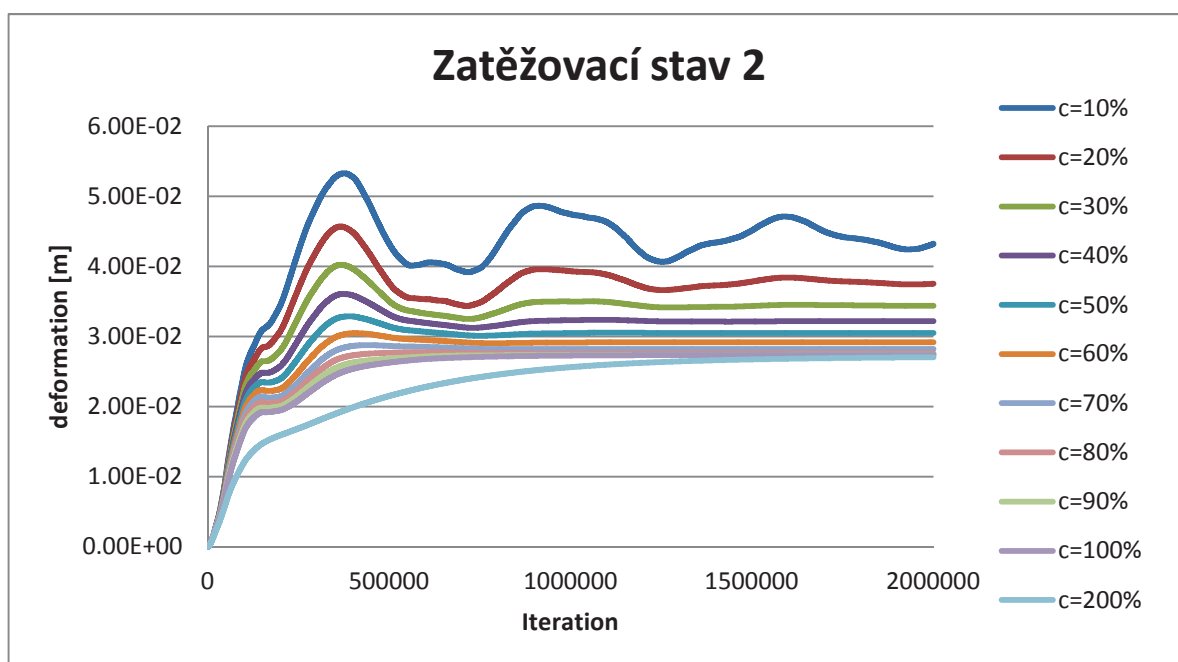
7.2 Porovnání koeficientů tlumení

Abychom zjistili, které tlumení vede k přesným výsledkům při co největším zkrácení doby výpočtu, vytvořili jsme 11 typů tlumení, které jsou zaznačeny v tabulce č. 3. Pro všechna tato tlumení byly vypočteny všechny zatěžovací stavy, abychom byli schopni porovnat výsledky a vybrat nejpřijatelnější z nich.

Nejdříve se zaměříme na kritický útlum konstrukce, tedy řádek 10v tabulce č. 3, tomu odpovídá koeficient α (C) = 182.12. Abychom si byly jisti přesností výpočtů a následujících závěrů, zaměříme se na maximální námi uvažovanou přesnost výpočtu 100, kterou se podrobněji budeme zabývat v další kapitole 7.3.

Porovnejme tedy všechny zatěžovací stavy krom prvního, který byl stanoven jen pro kontrolu, zda se v modelu nevyskytuje chyba a pro porovnání s výsledky přírůstkovou metodou popř. metodou postupného přiblížení.

7.2.1 Zatěžovací stav č. 2 => F = 10.447 kN – srovnání tlumení



Graf 1: graf tlumení zatěžovací stav 2

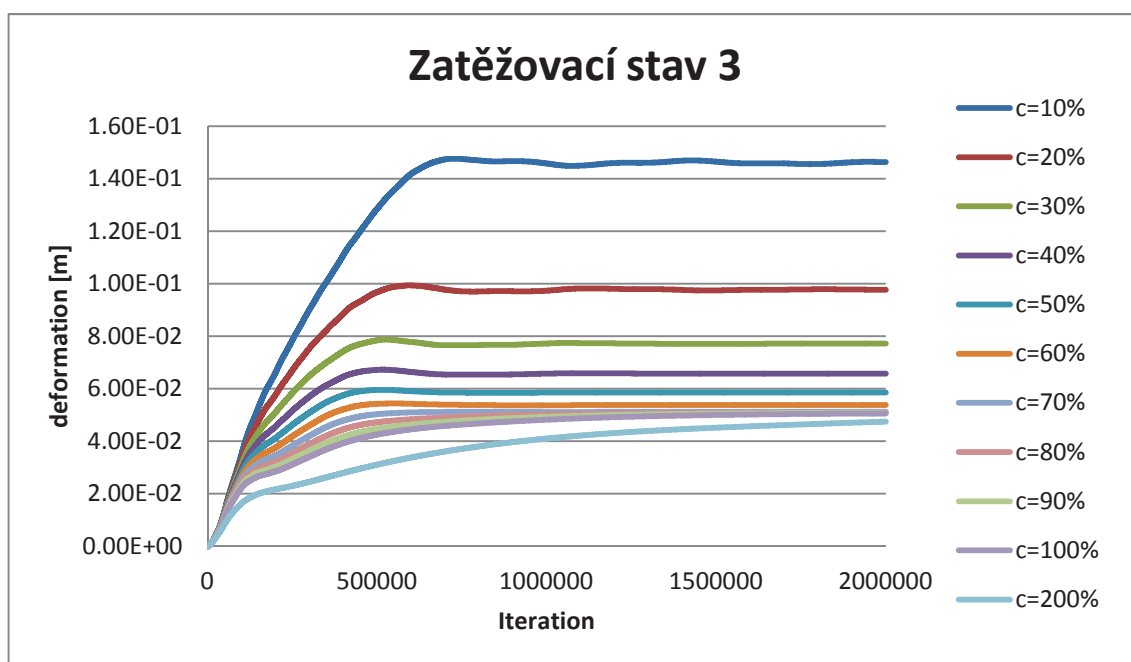
Z grafu č. 1 je patrné, že čím větší tlumení, tím se přibližujeme ke konečné deformaci z bezpečné strany a zatížení je v malých krocích. Naopak čím menší tlumení, tím více narůstají oscilace kolem myšlené střední hodnoty.

Tabulka 5: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 2 - přesnost 100

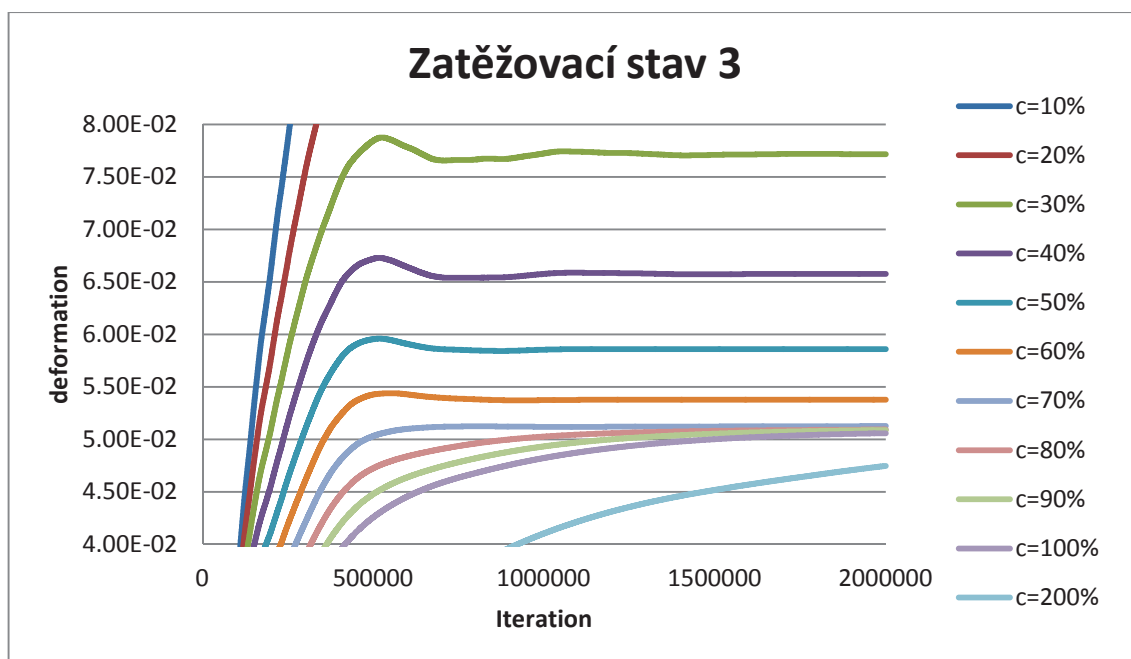
číslo výpočtu	koeficient tlumení c	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení sledovaného uzlu					
		1	2	3	4	5	
1	10%	13.350	0.390	-7.620	5.270	10.020	43,20
2	20%	11.560	0.550	-7.210	6.170	14.150	37.50
3	30%	10.710	0.460	-6.830	7.020	14.310	34.40
4	40%	10.160	0.340	-6.530	7.774	-14.070	32.20
5	50%	9.725	0.253	-6.299	8.272	-13.874	30.50
6	60%	9.387	0.185	6.118	8.682	-13.709	29.20
7	70%	9.141	0.131	-5.987	8.991	-13.613	28.20
8	80%	8.973	0.103	-5.902	9.189	-13.521	27.60
9	90%	8.921	0.104	-5.881	9.259	-13.494	27.40
10	100%	8.881	0.079	-5.855	9.259	-13.456	27.30
11	200%	8.841	0.053	-5.828	9.259	-13.417	27.20

Z tabulky č. 5 je zřejmé, že při nižším tlumení konstrukce ohybové momenty narůstají v 1. a 3. uzlu, naopak v ostatních uzlech klesají. V důsledku velkého kmitání konstrukce ale byly přerozděleny momenty v rámu a očekávané hodnoty plastického momentu bylo dosaženo pouze v útlumu 90 - 200%.

7.2.2 Zatěžovací stav č. 3 => F = 14.188 kN – srovnání tlumení



Graf 2: graf tlumení zatěžovací stav 3



Graf 3: detail grafu tlumení zatěžovací stav 3

V grafu č. 3 je jasně vidět, že u konce iteračního procesu již konstrukce neprokazovala zřetelné kmitání i při hodnotě tlumení 30%.

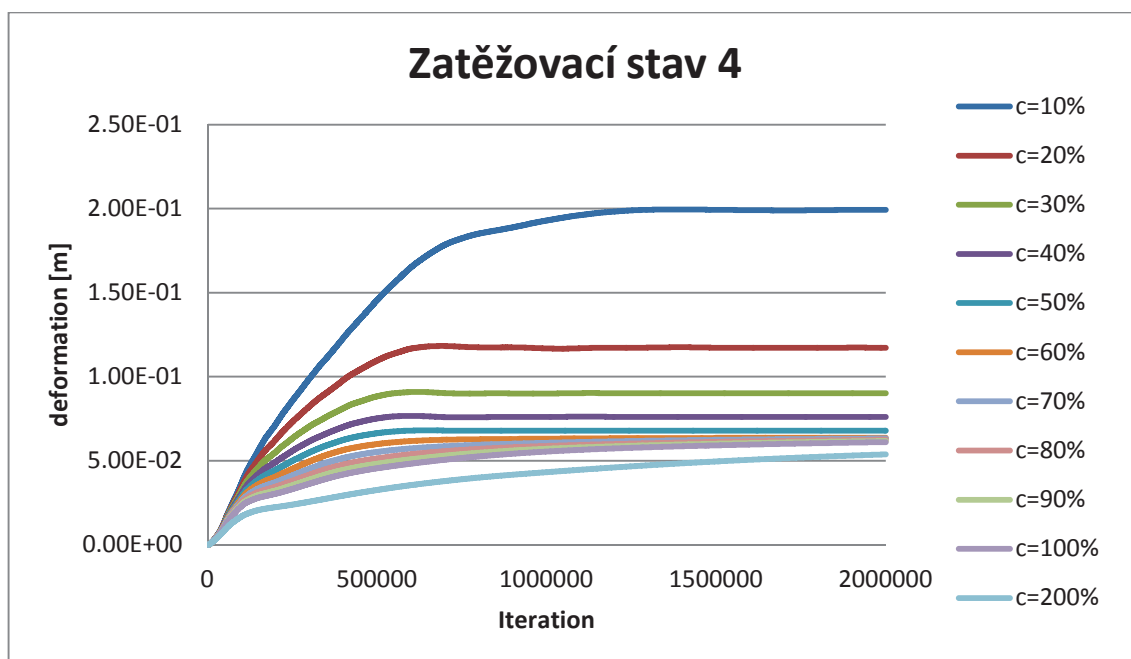
Tabulka 6: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 3 - přesnost 100

číslo výpočtu	koeficient tlumení c	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení sledovaného uzlu					
		1	2	3	4	5	
12	10%	19.910	3.740	-8.840	8.560	-19.000	146,30
13	20%	19.130	3.050	-8.970	8.540	-10.090	97.70
14	30%	10.070	2.590	-9.050	8.610	-10.470	77.20
15	40%	17.565	2.208	-9.110	8.740	-19.130	65.80
16	50%	16.190	1.820	-9.160	8.930	16.913	58.60
17	60%	15.336	1.514	-9.222	9.056	-20.270	53.80
18	70%	15.059	1.240	-9.259	9.259	-20.037	51.40
19	80%	15.039	1.188	-9.259	9.259	-19.898	51.10
20	90%	15.067	1.181	-9.259	9.259	-19.940	51.10
21	100%	14.946	1.153	-9.259	9.259	-19.761	50.55
22	200%	14.824	1.124	-9.259	9.259	-19.582	50.00

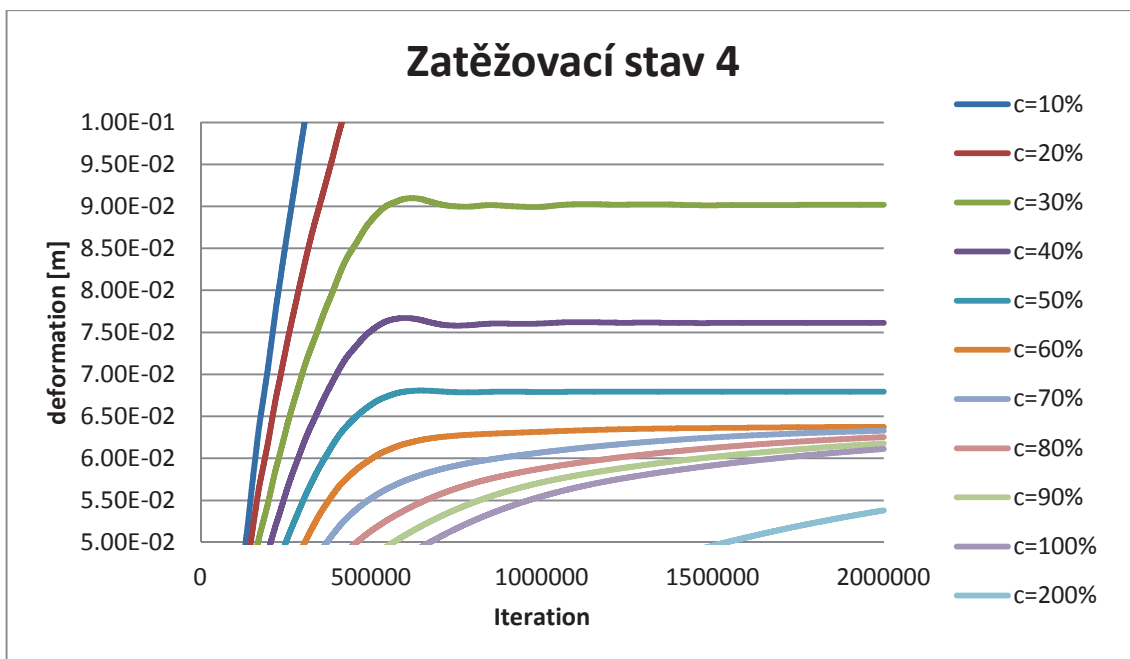
V tabulce č. 6 můžeme pozorovat, že vznik plastických momentů, tedy v uzlech 3 a 4, se objevují již ve více tlumeních a to ve výpočtech 18 – 22, výpočty 16 a 17 se k hodnotě plastického kloubu velmi blížíly.

7.2.3 Zatěžovací stav č. 4 => F = 14.646 kN – srovnání tlumení

Z grafu č. 4, který je zatížen takovým zatížením, které je rovno vzniku třetího plastického kloubu, je jasně patrné, že konstrukce s menším tlumením dosahuje mnohem větších deformací než kriticky tlumená.



