

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
LETECKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

## VÝPOČET ROZLOŽENÍ VZTLAKU PO ROZPĚTÍ KŘÍDLA GLAUERTOVOU METODOU

CALCULATION OF LIFT DISTRIBUTION ALONG WING SPAN USING THE GLAUERT'S METHOD

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

MARTIN KUBÍČEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. PAVEL ZIKMUND

BRNO 2008







## Anotace

Cílem této práce bylo provést zjednodušený výpočet rozložení vztlaku po rozpětí křídla letounu RAPID 200 jež je dvousedadlový, celokovový dolnoplošník s přímým křídlem a běžným uspořádáním pohonné jednotky, Glauertovou metodou pomocí programu MathCad.

## Abstrakt

This work is focused on a simplified calculation lift distribution along wing span of aircraft RAPID 200. This is a two –seat, all metal lower wing airplane with a straight wing and usual setting of power unit. Glauert method is used to calculate lift distribution along wing span with program MathCad.

## Klíčová slova

Metoda Glauert, rozložení vztlaku

## Keywords

Glauert method, lift Distribution

KUBÍČEK, M. Výpočet rozložení vztlaku po rozpětí křídla Glauertovou metodou. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 31 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Pavel Zikmund.



## OBSAH

Obsah.....	7
Úvod.....	9
FOURIEROVY ŘADY.....	10
Použití Fourierových řad v glauertově řešení.....	10
ROZLOŽENÍ CIRKULACE POMOCÍ GLAUERTOVI METODY.....	11
POČÁTEČNÍ PODMÍNKY.....	11
Výpočet tětiny křídla v jednotlivých řezech.....	12
Výpočet sklonu vztlakové čáry koncového profilu.....	12
Výpočet sklonu vztlakové čáry kořenového profilu.....	13
Výpočet sklonu tlakové čáry na jednotlivých řezech křídla.....	13
AERODYNAMICKÉ A GEOMETRICKÉ KROUCENÍ KŘÍDLA.....	13
Výpočet geometrického kroucení křídla pro jednotlivé řezy.....	13
Součet aerodynamického a geometrického kroucení křídla.....	14
VÝPOČET KOEFICIENTŮ $A_N$ .....	14
Průběh výpočtu.....	15
NULOVÉ A NORMÁLNÉ ROZLOŽENÍ.....	16
koeficient pro nulové rozložení.....	16
koeficient pro normální rozložení.....	16
koeficient celkové rozložení pro CL maximální.....	17
koeficient celkové rozložení pro CL cestovní rychlosti.....	17
INDUKOVANÝ ODPOR KŘÍDLA.....	18
indukovaný odpor pro CL maximální.....	18
indukovaný odpor pro CL cestovní rychlost.....	18
ROZLOŽENÍ CIRKULACE NA KŘÍDLE.....	19
rozložení vztlaku pro koeficient nulového rozložení.....	20
rozložení vztlaku pro koeficient normálního rozložení.....	20
rozložení vztlaku pro koeficient CL maximální.....	21
rozložení vztlaku pro koeficient CL cestovní rychlost.....	21
Závěr.....	22
Použité zdroje.....	23
Seznam použitých zkratk a symbolů.....	24
Seznam příloh.....	25



## ÚVOD

Historicky, je H. Glauert spojený s prvými teoretickými základy stlačitelnosti média na profilu křídla přibližující se rychlosti zvuku a vyvinul lineární rovnice pro podzvukové stlačitelné proudění. Stejnou teorii nastínil i Prandtl roku 1922, proto byla tato teorie na počest těchto dvou pánů pojmenována Prandtl - Glauertovo pravidlo. Avšak byl to právě H. Glauert, který navrhl, že kritická rychlost při, které začne křídlo ztrácet vztlak je dána právě tvarem křídla. Tato domněnka se ukázala jako správná. Výhodou tohoto řešení je rychlost a jednoduchost ve srovnání s CFD metodou. Tato metoda se užívá pro prvotní aerodynamický výpočet nebo pro výpočet zatížení křídla. Ve výpočtu byla řada věcí zjednodušena.

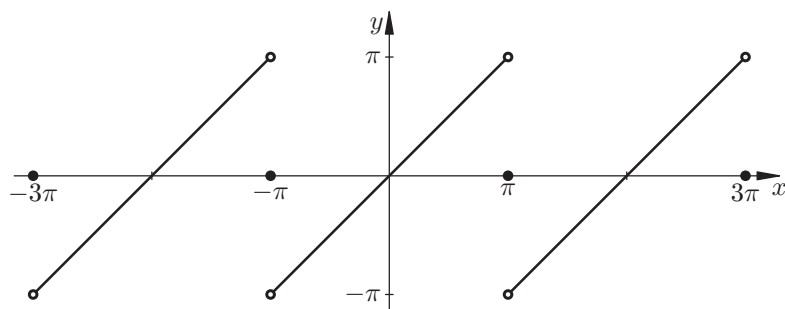


# FOURIEROVY ŘADY

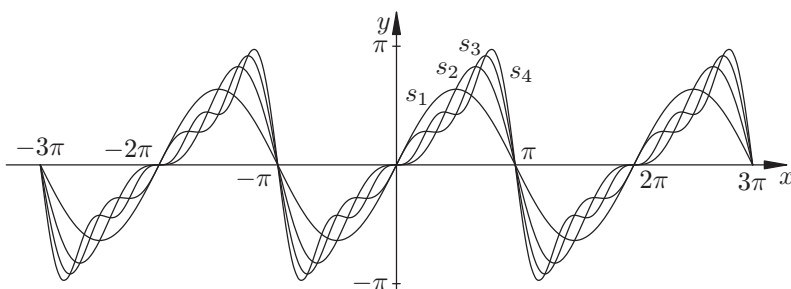
Fourierovy řady jsou limitou posloupnosti trigonometrických polynomů, které mají část složenou z kosinů a část ze sinů. Používají se především při studiu jevů s periodickým charakterem. Výhodou těchto řad je skutečnost, že požadavky kladené na jejich konvergenci k rozvíjené funkci jsou slabší než v případě rozvoje do Taylorových řad (nepožadujeme např. existenci derivací všech řádů dané funkce v daném bodě; nepožadujeme dokonce ani spojitost rozvíjené funkce). Rovněž výpočet koeficientů může být (zejména při použití numerických metod) jednodušší záležitostí než u řad Taylorových.

Rozvoje funkcí do Fourierových řad se s úspěchem používá především při hledání (periodických) řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic.

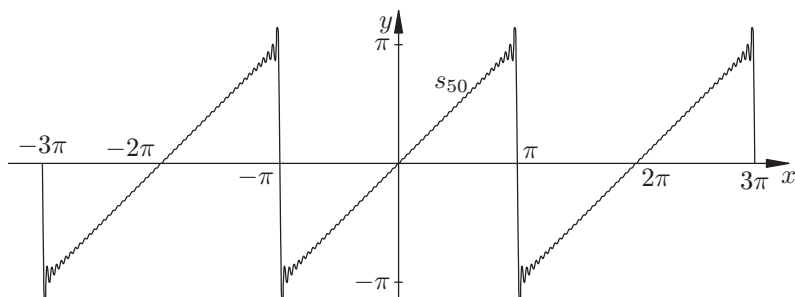
Pro bližší pochopení uvádím příklad funkce  $f=x$  náležící intervalu od  $-\pi$  do  $+\pi$  a je periodická:



dále použijeme převod na Fourierovu řadu a uvažujeme „malý“ počet  $n$ . Graf funkce bude vypadat následovně:



pokud počet  $n$  zvýšíme, funkce se přiblíží námi hledané funkci:



## POUŽITÍ FOURIEROVÝCH ŘAD V GLAUERTOVĚ ŘEŠENÍ:

V našem případě výpočtu vztaku na křídle pomocí Glauertovi metody se princip Fourierových řad ujal u vzorce:

$$\Gamma(\theta) = 2 \cdot L_{\text{křídla}} \cdot v \cdot \sum_n (A_n \cdot \sin(n \cdot \theta))$$

kde  $L_{\text{křídla}}$  představuje rozpětí křídla,  $v$  představuje rychlost letounu,  $n$  představuje liché číslo,  $A_n$  je koeficient, který se vypočte ze soustavy rovnic (viz výpočet) a v kombinaci se vzorcem:

$$\Gamma(\theta) = \frac{1}{2} \cdot v \cdot CL \cdot C$$

kde  $CL$  představuje součinitel vztlaku a  $C$  délku tětiny křídla v daném řezu, dostaneme vzorec na výpočet rozložení vztlaku v závislosti na úhlu:

$$CL \cdot C = 4 \cdot L_{\text{křídla}} \cdot \sum_n (A_n \cdot \sin(n \cdot \theta))$$

díky této rovnici jsme schopni sestavit graf závislosti  $CL \cdot C$  na úhlu resp. na vzdálenosti od kořene křídla což je předmětem této bakalářské práce.

