



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

## ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

## MODELÝ TRANSFORMÁTORU V MATLAB/SIMULINK

SIMULINK TRANSFORMER MODELS BASED ON EQUIVALENT CIRCUITS

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Peter Petrič

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Ivo Pazdera, Ph.D.

BRNO 2016

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor **Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika**

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

**Student:** Peter Petrič

**ID:** 164359

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2015/16

**NÁZEV TÉMATU:**

## Modely transformátoru v Matlab/Simulink

**POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

1. Vytvořte přepočtové bloky třífázové a dvoufázové soustavy.
2. Vytvořte modely transformátorů na základě náhradních schémat.
3. Vyhodnoťte a přehledně zpracujte výsledky simulací.

**DOPORUČENÁ LITERATURA:**

[1] PATOČKA, M. Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice. odborné knihy. odborné knihy. Brno: VUTIUM, 2011. 564 s. ISBN: 978-80-214-4003- 6.

[2] Veltman A., Pulle D., Doncker R.W, Fundamentals of Electrical Drives, 2007

**Termín zadání:** 21.9.2015

**Termín odevzdání:** 31.5.2016

**Vedoucí práce:** Ing. Ivo Pazdera, Ph.D.

**Konzultant bakalářské práce:**

**doc. Ing. Petr Toman, Ph.D., předseda oborové rady**

**UPOZORNĚNÍ:**

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Cieľom bakalárskej práce je navrhnúť a následne realizovať modely transformátoru v programe Matlab/Simulink. Tieto navrhované postupy objasňujú vzťah medzi pôvodným transformátorom a jeho náhradnými zapojeniami.

Prvá časť bakalárskej práce je zameraná na teóriu transformátorov, ktorá definuje základné parametre a vzťahy medzi nimi v transformátore. Následne je v tejto časti popísaný prechod od základného modelu transformátora k náhradnému zapojeniu, ktoré je potrebné k realizácií modelu v Simulinku. Druhá časť bakalárskej práce je zameraná na teoretické objasnenie vektorovej transformácie. Popisuje základné vzťahy pre všeobecnú transformáciu, transformáciu prúdov a napätí v jednotlivých zapojeniach.

Tretia časť bakalárskej práce je zameraná na praktickú realizáciu modelov náhradných zapojení základného transformátora v programe Simulink. V tejto časti sú namodelované modely transformátora prúdu a napätia pre jednofázovú a trojfázovú sústavu. Pre porovnanie sú zobrazené priebehy napätí a prúdov v transformátore a tiež výkony na záťaži každého modelu.

## **Abstract**

The aim of the bachelor's thesis is to project and then realize models of transformer in Matlab/Simulink program. These proposed procedures show the relation between original transformer and its spare connections.

The first part of bachelor's thesis is oriented to theory of transformers which defines basic parameters and relations between them in transformer. Later in this part we try to describe cross-over from basic transformer model to the spare connection which is needed in realization of model in Simulink.

The second part of bachelor's thesis is oriented to theoretical description of vector transformation. It describes some basic relations of general transformation, currents transformation and voltage in certain connections.

The third part of bachelor's thesis shows some practical realization of spare connection models of basic transformer in Simulink program. In this part we modeled some current transformer models and voltage for single-phase and three-phase system. As to compare we have created process of currents and voltages in transformer as well as power and load of each model.

## **Kľúčové slová**

Transformátor, vektorová transformácia, náhradné zapojenie, vektor, MATLAB, Simulink, transformátor prúdu, transformátor napätia.

## **Keywords**

Transformer, vector transformation, supply model, vector, MATLAB, Simulink, current transformer, voltage transformer.

## **Bibliografická citácia**

PETRIČ, P. *Modely transformátoru v Matlab/Simulink*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2016. 56 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Ivo Pazdera, Ph.D..

## Prehlásenie

Prehlasujem, že svoju bakalársku prácu na tému Modely transformátorov v Matlab/Simulink som vypracoval samostatne pred vedením vedúceho bakalárskej práce a s použitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry na konci práce.

Ako autor uvedenej bakalárskej práce ďalej prehlasujem, že v súvislosti s vytvorením tejto práce som neporušil autorské práva tretích osôb, najmä som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a som si plne vedomý následkov porušenia ustanovenia § 11 a nasledujúceho autorského zákona č. 121/2000 Sb., vrátane možných trestnoprávných dôsledkov vyplývajúcich z ustanovenia § 152 restného zákona č. 140/1961 Sb.

V Brne dňa .....

Podpis autora .....

## Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu bakalárskej práce Ing. Ivovi Pazderovi, Ph.D. za účinnú metodickú, pedagogickú a odbornú pomoc a ďalšie cenné rady pri spracovaní mojej bakalárskej práce.

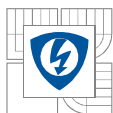
V Brne dňa .....

Podpis autora .....



## OBSAH

<b>ZOZNAM OBRÁZKOV .....</b>	<b>9</b>
<b>ZOZNAM TABULIEK .....</b>	<b>11</b>
<b>ZOZNAM SYMBOLOV A SKRATIEK.....</b>	<b>12</b>
<b>ÚVOD .....</b>	<b>13</b>
<b>1 TEÓRIA TRANSFORMÁTOROV .....</b>	<b>14</b>
<b>1.1 TRANSFORMÁTOR AKO LINEÁRNY PASÍVNY DVOJBRAN .....</b>	<b>14</b>
1.1.1 PRINCÍP RECIPROCITY A POČET STUPŇOV VOENOSTI TRANSFORMÁTORA .....	14
<b>1.2 KLASIFIKÁCIA TRANSFORMÁTOROV.....</b>	<b>15</b>
<b>1.3 ZÁKLADNÝ MODEL TRANSFORMÁTORA.....</b>	<b>15</b>
<b>1.4 EKVIVALENTNÉ ZAPOJENIE TRANSFORMÁTORA.....</b>	<b>16</b>
<b>1.5 NÁHRADNÉ ZAPOJENIE TRANSFORMÁTORA .....</b>	<b>17</b>
1.5.1 METÓDA PRIAMEJ SEPARÁCIE ROZPTYLOVÝCH INDUKČNOSTÍ TRANSFORMÁTORA .....	17
<b>2 TEÓRIA TROJFÁZOVÝCH TRANSFORMÁCIÍ VEKTOROV .....</b>	<b>25</b>
<b>2.1 APLIKÁCIA VEKTOROV V TROJFÁZOVEJ SÚSTAVE.....</b>	<b>25</b>
<b>2.2 POSTUP PRI TRANSFORMÁCIÍ VEKTOROV A SPÄTNEJ TRANSFORMÁCIÍ VEKTOROV .....</b>	<b>25</b>
<b>2.3 VYUŽITIE VEKTOROVEJ TRANSFORMÁCIE V MODELOCH ZAPOJENÝCH DO HVIEZDY .....</b>	<b>26</b>
<b>2.4 VYUŽITIE VEKTOROVEJ TRANSFORMÁCIE V MODELOCH ZAPOJENÝCH DO TROJUHOLNÍKA.....</b>	<b>27</b>
2.1.1 NAPÄTIE.....	27
2.1.2 PRÚD.....	28
<b>2.5 VÝPOČET VÝKONU POMOCOU VEKTOROVEJ TRANSFORMÁCIE .....</b>	<b>29</b>
<b>3 SIMULÁCIA NÁHRADNÝCH MODELOV TRANSFORMÁTORA .....</b>	<b>31</b>
<b>3.1 NÁHRADNÉ MODELY PRE JEDNOFÁZOVÚ SÚSTAVU .....</b>	<b>31</b>
3.1.1 JEDNOFÁZOVÝ MODEL TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA.....	32
3.1.2 JEDNOFÁZOVÝ MODEL TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA.....	34
<b>3.2 NÁHRADNÉ MODELY PRE TROJFÁZOVÚ SÚSTAVU .....</b>	<b>36</b>
3.2.1 TROJFÁZOVÝ MODEL TRANSFORMÁTORA PRÚDU .....	36
3.2.2 TROJFÁZOVÝ MODEL TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA .....	40
<b>4 ZÁVER.....</b>	<b>42</b>
<b>POUŽITÁ LITERATURA .....</b>	<b>43</b>
<b>PRÍLOHA 1 – M-FILE OBSAHUJÚCI PARAMETRE MODELOV .....</b>	<b>44</b>
<b>PRÍLOHA 2 – MODEL JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRÚDU .....</b>	<b>45</b>
<b>PRÍLOHA 3 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV JEDNOFÁZOVÉHO MODELU TRANSFORMÁTORA PRÚDU.....</b>	<b>46</b>
<b>PRÍLOHA 4 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU NA ZÁŤAŽI JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRÚDU.....</b>	<b>47</b>
<b>PRÍLOHA 5 – MODEL JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA.....</b>	<b>48</b>