Graf 4: graf tlumení zatěžovací stav 4



Graf 5: detail grafu tlumení zatěžovací stav 4

V grafu č. 5 můžeme konstatovat, že konstrukce již byla v ustáleném stavu.

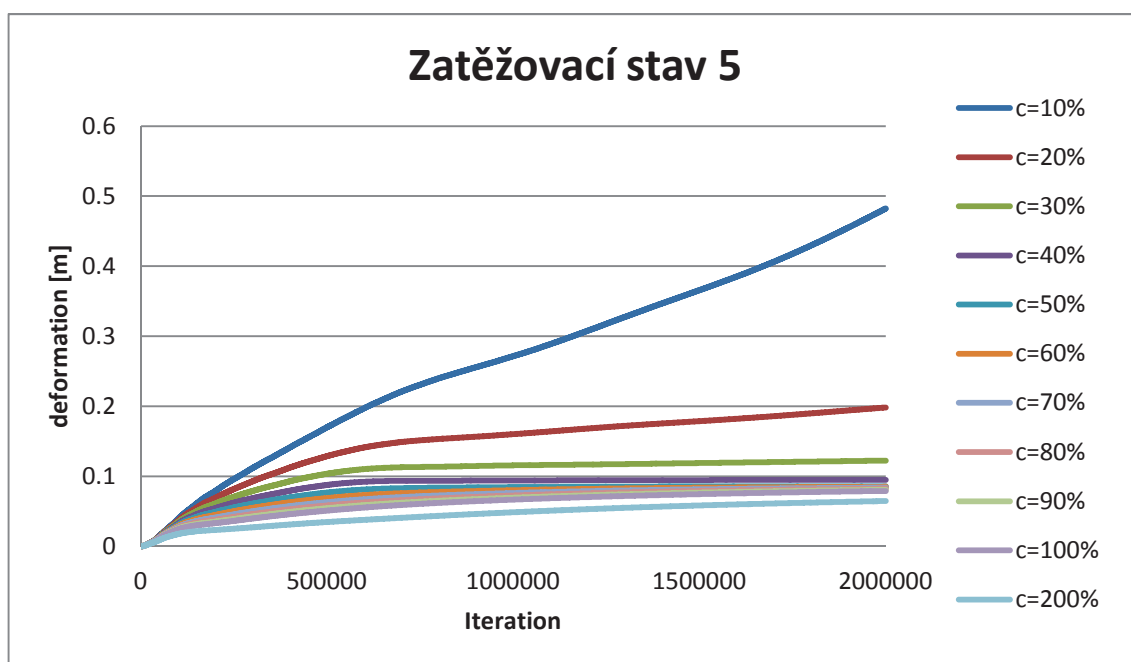
Zatížení při vzniku třetího plastického kloubu, zobrazeno na grafu č. 3, je vidět velký nárůst deformací při tlumení 10% z kritického útlumu. Oproti tomu nadkritický útlum způsobuje, že výpočet nedoběhl během 2 000 000 iterací a tím pádem je neefektivní stejně jako silně podkritický útlum.

Tabulka 7: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 4 - přesnost 100

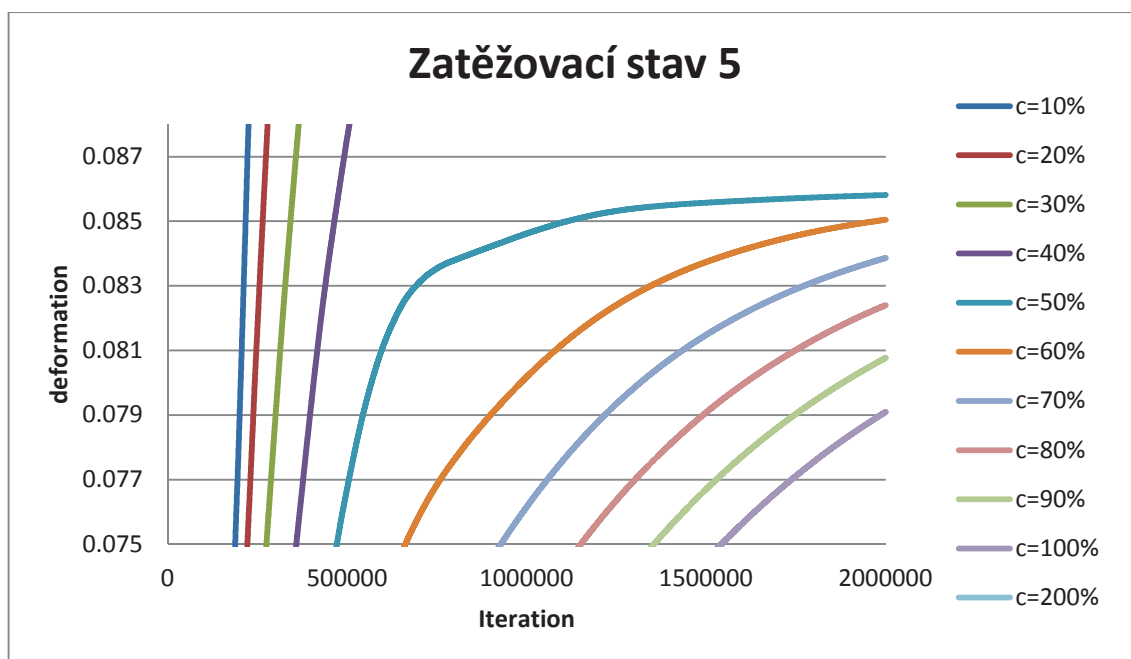
číslo výpočtu	koeficient tlumení c	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení sledovaného uzlu					
		1	2	3	4	5	
23	10%	20.500	3.990	-9.220	9.150	20.590	199.30
24	20%	20.220	3.870	-9.030	8.780	-20.130	117.30
25	30%	19.950	3.410	-9.080	8.840	-19.510	90.20
26	40%	19.120	3.067	-9.118	8.985	-19.674	76.10
27	50%	17.624	2.617	-9.204	9.155	-20.519	67.90
28	60%	16.875	2.339	-9.259	9.259	-20.773	63.80
29	70%	16.712	2.347	-9.259	9.259	-20.774	63.90
30	80%	16.626	2.331	-9.259	9.259	-20.774	63.50
31	90%	16.561	2.297	-9.259	9.259	-20.774	63.10
32	100%	16.176	2.175	-9.259	9.259	-20.774	60.60
33	200%	15.791	2.053	-9.259	9.259	-20.774	58.10

Tabulka č. 7 zobrazuje zatížení, při kterém vznikají 3 plastické klouby a to v uzlech č. 3, 4, 5. Zde můžeme uvažovat, že výpočty č. 28 – 33 dobehly přesně dle očekávání.

7.2.4 Zatěžovací stav č. 5 => F = 15.249 kN – srovnání tlumení



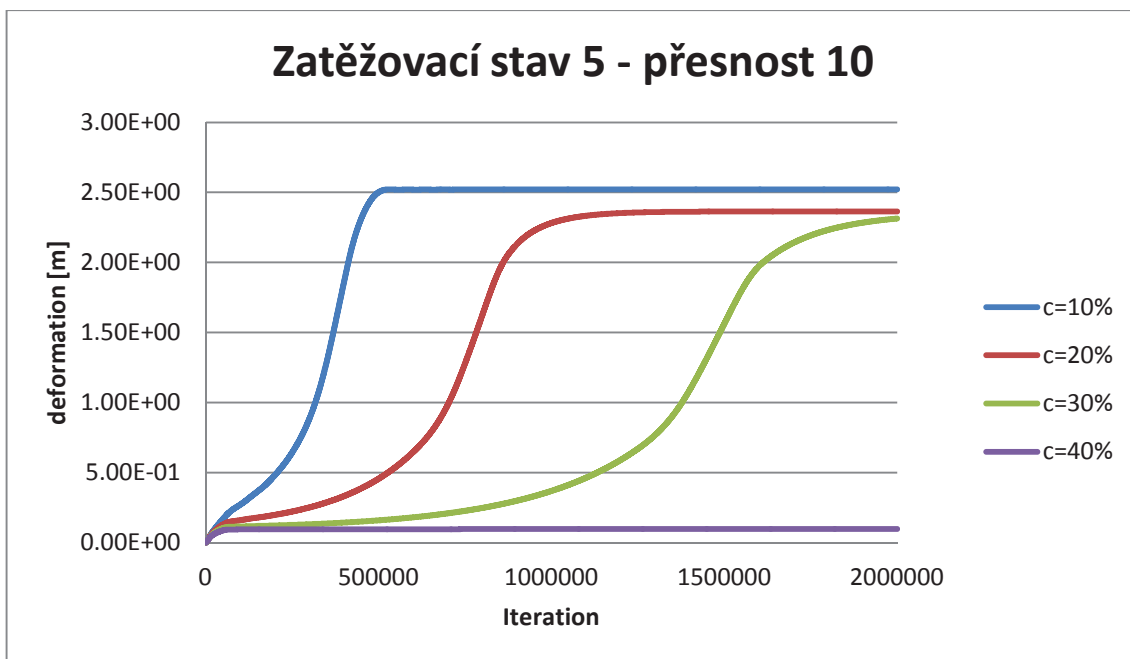
Graf 6: graf tlumení zatěžovací stav 5



Graf 7: detail grafu tlumení zatěžovací stav 5

V grafu č. 6 je zobrazeno zatížení těsně před kolapsem konstrukce. Je patrné, že útlum do 30% nedokonvergoval do konečného stavu, z následujícího grafu (č. 8), který je vypočten s přesností 10, je zřejmé, že konstrukce „prokmitla“ přes mez únosnosti, a tím došlo ke kolapsu. Příklad ukazují na nižší přesnosti, jelikož by bylo nutno velkého počtu iterací pro dokončení výpočtu.

V grafu číslo č. 7 je zobrazen detail při ukončení výpočtu, v konstrukci už opět neprobíhají téměř žádná kmitání.



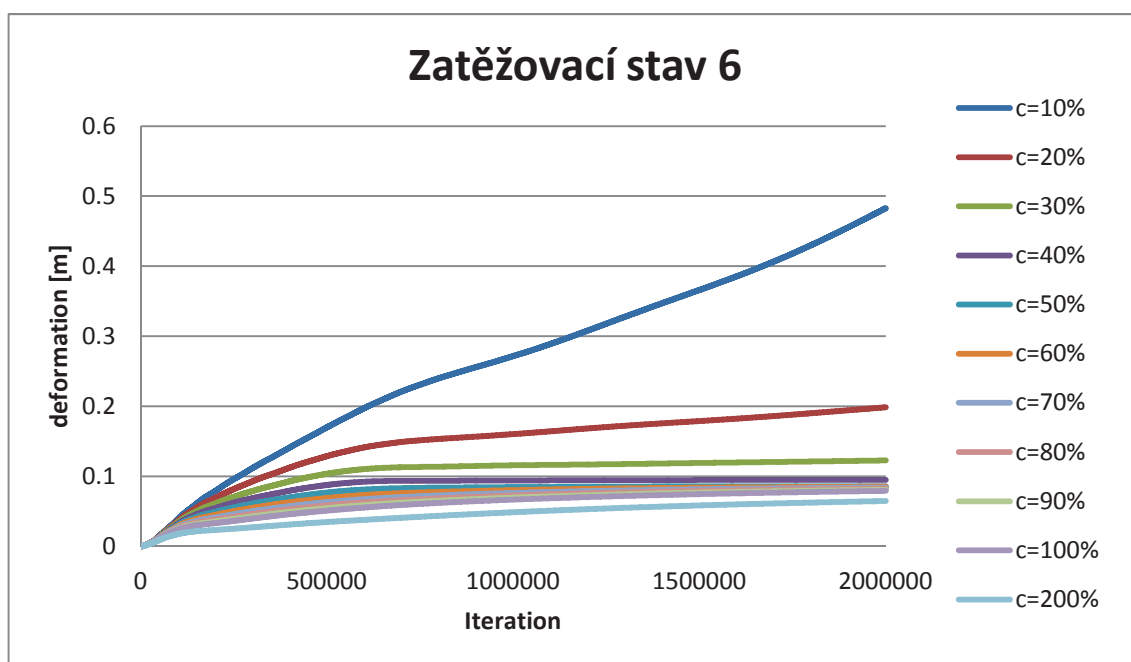
Graf 8: graf tlumení zatěžovací stav 5 - přesnost výpočtu 10

Tabulka 8: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 5 - přesnost 100

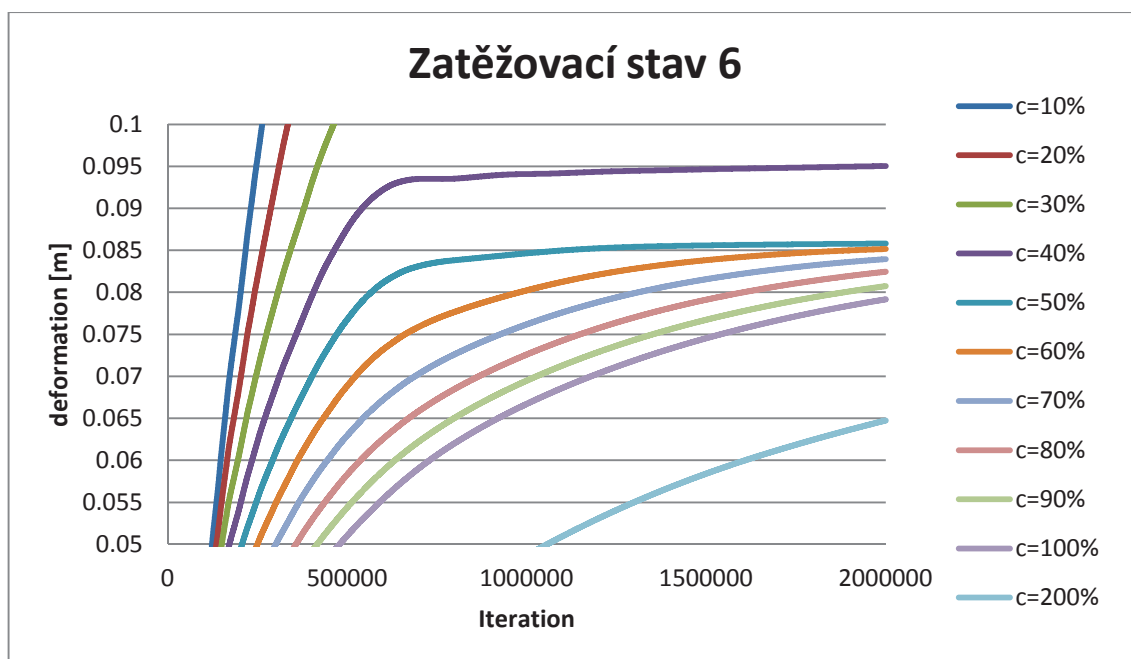
číslo výpočtu	koeficient tlumení c	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení sledovaného uzlu					
		1	2	3	4	5	
34	10%	20.774	7.720	-9.259	9.259	-20.774	482.30
35	20%	20.774	5.040	-9.259	9.259	-20.774	198.30
36	30%	20.774	4.290	-9.259	9.259	-20.774	122.50
37	40%	20.773	4.167	-9.259	9.259	-20.774	95.00
38	50%	20.520	3.927	-9.259	9.259	-20.774	85.80
39	60%	20.372	3.895	-9.259	9.259	-20.774	85.00
40	70%	20.380	3.911	-9.259	9.259	-20.774	85.50
41	80%	20.309	3.900	-9.259	9.259	-20.774	84.90
42	90%	20.164	3.868	-9.259	9.259	-20.774	84.30
43	100%	19.063	3.623	-9.259	9.259	-20.774	78.60
44	200%	17.961	3.377	-9.259	9.259	-20.774	72.90

V tabulce č. 8 je vidět, že při hodnotách tlumení 10 – 30% kritického útlumu jak je psáno výše, došlo k prokmitnutí konstrukce a vzniku 4. plastického kloubu a ke kolapsu konstrukce jak popisují výše. Ostatní hodnoty tlumení dokonvergovaly v předpokládaném smyslu velikostí ohybových momentů, ovšem tlumení na hodnotě 40% je velmi blízko kolapsu rámu.