## ROZLOŽENÍ CIRKULACE POMOCÍ GLAUERTOVY METODY

### POČÁTEČNÍ PODMÍNKY

Počáteční podmínky resp. počáteční hodnoty křídla jsou dány jeho geometrií a aerodynamickými charakteristikami profilů. Pro výpočet jsme použily křídlo, které bylo nutno zjednodušit viz. Obr. 2.1.

$C_{10} := 829.41\text{mm}$  - délka tětiny na konci křídla

$C_1 := 1500\text{mm}$  - délka tětiny centroplánu

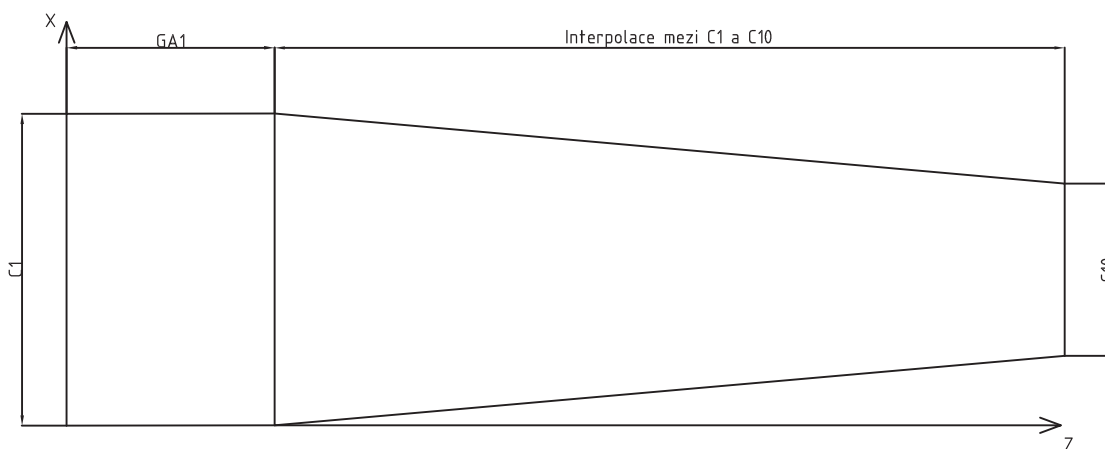
$GA1 := 1000\text{mm}$  - délka centroplánu

$L_1 := 4800\text{mm}$  - polorozpětí křídla

$M := 0.15$  - Machovo číslo

$Re := 3.9 \cdot 10^6$  - Reynoldsovo číslo

$L_{\text{křídla}} := 9600\text{mm}$  - celkové rozpětí křídla



Obr. 2.1

Dále bylo nutné dané křídlo rozdělit na určitý počet úseků dále již jen jako řezů. Toto rozdělení jsem udělal ve stupních a to tak, že v počátku souřadného systému a kolmo na osu  $Z$  jsem zadal  $\theta=90^\circ$  a souběžně s osou  $Z$  jsem definoval  $\theta=0^\circ$ , posléze jsem vzniklý úhel rozdělil na 9

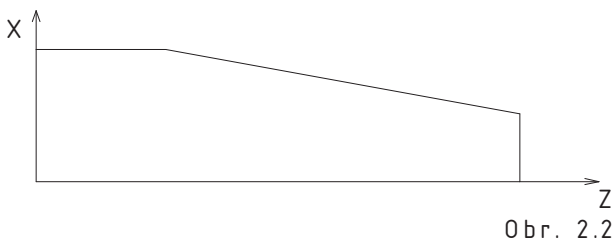
symetrických dílů. Počátek souřadného systému jsem umístil ke kořenu křídla (viz Obr. 2.1).

Aby bylo možné sestavit diagramy, které nám graficky ukazují dané rozložení v jednotlivých místech křídla a pro lepší orientaci ve výpočtu bylo nutné ke každému úhlu dopočítat jeho zetovou souřadnici. Toho jsem docílil pomocí jednoduché rovnice uvedené níže. Kde  $Z$  je vzdálenost od kořene křídla, zde uváděná v metrech a  $L_1$  je polorozpětí křídla.

$$Z := \cos(\theta) \cdot L_1$$

### Výpočet tětiny křídla v jednotlivých řezech

Na kořen křídla jsem umístil souřadný systém a odtokovou hranu jsem sklopil do roviny, viz obr. 2.2. Díky této úpravě jsem byl schopen sestavit lineární rovnici, která udává závislost délky tětiny na vzdálenosti resp. úhlu od počátku souřadného systému.



Na základě této úpravy jsem byl schopen sestavit rovnici přímky, která odpovídá zúžené části křídla a v příslušných řezech spočítat délku tětiny. V obrázku 2.2 je délka tětiny značená jako  $X$ , ale z důvodu nového značení dále používám označení  $C$ .

$$C := -\frac{(C_1 - C_{10})}{L_1 - GA1} \cdot Z + C_{10} + 847.061 \text{ mm}$$

Bohužel touto rovnicí jsem nebyl schopen popsat centroplán, kde je tětina konstantní. Proto jsem v programu MathCad vytvořil program, který tuto chybu opravoval. Výsledek je uveden v tabulce (Tab. P.3.1) v příloze.

### Výpočet sklonu vztakové čáry koncového profilu

Pro profil LS 413 jsem určil  $C_{L\alpha}$  z grafu, který je zobrazen v příloze (Obr. P.1.1). Následně jsem odečetl tyto hodnoty.

$$a_{LS\ 413\_1} := -8 \text{ deg}$$

$$C_{LS\ 413\_1} := -0.48$$

$$a_{LS\ 413\_2} := 0 \text{ deg}$$

$$C_{LS\ 413\_2} := 0.46$$

Tyto hodnoty jsem dosadil do rovnice uvedené níže a vypočítal hledanou hodnotu  $C_{L\alpha}$ .

$$C_{L\alpha 10} := \left( \frac{C_{LS\ 413\_1} + C_{LS\ 413\_2}}{a_{LS\ 413\_1} + a_{LS\ 413\_2}} \right)$$

$$C_{L\alpha 10} = 6.732 \cdot \frac{1}{\text{rad}}$$

## Výpočet sklonu vztlakové čáry kořenového profilu

Pro profil LS 417 jsem určil  $C_{L\alpha}$  z grafu, který je zobrazen v příloze (Obr. P.1.2). Následně jsem odečetl tyto hodnoty.

$$a_{LS\ 417\_1} := -8\text{deg}$$

$$Cl_{LS\ 417\_1} := -0.5$$

$$a_{LS\ 417\_2} := 0\text{deg}$$

$$Cl_{LS\ 417\_2} := 0.575$$

Tyto hodnoty jsem dosadil do rovnice uvedené níže a vypočítal hledanou hodnotu  $C_{L\alpha}$ .

$$C_{L\alpha 1} := \left( \frac{Cl_{LS\ 417\_1} + Cl_{LS\ 417\_2}}{a_{LS\ 417\_1} + a_{LS\ 417\_2}} \right)$$

$$C_{L\alpha 1} = 7.699 \cdot \frac{1}{\text{rad}}$$

## Výpočet sklonu tlakové čáry na jednotlivých řezech křídla

Zde jsem sestavil lineární rovnici popisující závislost jednotlivého úhlu natočení na vzdálenosti od počátku křídla. Tato rovnice opět neobsahuje řešení pro rovnou část křídla a bylo nutno napsat program ve, kterém jsem danou problematiku vyřešil. Výsledky jsou uvedeny v tabulce (Tab P.3.1), která je v příloze.

$$C_{L\alpha} := \frac{\frac{-(C_{L\alpha 1} - C_{L\alpha 10})}{\left( \frac{L_1 - GA1}{\text{mm}} \right)} (Z - GA1) + C_{L\alpha 1} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$$

## AERODYNAMICKÉ A GEOMETRICKÉ KROUCENÍ KŘÍDLA

Nyní bylo nutné spočítat celkové kroucení křídla tj. součet aerodynamického kroucení a geometrického kroucení, v jednotlivých řezech křídla.