---

<b>PRÍLOHA 6 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA .....</b>	<b>49</b>
<b>PRÍLOHA 7 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU ZA ZÁŤAŽI JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA .....</b>	<b>50</b>
<b>PRÍLOHA 8 – MODEL TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRÚDU.....</b>	<b>51</b>
<b>PRÍLOHA 9 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV TROJFÁZOVÉHO MODELU TRANSFORMÁTORA PRÚDU.....</b>	<b>52</b>
<b>PRÍLOHA 10 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU NA ZÁŤAŽI TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRÚDU.....</b>	<b>53</b>
<b>PRÍLOHA 11 – MODEL TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA .....</b>	<b>54</b>
<b>PRÍLOHA 12 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV TROJFÁZOVÉHO MODELU TRANSFORMÁTORA PRÚDU.....</b>	<b>55</b>
<b>PRÍLOHA 13 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU NA ZÁŤAŽI TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA .....</b>	<b>56</b>



## ZOZNAM OBRÁZKOV

<i>Obrázok 1: Základný obvody model transformátora. [1]</i>	15
<i>Obrázok 2: Ekvivalentné zapojenie transformátora v tvare T-článku. [1]</i>	16
<i>Obrázok 3: Priama separácia rozptylových indukčností mimo transformátor. [1]</i>	17
<i>Obrázok 4: Prechod od separovaného transformátora k náhradnému zapojeniu. [1]</i>	20
<i>Obrázok 5: <math>\Gamma</math>-separácia, a) Transformátor po <math>\Gamma</math>- separácii, b) Náhradné zapojenie transformátora napätia, c) Analógia <math>\Gamma</math>-článku s primárnou stranou napäťového modelu. [1]</i>	21
<i>Obrázok 6: Náhradné zapojenie transformátora napätia v tvare <math>\Gamma</math>-článku. a) Pôvodný transformátor, b) Nízkočfrekvenčné náhradné zapojenie pre jeden pevný kmitočet. [1]</i>	22
<i>Obrázok 7: I-separácia. a) Transformátor po I-separácii, b) Náhradné zapojenie transformátora prúdu, c) Analógia I-článku s primárnou stranou prúdového modelu. [1]</i>	23
<i>Obrázok 8: Náhradné zapojenie transformátora prúdu v tvare I-článku. a) Pôvodný transformátor, b) Nízkočfrekvenčné náhradné zapojenie pre jeden pevný kmitočet. [1]</i>	23
<i>Obrázok 9: Transformácia vektorov - základný model. [2]</i>	25
<i>Obrázok 10: Vektorová transformácia veličín v zapojení do hviezdy. [2]</i>	27
<i>Obrázok 11: Transformácia napätí v zapojení do trojuholníka. [2]</i>	27
<i>Obrázok 12: Transformácia prúdov v zapojení do trojuholníka. [2]</i>	29
<i>Obrázok 13: Blok subsystému Transformátor v modeli transformátora prúdu.</i>	32
<i>Obrázok 14: Prepočtové bloky vnútri subsystému Transformátor.</i>	33
<i>Obrázok 15: Bloky pre výpočet zložiek výkonu - transformátor prúdu.</i>	33
<i>Obrázok 16: Blok pre výpočet činnej zložky výkonu.</i>	33
<i>Obrázok 17: Blok pre výpočet jalovej zložky výkonu.</i>	34
<i>Obrázok 18: Blok subsystému Transformátor v modeli transformátora napätia.</i>	34
<i>Obrázok 19: Prepočtové bloky vnútri subsystému Transformátor.</i>	35
<i>Obrázok 20: Bloky pre výpočet zložiek výkonu - transformátor napätia.</i>	35
<i>Obrázok 21: Blok pre výpočet činnej zložky výkonu.</i>	35
<i>Obrázok 22: Blok pre výpočet jalovej zložky výkonu.</i>	36
<i>Obrázok 23: Blok pre voľbu transformačnej konštanty.</i>	37
<i>Obrázok 24: Blok prepínania zapojenia.</i>	37
<i>Obrázok 25: Transformácia napätia a prepínanie zapojenia.</i>	37
<i>Obrázok 26: Sekundárna strana modelu s prepínaním záťaže.</i>	38
<i>Obrázok 27: Bloky pre výpočet zložiek výkonu - transformátor prúdu.</i>	39
<i>Obrázok 28: Blok pre výpočet činnej zložky výkonu.</i>	39



---

<i>Obrázok 29: Blok pre výpočet jalovej zložky výkonu.</i>	39
<i>Obrázok 30: Usporiadanie blokov pre spätnú transformáciu.</i>	40
<i>Obrázok 31: Blok spätnej transformácie napätia.</i>	40
<i>Obrázok 32: Sekundárna strana transformátora napätia s blokmi pre výpočet zložiek výkonu.</i>	41



---

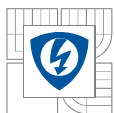
## ZOZNAM TABULIEK

<i>Tabuľka 1: Parametre náhradného zapojenia transformátora prúdu. [2]</i>	31
<i>Tabuľka 2: Parametre náhradného zapojenia transformátora napätia.</i>	31
<i>Tabuľka 3: Hodnoty napätí a prúdov transformátora napätia pri rôznom zaťažení.</i>	36
<i>Tabuľka 4: Hodnoty napätí a prúdov transformátora prúdu pri rôznom zaťažení.</i>	36



## ZOZNAM SYMBOLOV A SKRATIEK

$C$	transformačná konštanta	[-]
$f$	frekvencia	[Hz]
$i$	prúd	[A]
$i_{\mu}$	magnetizačný prúd	[A]
$k$	činiteľ väzby	[-]
$K$	prevod transformátora	[-]
$L$	indukčnosť	[H]
$L_M$	magnetická indukčnosť	[H]
$L_{\sigma}$	rozptylová indukčnosť	[H]
$M$	vzájomná indukčnosť	[H]
$N$	počet závitov	[-]
$R$	odpor	[ $\Omega$ ]
$R_{Cu}$	odpor vinutia	[ $\Omega$ ]
$R_{Fe}$	odpor reprezentujúci straty v železe	[ $\Omega$ ]
$R_Z$	odpor záťaže	[ $\Omega$ ]
$u$	napätie	[V]
$U_i$	indukované napätie	[V]
$X$	zložka vektoru	[-]
$\varphi$	fázový posun	[rad]
$\Psi$	spriahnutý magnetický tok	[Wb]
$\sigma$	parameter	[-]



## ÚVOD

V dnešní době sú transformátory veľmi dôležitou súčasťou elektrotechnického priemyslu. Využívame ich ako v energetike na transformáciu energie pri jej transportoch, tak aj v odvetví pohonov. Transformátor slúži ako menič striedavého prúdu, kde sa v primárnom vinutí mení elektrická energia na magnetickú za vzniku magnetického toku, ktorý vytvára prúd na sekundárnej cievke.

Bakalársku prácu na tému Modely transformátorov v Matlab/Simulink som sa rozhodol spracovať z dôvodu zaujímavosti témy a taktiež z dôvodu napredovania v práci v programe Matlab a využívania prostredia programu Simulink k tvorbe simulácií. Cieľom tejto bakalárskej práce bolo navrhnuť a následne náhradné zapojenie transformátora realizovať v programe Simulink.

Bakalárska práca sa bude skladať z dvoch častí – z časti teoretickej a praktickej. V prvej časti teoretickej časti sa zameriam na teóriu transformátorov, kde sa budem venovať základným parametrom transformátora a prechodu od základného modelu transformátora. V druhej časti teoretickej časti sa budem venovať transformácií vektorov, kde sa budem venovať všeobecnej transformácií a taktiež aj transformácií prúdov a napätí v jednotlivých zapojeniach v trojfázovej sústave. Teoretickou časťou chcem poukázať na to, že každý základný model je možné nahradiť ľubovoľným počtom náhradných zapojení, avšak najbežnejšie náhradné zapojenia využívané v praxi sú podrobne popísané v tejto práci.

V praktickej časti som vychádzal z teoretických predpokladov platiacich pre náhradné zapojenia. Stanovil som kritéria, podľa ktorých som vytváral konkrétne modely. Správnym navrhnutím parametrov a následne aj celých modelov som sa snažil docieľiť výsledné modely, ktoré by po spustení simulácie potvrdili teoretické predpoklady platiace pre náhradné zapojenia transformátorov.