7.2.5 Zatěžovací stav č. 6 => F = 15.250 kN – srovnání tlumení



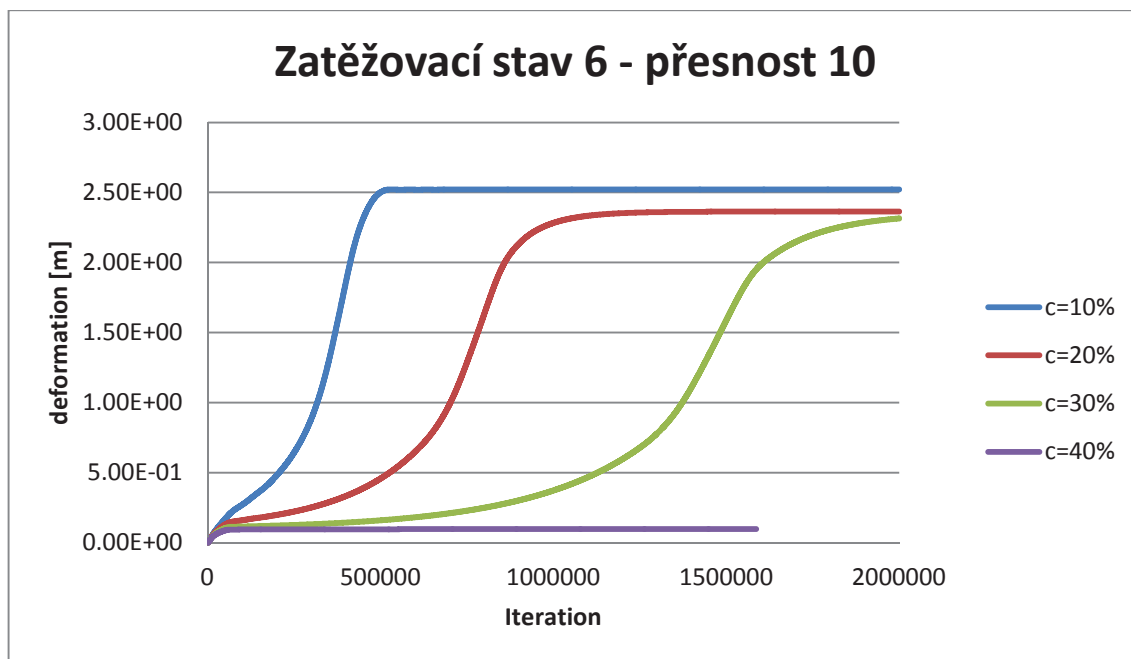
Graf 9: graf tlumení zatěžovací stav 6



Graf 10: detail grafu tlumení zatěžovací stav 6

V případě grafu č. 9 je vidět, že pro přesnost 100 je nutné velké množství iterací. Ale i zde je patrné, že deformace pro tlumení do 30% včetně opět narůstají, což je správně, jelikož toto zatížení odpovídá kolapsu konstrukce. Ostatní hodnoty velikosti útlumu konstrukce ji tlumí tak, že není dosaženo mezního stavu vzniku čtvrtého plastického kloubu a kolapsu konstrukce. Opět se podívejme na graf s přesností 10 (graf č. 10), kde je patrné, že tlumení konstrukce při 50% a více je příznivé pro stabilitu konstrukce jako celku z hlediska deformací.

Tlumení 40% kritického tlumení je v rámci 2 000 000 iterací těžko definovatelné, nárůst deformací zde je, avšak byl tak pomalý, že během max. počtu iterací nedokonvergoval, avšak v grafu č. 11 s menší přesností se deformace neprojevila.



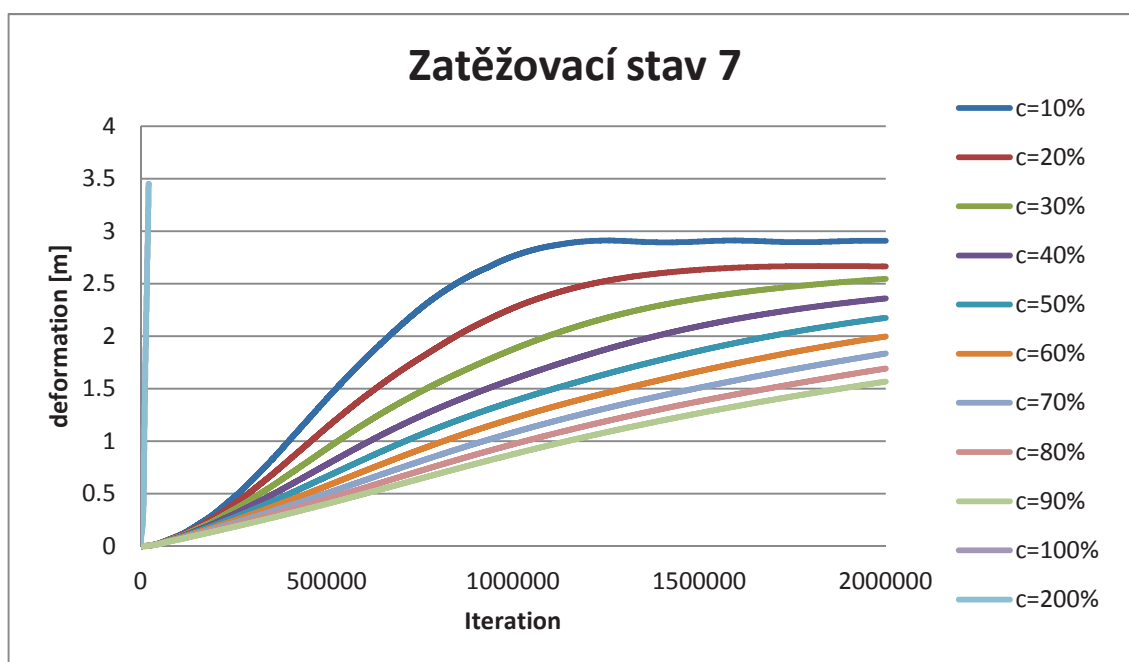
Graf 11: graf tlumení zatěžovací stav 6 - přesnost výpočtu 10

Tabulka 9: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 6 - přesnost 100

číslo výpočtu	koeficient tlumení c	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení sledovaného uzlu					
		1	2	3	4	5	
45	10%	20.774	7.720	-9.259	9.259	-20.774	482.80
46	20%	20.774	5.040	-9.259	9.259	-20.774	198.60
47	30%	20.774	4.300	-9.259	9.259	-20.774	122.70
48	40%	20.774	4.162	-9.259	9.259	-20.774	95.00
49	50%	20.499	3.928	-9.259	9.259	-20.774	85.80
50	60%	20.356	3.912	-9.259	9.259	-20.774	85.20
51	70%	20.411	3.910	-9.259	9.259	-20.774	85.50
52	80%	20.284	3.893	-9.259	9.259	-20.774	85.00
53	90%	20.109	3.858	-9.259	9.259	-20.774	84.20
54	100%	19.052	3.616	-9.259	9.259	-20.774	78.60
55	200%	17.994	3.374	-9.259	9.259	-20.774	73.00

Z tabulky č. 9 je patrné, že tlumení konstrukce 10 – 40% prokazuje předpokládaná místa vzniků plastických momentů a dochází zde k velkým deformacím. Ovšem hodnoty neodpovídají grafu č. 7, jelikož ten byl zpracován z výsledků s přesností 10, která jak uvádím výše, není úplně přesná. Jde pouze o příklad nárůstu deformace, která je patrná i v přesnosti 100.

7.2.6 Zatěžovací stav č. 7 => F = 29.292 kN – srovnání tlumení



Graf 12: graf tlumení zatěžovací stav 7

Z posledního grafu je zřejmé, že po přesáhnutí hranice únosnosti konstrukce dochází ke kolapsu pro všechna tlumení (graf č. 8).

Tabulka 10: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 7 - přesnost 100

číslo výpočtu	koeficient tlumení c	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení sledovaného uzlu					
		1	2	3	4	5	
56	10%	13.590	-2.950	8.090	4.320	-8.962	2906.80
57	20%	17.630	-7.900	0.940	8.090	4.070	2665.40
58	30%	20.774	-9.050	-2.280	9.259	12.910	2545.80
59	40%	20.774	-8.458	-5.880	9.259	10.932	2360.10
60	50%	20.774	-8.713	-9.115	9.256	-20.774	2175.40
61	60%	20.774	-8.815	-9.259	9.259	20.774	1997.50
62	70%	20.774	-7.427	-9.004	9.259	20.718	2240.60
63	80%	20.774	-8.475	-9.259	9.259	20.774	2124.60
64	90%	20.774	-8.139	-9.259	9.256	9.774	2011.00
65	100%	20.774	0.552	-9.259	9.258	10.753	1601.55
66	200%	20.774	9.243	-9.259	9.259	11.731	1192.10

V tabulce č. 10 je patrné, že konstrukce dosáhla maximálního mezního zatížení ve všech tlumeních a konstrukce doslova zkolabovala. Zajímavým faktem je to, že po dosažení výsledků některé plastické momenty úplně zmizely, to je způsobeno tím, že konstrukce dosáhla rovnovážné polohy, čímž byly změněny délky ramen a tím pádem, i když zatěžovací síla je stále stejná, tak působí na úplně jinou konstrukci.

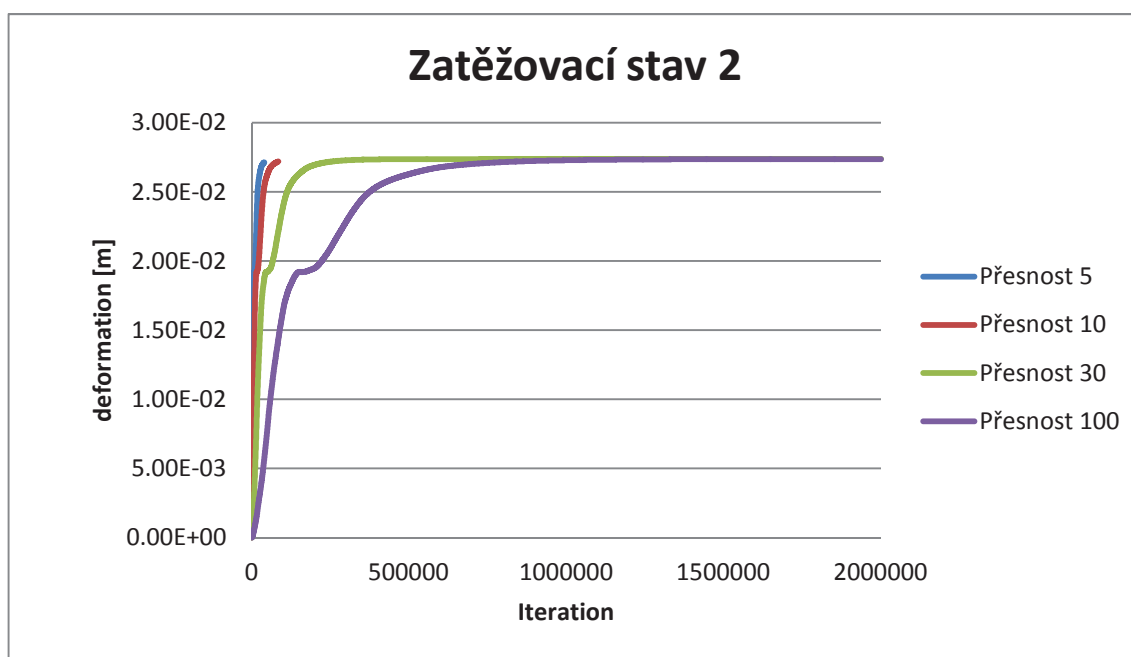
7.2.7 Shrnutí porovnání jednotlivých tlumení

Při uvažování přesnosti výpočtu 100 se dá uvažovat jako optimální parametr tlumení 40% kritického útlumu. Pokud během výpočtu budeme uvažovat konstantní tlumení konstrukce, tato hodnota je neoptimálnější jak pro nízká zatížení, při kterých v konstrukci nevzniká žádný nebo první plastický kloub, tak pro výpočty, které jsou na hranici kolapsu konstrukcí a vzniku mechanismů. Konstrukce se při této hodnotě chová téměř tak, jak jsme očekávali z metody postupného přiblížení a přírůstkové metody. Pokud bychom ovšem chtěli během výpočtu měnit tlumení konstrukce, optimální by bylo při nižším zatížení uvažovat vyšší hodnoty tlumení cca 80 - 90% kritického útlumu, pro zkoumání kolapsu konstrukce je optimální hodnota kolem 40 % koeficientu C respektive α . My budeme uvažovat konstantní tlumení během celého procesu výpočtu, tedy uvažujeme tlumení 40% kritického útlumu => 72,848.

7.3 Porovnání přesností a jejich vliv na výsledek výpočtu

V této kapitole budeme porovnávat jednotlivé přesnosti výpočtu pro jednotlivé zatěžovací stavy. Díky tomu získáme představu o nejefektivnějším nastavení přesnosti. V tabulce č. 4 jsou uvedeny hodnoty, které jsme zadávaly pro zjištění efektivních hodnot. Začneme s kritickou hodnotou tlumení konstrukce, tedy řádek č. 10 z tabulky č. 3.

7.3.1 Zatěžovací stav č. 2 => F = 10.447 kN – srovnání přesností



Graf 13: graf přesností zatěžovací stav 2

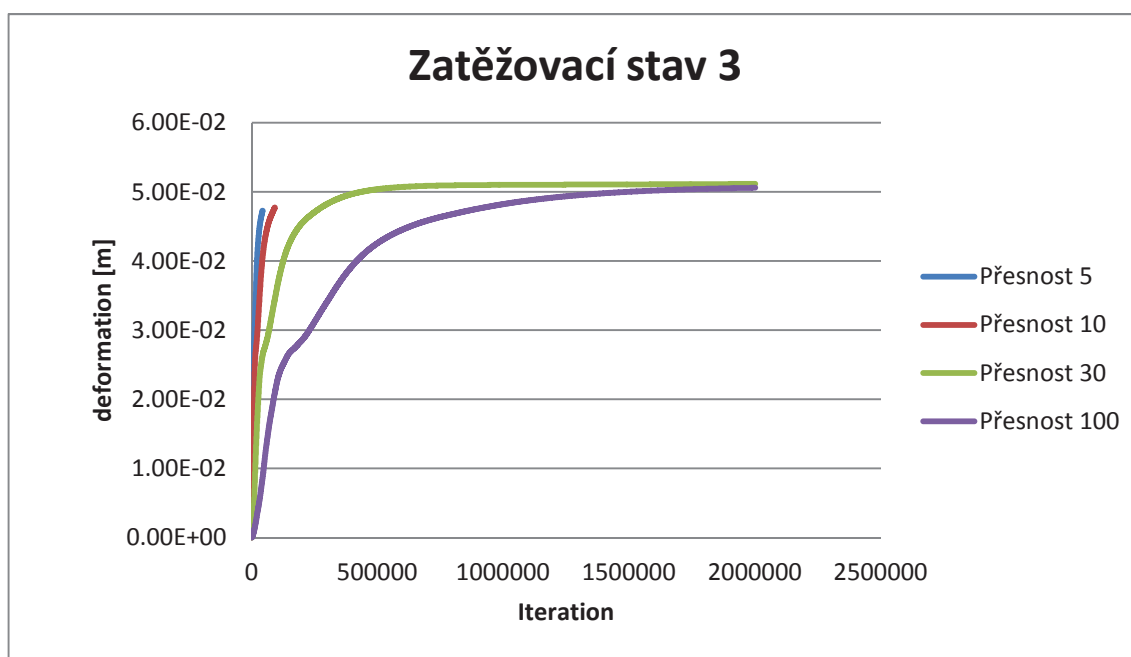
Z grafu č. 13 lze vidět, že výpočty s přesností 5 i 10 v tomto zatěžovacím stavu dokonvergovaly na velmi podobné hodnoty deformace jako přesnost 30 i 100. Výhodou je, že počet iterací je velmi malý, i když graficky zobrazené limitní přiblížení ke konečné hodnotě není patrné.

Tabulka 11: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 2 - tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
67	5	8.030	0.107	-5.854	9.259	-13.402	27.10
68	10	8.847	0.104	-5.858	9.259	-13.424	27.20
69	30	8.920	0.094	-5.875	9.259	-13.499	27.40
70	100	8.881	0.079	-5.855	9.259	-13.456	27.30

Z tabulky č. 11 vyplývá, že všechny přesnosti dokončily výpočet se vzniklým prvním plastickým kloubem v uzlu 4 a celková deformace konstrukce je velmi podobná.