## Výpočet geometrického kroucení křídla pro jednotlivé řezy

Opět bylo nutné sestavit rovnici, ale v tomto případě byly jiné počáteční podmínky (viz níže). Tyto počáteční podmínky vycházeli z aerodynamických požadavků. I zde bylo nutné sestavit matematický program, abych zahrnul rovnou část křídla.

$$\alpha_{\text{geom}1} := 0\text{deg} \quad - \text{geometrické zkroucení centropoplánu}$$

$$\alpha_{\text{geom}10} := -4\text{deg} \quad - \text{geometrické zkroucení na konci křídla}$$

$$\alpha_{\text{geom}} := \frac{\alpha_{\text{geom}10} - \alpha_{\text{geom}1}}{\left(\frac{L_1 - GA1}{\text{mm}}\right)} \cdot \left(\frac{Z - GA1}{\text{mm}}\right)$$

## Součet aerodynamického a geometrického kroucení křídla

Nyní jsem sečetl výše spočtené aerodynamické a geometrické kroucení křídla. Z důvodu toho, že oba profily mají nulový vztlak při stejném úhlu náběhu je aerodynamické kroucení křídla 0 tj.  $\alpha_{\text{aeron}} = 0$ , proto je celkové kroucení křídla rovno geometrickému kroucení. Pro přehlednost zde uvádím součtový vzorec a výsledek je zohledněn v tabulce (Tab. P.3.1).

$$\alpha_{\text{tw}} := \alpha_{\text{aeron}} + \alpha_{\text{geom}}$$

## VÝPOČET KOEFICIENTŮ $A_N$

Nyní se dostáváme k řešení koeficientů, které později budeme potřebovat pro řešení výsledného rozložení vztlaku. Zde uvádím rovnici pro indukovaný úhel:

$$\alpha_i = \frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \sum_n (n \cdot A_n \cdot \sin(n \cdot \theta))$$

A rovnici, jež je rovnicí průběhu cirkulace, která byla aproximována Fourierovou řadou:

$$\Gamma(\theta) = 2 \cdot L_{\text{křídla}} \cdot v \cdot \sum_n (A_n \cdot \sin(n \cdot \theta))$$

Dosazením těchto dvou rovnic do Prandtlovy rovnice byla získána následující rovnice:

$$\Gamma = \frac{1}{2} \cdot b \cdot v \cdot C_y \cdot \alpha \cdot \left[ \alpha_a + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot v \cdot L_{\text{křídla}}} \cdot \int_0^\pi \left( \frac{d}{d\theta_1} \Gamma \right) \cdot \frac{1}{(\cos(\theta) - \cos(\theta_1))} d\theta_1 \right]$$

Dále po úpravách dostaneme rovnici:

$$\sum_n [(\sin(\theta) + \mu \cdot n) \cdot A_n \cdot \sin(n \cdot \theta)] = \mu \cdot \alpha_a \cdot \sin(\theta)$$

Ve které  $n$  značí liché číslo (liché z toho důvodu, protože počítám pouze symetrické řešení),  $A_n$  jsou hledané liché koeficienty,  $\theta$  je úhel odpovídající danému řezu na křídle a zmiňovaný výše,  $\alpha_a$  je úhel náběhu a  $\mu$  je substitute pro rovnici:

$$\mu := \left( \frac{C \cdot a_n}{4 \cdot L_{\text{křídla}}} \right)$$

## Průběh výpočtu

Levou stranu rovnice jsem zapsal do matice (matice P.2.1) pro mnou definované počáteční podmínky a taktéž pravou stranu jsem zapsal do matice (matice P.2.2), kde jsem za  $\alpha_a$  dosadil 1 radián.

Nyní jsem měl dvě matice představující devět lineárních rovnic o devíti neznámých a jejich řešením pomocí programu MathCAD jsem získal hledané koeficienty  $A_1$  až  $A_{17}$  pro  $\alpha_a$  je rovno 1 radiánu. Díky tomuto kroku jsem získal koeficienty  $A_{1\text{rad}}$  (Tab. P.2.4), které jsou nutné pro určení normálových koeficientů.

Dále bylo nutno celý výše zmíněný proces znovu opakovat, ale tentokrát místo  $\alpha_a$  rovno 1 radián jsem za  $\alpha_a$  dosadil  $\alpha_{\text{geom}}$  tj. součet geometrického a aerodynamického kroucení. Vzhledem k tomu, že maticové provedení levé strany rovnice je shodné s řešením popsáním výše tak ho vynechávám a uvádím pouze matici představující pravou stranu (matice P.2.3).

Následně jsem nechal program MathCad vyřešit tuto soustavu devíti rovnic o devíti neznámých, čímž jsem vypočítal koeficienty  $A_1$  až  $A_{17}$  pro  $\alpha_a$  je rovno  $\alpha_{\text{geom}}$ , které jsou řešením koeficientů  $A_{\text{tw}}$  (Tab. P.2.5). Tyto koeficienty jsem použil při hledání koeficientů nulového rozložení.

Díky výše spočítaným koeficientům  $A_{1\text{rad}}$  a  $A_{\text{tw}}$  jsem mohl začít dosazovat do rovnic, pomocí nichž jsem mohl vypočítat koeficienty celkového rozložení CL maximální a CL cestovní rychlost ze, kterých se určí výsledné rozložení vztlaku na jednotlivých řezech křídla.

## NULOVÉ A NORMÁLNÉ ROZLOŽENÍ VZTLAKU

### Koeficient pro nulové rozložení

Následoval výpočet opravného koeficientu, který jsem použil v další rovnici.

$$k := \frac{-A_{tw_0}}{A_{1rad_0}}$$

$$k = 0.022$$

Dále uvádím vzorec na výpočet koeficientu pro nulového rozložení od kroucení křídla. Výsledky této rovnice jsem shrnul do tabulky (Tab. P.3.4) uvedené v příloze.

$$\text{koef}_0 := A_{tw} + k \cdot A_{1rad}$$

### Koeficient pro normálné rozložení

Před výpočtem normálného rozložení jsem musel nejprve spočítat štíhlost křídla. Toho jsem docílil pomocí vzorce:

$$\lambda := \frac{L_{kridla}^2}{S_{kridla}}$$

Do tohoto vzorce vstupuje ještě jedna neznámá a to plocha křídla. Tuto plochu jsem spočítal tak, že jsem dané křídlo rozdělil na dvě části z nichž první představovala centroplán a druhá část představovala vnější (lichoběžníkovou) část křídla.

Vzorec pro centroplán křídla:

$$S_{kridlarovina} := 2GA1 \cdot C_1$$

$$S_{kridlarovina} = 3 \text{ m}^2$$

Vzorec pro vnější (lichoběžníkovou) plochu:

$$S_{kridlasklopeni} := 2 \cdot \int_{GA1}^{L1} \left( \frac{C_1 - C_{10}}{L_1 - GA1} \cdot Z + C_{10} + 847.061 \text{ mm} \right) dZ$$

$$S_{kridlasklopeni} = 8.852 \text{ m}^2$$

Jak je vidět výše tento vzorec vznikl jednoduchou integrací rovnice určující nám délku tětivy v jednotlivých řezech, která je uvedené v předchozím textu. Posléze jsem tyto dva výsledky sečetl a díky tomu jsem získal obsah křídla, který jsem použil v rovnici pro výpočet štíhlosti křídla.