# 1 TEÓRIA TRANSFORMÁTOROV

Cieľom tejto kapitoly je oboznámenie sa so základnou teóriou transformátorov, ktorá je potrebná pre zostrojenie náhradných zapojení transformátorov. Podaním dvoch nezávislých matematických dôkazov je ukázané, že je možné zostrojiť nekonečný počet náhradných zapojení transformátorov, avšak len dve zapojenia,  $\Gamma$ -článok a inverzný T-článok, nadobúdajú praktický význam. [1]

## 1.1 Transformátor ako lineárny pasívny dvojbran

V technickej praxi je vo väčšine prípadov transformátor predstavený ako lineárny prenosový dvojbran. Typickým predstaviteľom takéhoto dvojbranu je transformátor na Obrázku 1. Pre zjednodušenie bude jeho analýza uskutočnená za predpokladu, že magnetizačná charakteristika feromagnetického obvodu je lineárna. Taktiež nebudeme brať do úvahy vírivé straty vo feromagnetiku ani hysterézne straty vo feromagnetiku, keďže hysterézia nespadá do oblasti lineárnych obvodov. Nebudú uvažované ani parazitné kapacity vinutí ani kapacita medzi oboma vinutiami transformátora. Rovnako nebudú brané do úvahy Jouleove straty v medi. Avšak tento posledný predpoklad neuberá na všeobecnosti riešenia, keďže odpor primárneho vinutia je možné zahrnúť do vnútornej impedancie napájacieho zdroja a odpor sekundárneho vinutia možno zahrnúť do impedancie záťaže. [1]

### 1.1.1 Princíp reciprocity a počet stupňov voľnosti transformátora

Princíp reciprocity je najvšeobecnejšou vlastnosťou pasívnych prenosových sústav. Jeho platnosť je u transformátorov dôležitá, keďže v ňom spočíva jediná možnosť pre dokázanie, že vzájomná indukčnosť a činiteľ väzby transformátorov sú pre oba smery prenosu rovnaké. Preto platí:

$$M_{12} = M_{21} = M, k_{21} = k_{12} = k. \quad (1), (2)$$

Každý prenosový dvojbran má tri stupne voľnosti. Z nich plynie, že vlastnosti dvojbranu sú definované buď trojicou nezávislých obvodových alebo prenosových parametrov. V prípade transformátorov sa najčastejšie jedná o trojicu obvodových parametrov  $L_1, L_2, M$  prípadne  $L_1, L_2, k$ . Vyplýva to zo vzťahu

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad (3)$$

kde štvorica  $L_1, L_2, M, k$  sú na sebe závislé, a preto je jeden z týchto parametrov nadbytočný pre definovanie transformátora. Pre transformátor sú dôležité dve lineárne závislosti

$$K_{U,21,0} = K_{I,12,K}, K_{I,21,K} = K_{U,12,0}. \quad (4), (5)$$

Tieto závislosti sú známe ako napäťový prevod a prúdový prevod, kde je však nutné zdôrazniť, že pojem prevod transformátora má fyzikálne rovnaký význam ako pojmy napäťový prenos naprázdno a prúdový prenos nakrátko. [1]

## 1.2 Klasifikácia transformátorov

Podľa veľkosti činiteľa väzby, ktorý dosahuje hodnoty v intervale  $\langle 0,1 \rangle$ , rozdeľujeme transformátory do štyroch kategórií:

- $k < 1$  rozptylový, technicky realizovateľný,
- $k \rightarrow 1$  tesný, technicky realizovateľný,
- $k = 1$  dokonalý, technicky nerealizovateľný,
- $k = 1, L_l \rightarrow \infty$  ideálny, technicky nerealizovateľný.

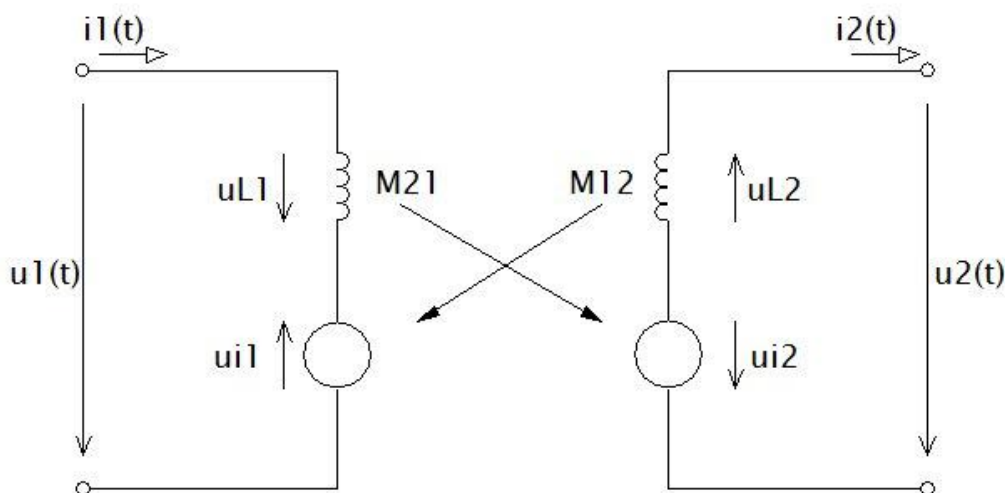
Podmienka  $L_l \rightarrow \infty$  predstavuje nulový magnetizačný prúd  $i_\mu(t) = 0$  a preto len v ideálnom transformátore presne platí vzťah  $N_1 i_1(t) = N_2 i_2(t)$ .

Transformátory klasifikujeme tiež podľa spôsobu napájania:

- transformátor napätia – napájaný ideálnym zdrojom napätia,
- transformátor prúdu – napájaný ideálnym zdrojom prúdu. [1]

## 1.3 Základný model transformátora

Základný matematický model transformátora je založený na priamej fyzikálnej interpretácii vzájomnej indukčnosti a tento model prezentujeme v tvare impedančnej Z-maticy. Ako vidieť na Obrázku 1, obvodový model obsahuje dva zdroje indukovaného napätia, ktoré vzniká v protiľahlom vinutí prechodom prúdu protiľahlým vinutím. Toto indukované napätie je úmerné derivácií prechádzajúceho prúdu a vzájomná indukčnosť  $M = M_{21} = M_{12}$  je konštantou úmernosti.



Obrázok 1: Základný obvodový model transformátora. [1]

Pre okamžité hodnoty môžeme Z-maticu písať v tvare

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - u_{i1}(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} \quad (6)$$

$$u_2(t) = u_{i2}(t) - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = M \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \quad (7)$$

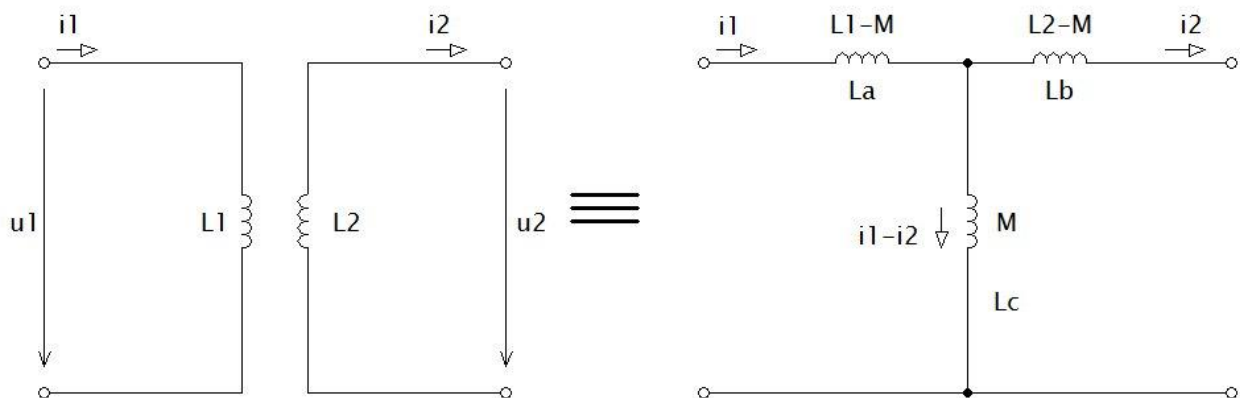
Vzhľadom na zvolený smer prúdu  $i_2$  sú záporné znamienka a orientácia šípok správne. Integrovaním rovníc (6), (7) podľa času dostaneme Z-maticu transformátora v tvare:

$$\Psi_1(t) = \int u_1(t) dt = L_1 i_1(t) - M i_2(t), \quad (8)$$

$$\Psi_2(t) = \int u_2(t) dt = M i_1(t) - L_2 i_2(t). \quad (9)$$

## 1.4 Ekvivalentné zapojenie transformátora

Tri stupne voľnosti transformátora nám umožňujú nahradiť transformátor ekvivalentným T-článkom, ktorý je zložený z troch indukčností.