7.3.2 Zatěžovací stav č. 3 => F = 14.188 kN – srovnání přesností



Graf 14: graf přesností zatěžovací stav 3

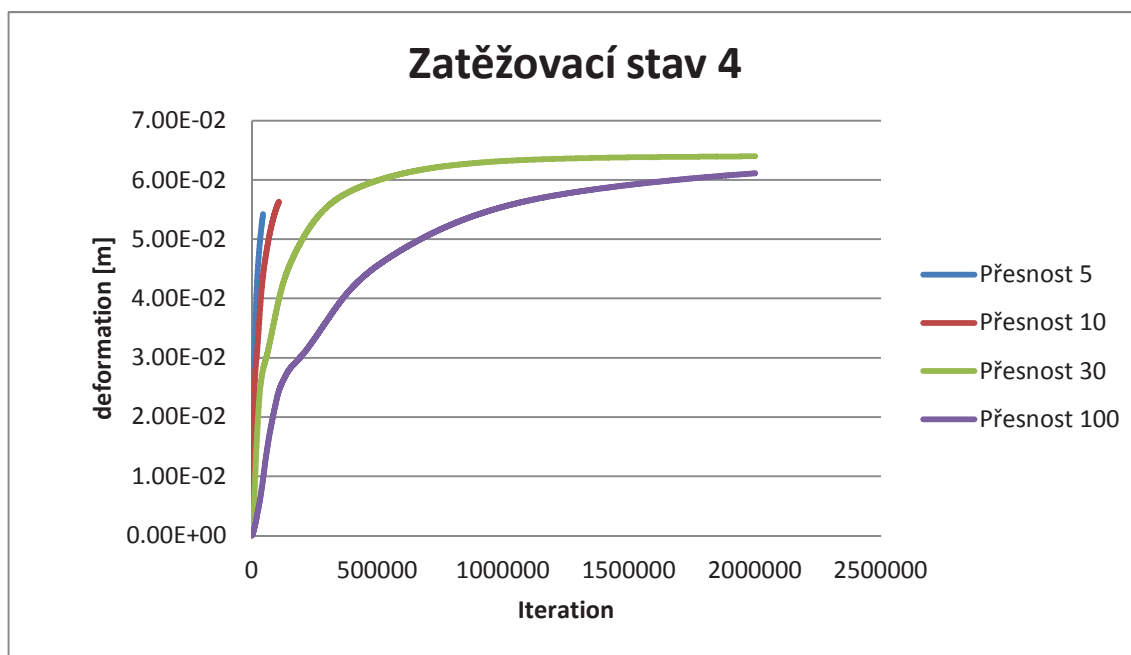
Z grafu č. 14, je zřejmé, že při přesnosti 30 i 100 doiterovaly výsledky podobně, ovšem výsledky z použití přesnosti 5 i 10 v tomto případě nejsou přesné a tedy skoro nepoužitelné, jelikož deformace nenabývaly stejné hodnoty jako u přesnější metody.

Tabulka 12: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 3 - tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
71	5	14.393	0.866	-9.259	9.259	-19.210	47.30
72	10	14.494	0.889	-9.259	9.259	-19.326	47.70
73	30	15.054	1.196	-9.259	9.259	-19.971	51.10
74	100	14.946	1.153	-9.259	9.259	-19.761	50.55

V tabulce č. 12 opět všechny přesnosti ve sledovaných místech dosáhly plastického kloubu v uzlech 3 a 4.

7.3.3 Zatěžovací stav č. 4 => F = 14.646 kN – srovnání přesností



Graf 15: graf přesností zatěžovací stav 4

V grafu č. 15 jsou již vidět rozdíly v ukončení výpočtu. Opět lze vidět, že přesnost 5 a 10 jsou vcelku nepoužitelné vzhledem k deformaci rámu, avšak přesnost 30 i 100 nám ukazují celkem přesvědčivé hodnoty, i když rozdíl mezi deformacemi je cca 4 cm. Tento zatěžovací stav je zatížen takovou silou, při které vzniká třetí plastický kloub a zde se již objevuje nárůst deformací.

Tabulka 13: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 4 - tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
75	5	15.076	1.763	-9.259	9.259	-20.265	54.30
76	10	15.407	1.944	-9.259	9.259	-20.661	56.30
77	30	16.034	2.353	-9.259	9.259	-20.774	64.00
78	100	16.176	2.175	-9.259	9.259	-20.774	60.60

V tabulce č. 13 se ukazují první větší rozdíly ve výpočtech a konečných momentech. Ve 3. a 4. uzlu vznikl žádaný plastický kloub, u uzlu č. 5 kloub vznikl jen u přesnosti 30 a 100, tento fakt může být způsoben chybou velkého časového kroku, kdy výpočet je ukončen s požadovanou chybou, ale během daného kroku výsledek již dokonvergoval ke správné hodnotě, ale výpočet pokračuje až do ukončení časového kroku.

7.3.4 Zatěžovací stav č. 5 => F = 15.249 kN – srovnání přesností



Graf 16: graf přesností zatěžovací stav 5

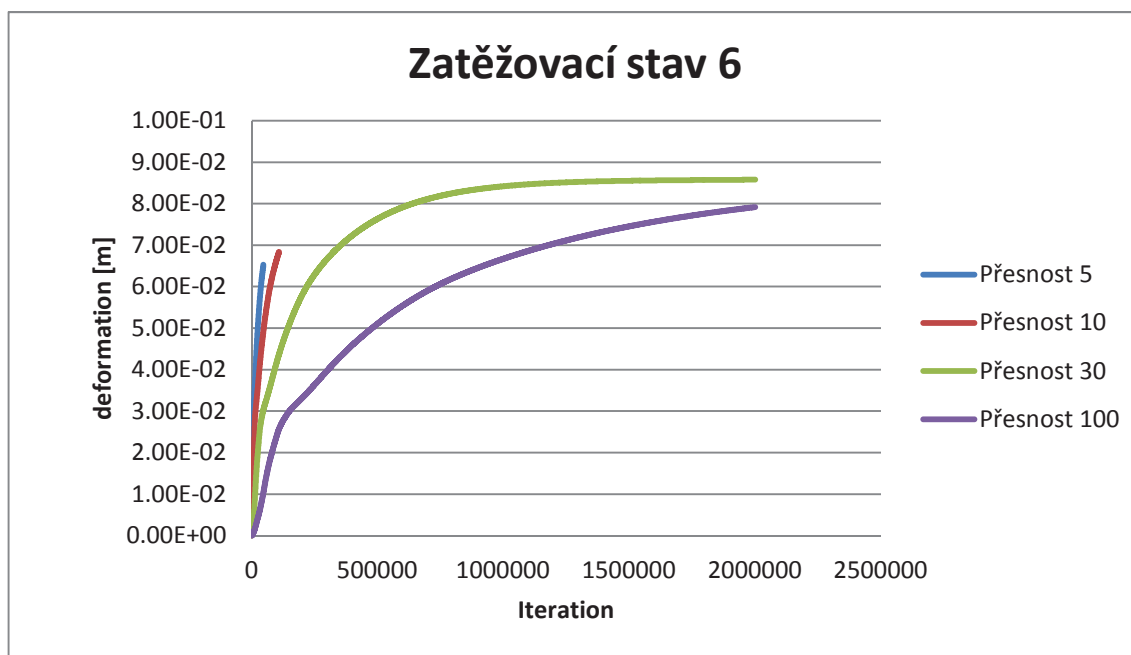
Zatěžovací stav č. 5. na grafu č. 16 je hodnota těsně před kolapsem, tedy konstrukce by měla být před zhroutilím. Zde je rozdíl v deformacích ještě markantnější než v předchozím zatěžovacím stavu. Opět ale přesnost 30 a 100 ukazuje očekávané limitní přiblížení k finální křivce deformací.

Tabulka 14: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 5 - tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
79	5	16.249	3.062	-9.259	9.259	-20.774	65.60
80	10	16.561	3.143	-9.259	9.259	-20.774	67.20
81	30	20.462	3.927	-9.259	9.259	-20.774	85.70
82	100	19.063	3.623	-9.259	9.259	-20.774	78.60

V tabulce č. 14 je patrné, že těsně před kolapsem konstrukce vznikly všechny očekávané plastické klouby. Při přesnosti 30 je patrný nárůst momentu v uzlu 1, kde by po dalším přitížení měl vzniknout čtvrtý plastický kloub.

7.3.5 Zatěžovací stav č. 6 => F = 15.250 kN – srovnání přesností



Graf 17: graf přesností zatěžovací stav 6

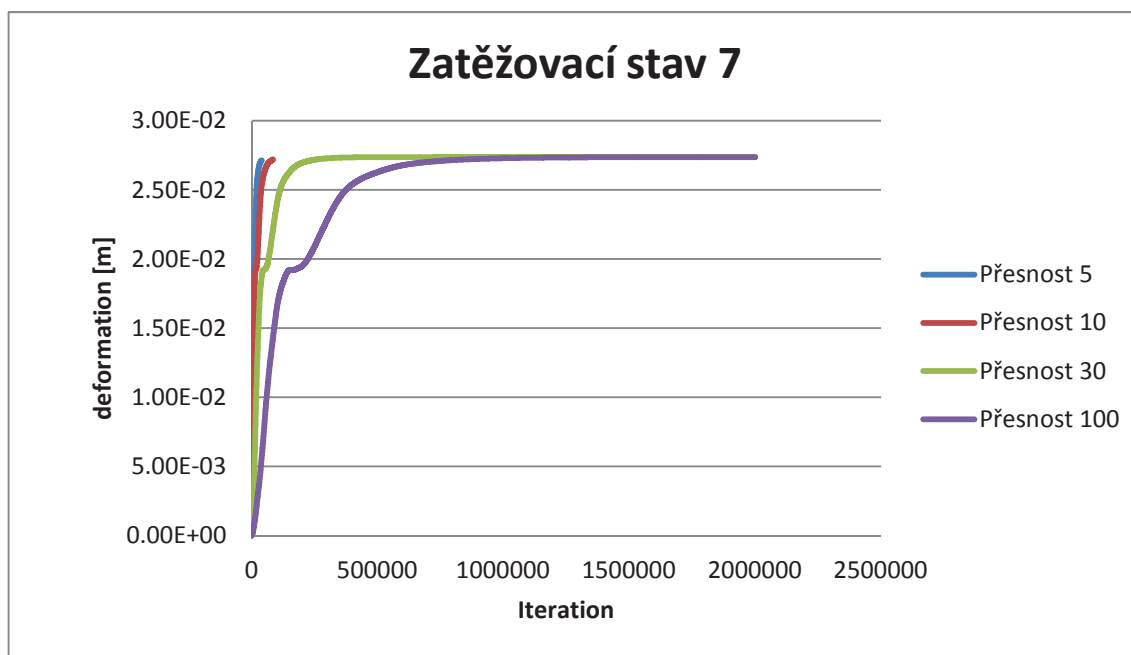
V tomto zatěžovacím stavu (graf č. 17) by měla konstrukce zkolabovat. Tím, že máme nastaven velký útlum konstrukce, nedochází k jejímu kolapsu a zároveň se opět projevuje nepoužitelnost výpočtů s přesností 5 a 10 z hlediska deformace konstrukce.

Tabulka 15: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 6 - tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
83	5	16.101	3.044	-9.259	9.259	-20.774	65.30
84	10	16.800	3.196	9.259	9.259	-20.774	68.40
85	30	20.404	3.934	-9.259	9.259	-20.774	85.80
86	100	19.052	3.616	-9.259	9.259	-20.774	78.60

V 6. zatěžovacím stavu je konstrukce dle metody Newton-Raphson tak zatížená, že by se měla zhroutit. Uvažujeme ale vysoké (kritické) tlumení konstrukce a jak je z předchozí kapitoly 5.2 patrné, při vysokém tlumení je rám stabilní i při tomto zatěžovacím stavu. Pro naše porovnání přesností však toto tlumení bude dostatečné.

7.3.6 Zatěžovací stav č. 7 => F = 29.292 kN – srovnání přesností



Graf 18: graf přesností zatěžovací stav 7

V grafu č. 14 je zobrazené zatížení tak veliké, že dochází ke kolapsu konstrukce. Z grafu je možné vyčíst, že všechny varianty přesnosti dokonvergovaly ke stejné úrovni deformace. Avšak je zde opět patrná nepřesnost výpočtů s nižší přesností.

Tabulka 16: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 7 - tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
87	5	20.774	-9.259	-4.186	9.259	15.140	2473.30
88	10	20.774	-9.259	-3.483	9.259	14.381	2497.60
89	30	20.774	-9.259	-2.854	9.259	13.347	2531.30
90	100	20.774	0.552	-9.259	9.258	10.753	2510.20

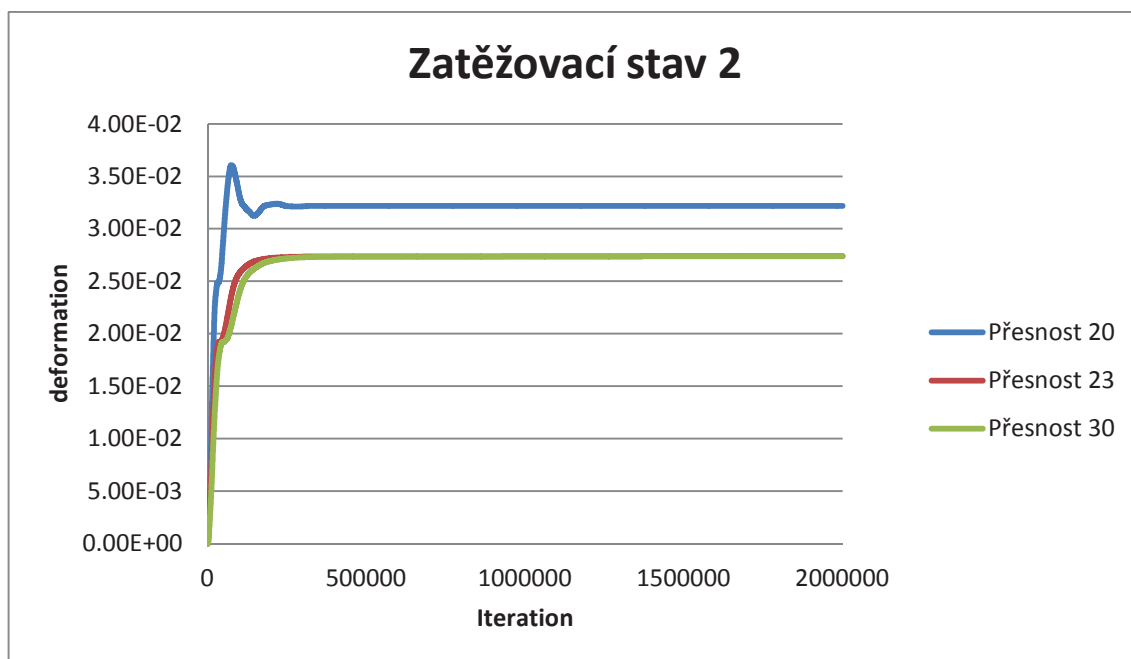
V tabulce č. 16 je patrný kolaps konstrukce a vznik mechanismů, které díky kmitání mohou vzniknout i na jiných místech, než předpokládáme. Dle hodnot deformací je zřejmé, že rám se kompletně zhroutil při použití všech přesností výpočtů.

Z grafů a tabulek v této kapitole lze vydedukovat, že použití nižších hodnot přesností vede ke správnému výsledku pouze v případech vzniku prvního plastického kloubu a extrémní hodnoty, kdy konstrukce kolabuje. Jelikož jsme měli nastaven maximální počet iterací na 2 000 000, z průběhů grafů je možné odvodit, že přesnost 100 potřebuje mnohem více iterací, aby dospěl k podobnému výsledku jako přesnost 30. Tedy vzhledem k rychlosti konvergence výsledku je nejvhodnější volbou přesnost 30, ale i ta může být ještě upřesněna. Proto byl vytvořen ještě další model s přesností 20 a 23, který by nám měl dodat dostatečně přesné výsledky při zkrácení výpočtu. Hodnoty jsou uvedeny v následujících grafech.

7.4 Nástavbové přesnosti

Jak je již výše uvedeno, provedeme porovnání přesnosti výpočtu 30, 23 a 20 pro výběr neoptimalnější přesnosti výpočtu. Z následujících grafů je možné pozorovat rozdílnosti výsledku deformací pro různou přesnost výpočtu pouze v rozmezí 20-30.

7.4.1 Zatěžovací stav č. 2 => $F = 10.447 \text{ kN}$ – srovnání nastavbových přesností



Graf 19: : graf přesností zatěžovací stav 2- nastavbové přesnosti

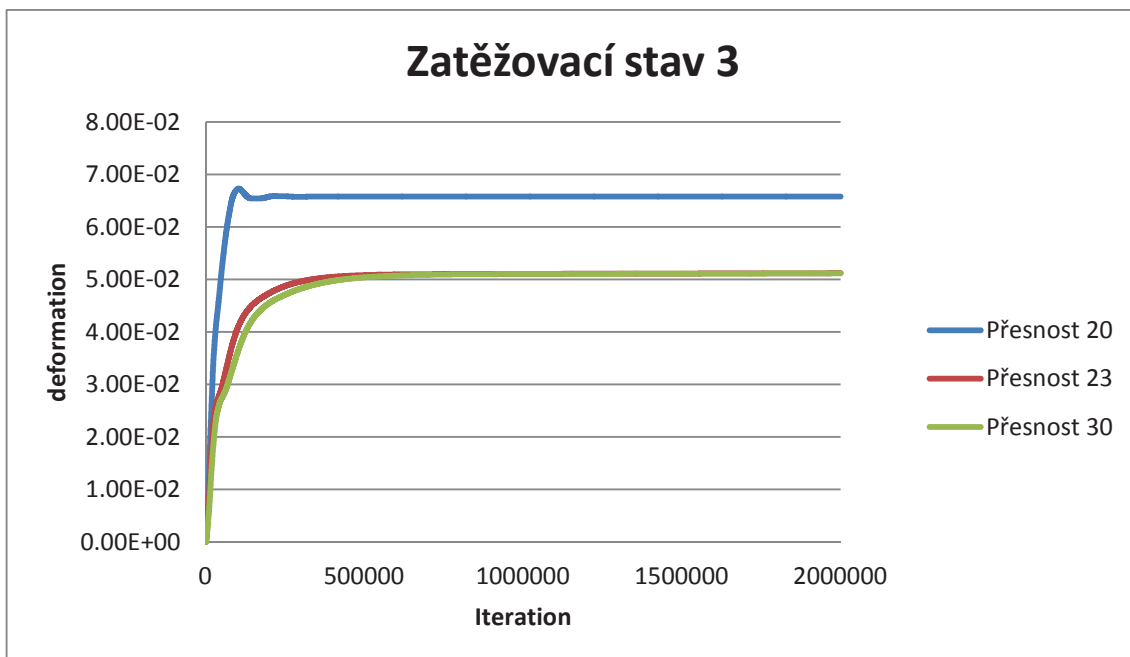
Mezi hodnotami deformací pro přesnosti 23 a 30 panuje dobrá shoda, přesnost 20 vykazuje rozdíl cca 1 cm.