Vzorec pro výpočet štíhlosti křídla:

$$\lambda := \frac{L_{kridla}^2}{S_{kridla}}$$

$$\lambda = 7.776$$

Díky spočítanému obsahu křídla a následné štíhlosti křídla jsem mohl přistoupit k mezi výpočtu pro určení opravného součinitele pro normální rozložení vztlaku. Zde uvádím vzorec a výslednou hodnotu.

$$A_{1n} := \frac{1}{\pi \cdot \lambda}$$

$$A_{1n} = 0.041$$

Následně jsem mohl spočítat opravný koeficient pro dané rozložení. Opět uvádím vzorec a výslednou hodnotu.

$$k_n := \frac{A_{1n}}{A_{1rad_0}}$$

$$k_n = 0.178$$

Tímto koeficientem jsem přenásobil již dříve získané koeficienty  $A_{1rad}$  spočtené pro jeden radián a získal jsem konečný koeficient pro výpočet mnou hledaného rozložení vztlaku. Vzorec uvádím níže a výslednou matici jsem přehledně zapsal do tabulky (Tab. P.3.4) uvedené v příloze.

$$\text{koef}_n := k_n \cdot A_{1rad}$$

### Koeficient celkového rozložení pro CL maximální

Dále bylo nutné spočítat koeficienty pro celkové rozložení jednak pro CL maximální, které je v našem případě je rovno 1.5 a také pro CL cestovní rychlosti vypočtené níže. Nejdříve bylo nutné spočítat rychlost pro CL maximální což je pádová rychlost. Vzorec pro pádovou rychlost je uveden níže.

$$v_{CLmax} := \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{g} \cdot \sqrt{m_{\text{letounu}}}}{\sqrt{C_L} \cdot \sqrt{S_{\text{kridla}}} \cdot \sqrt{\rho}}$$

$$v_{CLmax} = 72.473 \cdot \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

V této rovnici je  $g$  rovno gravitačnímu zrychlení,  $m_{\text{letounu}}$  je hmotnost letounu a je rovna 450 kg,  $S_{\text{kridla}}$  je plocha křídla,  $C_L$  je výše zmíněná hodnota pro CL maximální,  $\rho$  je hustota vzduchu 0m MSA a je rovna  $1.225 \text{ kg/m}^3$ .

Následoval výpočet pro určení koeficientu zahrnující CL maximální a výše spočítané koeficienty  $\text{koef}_0$  a  $\text{koef}_n$ , který se následně použil pro určení rozložení vztlaku na křídle. Zde uvádím vzorec a výsledek resp. výsledné hodnoty jsem umístil do tabulky (Tab. P.3.4).

$$\text{koef}_{CLmax} := C_{Lmax} \cdot \text{koef}_n + \text{koef}_0$$

### Koeficient celkového rozložení pro CL cestovní rychlost

Nyní bylo nutné určit CL pro cestovní rychlost, která byla zadaná v zadání této bakalářské práce a je 180 km v hodině. K tomu zde uvádím následující vzorec.

$$C_{Lvcest} := \frac{2 \cdot m_{\text{letounu}} \cdot g}{\rho \cdot S_{\text{kridla}} \cdot v_{\text{cest}}^2}$$

$$C_{Lvcest} = 0.243$$

Nyní jsem spočítané CL mohl dosadit do rovnice uvedené níže pro hledaný koeficient na opravu výsledného rozložení cirkulace tlaku. Výsledek uvádím do tabulky (Tab. P.3.4) v příloze.

$$\text{koef}_{CLvcest} := C_{Lvcest} \cdot \text{koef}_n + \text{koef}_0$$

## INDUKOVANÝ ODPOR KŘÍDLA

Indukovaný odpor je nežádoucí veličinou, která vzniká jako složka vztlaku působící ve směru odporu. Zvláště nepříznivě se indukovaný odpor projevuje na letech s vysokým součinitelem vztlaku. Parametrem, který snižuje nežádoucí účinek indukovaného odporu je štíhlost křídla. U nekroucených křídel závisí pouze na půdorysném tvaru, pro lichoběžníková křídla je funkcí štíhlosti a zúžení křídla. Zvláště nepříznivý účinek se projeví při vysokých úhlech náběhu. Křídla o větších štíhlostech se běžně navrhuje pro letadla operující na vyšších součinitelích vztlaku jako bombardéry, vysoko letící dopravní letadla nebo výkonné větroně.

Pro zjištění indukovaného odporu bylo nejprve nutno určit Glauertův opravný součinitel  $\delta$  a to jak pro CL maximální tak pro CL cestovní rychlosti. Nejprve uvádím výpočet pro CL maximální a k němu příslušný opravný součinitel  $\delta$  a indukovaný odpor. Zde je vzorec pro určení  $\delta$ .

$$\delta_{CLmax} = \sum_{n=2}^n \left[ n \cdot \left( \frac{\text{koef}_{CLmax_n}}{\text{koef}_{CLmax_1}} \right)^2 \right]$$

$$\delta_{CLmax} = 0.01180553$$

Následně jsem použil vzorec pro výpočet indukovaného odporu pro CL maximální:

$$C_{DiCLmax} := \frac{C_{Lmax}^2}{\pi \cdot \lambda} \cdot (1 + \delta_{CLmax})$$

$$C_{DiCLmax} = 0.09319$$

kde  $C_{Lmax}$  je rovno 1.5 (viz. předchozí text), a  $\lambda$  je štíhlost křídla.

Nyní jsem celý proces znovu zopakoval, ale tentokrát s použitím CL pro cestovní rychlost letounu:

$$\delta_{cest} = \sum_{n=2}^n \left[ n \cdot \left( \frac{\text{koef}_{CLvcest_n}}{\text{koef}_{CLvcest_1}} \right)^2 \right]$$

$$\delta_{cest} = 0.31385782 \quad \text{- tato hodnota se neshoduje s výsledkem z programu Glauert III, důvod se nepodařilo zjistit}$$

A znovu jsem použil vzorec pro výpočet indukovaného odporu, ale tentokrát s použitím CL cestovní rychlosti.

$$C_{DiCLcest} := \frac{C_{Lvcest}^2}{\pi \cdot \lambda} \cdot (1 + \delta_{ce})$$

$$C_{DiCLcest} = 0.00318015$$

## ROZLOŽENÍ CIRKULACE NA KŘÍDLE

Dále se dostáváme ke konečnému řešení rozložení vztlaku. Aby bylo možno určit jednotlivý průběh vztlaku na křídle tak bylo nutno porovnat rovnice rozložení cirkulace a Prandltovu rovnici. Zde uvádím prvně rovnici cirkulace.

$$\Gamma(\theta) = 2 \cdot L_{kridla} \cdot v \cdot \sum_n (A_n \cdot \sin(n \cdot \theta))$$

Následně uvádím Prandltovu rovnici:

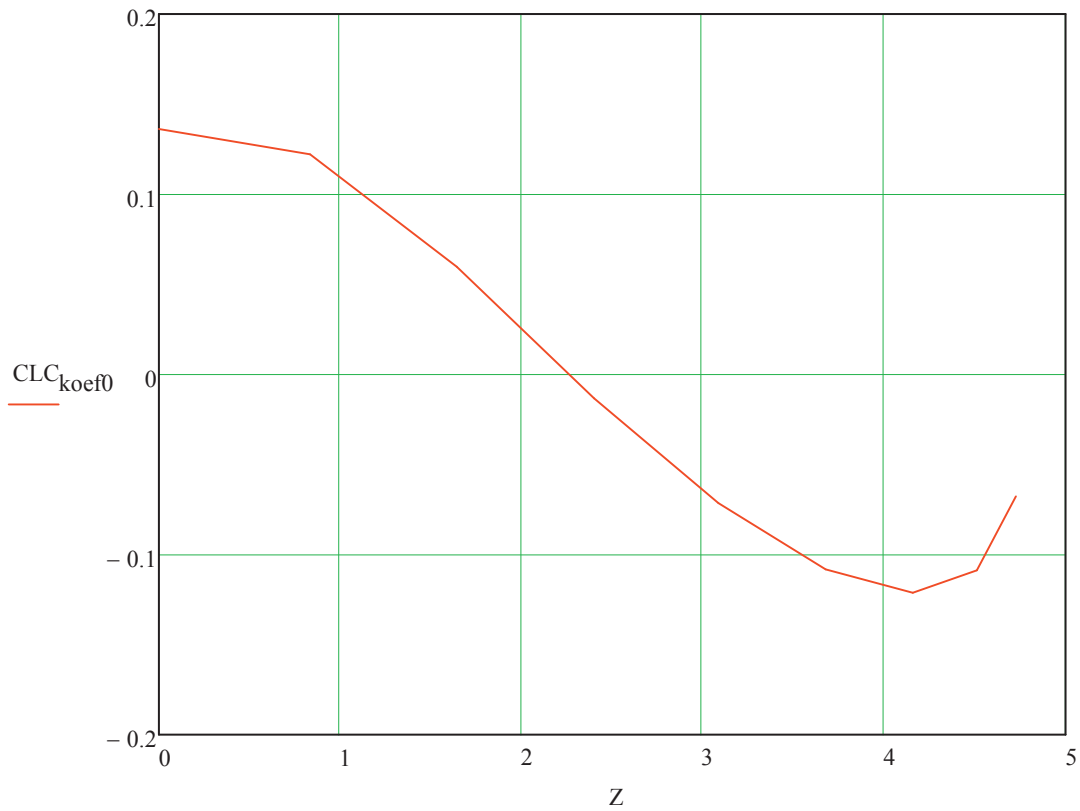
$$\Gamma(\theta) = \frac{1}{2} \cdot v \cdot CL \cdot C$$