Obrázok 2: Ekvivalentné zapojenie transformátora v tvare T-článku. [1]

Z Obrázku 2 môžeme určiť Z-maticu ekvivalentného obvodu:

$$u_1(t) = L_A \frac{di_1(t)}{dt} + L_C \frac{d(i_1(t) - i_2(t))}{dt} = (L_A + L_C) \frac{di_1(t)}{dt} - L_C \frac{di_2(t)}{dt}, \quad (10)$$

$$u_2(t) = L_C \frac{d(i_1(t) - i_2(t))}{dt} - L_B \frac{di_2(t)}{dt} = L_C \frac{di_1(t)}{dt} - (L_B + L_C) \frac{di_2(t)}{dt}. \quad (11)$$

Porovnaním koeficientov v Z-matici (10), (11) so Z-maticou (6), (7) základného modelu dostaneme sústavu troch rovníc o troch neznámych veličinách  $L_A$ ,  $L_B$ ,  $L_C$  s jediným možným riešením. Napriek tomu, že maticové koeficienty sú 4, princípom reciprocity získavame len tri rovnice.

$$L_A = L_1 - M, L_B = L_2 - M, L_C = M. \quad (12a,b,c)$$

Je potrebné zdôrazniť, že toto zapojenie nemôžeme považovať za náhradné zapojenie. Pozdĺžne prvky v tomto zapojení nemajú význam rozptylových indukčností a ani zvislý prvok nemá význam hlavnej indukčnosti, ale z pohľadu vonkajších svoriek má rovnaké vlastnosti ako pôvodný transformátor. Oproti pôvodnému transformátoru má ekvivalentné zapojenie jednu výhodu. Jedná sa o delič, kde je analýza prenosových vlastností jednoduchá. Z toho priamo plynie:

$$K_{U,21,0} = \frac{L_C}{L_C + L_A} = \frac{M}{M + (L_1 - M)} = \frac{M}{L_1} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (13)$$

$$L_{vst,0} \equiv L_{1,0} = L_1 \quad (14)$$

$$L_{výst,0} \equiv L_{2,0} = L_2 \quad (15)$$

$$L_{vst,K} \equiv L_{1,K} = L_1 - M + \frac{(L_2 - M)M}{(L_2 - M) + M} = L_1 - \frac{M^2}{L_2} = L_1(1 - k^2) \quad (16)$$

$$L_{výst,K} \equiv L_{2,K} = L_2 - M + \frac{(L_1 - M)M}{(L_1 - M) + M} = L_2 - \frac{M^2}{L_1} = L_2(1 - k^2). \quad (17)$$

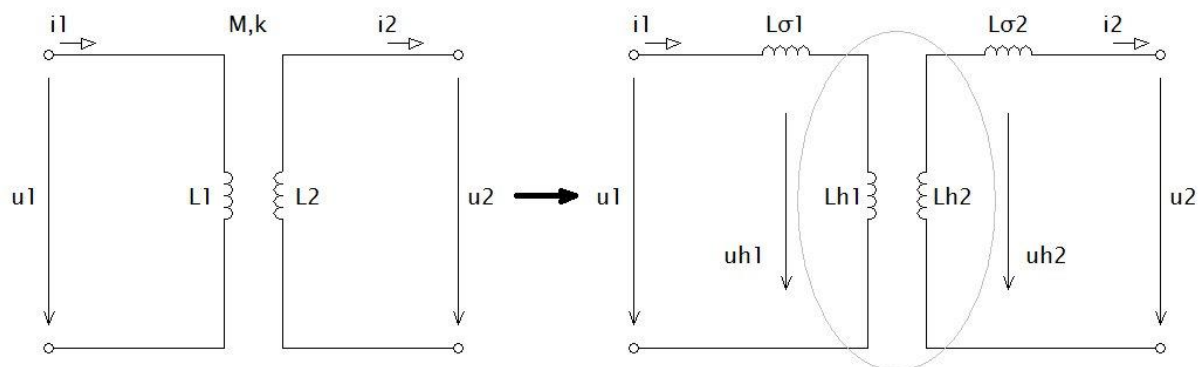
Týmito parametrami môžeme jasne definovať ekvivalentné zapojenie transformátora. [1], [3], [5]

## 1.5 Náhradné zapojenie transformátora

V nasledujúcej časti si ukážeme, že náhradných zapojení transformátorov je možné zostrojiť nekonečne veľa. Z dôvodu, že niektoré zapojenia môžu obsahovať aj záporné hodnoty indukčnosti, rozdeľujeme náhradné zapojenia na fyzikálne realizovateľné a fyzikálne nerealizovateľné.

### 1.5.1 Metóda priamej separácie rozptylových indukčností transformátora

Daná problematika opisuje, že prevod budúceho separovaného transformátora sa bude líšiť od prevodu transformátora pôvodného. Problém nastáva v situácií, kedy nie je známy prevod separovaného transformátora. Vtedy nie je možné cez kvadrát prevodu prepočítať impedancie sekundárnej strany na stranu primárnu. V takom prípade je neznámy prevod automaticky nahradený prevodom pôvodného transformátora, avšak táto možnosť prináša v konečnom dôsledku chybu v postupe, pokiaľ nie je väzba veľmi malá. Separácia oboch rozptylových indukčností musí mať nekonečne mnoho riešení, čo je zapríčinené tým, že pôvodný transformátor má tri stupne voľnosti. Taktiež nový dvojbran, ktorý nám vznikne po separácii, musí mať tri stupne voľnosti, avšak bude obsahovať štyri neznáme veličiny  $L_{\sigma 1}$ ,  $L_{\sigma 2}$ ,  $L_{h1}$ ,  $L_{h2}$ . To znamená, že separácia nie je jednoznačná, a preto je nutné jednu veličinu zvoliť a ostatné dopočítať.



Obrázok 3: Priama separácia rozptylových indukčností mimo transformátor. [1]

Priama separácia môže byť naznačená nasledovne: Hľadané parametre dokonalého separovaného transformátora sú naznačené na Obrázku 3  $L_{h1}$ ,  $L_{h2}$ ,  $M_h$ . Zároveň platí:

$$k_h = 1, \quad (18)$$

teda platí tiež

$$M_h = \sqrt{L_{h1}L_{h2}}. \quad (19)$$

Pre neseparovaný transformátor platia rovnice:

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{u_1(t)}{L_1} + k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{di_2(t)}{dt}, u_2(t) = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} u_2(t) - L_2(1 - k^2) \frac{di_2(t)}{dt}. \quad (20a,b)$$

Analogicky zostavíme rovnice pre separovaný dokonale transformátor:

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{u_{h1}(t)}{L_{h1}} + k \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} \frac{di_2(t)}{dt}, u_{h2}(t) = k \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_{h2}(t) - 0. \quad (21a,b)$$

Keďže  $u_{h1} = f(u_1, i_2)$  a podobne tiež napätie  $u_{h2}$ , plynie z toho:

$$u_2 = u_{h2} - L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt}, \quad (22)$$

$$u_{h1} = u_1 - L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt}. \quad (23)$$

Do rovnice (22) dosadíme rovnicu (21b):

$$u_2 = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_{h1} - L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt}. \quad (24)$$

Do rovnice (24) dosadíme rovnicu (23):

$$u_2 = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_1 - \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} L_{\sigma 1} \frac{di_1}{dt} - L_{\sigma 2} \frac{di_2}{dt}. \quad (25)$$

Do rovnice (25) dosadíme rovnicu (20a):

$$u_2 = \left(1 - \frac{L_{\sigma 1}}{L_1}\right) \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} u_1 - \left(k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}\right) \frac{di_2}{dt}. \quad (26)$$

Podľa Obrázku 3 v stave naprázdno platí:

$$L_{h1} = L_1 - L_{\sigma 1}, \quad (27)$$

$$L_{h2} = L_2 - L_{\sigma 2}. \quad (28)$$

Do rovnice (26) dosadíme rovnice (27) a (28):

$$u_2 = \left(1 - \frac{L_{\sigma 1}}{L_1}\right) \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 2}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} u_1 - \left(k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 2}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}\right) \frac{di_2}{dt}. \quad (29)$$

V tejto chvíli môžeme porovnávať koeficienty na pravých stranách rovníc (26) a (20b), kde výsledkom bude sústava dvoch rovníc s dvoma neznámymi veličinami  $L_{\sigma 1}$  a  $L_{\sigma 2}$ :

$$\left(1 - \frac{L_{\sigma 1}}{L_1}\right) \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 2}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad (30)$$

$$k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \sqrt{\frac{L_2 - L_{\sigma 2}}{L_1 - L_{\sigma 1}}} L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2} = (1 - k^2)L_2. \quad (31)$$