Tabulka 17: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 2 - nastavba přesností, tlumení $C = 182.12$

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
91	20	8.923	0.093	-5.875	9.259	-13.504	32.30
97	23	8.921	0.093	-5.874	9.259	-13.487	27.40
69	30	8.920	0.094	-5.875	9.259	-13.499	27.40

Naopak ale z tabulky č. 17 je patrné, že pro zatěžovací stav č. 2 panuje dobrá shoda mezi všemi přesnostmi hodnoty momentů ve sledovaných uzlech.

7.4.2 Zatěžovací stav č. 3 => F = 14.188 kN – srovnání nastavbových přesností



Graf 20: graf přesností zatěžovací stav 3 - nastavbové přesnosti

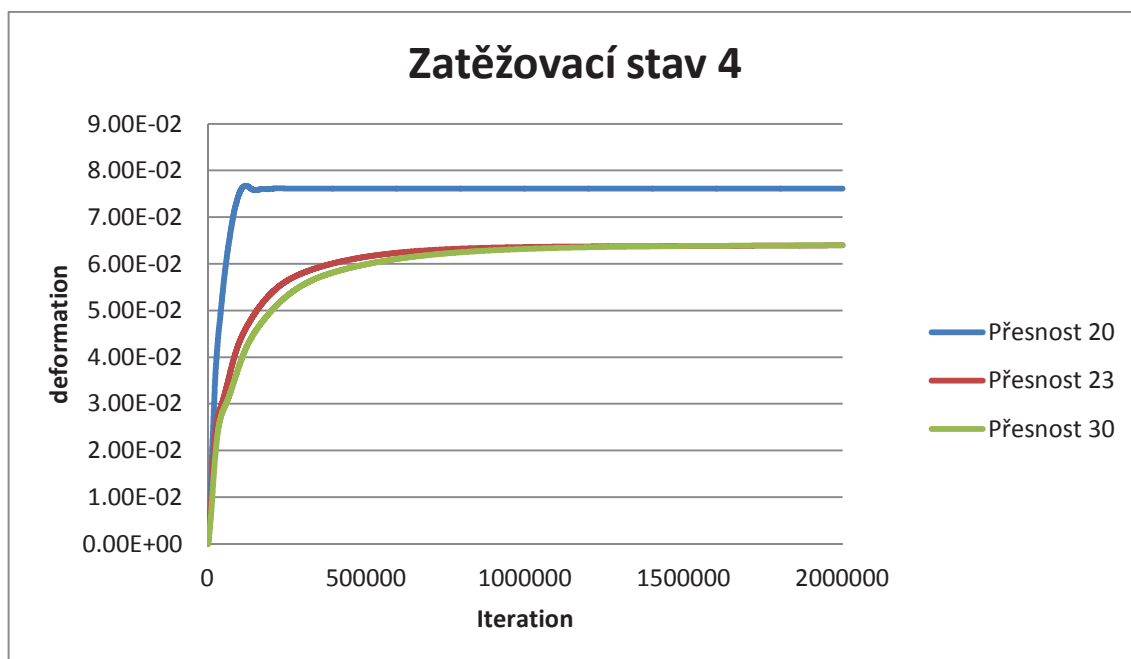
Stejně jako v předchozím zatěžovacím stavu panuje velmi dobrá shoda deformací mezi přesností 23 a 30.

Tabulka 18: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 3 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
92	20	15.060	1.200	-9.259	9.259	-20.001	66.10
98	23	15.058	1.198	-9.259	9.259	-20.003	51.20
73	30	15.054	1.196	-9.259	9.259	-19.971	51.10

V tomto zatěžovacím stavu vznikají plastické klouby v uzlech 3 a 4, tak jak předpokládáme a téměř ve všech uzlech hodnoty nabývají velmi podobných hodnot.

7.4.3 Zatěžovací stav č. 4 => F = 14.646 kN – srovnání nastavbových přesností



Graf 21: graf přesností zatěžovací stav 4 - nastavbové přesnosti

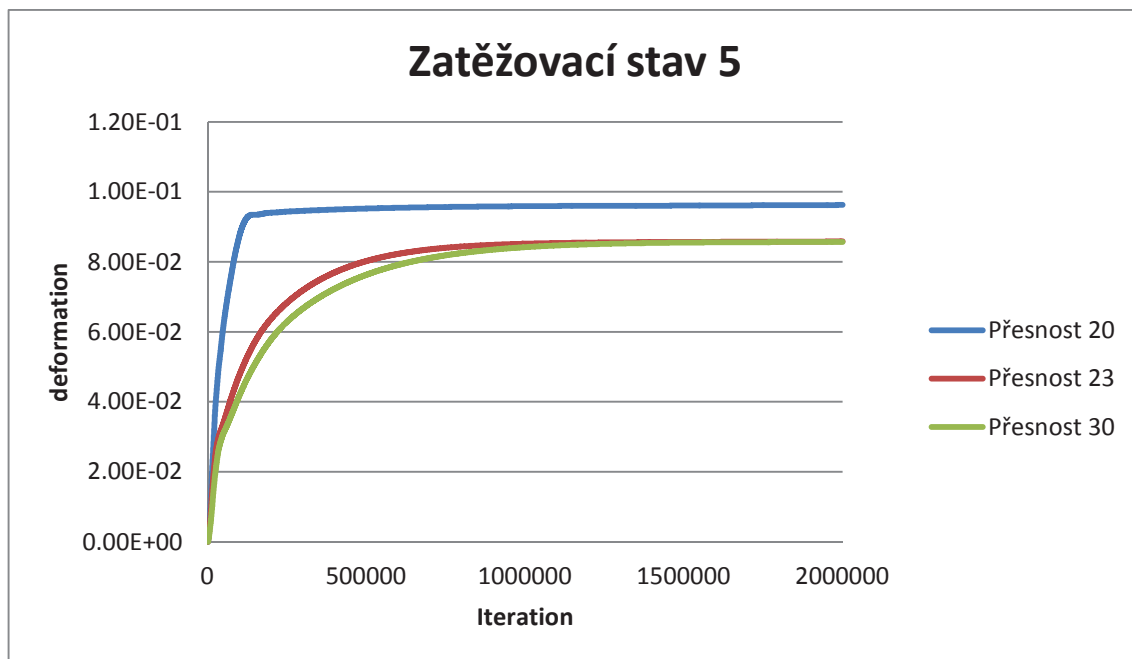
U zatížení, při kterém vzniká třetí plastický kloub, platí stejný popis jako pro předcházející grafy v této kapitole.

Tabulka 19: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 4 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
93	20	16.872	2.356	-9.259	9.259	-20.773	76.40
99	23	16.847	2.349	-9.259	9.259	-20.774	64.00
77	30	16.034	2.353	-9.259	9.259	-20.774	64.00

V tabulce č. 19 panuje opět velmi dobrá shoda mezi jednotlivými přesnostmi.

7.4.4 Zatěžovací stav č. 5 => F = 15.249 kN – srovnání nastavbových přesností



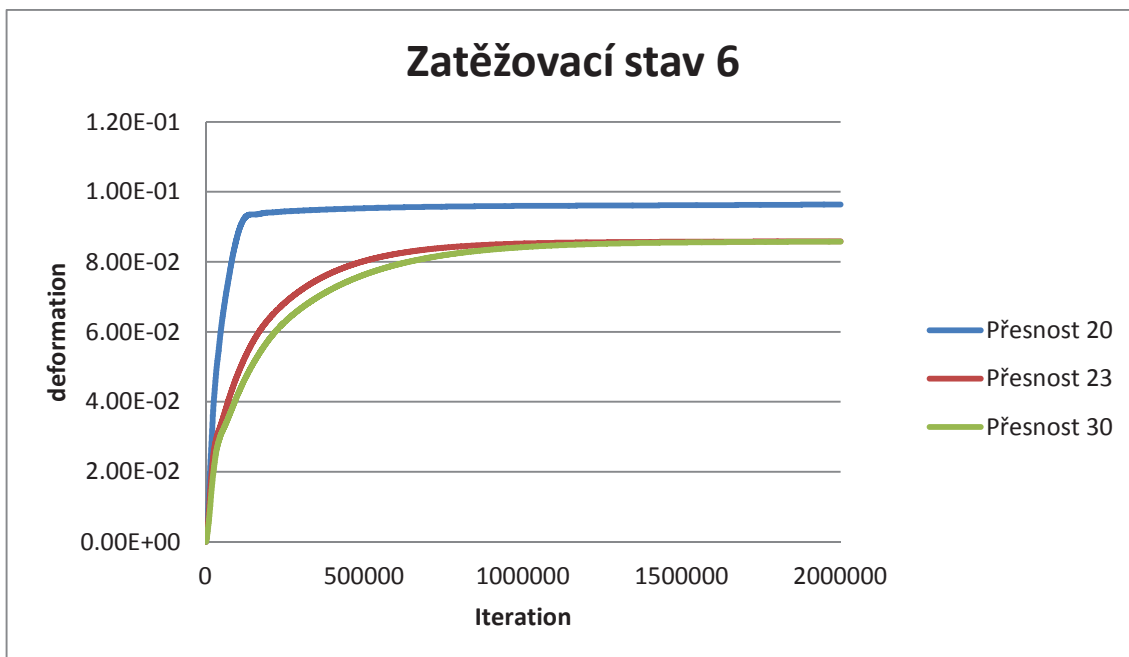
Graf 22: : graf přesností zatěžovací stav 5 - nastavbové přesnosti

Tabulka 20: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 5 - nástavba přesností, tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
94	20	20.487	3.941	-9.259	9.259	-20.774	92.50
100	23	20.481	3.937	-9.259	9.259	-20.774	85.80
81	30	20.462	3.927	-9.259	9.259	-20.774	85.70

Z tabulky č. 20 vyplývá opět velmi dobrá shoda mezi jednotlivými přesnostmi i v uzlu č. 1, kde předpokládáme vznik čtvrtého plastického kloubu po navýšení zatížení.

7.4.5 Zatěžovací stav č. 6 => F = 15.250 kN – srovnání nastavbových přesností



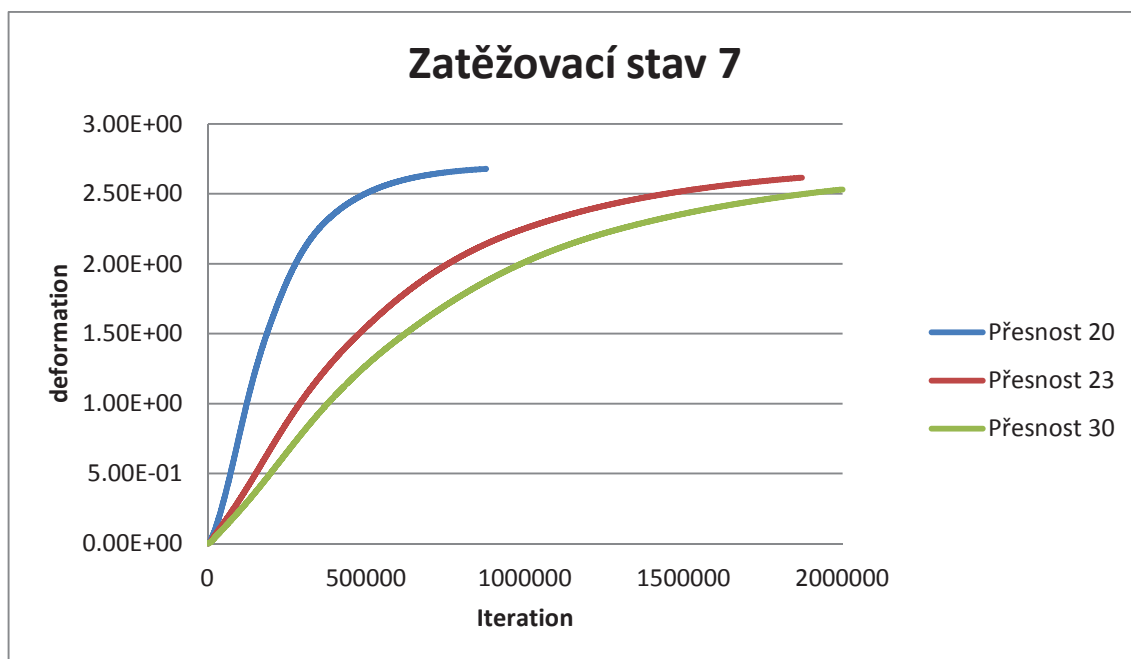
Graf 23: graf přesností zatěžovací stav 6 - nastavbové přesnosti

Tabulka 21: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 6 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
95	20	20.499	3.941	-9.259	9.259	-20.774	92.80
101	23	20.506	3.937	-9.259	9.259	-20.774	85.90
85	30	20.404	3.934	-9.259	9.259	-20.774	85.80

V zatěžovacím stavu 5 i 6 panuje opět dobrá shoda výsledků, konkrétně ale v 6. zatěžovacím stavu díky vysokému tlumení konstrukce nekolabuje, ale narůstají deformace.

7.4.6 Zatěžovací stav č. 7 => F = 29.292 kN – srovnání nastavbových přesností



Graf 24: graf přesností zatěžovací stav 7 - nastavbové přesnosti

Tabulka 22: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 7 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
		označení uzlu					
		1	2	3	4	5	
96	20	20.774	-9.259	-2.125	9.259	8.926	2601.90
102	23	20.774	-9.259	-1.957	9.259	7.987	2615.60
89	30	20.774	-9.259	-2.854	9.259	13.347	2531.30

V posledním zatěžovacím stavu se objevily rozdíly ve 3. a 5. uzlu, což může být způsobeno tím, že konstrukce kompletně zkolabovala a díky rychlosti zatěžování mohla vzniknout jistá nepřesnost při tak velkých deformacích.

7.4.7 Shrnutí optimalizace přesností

Po sumarizaci výše sepsaných dat a jejich vyhodnocení dospějeme k závěru, že neoptimalnější, tedy nejnižší přesnost, při které získáme dostatečně přesné výsledky, nám vychází nejlépe přesnost s hodnotou 23. Její výsledky jsou velmi podobné přesnosti 30, ale výsledek nám konverguje dříve, jak je patrné z grafů v této kapitole.

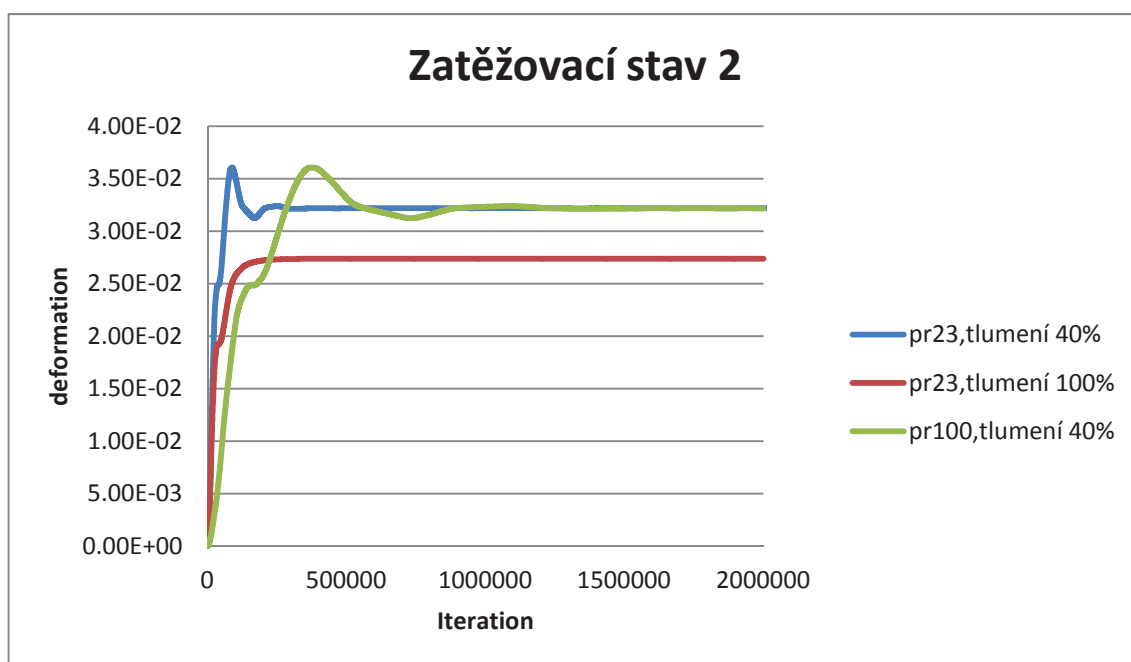
7.5 Optimalizace časového kroku

Pro úplnost optimalizací byla vyzkoušena změna časového kroku. Program RFEM sám vypočítává velikost časového kroku, na několika případech jsme ji zkoušeli měnit. Jelikož jsme postupovali pouze citem, výsledky nebyly příznivé. Krok výpočtu musí být zvolen tak, aby se jednotlivé vzruchy projevovaly od jednoho uzlu k druhému. Dospěli jsme k závěru, že ručně je velmi obtížné k nějaké hodnotě dospět, jelikož neúměrná změna může totálně zničit hodnotu výsledků. Na druhou stranu zkracování časového kroku vede k neúměrnému navýšení počtu iterací pro dosažení konečných výsledků. Proto jsme rozhodli, že časový krok nebudeme optimalizovat a zaměříme se pouze na tlumení a přesnost výpočtu.