Jejich následným porovnáním dostáváme mnou hledanou rovnici jež je závislostí CL a C na úhlu. Zde uvádím výslednou a upravenou rovnici.

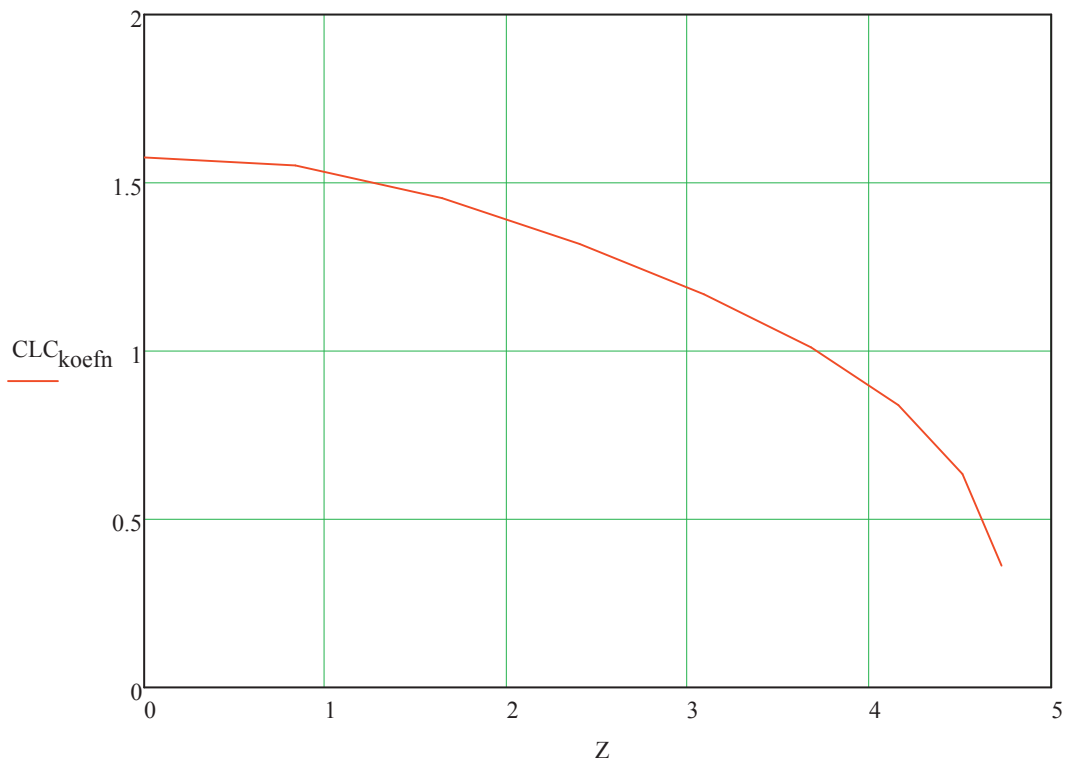
$$CL \cdot C = 4 \cdot L_{kridla} \cdot \sum_n (A_n \cdot \sin(n \cdot \theta))$$

Kde  $L_{kridla}$  je rozpětí křídla,  $A_n$  jsou dříve vypočtené koeficienty,  $n$  je liché bezrozměrné číslo a  $\theta$  je úhel. Jak je vidět ve výše zmíněné rovnici rychlost letounu na rozložení vztlaku nemá vliv.

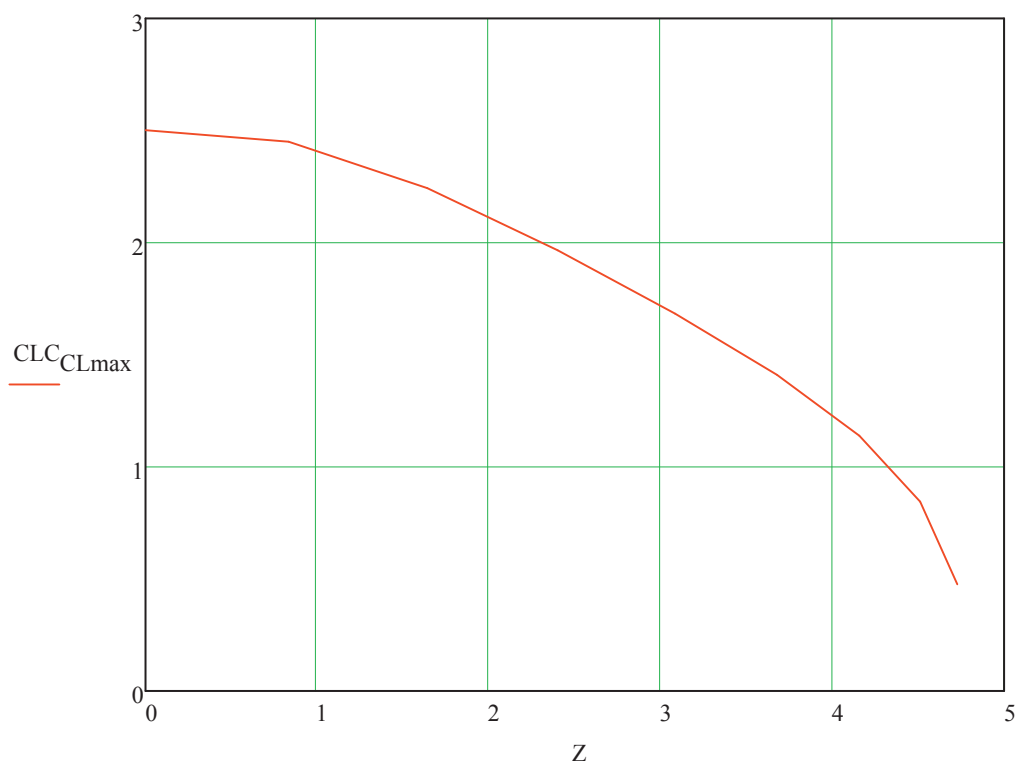
Nyní bylo nutné do dané rovnice dosadit jednotlivé výše spočtené koeficienty a vytvořit graf závislosti pro dané rozložení. Jako první uvádím rozložení pro koeficient nulového rozložení. Příslušné hodnoty jsem zapsal do tabulky (Tab. P.3.5), zde proto vykresluji pouze daný graf.