Obe rovnice sú na sebe závislé a tak sa jedná o jednu rovnicu s dvomi neznámymi veličinami  $L_{\sigma 1}$  a  $L_{\sigma 2}$ . Z toho vyplýva, že rovnica má nekonečne mnoho riešení. Rovnice môžeme zjednodušiť tvaru:

$$L_{\sigma 1} = L_1 \left(1 - k^2 \frac{L_2}{L_2 - L_{\sigma 2}}\right), \quad (32a)$$

prípadne:

$$L_{\sigma 2} = L_2 \left(1 - k^2 \frac{L_1}{L_1 - L_{\sigma 1}}\right). \quad (32b)$$

Keďže máme jednu rovnicu s dvoma neznámymi parametrami  $L_{\sigma 1}$  a  $L_{\sigma 2}$ , je nutné, aby sme si jednu veličinu zvolili a druhú následne dopočítali. Aby sme obmedzili nekonečné množstvo riešení na konkrétne riešenie, zvolíme si ľubovoľný bezrozmerný parameter  $\sigma$ . Tento parameter určíme nasledujúcim spôsobom:

$$L_{\sigma 2} = L_2(1 - k\sigma). \quad (33)$$

Túto rovnicu dosadíme do vzťahu (32a), kde výsledkom bude:

$$L_{\sigma 1} = L_1 \left(1 - \frac{k}{\sigma}\right). \quad (34)$$

Je možné definovať parameter  $\sigma$  aj iným spôsobom, avšak z hľadiska symetrie je tento spôsob najoptimálnejším. Rovnicu (33) následne doplníme do vzťahu (28) a rovnicu (34) do vzťahu (27) a tým získame vzťahy:

$$L_{h2} = k\sigma L_2, \quad (35)$$

$$L_{h1} = \frac{k}{\sigma} L_1. \quad (36)$$

Rovnice (35) a (36) dosadíme do vzťahu (19)

$$M_h = M = k\sqrt{L_1 L_2}. \quad (37)$$

Po dosadení rovníc (35) a (36) do vzťahu (21b) dostaneme napäťový prenos naprázdno alebo prevod separovaného dokonalého transformátora

$$K_{h,U,21,0} = \sqrt{\frac{L_{h2}}{L_{h1}}} = \sigma \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (38)$$

Sekundárne impedancie sa tak budú prepočítavať na primárnu stranu cez kvadrát uvedeného prevodu. Ako bolo spomínané vyššie, tento prevod sa líši od prevodu pôvodného transformátora. Tým pádom je separácia úplne vyriešená súborom rovníc (33) až (38), kde parameter  $\sigma$  môže byť

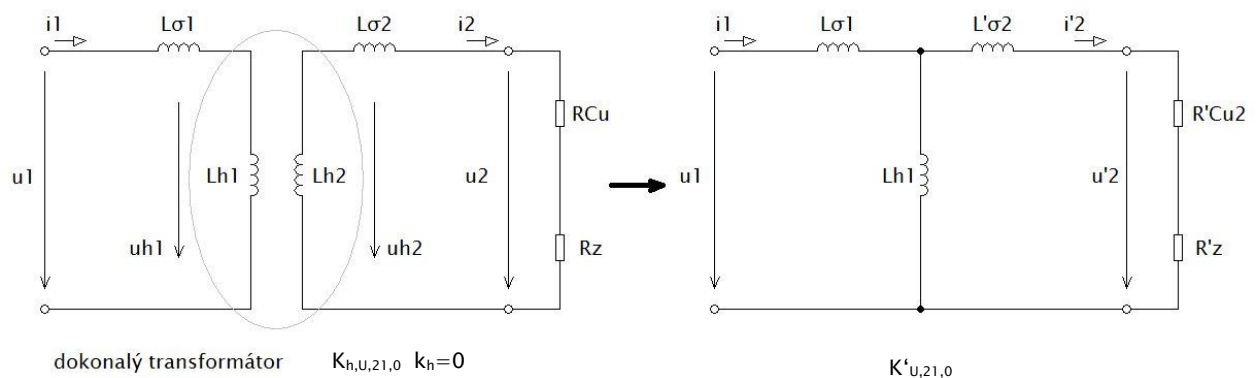
ľubovoľne zvolený okrem nulovej hodnoty. To však umožňuje, aby niektoré z indukčností  $L_{\sigma 1}$ ,  $L_{\sigma 2}$ ,  $L_{h1}$ ,  $L_{h2}$  predstavovali záporné hodnoty. Z formálneho hľadiska to nie je problém, avšak z hľadiska fyzikálnej realizovateľnosti náhradného zapojenia transformátora, ktorá je definovaná podmienkami  $L_{\sigma 1} \geq 0$ ,  $L_{\sigma 2} \geq 0$ , musíme brať do úvahy nerovnosť

$$k \leq \sigma \leq \frac{1}{k}. \quad (39)$$

Náhradné zapojenia sú fyzikálne realizovateľné pokiaľ sa parameter  $\sigma$  nachádza vnútri intervalu nerovnosti (39). V tomto prípade sú všetky indukčnosti  $L_{\sigma 1}$ ,  $L_{\sigma 2}$ ,  $L_{h1}$ ,  $L_{h2}$  kladné. Mimo tohto intervalu sa nachádzajú náhradné zapojenia fyzikálne nerealizovateľné, kedy je niektorá zo separovaných indukčností záporná. Hoci sú tieto zapojenia nerealizovateľné, z formálneho hľadiska sú plnohodnotné.

V tejto chvíli, kedy už poznáme separačné rovnice, je možné vytvoriť náhradné zapojenie transformátora a to nasledovným spôsobom:

- Voľba konkrétneho parametra  $\sigma$ , kde mimoriadny význam pri výbere zohrávajú krajné medze nerovnosti (39).
- Uskutočnenie separácie podľa vzťahov (33) až (39).
- Prepočítanie pomocou kvadrátu prevodu sekundárne impedancie  $L_{\sigma 2}$ ,  $R_{Cu2}$ ,  $R_Z$  na primárnu stranu ako  $L'_{\sigma 2}$ ,  $R'_{Cu2}$ ,  $R'_Z$ .



Obrázok 4: Prechod od separovaného transformátora k náhradnému zapojeniu. [1]

Po prejení zo separovaného transformátora k náhradnému zapojeniu budú hodnoty prepočítaných veličín nasledovné:

$$L'_{\sigma 2} = \frac{L_{\sigma 2}}{K_{h,U,21,0}^2} = L_1 \frac{1 - k\sigma}{\sigma^2}, \quad (40)$$

$$R'_Z + R'_{Cu2} = \frac{R_Z + R_{Cu2}}{K_{h,U,21,0}^2} = (R_Z + R_{Cu2}) \frac{L_1}{\sigma^2 L_2}. \quad (41)$$

Z Obrázka 4 pomocou vzťahov (34), (36) a (40) môžeme určiť napäťový prenos naprázdno  $K'_{U,21,0}$  náhradného zapojenia transformátora ako aj hodnoty  $L'_{vst,K}$  a  $L'_{výst,K}$

$$K'_{U,21,0} = \frac{L_{h1}}{L_{h1} + L_{\sigma 1}} = \frac{k}{\sigma} \quad (42)$$

$$L'_{vst,K} = L_{\sigma 1} + \frac{L'_{\sigma 2} L_{h1}}{L'_{\sigma 2} + L_{h1}} = L_1(1 - k^2) = L_{vst,K}, \quad (43)$$

$$L'_{výst,K} = L'_{\sigma 2} + \frac{L_{\sigma 1} L_{h1}}{L_{\sigma 1} + L_{h1}} = L_1 \frac{1 - k^2}{\sigma^2}. \quad (44)$$

Dôkazom správnosti celého postupu je porovnanie časových konštánt pôvodného transformátora s jeho náhradným zapojením, tj.  $L'_{výst,K}/R'_Z = L_{výst,K}/R'_Z$ . [1], [3], [4], [5]