7.6 Výsledné tlumení a přesnost

Jak je popsáno v kapitole 5.4.7, volíme optimalizovanou přesnost 23 a tlumení 100%, v kapitole 5.2.7 volíme optimalizaci tlumení 40% a přesnost 100. Naposled použijeme hodnoty přesnost 23 a tlumení 40% dohromady a porovnáme jejich hodnoty. Grafy shrnuty níže.

7.6.1 Zatěžovací stav č. 2 => F = 10.447 kN – finální srovnání



Graf 25: finální graf zatěžovací stav 2

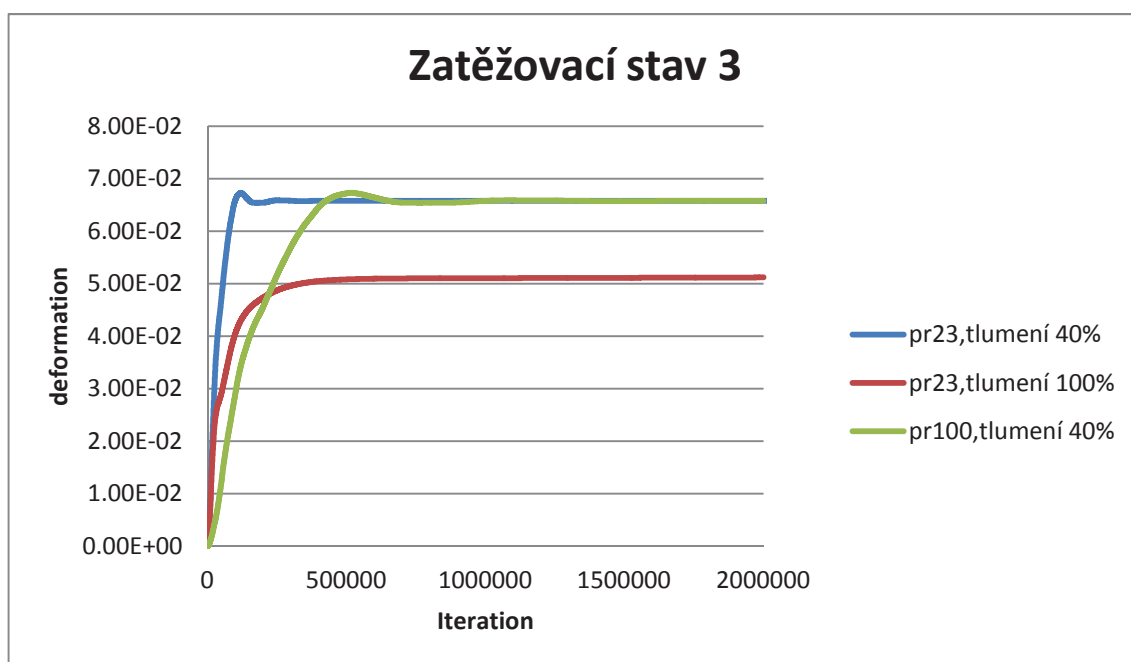
Z hlediska deformací je patrné, že přesností 23 a zároveň tlumením 40% získáváme nejrychleji přesné hodnoty. Hodnota deformace je velmi podobná výpočtu s přesností 100, ovšem cílové hodnoty jsme dosáhli cílové hodnoty.

Tabulka 23: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 2

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	tlumení	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
			označení uzlu					
			1	2	3	4	5	
4	100	40%	10.160	0.340	-6.530	7.774	-14.070	32.20
97	23	100%	8.921	0.093	-5.874	9.259	-13.487	27.40
103	23	40%	10.164	0.341	-6.531	7.735	-14.068	32.20

Z hlediska ohybových momentů jsme dosáhli očekávaného plastického kloubu v uzlu č. 4 pouze při výpočtu č. 97, což vede přímo k závěru z tlumení, a to že nižší tlumení nejvíce korespondují s výsledkem při vyšším počtu plastických kloubů.

7.6.2 Zatěžovací stav č. 3 => F = 14.188 kN – finální srovnání



Graf 26: finální graf zatěžovací stav 3

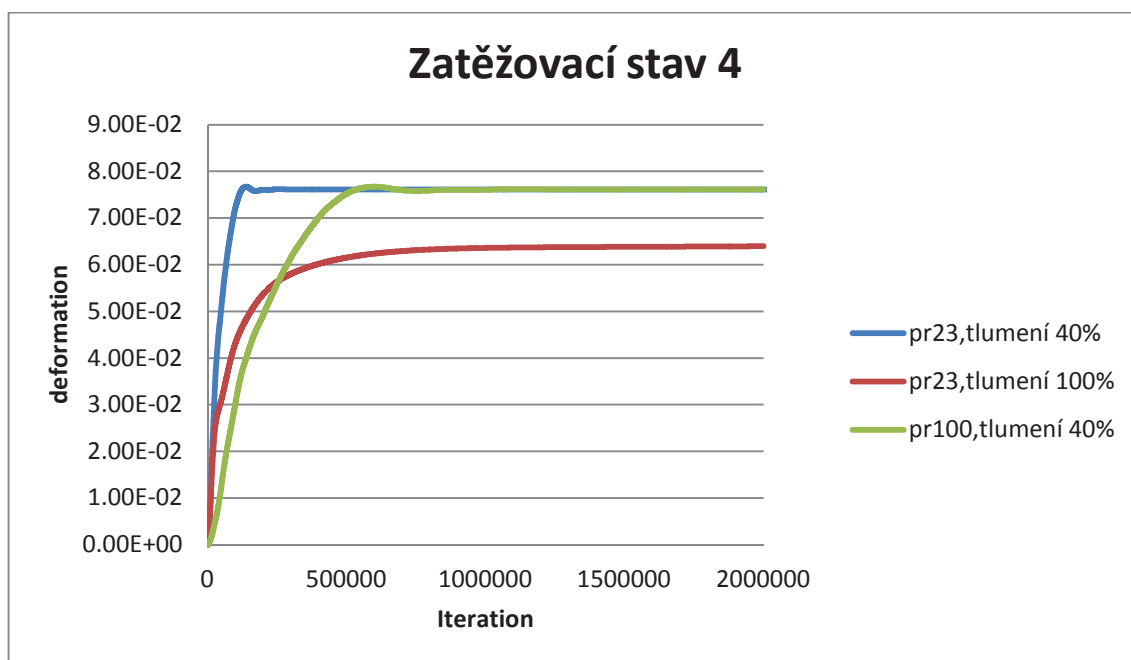
Z grafu č. 26 lze vyčíst stejné závěry jako v kapitole 5.5.3

Tabulka 24: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 3

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	tlumení	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
			označení uzlu					
			1	2	3	4	5	
15	100	40%	17.565	2.208	-9.110	8.740	-19.130	65.80
98	23	100%	15.058	1.198	-9.259	9.259	-20.003	51.20
104	23	40%	17.569	2.285	-9.110	8.738	-19.138	65.70

Z tabulky č. 23 je opět zřejmé, že menší tlumení s vyšší přesností výpočtu dosáhne správné hodnoty plastického momentu při vzniku prvních plastických kloubů. U nižšího tlumení dochází tedy k jevu, kdy konstrukce v časovém kroku díky menším oscilacím prokmitne za hodnotu plastického kloubu v daném uzlu a poté prokmitne zpět a ustálí se při nižší hodnotě momentu.

7.6.3 Zatěžovací stav č. 4 => F = 14.646 kN – finální srovnání



Graf 27: finální graf zatěžovací stav 4

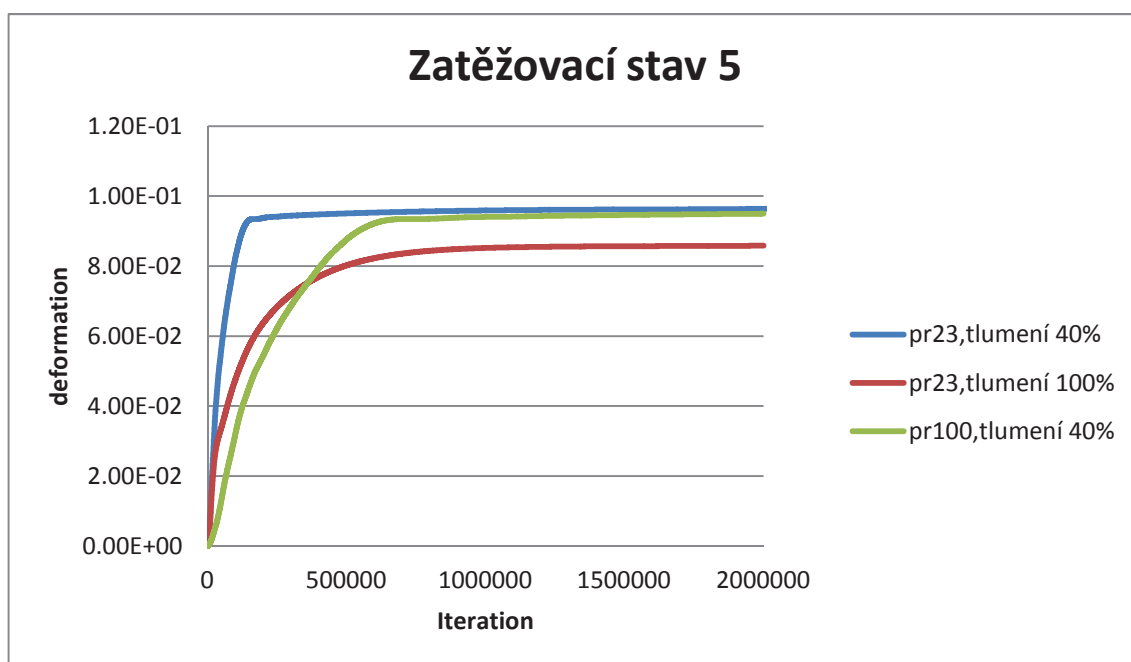
Zde je opět patrné, že přesnost 23 je stejně přesná jako přesnost 100, tedy přesnost 100 je zbytečně náročná pro výpočet, pomaleji konverguje.

Tabulka 25: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 4

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	tlumení	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
			označení uzlu					
			1	2	3	4	5	
26	100	40%	19.120	3.067	-9.118	8.985	-19.674	76.10
99	23	100%	16.847	2.349	-9.259	9.259	-20.774	64.00
105	23	40%	19.128	3.066	-9.117	8.980	-19.667	76.10

Z tabulky č. 24 můžeme vyčíst, že při zatížení konstrukce, které vyvolává vznik třetího plastického kloubu v konstrukci, je ideální tlumení konstrukce kritické hlavně z hlediska správných hodnot ohybových momentů v rámu. Je zde také vidět, že nižší tlumení se přibližuje k hodnotám momentů z tlumení 100%, tedy se nám projevuje, že nižší tlumení při vyšším zatížení dosahuje dobrých přesností se zkrácením času konvergence.

7.6.4 Zatěžovací stav č. 5 => F = 15.249 kN – finální srovnání



Graf 28: finální graf zatěžovací stav 5

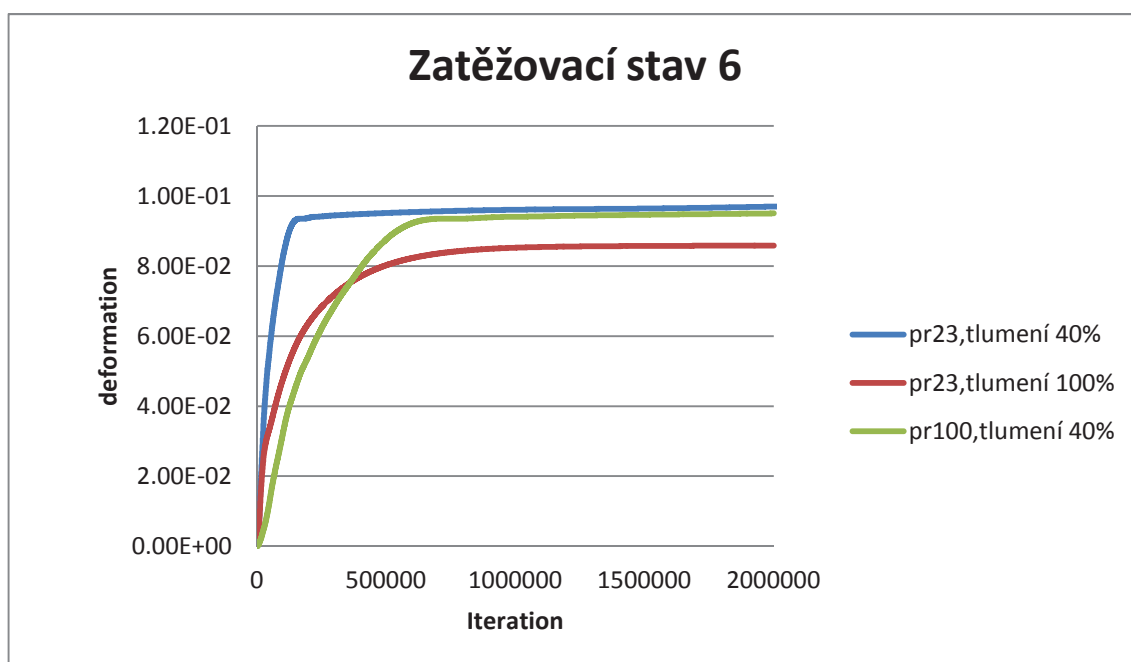
Toto zatížení je těsně před kolapsem konstrukce a zde je patrný nárůst deformací, opět je zde vidět dobrá shoda mezi přesností výpočtu 100 a 23.

Tabulka 26: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 5

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	tlumení	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
			označení uzlu					
			1	2	3	4	5	
37	100	40%	20.774	4.167	-9.259	9.259	-20.774	95.00
100	23	100%	20.481	3.937	-9.259	9.259	-20.774	85.80
105	23	40%	20.774	4.077	-9.259	9.259	-20.774	98.00

Tabulka č. 25 ukazuje výhodu nižšího tlumení. Tato výhoda spočívá v tom, že v konstrukci již vznikl čtvrtý plastický kloub a konstrukce je nestabilní, což je ve skutečnosti na stranu bezpečnou, jelikož konstrukce je zatížena silou, která je jen o 0,001 kN nižší než hodnota kolapsu. Jelikož se v této práci zabýváme kolapsem rámu, je pro nás tato hodnota a to - 40% kritického útlumu nejvýznamnější, ukazuje nám chování konstrukce přesně v blízkosti jejího kolapsu.