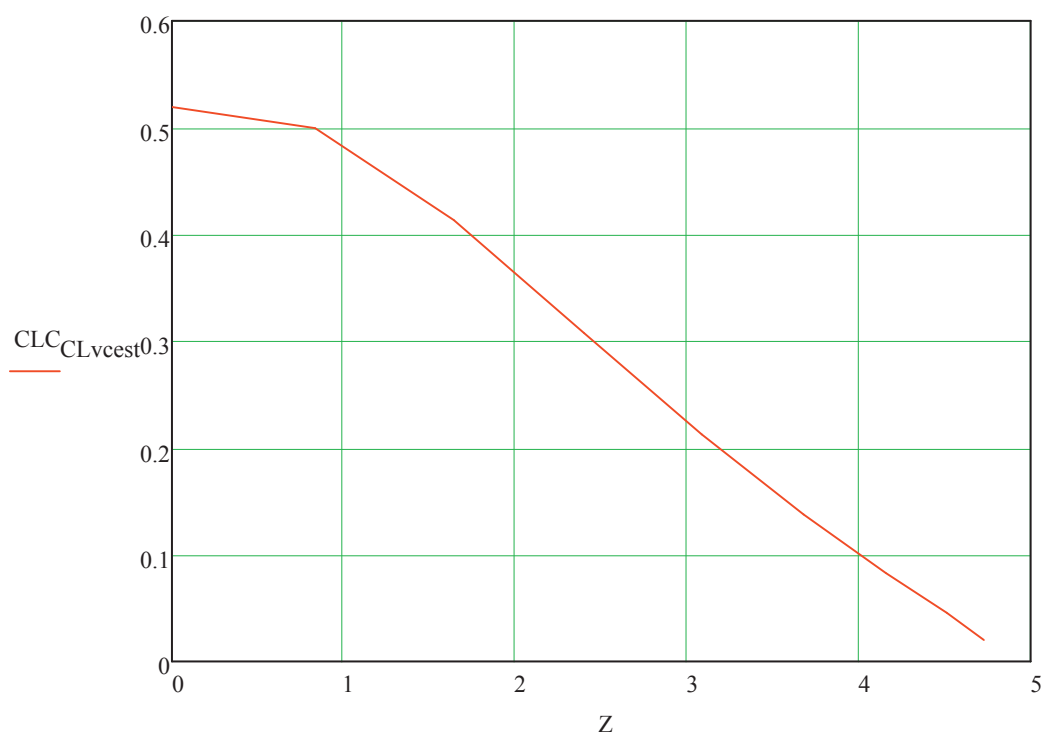
Dále bylo nutno obdobný graf sestavit znovu, ale tentokrát s normálovými koeficienty. Zde uvádím jen graf a hodnoty jsou zapsané v tabulce (Tab. P.3.5).



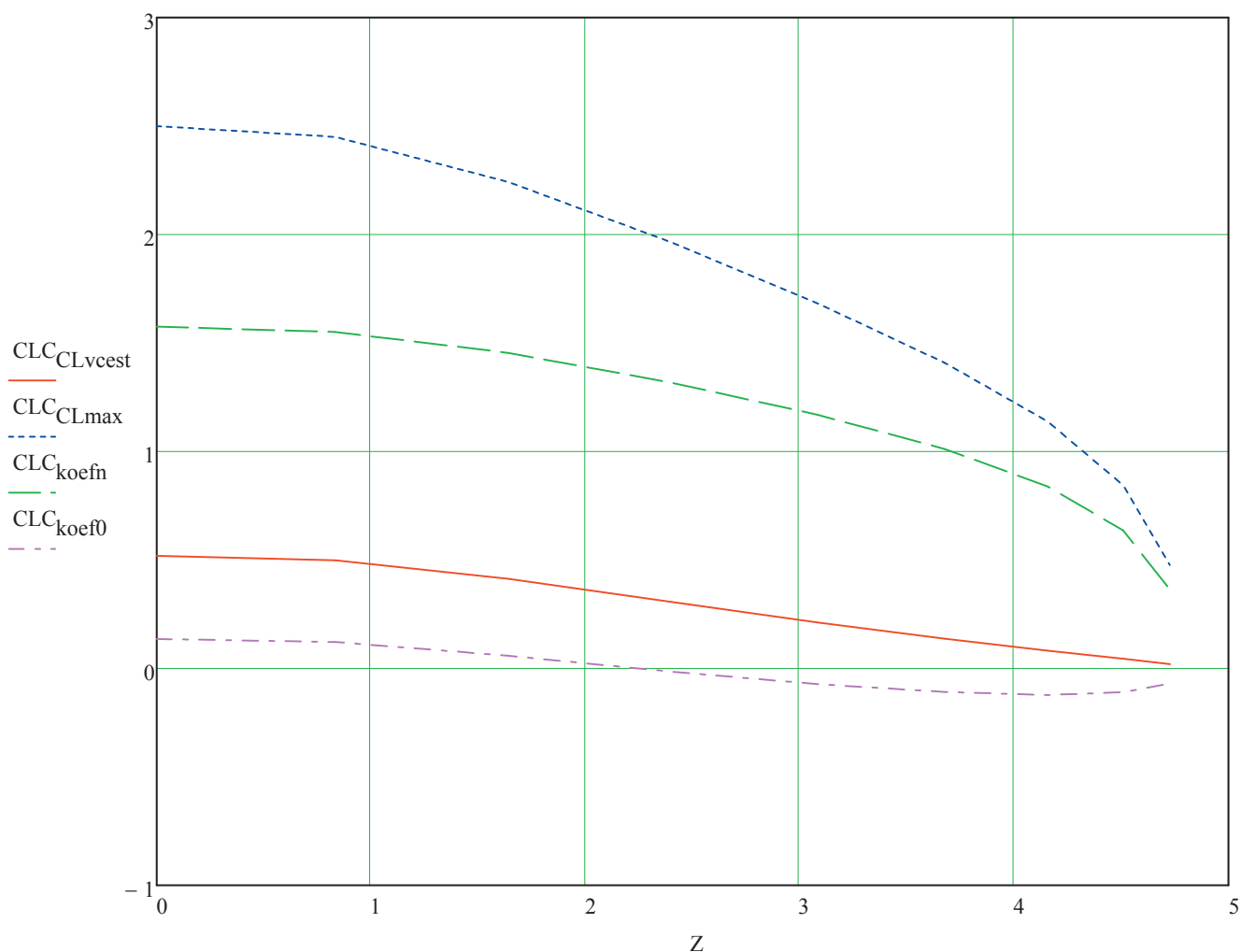
Další následoval stejný výpočet jako v předchozím případě, tentokrát však byl použit koeficient CL maximální. Opět uvádím jenom graf, hodnoty jsou shrnuty v tabulce (Tab. P.3.5).



Následně jsem sestrojil poslední zbývající graf, tentokrát jsem, ale použil koeficienty CL cestovní rychlosti. Zde uvádím pouze graf, hodnoty jsou přehledně zahrnuty v tabulce (Tab. P.3.5).



Nakonec jsem všechny 4 grafy zobrazené v předešlém textu vykreslil do jediného grafu, abych znázornil rozdíly mezi použitím jednotlivých koeficientů.



### Závěr:

Z výše uvedených grafů vyplývá, že největší vztlak tvoří křídlo u kořene a na konci křídla je vztlak roven nule. Co se týká součinitele vztlaku je největší při letu na pádové rychlosti -  $CLC_{CLmax}$ , což je kritická rychlost při, které ještě křídlo tvoří dostatečný vztlak. Dále následuje rozložení normálního vztlaku -  $CLC_{koefn}$ , které představuje křídlo bez zahrnutí kroucení křídla a nejmenší vztlak je při letu na rozložení dle  $CLC_{CLvcest}$ , který představuje let na normální cestovní rychlosti. Dále ještě rozložení  $CLC_{koef0}$ , který značí vztlak tvořený kroucením křídla. Výsledky byly překontrolovány dle programu „Glauert“ a vyšly velice blízko výše provedenému výpočtu. Do přílohy přikládám obrázek (obr. P.4.1) rozložení vztlaku vygenerovaný programem Glauert.