### 1.5.1.1 Konkrétne prípady náhradných zapojení

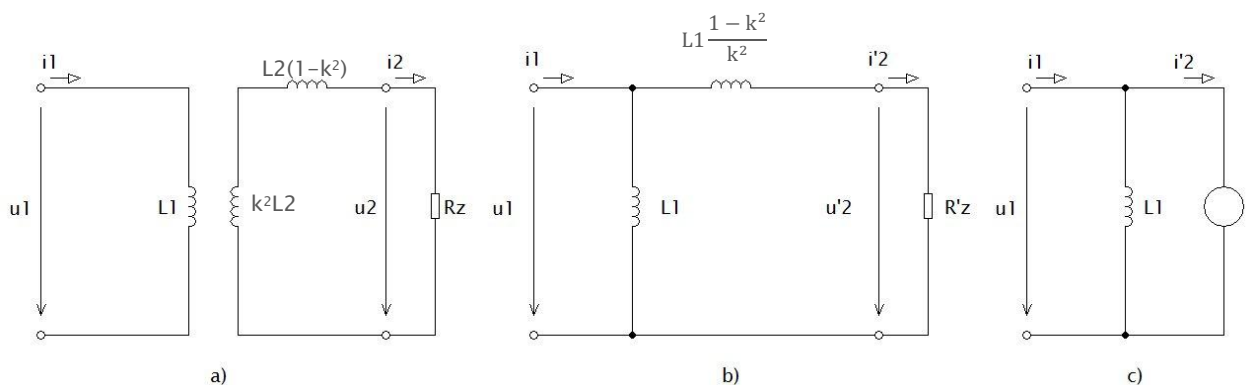
#### a) náhradné zapojenie transformátora napätia v tvare $\Gamma$ -článku

V tomto prípade uvažujeme  $\sigma = k$ . Po dosadení hodnoty  $\sigma = k$  do rovníc (33) až (39) dostávame  $\Gamma$ -separáciu s nasledovnými vzťahmi:

$$L_{\sigma 1} = 0, L_{\sigma 2} = L_2(1 - k^2), L_{h1} = L_1, L_{h2} = k^2 L_2, K_{h,U,21,0} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = K_{U,21,0}. \quad (45-\Gamma)$$

Ak dosadíme hodnotu  $\sigma = k$  do rovníc (40) až (42) získame náhradne  $\Gamma$ -zapojenie

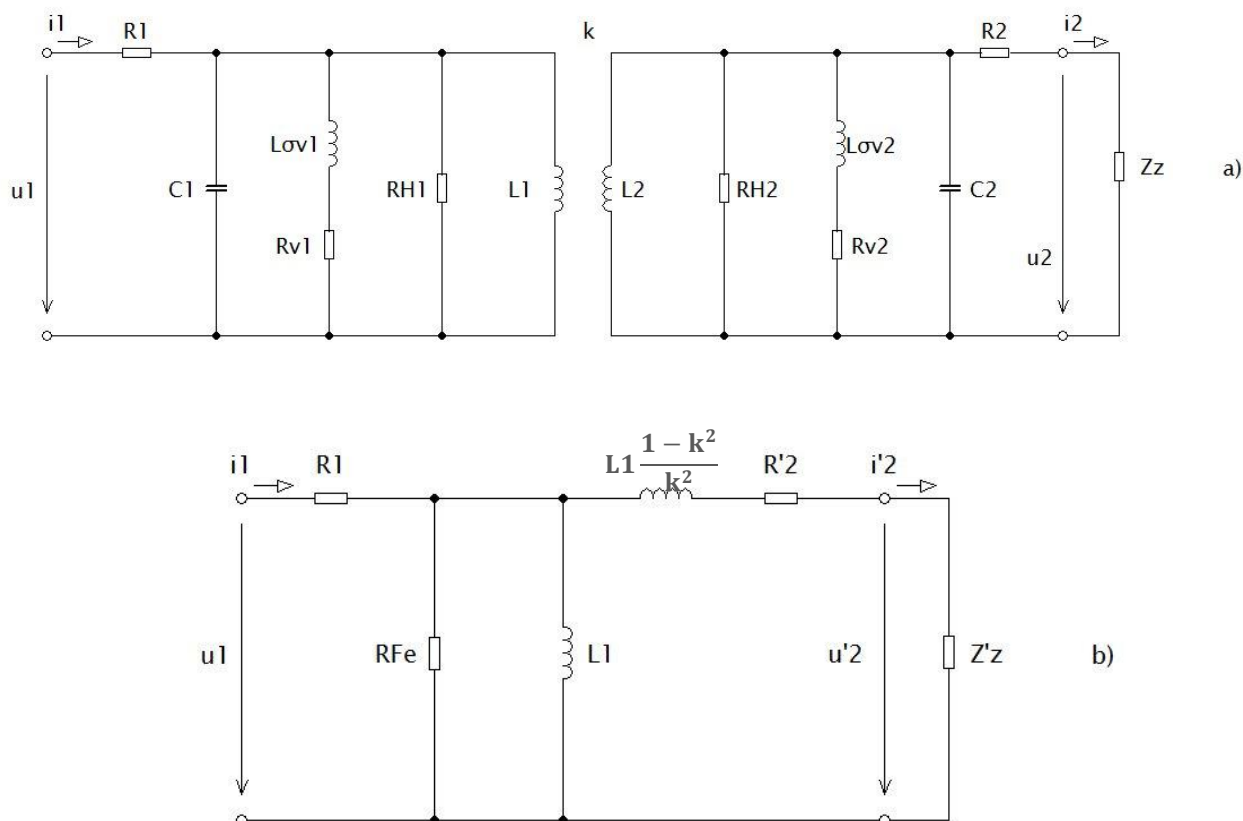
$$L_{\sigma 1} = 0, L'_{\sigma 2} = L_1 \frac{(1 - k^2)}{k^2}, L_{h1} = L_1, R'_Z = R_Z \frac{L_1}{k^2 L_2}, K'_{U,21,0} = 1. \quad (46-\Gamma)$$



Obrázok 5:  $\Gamma$ -separácia, a) Transformátor po  $\Gamma$ -separácii, b) Náhradné zapojenie transformátora napätia, c) Analógia  $\Gamma$ -článku s primárnou stranou napäťového modelu. [1]

Obrázok 5 naznačuje, že transformátor v náhradnom zapojení tvaru  $\Gamma$ -článku je úplne zhodný ako primárna strana transformátora napätia. Je to spôsobené tým, že obe impedancie sekundárnej strany  $L'_{\sigma 2}$  a  $R'_Z$  sú prepočítané na hodnoty nahradzujúce zdroj prúdu, čo znamená, že nimi tečie rovnaký prúd a tiež napäťové prevody separovaného a pôvodného transformátora sú rovnaké. Takéto zapojenie je vhodné pri napájaní transformátora zdrojom napätia. Je dôležité zdôrazniť, že doposiaľ bol predpokladaný ideálny bezstratový transformátor bez akýchkoľvek parazitných prvkov. S poznaním napäťového prevodu  $K_{h,U,21,0}$  však môžeme pomocou jeho kvadrátu

prepočítavať všetky parazitné vlastnosti zo sekundárnej strany na primárnu. Tým dostaneme úplné náhradné zapojenie, ktoré je doplnené o odpory vinutia, parazitné kapacity medzi závitmi a tiež odpory reprezentujúce vírivé a hysterézne straty. [1]



Obrázok 6: Náhradné zapojenie transformátora napätia v tvare  $\Gamma$ -článku. a) Pôvodný transformátor, b) Nízkočfrekvencné náhradné zapojenie pre jeden pevný kmitočet.[1]

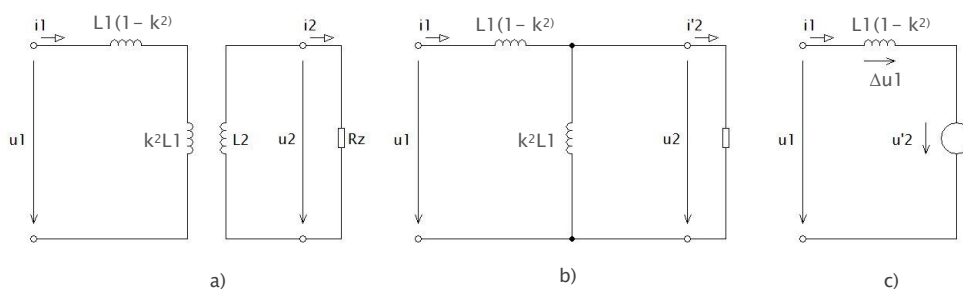
### b) náhradné zapojenie transformátora prúdu v tvare $\Gamma$ -článku

V tomto prípade už budeme uvažovať hodnotu  $\sigma = 1/k$ . Po dosadení tejto hodnoty do rovníc (33) až (39) dostávame  $\Gamma$ -separáciu danú vzťahmi:

$$L_{\sigma 1} = L_1(1 - k^2), L_{\sigma 2} = 0, L_{h1} = k^2 L_1, L_{h2} = L_2, K_{h,U,21,0} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{1}{K_{U,21,0}} \quad (47-I)$$