7.6.5 Zatěžovací stav č. 6 => F = 15.250 kN – finální srovnání



Graf 29: finální graf zatěžovací stav 6

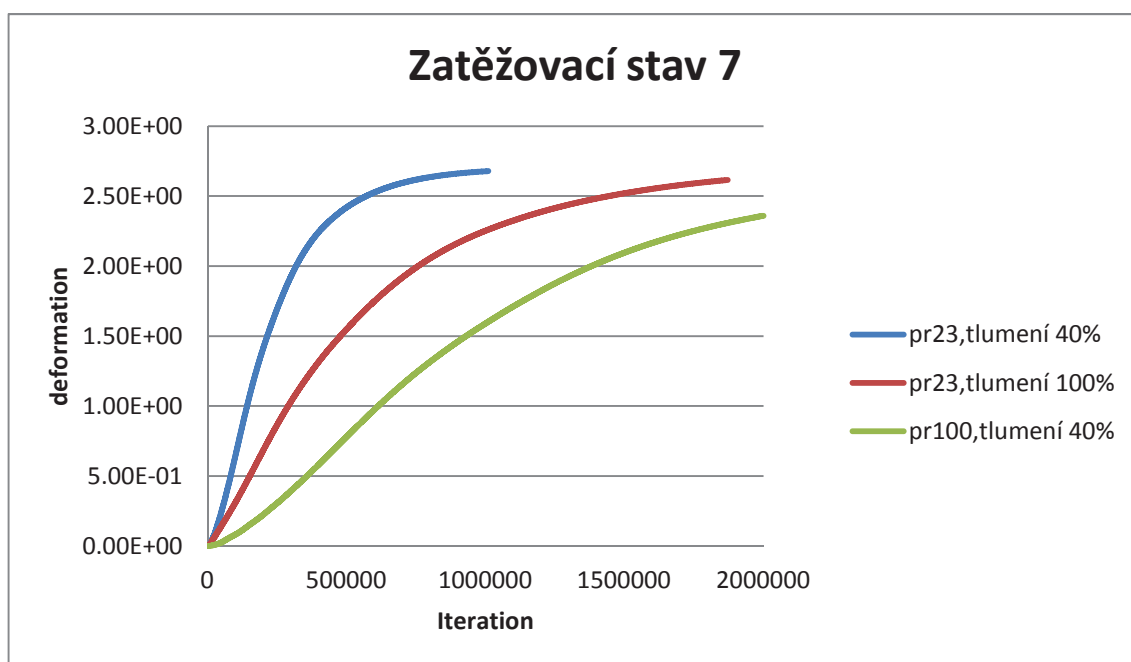
V tomto grafu, stejně jako ve všech grafech v této kapitole platí dobrá shoda mezi přesnostmi 23 a 100.

Tabulka 27: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 6

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	tlumení	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
			označení uzlu					
			1	2	3	4	5	
48	100	40%	20.774	4.162	-9.259	9.259	-20.774	95.00
101	23	100%	20.506	3.937	-9.259	9.259	-20.774	85.90
106	23	40%	20.774	4.082	-9.259	9.259	-20.774	99.00

Zatížení, kterému odpovídají hodnoty v tabulce č. 26, je těsně za hranicí mezní únosnosti rámu. Díky vyšší přesnosti a relativně velkému tlumení 40% nedochází k extrémním deformacím, avšak v konstrukci jsou již 4 plastické klouby a konstrukce se i při nižším přitížení zhroutí, podobně jako v odstavci 5.5.4

7.6.6 Zatěžovací stav č. 7 => F = 29.292 kN – finální srovnání



Graf 30: finální graf zatěžovací stav 7

Deformace se v tomto zatěžovacím stavu dost rozcházejí, jsme již velmi daleko za hranicí kolapsu rámu, tedy dle velikosti časového kroku a tlumení se konstrukce dostává do jiných stavů vzhledem k deformaci. Konstrukce, na kterou působí zatížení, již nepřipomíná výchozí stav a tedy i ramena, na kterých síly působí, jsou jiná. Chyba, při které konstrukce prokmitne přes jistou mez může způsobit takto rozdílné výsledky.

Tabulka 28: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 7

číslo výpočtu	přesnost výpočtu	tlumení	hodnoty momentů v uzlech [kNm]					celková deformace [mm]
			označení uzlu					
			1	2	3	4	5	
59	100	40%	20.774	-8.458	-5.880	9.259	10.932	2360.10
102	23	100%	20.774	-9.259	-1.957	9.259	7.987	2615.60
107	23	40%	20.774	-9.259	0.367	9.259	5.323	2678.40

V tabulce č. 27 jsou výsledky rozdílné stejně jako v grafu č. 29, popisově se jedná o stejnou příčinu.

8. VÝPOČTOVÝ MODEL

Tento model byl převzat od Ing. Jana Valeše, který se zabýval porovnáním jednotlivých metod výpočtu na dané konstrukci. Prokázal, že dynamická relaxace poskytuje velmi dobrou shodu se statickými metodami. V této práci jsem se snažil najít optimální parametry pro výpočet touto metodou. Budeme tedy uvažovat koeficient tlumení 40% z kritického útlumu a přesnost výpočtu 23, pro srovnání přidáme stejné tlumení při přesnosti 100, abychom mohli porovnat časovou i početní náročnost při vyšší přesnosti. Optimalizované parametry vycházejí z této práce.

8.1 Popis výpočtového modelu

Jedná se o ocelový rámový skelet s celkovým počtem jedenáct pater. 1.NP má výšku 4,8 m a ostatní nadzemní podlaží mají výšku 3,6 m. Půdorysně skelet stává ze čtyř polí, krajní pole mají 6 m a vnitřní pole mají šířku 4 m. Sloupy jsou tvořeny z profilu HEB 400, jeho průřez se po výšce nemění, příčle jsou tvořeny profilem IPE 400, profil příčlí je všude stejný. Materiál použitý na profily je S 355. Model byl vytvořen v programu RFEM ve 2D. Všechny hodnoty jsou zadány deterministicky.

Tabulka 29: dynamické parametry patrového rámu

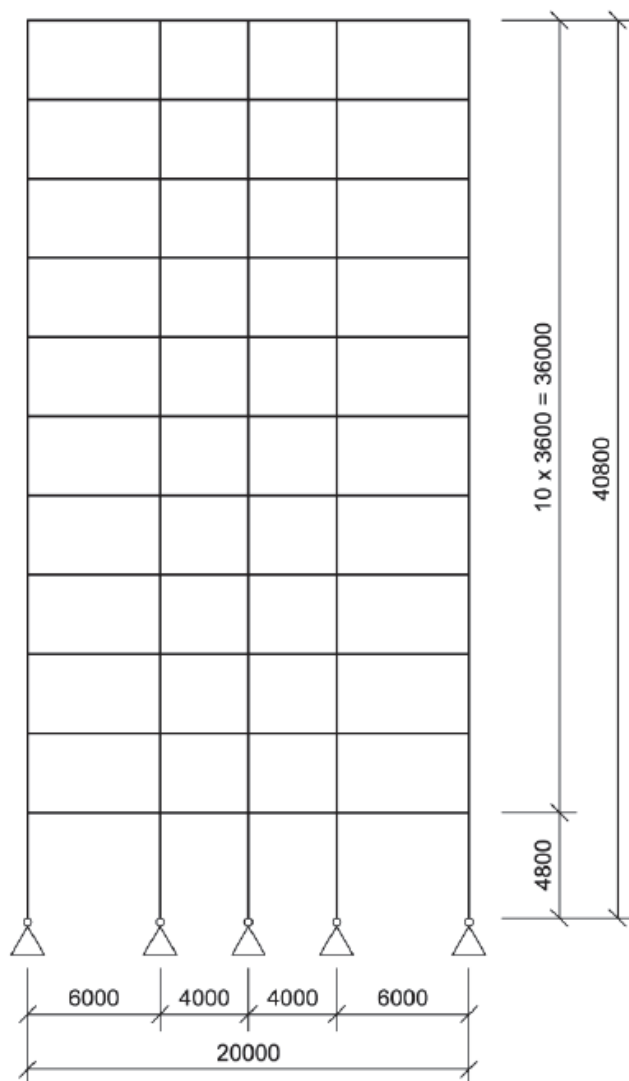
vlastní tvar číslo	vlastní perioda	vlastní frekvence	kruhová frekvence	vlastní číslo
1	T1 [s]	f1 [Hz]	ω [rad/s]	λ [1/s ²]
	0.670925	1.49048	9.364963	87.702536

Koeficient kritického tlumení:

$$(58) \quad c = \frac{4\pi}{T_0} = \frac{4\pi}{0,670925} = 18,729919.$$

Tlumení vycházející z optimalizace:

$$(59) \quad 0,4 * 18,729919 = 7,4919676.$$



Obrázek 23: schéma výpočtového modelu

8.2 Zatížení

Zatížení bylo použito z diplomové práce Ing. Valeše, tedy byl použit výpočet zatížení dle ČSN EN 1991-1 a ČSN 1991-2 a jeho kombinace, což je přílohou této práce. Pro zatížení byl předpokládán násobitel užitného zatížení 5,2. Tuto hodnotu zjistil Ing. Valeš svými pozorováními i výpočty. Rovnice pro kombinaci zatížení je následující:

$$SZS1 = 1,35 * ZS1 + 1,5 * 5,2 * ZS2 + 0,6 * ZS3 + 1,05 * ZS4$$

8.3 Nelinearita prutů

Bylo uvažováno, že konstrukce dosáhne zplastizování pouze ohybovým momentem, a proto hodnota N_{pl} a V_{pl} byly zadány velmi vysoké, jak jen RFEM umí.

Parametry	
Typ:	Plastický kloub
N_{pl} :	999999.00 [kN]
$V_{y,pl}$:	999999.00 [kN]
$V_{z,pl}$:	[empty] [kN]
$M_{T,pl}$:	[empty] [kNm]
$M_{y,pl}$:	[empty] [kNm]
$M_{z,pl}$:	464.34 [kNm]

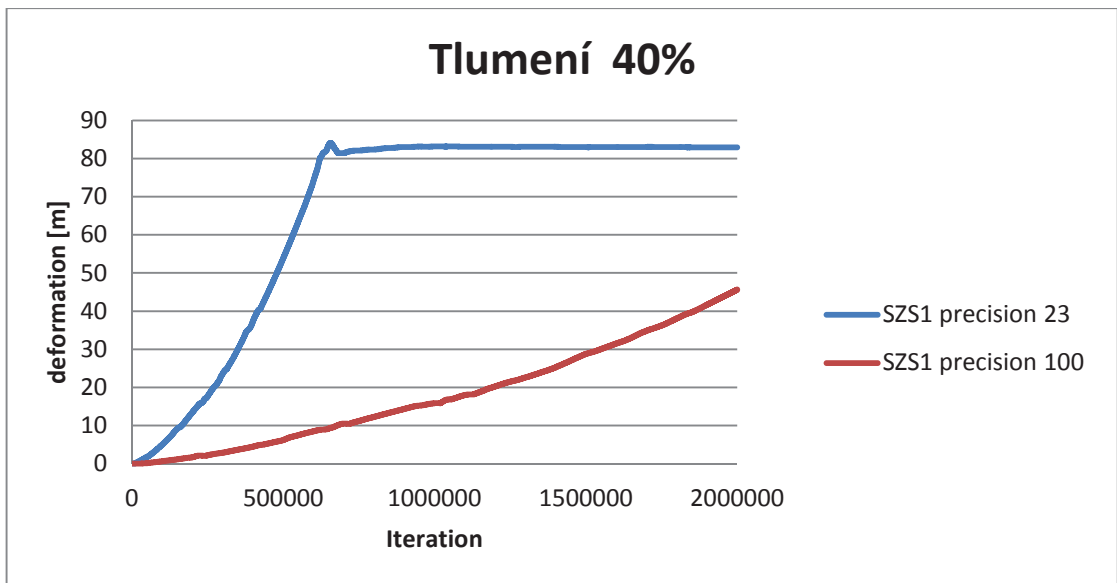
Obrázek 24: příklad zadání nelinearity prutu

8.4 Výpočet

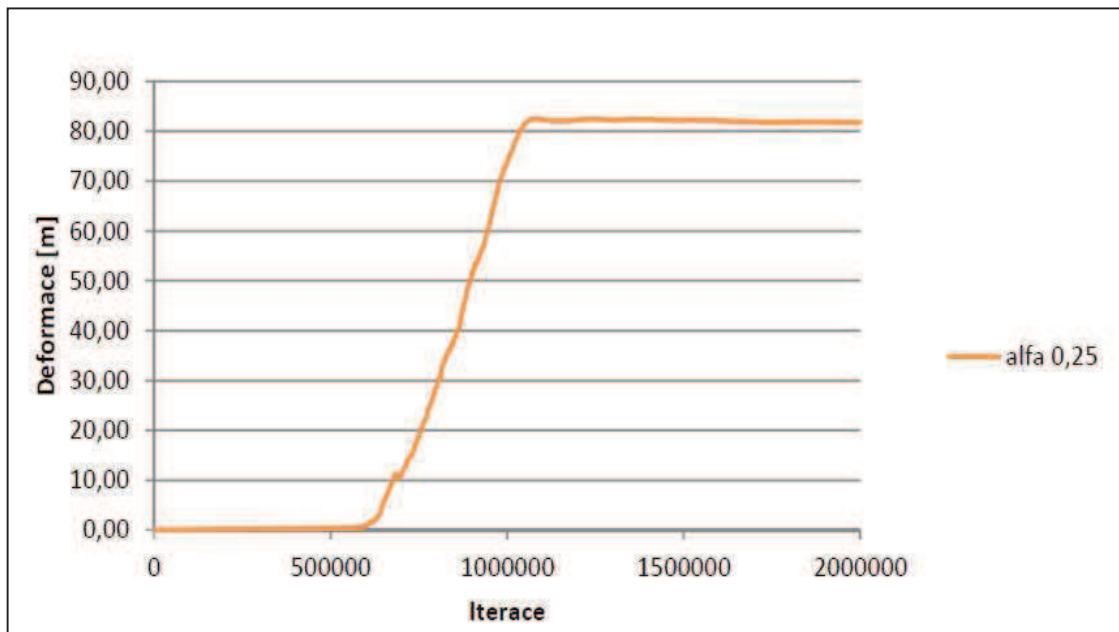
Sestrojili jsme model dle Ing. Valeše a použili stejné zatížení jako on. Dospěli jsme k následujícím výsledkům:

V grafu č. 30 jsme zobrazili i výsledky přesnosti 100, abychom poukázali, jak přesnost výpočtu 100 prodlužuje výpočet. Můžeme odhadnout, že vyšší přesnost by potřebovala ještě min. dvojnásobek počtu iterací, abychom dospěli k výsledkům. Jelikož nemáme přístup k datům Ing. Valeše, použijeme obrázek č. 25 z jeho diplomové práce.

Na první pohled je patrné, že rám po optimalizaci i před ní dokonvergoval z hlediska deformací do velmi podobných hodnot.



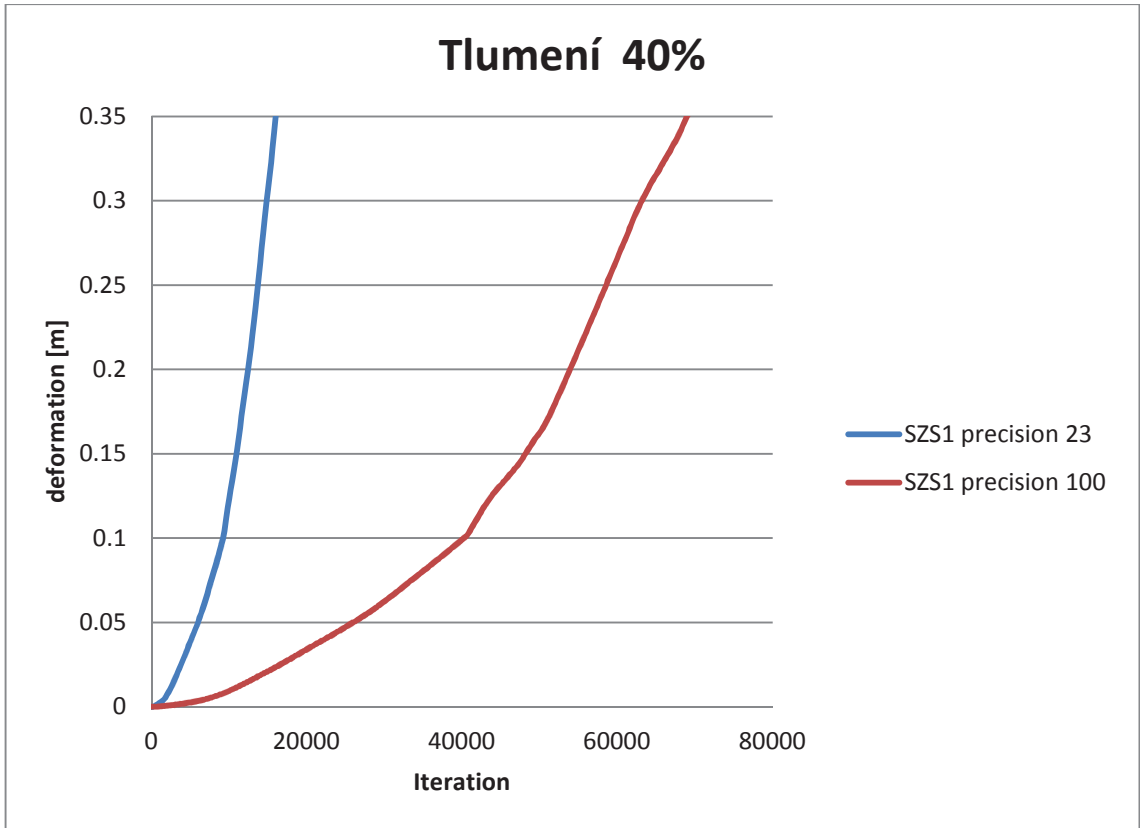
Graf 31: Patrový rám po optimalizaci



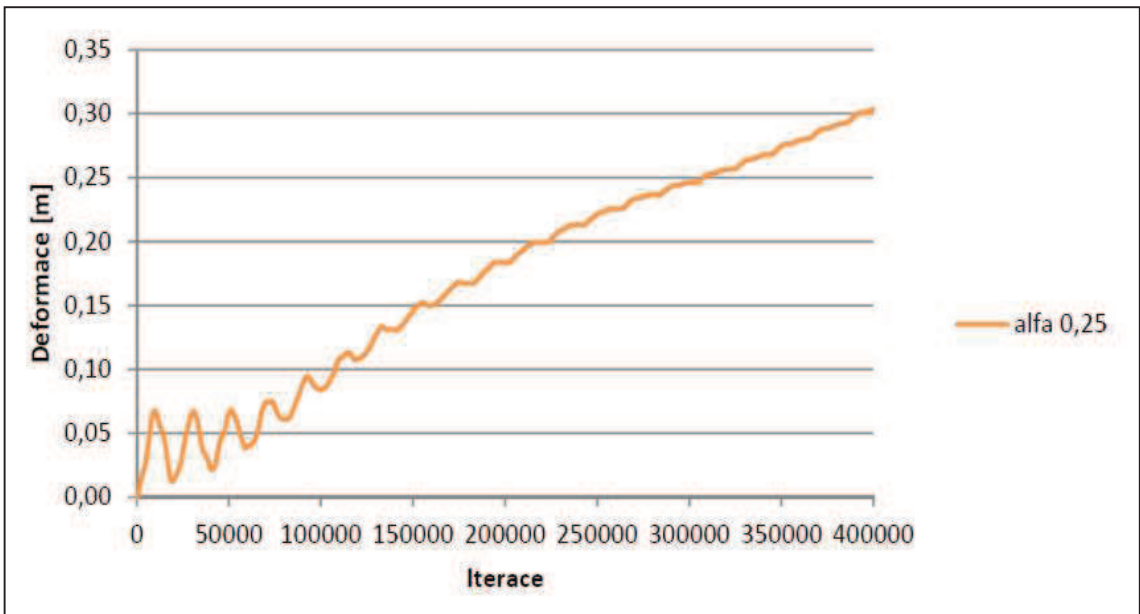
Obrázek 25: patrový rám Ing. Valeše

Pokud se zaměříme na rychlost konvergence výsledků, optimalizace nám velmi zrychlila výpočet, pro zřejmost použijeme zvětšení grafů.