## POUŽITÉ ZDROJE

[1] Prof. Ing. Václav Brož, CsC. *Aerodynamika nižších rychlostí* vyd. Praha: ČVUT, 1995

[2] Ing. Jiří Hlinka. *Glauert III - manuál* vyd. Brno: VUT

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$\Gamma$	-	cirkulace
$v$	m/s	rychlost letounu
$L_{\text{křídla}}$	m	délka křídla
$M$	-	Machovo číslo
$Re$	-	Reynoldsovo číslo
$L_1$	m	polorozpětí křídla
$C_1$	m	délka tětiny centroplánu
$C_{10}$	m	délka tětiny konce křídla
$\theta$	rad	úhel rozdělení křídla
$Z$	m	vzdálenost od kořene křídla
$C$	m	délka tětiny
$C_{L\alpha}$	1/rad	sklon vztlakové čáry
$C_{L\alpha 1}$	1/rad	sklon vztlakové čáry kořenového profilu
$C_{L\alpha 10}$	1/rad	sklon vztlakové čáry koncového profilu
$\alpha_{\text{geom}1}$	rad	geometrické zkroucení u kořene křídla
$\alpha_{\text{geom}10}$	rad	geometrické zkroucení u konce křídla
$\alpha_{\text{geom}}$	rad	geometrické zkroucení
$\alpha_{\text{aeron}}$	rad	aerodynamické zkroucení
$\alpha_i$	rad	indukovaný úhel
$C_y$	-	součinitel vztlaku dle starého značení
$\alpha_a$	rad	úhel náběhu
$C_L$	-	součinitel vztlaku dle nového značení
$A_{1\text{rad}}$	-	koeficient pro 1 rad
$A_{\text{tw}}$	-	koeficient pro aerodynamické a geometrické zkroucení křídla
$k$	-	opravný součinitel pro koeficient nulového rozložení
$\text{koef}_0$	-	koeficient pro nulové rozložení
$\lambda$	-	štíhlost křídla
$S_{\text{křídla}}$	-	plocha křídla
$S_{\text{křídlarovina}}$	-	plocha centroplánu
$S_{\text{křídlašklopení}}$	-	plocha vnější (lichoběžníkové) části křídla
$k_n$	-	opravný součinitel koeficientu nulového rozložení
$\text{koef}_n$	-	koeficient pro normální rozložení
$v_{CL\text{max}}$	m/s	pádová rychlost
$\text{koef}_{CL\text{max}}$	-	koeficient pro CL maximální
$C_{L\text{vcest}}$	-	opravný součinitel pro koeficient rozložení vztlaku pro cestovní rychlost
$\text{koef}_{CL\text{vcest}}$	-	koeficient rozložení vztlaku pro cestovní rychlost
$\delta_{CL\text{max}}$	-	Glauertův opravný součinitel pro CL maximální
$C_{D\text{ICLmax}}$	-	indukovaný odpor pro CL maximální
$\delta_{\text{cest}}$	-	Glauertův opravný součinitel pro CL cestovní rychlosti
$C_{D\text{ICLcest}}$	-	indukovaný odpor pro CL cestovní rychlost