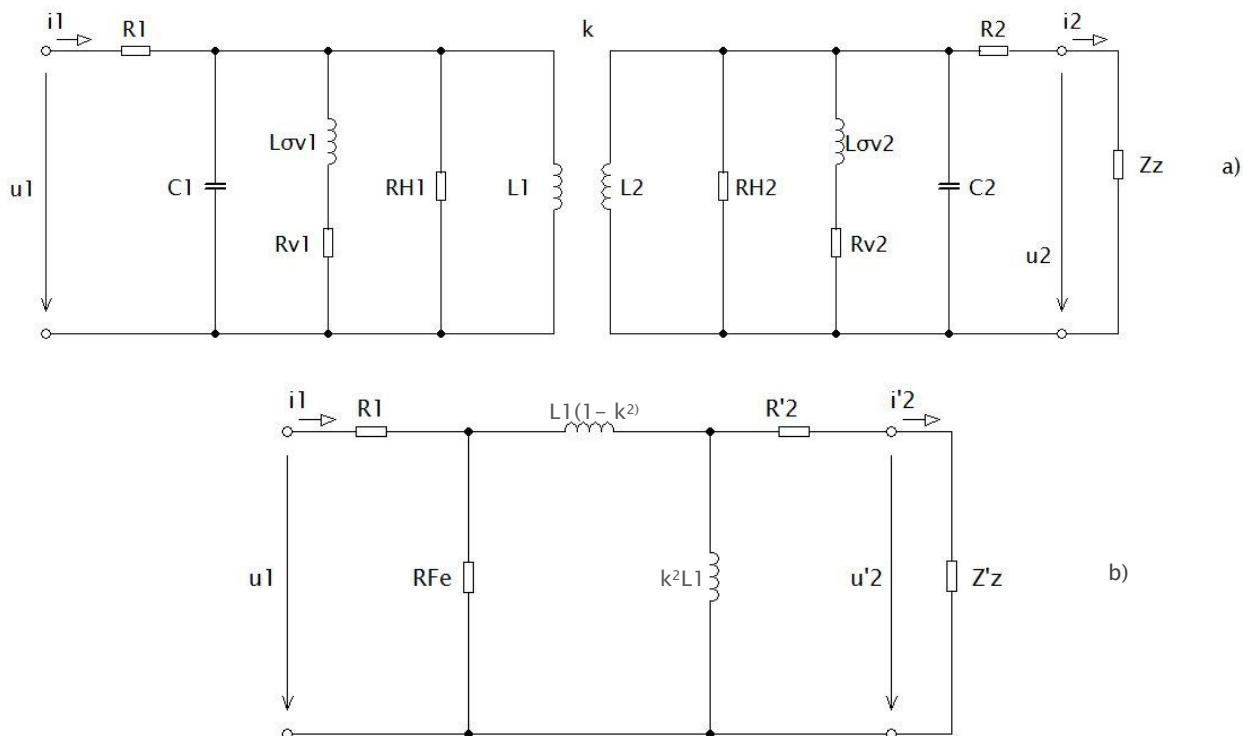
Ak dosadíme hodnotu  $\sigma = 1/k$  do rovníc (40) až (42) získame náhradné zapojenie  $\Gamma$ -zapojenie, ktoré bude definované súborom vzťahov:

$$L_{\sigma 1} = L_1(1 - k^2), L'_{\sigma 2} = 0, L_{h1} = k^2 L_1, R'_Z = R_Z k^2 \frac{L_1}{L_2}, K'_{U,21,0} = k^2. \quad (48-I)$$



Obrázok 7: *T*-separácia. a) Transformátor po *T*-separácii, b) Náhradné zapojenie transformátora prúdu, c) Analógia *T*-článku s primárnou stranou prúdového modelu.[1]

Obrázok 7 naznačuje, že náhradné zapojenie transformátora v tvare  $\Gamma$ -článku je úplne zhodný ako primárna strana modelu transformátora prúdu. V tomto prípade je to spôsobené hodnotami paralelných impedancií  $L_{h1}$  a  $R'_Z$ , na ktorých vzniká úbytok napätia  $u'_2$  a týmto nahradzuje zdroj napätia a napäťový prevod separovaného transformátora je zhodná s prevrátenou hodnotou prúdového prenose pôvodného transformátora. Takéto zapojenie transformátora je vhodné pri jeho napájaní zdrojom prúdu. Keďže je nám známy napäťový prevod  $K_{h,U,21,0}$ , tak s využitím jeho kvadrátu môžeme prepočítať parazitné impedancie zo sekundárnej strany na primárnu. Týmto vytvoríme úplné náhradné  $\Gamma$ -zapojenie, pre ktoré platia rovnaké odporúčania ako v predchádzajúcom prípade  $\Gamma$ -zapojenia transformátora napätia. [1]



Obrázok 8: Náhradné zapojenie transformátora prúdu v tvare *T*-článku. a) Pôvodný transformátor, b) Nízkočfrekvencné náhradné zapojenie pre jeden pevný kmitočet.[1]



**c) náhradné zapojenie transformátora v tvare T-článku**

V tomto prípade sa jedná o symetrické náhradné zapojenie, ktoré nemá analógiu so žiadnym modelom. Jeho význam je však úplne bezcenný a preto je bezpredmetné sa ním ďalej zaoberať.

**1.5.1.2 Vlastnosti náhradných zapojení**

Všetky náhradné zapojenia musia mať tieto vlastnosti:

- Zaťaženie náhradné zapojenie musí prenášať rovnaký výkon do prepočítanej záťaže  $R'_Z$  ako prenáša pôvodný transformátor do záťaže  $R_Z$ .
- Zaťaženie náhradného zapojenia musí mať rovnakú vstupnú impedanciu ako pôvodný transformátor.
- Z predchádzajúceho bodu plynie, že aj časové konštanty náhradného zapojenia musia byť rovnaké ako pôvodného transformátora. [2],[5]

## 2 TEÓRIA TROJFÁZOVÝCH TRANSFORMÁCIÍ VEKTOROV

V nasledujúcej časti bude ukázaný vektorový systém v trojfázovej sústave a jeho následné využitie pre značné zjednodušenie práce v trojfázovej sústave.

Vektor je najčastejšie definovaný vzťahom

$$\vec{x} = C\{x_R + x_S e^{j\varphi} + x_T e^{j2\varphi}\}, \quad (54)$$

kde  $\varphi = 2\pi/3$  a značí fázový posun medzi jednotlivými zložkami. Premenné  $x_R, x_S, x_T$  zastupujú tri časovo závislé premenné, ktoré sú reálneho charakteru, ale nemusia byť sínusové. Konštanta  $C$  je skalárnou veličinou a reprezentuje veľkosť vektora. [2],[6]

### 2.1 Aplikácia vektorov v trojfázovej sústave

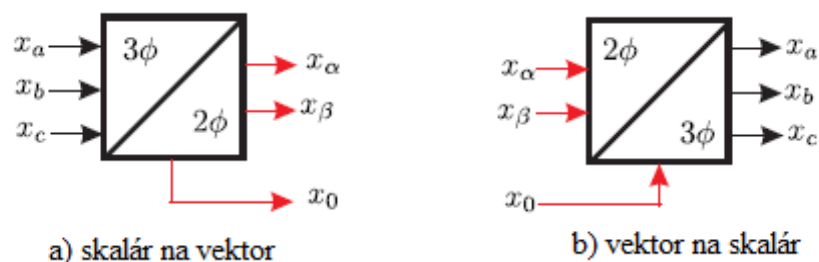
Vo všeobecnom ponímaní základným predpokladom celej metódy je správna konverzia vektoru vo forme  $x_a, x_b, x_c$  do vektora vo forme  $\overline{x_{abc}} = x_\alpha + jx_\beta$ . Súčet týchto troch skalárnych premenných nám dáva vzťah

$$x_a + x_b + x_c = 3x_0, \quad (55)$$

kde  $x_0$  reprezentuje nulovú zložku, ktorá však nemusí mať nulovú hodnotu.

Podľa vzťahu (54) medzi vektorovými a skalárnymi veličinami, môžeme zapísať konverznú maticu v tvare:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & -\frac{C}{2} & -\frac{C}{2} \\ 0 & \frac{C\sqrt{3}}{2} & -\frac{C\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}. \quad (56)$$



Obrázok 9: Transformácia vektorov - základný model. [2]

### 2.2 Postup pri transformácii vektorov a spätnej transformácii vektorov

V tejto časti bude ukázaný postup pri trojfázovej transformácii vektorov a následne aj spätná transformácia na vektorové veličiny. Tento proces nám umožňuje pohyb od vektorových veličín k skalárnym veličinám, čím nám umožňuje prácu v trojfázovom systéme. V tejto chvíli je potrebné uvedomiť si, že pri transformácii vektorov nesmieme zabudnúť na nulovú zložku danú vzťahom (55), pretože bude vplývať na priebeh a hodnoty napätia, resp. prúdov a to v závislosti od druhu zapojenia. Využívaním tohto vzťahu, najmä substitúciou do ďalších výrazov, sa dostaneme k spätnej transformácii vektorov.