Jestli budeme jako směrnou hodnotu pro porovnání rychlosti konvergence považovat hodnotu deformace 0,30 m, tak této hodnoty jsme dosáhli díky optimalizaci při 19 000. iteraci.



Graf 32: Patrový rám po optimalizaci detail



Obrázek 26: patrový rám Ing. Valeše detail

Na obrázku č. 26, tedy výpočet bez optimalizace, je patrné, že k hodnotě deformace 0,30 m jsme potřebovali 400 000 iterací. Z celkového hlediska jsme po optimalizaci dospěli k cílové deformaci již kolem 650 000 iterací, bez optimalizace cca 1 100 000 iterací. Došlo k velmi zásadnímu zkrácení doby výpočtu.

Tím, že jsme uvažovali větší tlumení konstrukce, jsme omezili kmitání jednotlivých prutů, které se objevovalo před optimalizací. To vznikalo při nízkém tlumení konstrukce, ale opět vymizelo, tedy nezahlcoval se výpočet kmitáním a dočasným zplastizováním jednotlivých prutů.

ZÁVĚR

Po nashromáždění, popsání a důkladné kontrole výsledků získaných z modelového příkladu, jsme dospěli k zajímavým výsledkům. Základní nastavená přesnost programu pro ukončení výpočtu je poměrně malá. Při nejmenší námi uvažované přesnosti jsme ji pětinašobně zmenšili, a i přesto výsledky nebyly dostatečně přesné. Tuto hodnotu jsme proto dále zmenšili desetinásobně, (v práci označeno přesností 10) a dosáhli jsme velmi podobných výsledků jako s přesností 5. Tyto dvě přesnosti jsou použitelné pro hodnotu zatížení, při které vzniká první plastický kloub v konstrukci. Pro další zatížení tato přesnost již není dostačující z hlediska celkových deformací. Následně jsme provedli výpočty s vyšší přesností 30 a 100, kdy bylo dosaženo očekávaných průběhů deformací i momentů. Rozdíl mezi výpočty s přesností 30 a 100 je prakticky pouze v rychlosti konvergence. Proto jsme vycházeli z přesnosti 30, ta byla posléze ještě blíže upřesněna. Byla tedy zvolena a k výpočtům použita další přesnost 20 a 23. Hodnoty výsledků 20, 23 a 30 byly vyhodnoceny podrobněji. Z tohoto porovnání se jeví jako optimální přesnost výpočtu s hodnotou 23. Ta dosahuje velmi podobných výsledků jako přesnost 30, avšak dosahuje rychlejší konvergence.

Provedli jsme také pokus se změnou velikosti časového kroku. Bylo zjištěno, že pokud došlo ke zkrácení časového kroku, narostla doba průběhu výpočtu. Naopak při prodloužení časového kroku jsme destabilizovali výpočet. Z těchto důvodů nebyla uvažována ruční změna časového kroku.

Dalším parametrem, kterým jsme se podrobně zabývali, je tlumení konstrukce. Vypočetli jsme kritické tlumení konstrukce a to jsme aplikovali do výpočtu po 10% jeho hodnoty. Po prozkoumání výsledků jsme dospěli k faktu, že nižší tlumení dává přesné výsledky při zatížení, které je blízko či za hranicí meze únosnosti. Naopak vyšší tlumení - tedy 70 - 100% - vykazuje dobré výsledky pro nižší zatížení, tedy pro 1., 2. a 3. plastický kloub. Jelikož nás zajímá hlavně stav kolapsu konstrukce, za optimální tlumení byla vybrána hodnota 40% kritického útlumu.

Pro konečnou optimalizaci jsme sloučili jednotlivé závěry a porovnávali jsme tři výsledné kombinace parametrů. Jedná se o přesnost 23 a 40% tlumení, přesnost 23 a 100% tlumení a poslední přesnost 100 a 40% tlumení z kritické hodnoty. Po sumarizaci výsledků získaných z grafů a tabulek jsme dospěli k závěru, že pro zkoumání kolapsu konstrukce je optimální kombinace parametrů přesnost 23 a tlumení 40%. Při této kombinaci jsme dostali nejpřesnější a nejrychlejší výsledky.

Pro patrový rám, který je převzat od Ing. Jana Valeše, jsme použili kombinaci přesnosti 23 a tlumení 40%. Pro názornou ukázkou délky konvergence byla na tento patrový rám použita i kombinace přesnosti 100 a tlumení 40%. Porovnáním předchozích dvou výpočtů je patrné, že přesnost 100 na složité konstrukci vykazuje velké prodloužení výpočtu, téměř na dvojnásobek. Směrodatná kombinace nejvhodnějších parametrů je tedy přesnost 23 a tlumení 40%. Výsledky z optimalizovaných parametrů jsme porovnali s výsledky Ing. Valeše. Jelikož nevíme, jakou přesnost ve své práci uvažoval, nemůžeme tento parametr (přesnost) porovnat. Ovšem můžeme porovnat hodnoty tlumení. Ing. Valeš uvažoval poměrně malé

tlumení 25%, díky němuž dosahoval velkých kmitání jednotlivých prutů. Námi použitá hodnota tlumení je vyšší, díky čemuž nevznikají taková kmitání prutů. Kolapsu konstrukce tak bylo dosaženo při nižším počtu iterací. Toho jsme dosáhli po optimalizaci při cca 650 000 iteracích, bez optimalizace při 1 100 000 iteracích.

Dosáhli jsme tedy velmi výrazného urychlení výpočtu při zachování přesnosti a deformací konstrukce. Optimalizované parametry výpočtu lze tak doporučit pro podobné analýzy kolapsu rámových budov pomocí metody dynamické relaxace.

Seznam použitých zdrojů

BELYTSCHKO, T., LIU, W. K., MORAN B.: *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & sons, ISBN 0-471-98773-5, New York, 2000

NĚMEC, I. at all.: *Finite Elements Analysis of Structures*, Shaker Verlag, ISBN 978-3-8322-9314-7, Aachen, 2010

SERVÍT, R.; DOLEŽALOVÁ, E.; CRHA, M. *Teorie pružnosti a plasticity I*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1981. 456 s.

CRHA, M.; ŠMIŘÁK, S.; DOČKAL, P. *Pružnost a plasticita I*. Brno: Vysoké učení technické v Čs. Redakci MON, 1990. 209 s. ISBN 80-214-0265-2.

ŠMIŘÁK, S. *Pružnost a plasticita I*. Brno: CERM – Akademické nakladatelství s. r. o, Brno, 2006. 210 s. ISBN 80-7204-468-0

NĚMEC, I. *Nelineární mechanika: základy nelineární mechaniky* [elektronická verze v pdf]. Brno, 2006. 70 s.

SALAJKA, V.; *Dynamika stavebních konstrukcí* [elektronická verze v pdf]. Brno 2009. 163 s.

Seznam použitých zkratk a symbolů

$\{\mathcal{E}\}$	vektor deformací
$\{\dot{\mathcal{E}}\}$	vektor rychlosti deformace
$\{\sigma\}$	vektor napětí
$\{P\}$	vektor vnějších sil
$\{R\}^n$	vektor nevyvážených sil
$\{u\}$	vektor posunutí
$\{\dot{u}\}$	vektor rychlosti
$\{\ddot{u}\}$	vektor zrychlení
$[C]$	matice tlumení
$[K]$	matice tuhosti
$[M]$	matice hmotnosti
σ	Cauchyho napětí
r	vektor nevyvážených sil
v	vektor rychlosti
\dot{v}	vektor zrychlení
A	plocha
A_c	tlačená plocha
A_t	tažená plocha
E_k	kinetická energie
$M_{y,pl}$	mezní plastický moment (v ose y)
$M_{z,pl}$	mezní plastický moment (v ose x)
M_y	ohybový moment (v ose y)
N_c	tlaková normálová síly
N_{el}	elastická únosnost v tahu či tlaku
N_{pl}	plastická únosnost v tahu či tlaku
$S_{y,c}$	statický moment tlačené oblasti k ose y
$S_{y,t}$	statický moment tažené oblasti k ose y

T_0	perioda netlumené soustavy
V	objem
$W_{y,el}$	elastický průřezový modul k ose y
$W_{y,pl}$	plastický průřezový modul k ose y
ZS	zatěžovací stav
b	šířka průřezu
c_1	výška tažené oblasti průřezu
c	koeficient tlumení
c_n	Underwoodův koeficient tlumení
h_1	výška nezplastizovaného průřezu
h	výška průřezu
h	časový krok (kapitola 6)
l	délka
t	čas
u	celková deformace
$f(\sigma)$	funkce plasticity
α	součinitel plastické rezervy průřezu
δ	násobek zatížení
λ	vlastní číslo
σ_0	mez kluzu, mezní napětí
ω_0	nejnižší netlumená vlastní úhlová frekvence

Seznam grafů, tabulek a obrázků

Graf 1: graf tlumení zatěžovací stav 2	49
Graf 2: graf tlumení zatěžovací stav 3	50
Graf 3: detail grafu tlumení zatěžovací stav 3	50
Graf 4: graf tlumení zatěžovací stav 4	51
Graf 5: detail grafu tlumení zatěžovací stav 4	52
Graf 6: graf tlumení zatěžovací stav 5	53
Graf 7: detail grafu tlumení zatěžovací stav 5	53
Graf 8: graf tlumení zatěžovací stav 5 - přesnost výpočtu 10.....	54
Graf 9: graf tlumení zatěžovací stav 6	55
Graf 10: detail grafu tlumení zatěžovací stav 6	55
Graf 11: graf tlumení zatěžovací stav 6 - přesnost výpočtu 10.....	56
Graf 12: graf tlumení zatěžovací stav 7	57
Graf 13: graf přesností zatěžovací stav 2.....	59
Graf 14: graf přesností zatěžovací stav 3.....	60
Graf 15: graf přesností zatěžovací stav 4.....	61
Graf 16: graf přesností zatěžovací stav 5.....	62
Graf 17: graf přesností zatěžovací stav 6.....	63
Graf 18: graf přesností zatěžovací stav 7.....	64
Graf 19: : graf přesností zatěžovací stav 2- nastavbové přesnosti	65
Graf 20: graf přesností zatěžovací stav 3 - nastavbové přesnosti	66
Graf 21: graf přesností zatěžovací stav 4 - nastavbové přesnosti	67
Graf 22: : graf přesností zatěžovací stav 5 - nastavbové přesnosti	68
Graf 23: graf přesností zatěžovací stav 6 - nastavbové přesnosti	69
Graf 24: graf přesností zatěžovací stav 7 - nastavbové přesnosti	70
Graf 25: finální graf zatěžovací stav 2.....	72
Graf 26: finální graf zatěžovací stav 3.....	73
Graf 27: finální graf zatěžovací stav 4.....	74
Graf 28: finální graf zatěžovací stav 5.....	75
Graf 29: finální graf zatěžovací stav 6.....	76
Graf 30: finální graf zatěžovací stav 7.....	77
Graf 31: Patrový rám po optimalizaci.....	81
Graf 32: Patrový rám po optimalizaci detail.....	82
Tabulka 1: popis zatěžovacích stavů rámové konstrukce	47
Tabulka 2: dynamické parametry rámu	47

Tabulka 3: tabulka uvažovaných tlumení	48
Tabulka 4: základní přesnosti pro výpočty	48
Tabulka 5: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 2 - přesnost 100...49	
Tabulka 6: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 3 - přesnost 100...51	
Tabulka 7: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 4 - přesnost 100...52	
Tabulka 8: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 5 - přesnost 100...54	
Tabulka 9: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 6 - přesnost 100...56	
Tabulka 10: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 7 - přesnost 100.57	
Tabulka 11: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 2 - tlumení C = 182.12	59
Tabulka 12: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 3 - tlumení C = 182.12	60
Tabulka 13: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 4 - tlumení C = 182.12	61
Tabulka 14: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 5 - tlumení C = 182.12	62
Tabulka 15: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 6 - tlumení C = 182.12	63
Tabulka 16: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 7 - tlumení C = 182.12	64
Tabulka 17: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 2 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12.....	65
Tabulka 18: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 3 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12.....	66
Tabulka 19: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 4 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12.....	67
Tabulka 20: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 5 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12.....	68
Tabulka 21: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 6 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12.....	69
Tabulka 22: deformace a ohybové momenty v zatěžovacím stavu 7 - nastavba přesností, tlumení C = 182.12.....	70
Tabulka 23: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 2	72
Tabulka 24: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 3	73

Tabulka 25: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 4	74
Tabulka 26: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 5	75
Tabulka 27: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 6	76
Tabulka 28: finální tabulka deformací a celkových deformací v zatěžovacím stavu 7	77
Tabulka 29: dynamické parametry patrového rámu	78
Obrázek 1: pracovní diagram ideálně pružnoplastického materiálu	18
Obrázek 2: Misesova a Trescova podmínka plasticity pro rovinnou napjatost	19
Obrázek 3: postupné zplastizování obdélníkového průřezu	21
Obrázek 4: plastický ohyb jednoose symetrického průřezu	23
Obrázek 5: ohyb s tahem u jednoosého průřezu	24
Obrázek 6: ohyb s tahem nebo tlakem u obdélníkového průřezu	25
Obrázek 7: k otázce vlivu posouvající síly na mezní plastickou únosnost	26
Obrázek 8: ohyb se smykem u tenkostěnných nosníků (mezní únosnost)	27
Obrázek 9: staticky neurčitá soustava tažených prutů	29
Obrázek 10: kinematické a statické řešení soustavy	30
Obrázek 11: k pojmu idealizovaného plastického kloubu	32
Obrázek 12: vetknutý nosník	33
Obrázek 13: jednostranně vetknutý nosník	34
Obrázek 14: schematický model rámu s čísly uzlů	35
Obrázek 15: fáze 1, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení	37
Obrázek 16: fáze 2, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení	38
Obrázek 17: fáze 2, celkové zatížení ve fázi 2	38
Obrázek 18: fáze 3, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení	39
Obrázek 19: fáze 3, celkové zatížení ve fázi 3	39
Obrázek 20: fáze 3, a) jednotkové zatížení, b) průběh momentů od jednotkového zatížení, c) průběh momentů od kritického zatížení	39
Obrázek 21: fáze 4, celkové zatížení ve fázi 4, tedy kolaps konstrukce	40

Obrázek 22: typy tlumení jednoduřňové soustavy: a) netlumená soustava, b) podkriticky tlumená soustava, c) kriticky tlumená soustava	44
Obrázek 23: schéma výpočtového modelu	79
Obrázek 24: příklad zadání nelinearity prutu.....	80
Obrázek 25: patrový rám Ing. Valeře.....	81
Obrázek 26: patrový rám Ing. Valeře detail	82