## SEZNAM PŘÍLOH

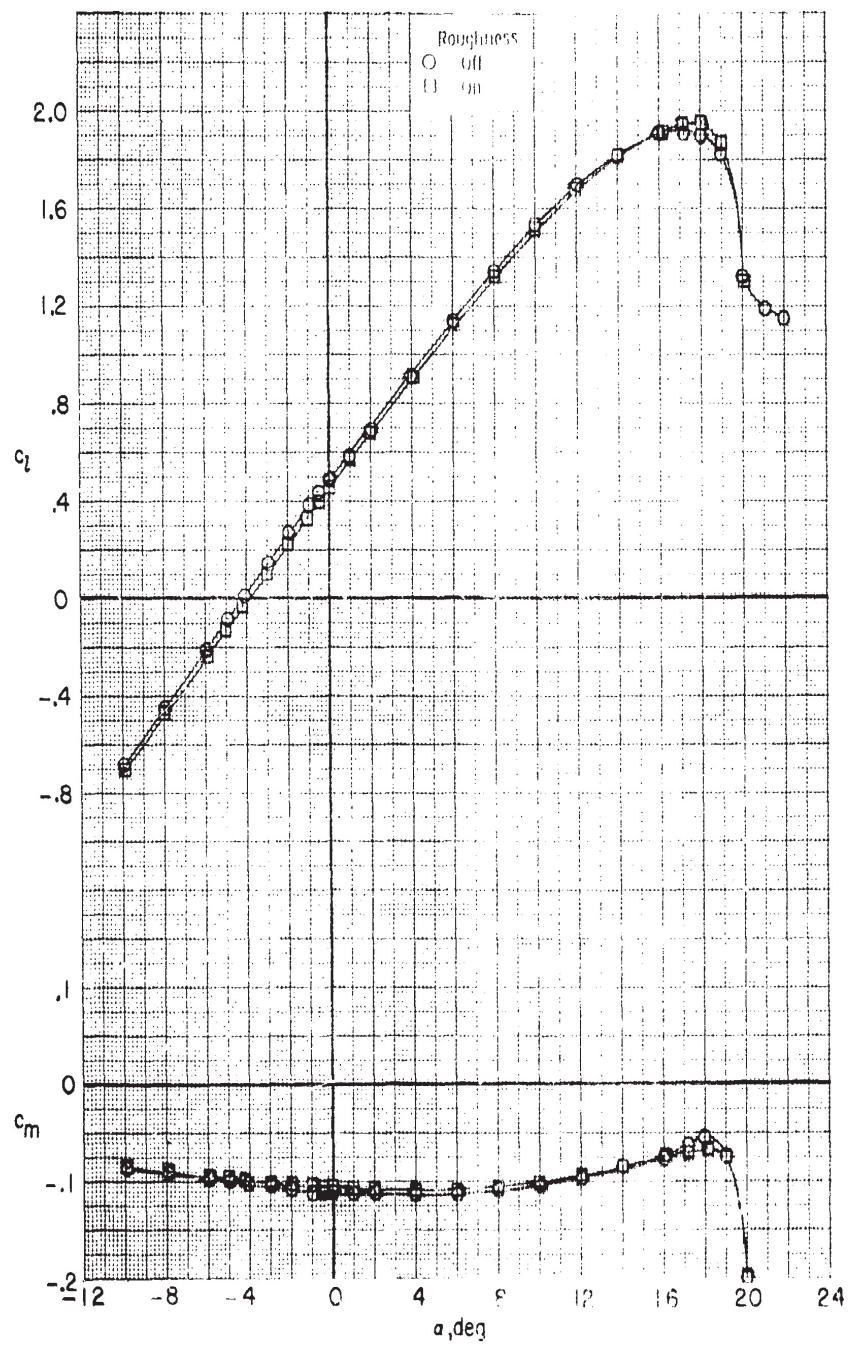
Příloha 1 - grafy sklonu vztlakové čáry

Příloha 2 - maticové zápisy rovnic

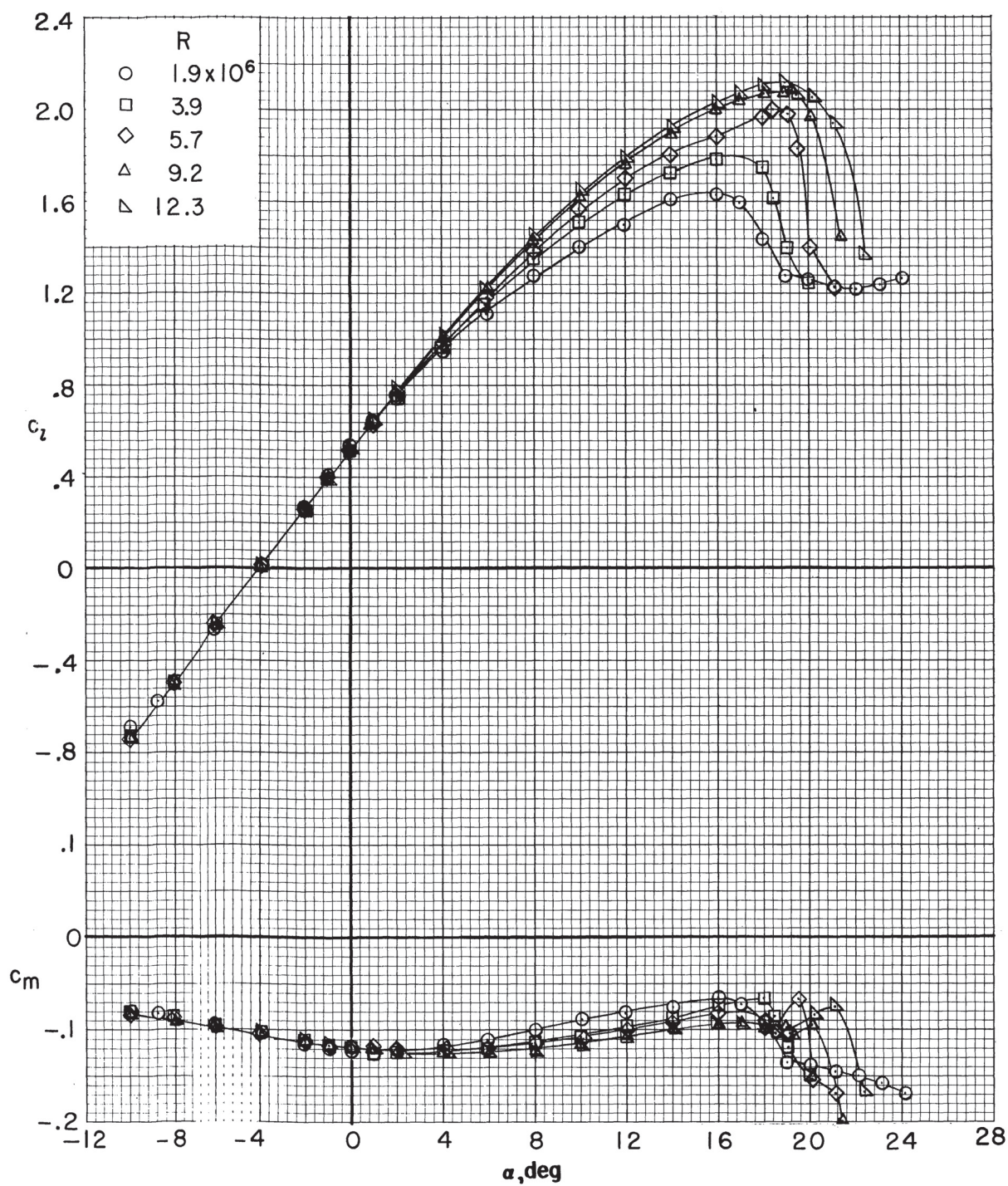
Příloha 3 - tabulky zapsaných hodnot

Příloha 4 - graf programu Glauert

Obr. P.1.1



Obr. P.1.2



## Příloha 2

### matice P.2.1

$$\begin{pmatrix} 1.301 & -1.902 & 2.504 & -3.105 & 3.707 & -4.308 & 4.91 & -5.511 & 6.113 \\ 1.266 & -1.634 & 1.6 & -1.057 & -1.808 \times 10^{-15} & 1.468 & -3.146 & 4.76 & -6.005 \\ 1.139 & -0.878 & -0.399 & 2.179 & -3.389 & 3.013 & -0.778 & -2.511 & 5.23 \\ 0.957 & 0 & -1.787 & 2.202 & 1.11 \times 10^{-15} & -3.032 & 3.447 & 1.065 \times 10^{-14} & -4.277 \\ 0.749 & 0.7 & -1.713 & -0.39 & 2.668 & -0.537 & -3.301 & 1.968 & 3.339 \\ 0.534 & 1.045 & -0.541 & -1.928 & 0 & 2.667 & 1.055 & -2.996 & -2.465 \\ 0.335 & 1.008 & 0.673 & -0.843 & -2.024 & -1.181 & 1.351 & 3.04 & 1.689 \\ 0.17 & 0.702 & 1.105 & 0.922 & 0 & -1.323 & -2.335 & -2.323 & -1.024 \\ 0.056 & 0.309 & 0.7 & 1.137 & 1.506 & 1.694 & 1.608 & 1.197 & 0.467 \end{pmatrix}$$

### matice P.2.2

$$\begin{pmatrix} 0.22954032 \\ 0.00559432 \\ 0.00873127 \\ 0.0021921 \\ 0.00079661 \\ 0.00066283 \\ -0.0000163 \\ 0.00026609 \\ -0.0001292 \end{pmatrix}$$

### matice P.3.3

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.003015 \\ -0.005337 \\ -0.006202 \\ -0.005937 \\ -0.00491 \\ -0.003442 \\ -0.001761 \end{pmatrix}$$

### Příloha 3

Tab P.3.1 - Počáteční podmínky

Řez	$\theta$	Z	C	$C_{L\alpha}$	$\alpha_{tw}$
-	stupně	m	mm	-	stupně
1	90 <sup>o</sup>	0	1500	7.699	0
2	80 <sup>o</sup>	0.834	1500	7.699	0
3	70 <sup>o</sup>	1.642	1386.759	7.536	-0.675
4	60 <sup>o</sup>	2.400	1252.94	7.343	-1.474
5	50 <sup>o</sup>	3.085	1131.991	7.169	-2.195
6	40 <sup>o</sup>	3.677	1027.585	7.018	-2.818
7	30 <sup>o</sup>	4.157	942.895	6.896	-3.323
8	20 <sup>o</sup>	4.511	880.494	6.806	-3.695
9	10 <sup>o</sup>	4.727	842.279	6.751	-3.923

Tab. P.3.2 - koeficienty  $A_{1rad}$

Řez	$\theta$	Z	n	$\mu$	$A_{1rad}$
-	stupně	m	-	-	-
1	90 <sup>o</sup>	0	1	0.301	0.300747
2	80 <sup>o</sup>	0.834	3	0.302	0.296178
3	70 <sup>o</sup>	1.642	5	0.272	0.255734
4	60 <sup>o</sup>	2.400	7	0.240	0.20749
5	50 <sup>o</sup>	3.085	9	0.211	0.161881
6	40 <sup>o</sup>	3.677	11	0.188	0.120716
7	30 <sup>o</sup>	4.157	13	0.169	0.084663
8	20 <sup>o</sup>	4.511	15	0.156	0.053374
9	10 <sup>o</sup>	4.727	17	0.148	0.025713

Tab. P.3.3 - koeficienty  $A_{tw}$ 

Řez	$\theta$	Z	n	$\mu$	$A_{tw}$
-	stupně	m	-	-	-
1	90°	0	1	0.301	-0.00501383
2	80°	0.834	3	0.302	-0.0034925
3	70°	1.642	5	0.272	-0.00000217
4	60°	2.400	7	0.240	-0.00021839
5	50°	3.085	9	0.211	-0.00007184
6	40°	3.677	11	0.188	0.00000649
7	30°	4.157	13	0.169	-0.0000436
8	20°	4.511	15	0.156	0.00002316
9	10°	4.727	17	0.148	-0.00002595

Tab. P.3.4 - koeficienty

Řez	$\theta$	Z	koef <sub>0</sub>	koef <sub>n</sub>	koef <sub>CLmax</sub>	koef <sub>CLvcest</sub>
-	stupně	m	-	-	-	-
1	90°	0	0	0.0409346	0.061402	0.009954
2	80°	0.834	-0.0033703	0.0009977	-0.001874	-0.003128
3	70°	1.642	0.0001885	0.0015571	0.002524	0.000567
4	60°	2.400	-0.0001705	0.0003909	0.000416	-0.000075
5	50°	3.085	-0.0000544	0.0001421	0.000159	-0.00002
6	40°	3.677	0.000021	0.0001182	0.000198	0.00005
7	30°	4.157	-0.000044	-0.0000029	-0.000048	-0.000045
8	20°	4.511	0.000029	0.0000475	0.0001	0.000041
9	10°	4.727	-0.0000288	-0.000023	-0.000063	-0.000034

Tab. P.3.5 - Výsledné rozložení vztlaku

Řez	$\theta$	Z	CLC <sub>koef0</sub>	CLC <sub>koefn</sub>	CLC <sub>CLmax</sub>	CLC <sub>CLvcest</sub>
-	stupně	m	m	m	m	m
1	90°	0	0.136406369	1.576	2.501	0.52
2	80°	0.834	0.122385665	1.552	2.451	0.5
3	70°	1.642	0.059842811	1.455	2.243	0.414
4	60°	2.400	-0.013142596	1.319	1.966	0.308
5	50°	3.085	-0.07131055	1.170	1.683	0.213
6	40°	3.677	-0.108146878	1.012	1.409	0.138
7	30°	4.157	-0.121121601	0.84	1.139	0.083
8	20°	4.511	-0.108599786	0.635	0.844	0.046
9	10°	4.727	-0.06757873	0.362	0.476	0.021

# Příloha 4

Obr. P.4.1