Vo výpočtoch je uvádzaná konštanta  $C$ . Táto konštanta reprezentuje závislosť výpočtu od invariantnosti sústavy. Sústava môže byť invariantná buď amplitúdovo alebo výkonovo. Pokiaľ je sústava amplitúdovo invariantná, konštanta  $C$  nadobudne hodnotu  $C = \frac{3}{2}$ . V prípade, že je sústava výkonovo invariantná, používame vo výpočtových maticiach konstantu s hodnotou  $C = \sqrt{\frac{2}{3}}$ .

Východiskovým bodom transformácie je matica (56), z ktorej vyjadrením dostaneme vzťah pre skalárnu zložku  $x_\alpha$

$$x_\alpha = C x_a - \frac{C}{2} (x_b + x_c). \quad (57)$$

Využitím vzťahu (55) a následnej substitúcie tohto vzťahu za výraz  $x_b + x_c$  dostaneme vzťah, ktorý vedie k spätnej transformácii na zložku  $x_a$ :

$$x_a = \frac{2}{3C} x_\alpha + x_0. \quad (58)$$

Podobne sa postupuje aj pri ďalšej zložke vektora  $x_\beta$ , kde sa opäť opierame o vzťah (56), z ktorého dostávame výraz pre zložku  $x_\beta$

$$x_\beta = C \frac{\sqrt{3}}{2} (x_b - x_c). \quad (59)$$

Substitúciou zo vzťahu (55) a využitím vzťahu (57) dostávame vzťah spätnú transformáciu na zložku vektora  $x_b$

$$x_b = -\frac{1}{3C} x_a + \frac{1}{C\sqrt{3}} x_\beta + x_0. \quad (60)$$

Zostávajúca zložka vektora, potrebná pre plnú spätnú transformáciu, sa vyjadří opäť substitúciou zo vzťahu (55) spolu s využitím rovníc (58) a (59). Výsledná matica korešponduje s blokovým znázornením na Obrázku 10. [2], [6]

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3C} & 0 \\ -\frac{1}{3C} & \frac{1}{C\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3C} & -\frac{1}{C\sqrt{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot x_0. \quad (61)$$

### 2.3 Využitie vektorovej transformácie v modeloch zapojených do hviezd

V trojfázovej sústave sa stroje zapájajú podľa potreby do hviezd alebo do trojuholníka a to ako samotné vinutie tak rovnako podľa využitia a potreby aj záťaž. Keďže rozdielne zapojenie nám dodáva do stroja rozdielne hodnoty napätí a prúdov, potrebujeme rozlíšiť tieto zapojenia aj pri používaní vektorových transformácií.

V prvom prípade nám bude ozrejmeneá transformácia v modeloch zapojených do hviezdy. Na začiatku analýzy je potrebné si uvedomiť vzťahy medzi fázovými hodnotami a náhradnými (vypočítanými) hodnotami.

$$x_U = x_{S1} + x_{S0}, \quad (62)$$

$$x_V = x_{S2} + x_{S0}, \quad (63)$$

$$x_W = x_{S3} + x_{S0}, \quad (64)$$

kde  $x_U, x_V, x_W$  sú fázové hodnoty veličín,  $x_{S1}, x_{S2}, x_{S3}$  sú hodnoty veličín prepočítané na hodnoty v zapojení do hviezdy a  $x_{S0}$  je nulová zložka veličiny.[2]

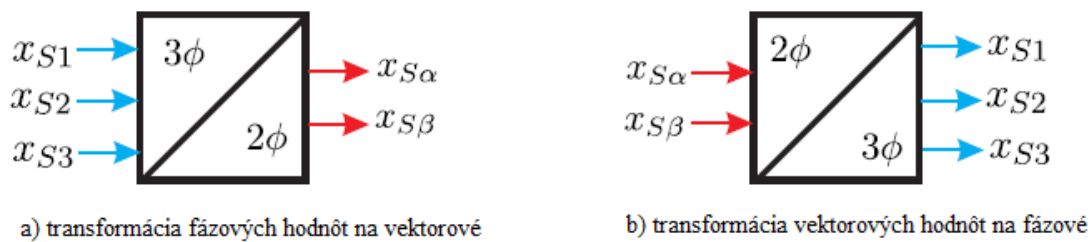
Zápis týchto rovníc môžeme upraviť do formy:

$$\overrightarrow{x_{UVW}} = C(x_{S1} + x_{S2}e^{j\gamma} + x_{S3}e^{j2\gamma}) + Cx_{S0}(1 + e^{j\gamma} + e^{j2\gamma}) \quad (65)$$

v prípade, že premenná  $x$  reprezentuje veličinu prúdu, tak vzťah  $x_{S0}(1 + e^{j\gamma} + e^{j2\gamma})$  je rovný 0 z čoho dostávame vzťah:

$$\overrightarrow{x_{UVW}} = \overrightarrow{x_{S123}}. \quad (66)$$

Je potrebné však mať na vedomí, že toto vyjadrenie platí len pre zapojenie do hviezdy. [2]

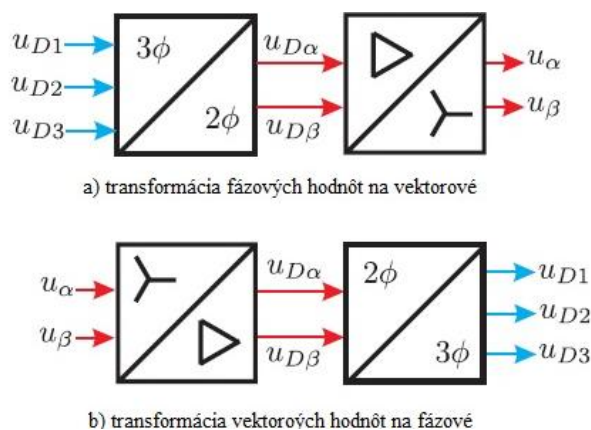


Obrázok 10: Vektorová transformácia veličín v zapojení do hviezdy. [2]

## 2.4 Využitie vektorovej transformácie v modeloch zapojených do trojuholníka

V prípade, že je stroj alebo záťaž zapojená do trojuholníka, musíme uvažovať rozdiel vo výpočtoch medzi zložkami prúdu a napätia.

### 2.1.1 Napätie



Obrázok 11: Transformácia napätí v zapojení do trojuholníka. [2]

V obrázku je naznačené, že v zapojení do trojuholníka je potrebné prevádzať hodnoty napätia na hodnoty ekvivalentné hodnotám napätia v zapojení do hviezdy. To nám umožňuje prácu s veličinami podobne ako v zapojení do hviezdy. Hodnoty zo zapojenia do trojuholníka sú prepočítavané vzťahmi

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C}{2} & -\frac{C}{2} & 0 \\ \frac{C}{2\sqrt{3}} & \frac{C}{2\sqrt{3}} & -\frac{C}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{D1} \\ u_{D2} \\ u_{D3} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{4} & -\sin \frac{\gamma}{4} \\ \sin \frac{\gamma}{4} & \cos \frac{\gamma}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{D\alpha} \\ u_{D\beta} \end{bmatrix}. \quad (68)$$

Rovnica (67) poukazuje na prepočet vstupného napätia do dvojzložkového vektorového tvaru, zatiaľ čo rovnica (68) poukazuje na zníženie napätia  $\sqrt{3}$ -krát a natočenie fázorov o  $+30^\circ$ , ktoré odpovedá vzťahu medzi napätiami vo hviezde a v trojuholníku.[2]

Spätný prevod z hviezdy do trojuholníka je realizovaný rovnicami

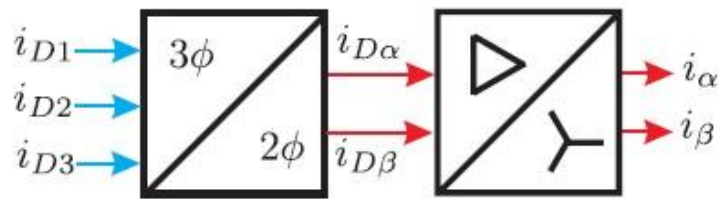
$$\begin{bmatrix} u_{D1} \\ u_{D2} \\ u_{D3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & \frac{1}{C\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{C} & \frac{1}{C\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2\sqrt{3}}{3C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$\begin{bmatrix} u_{D\alpha} \\ u_{D\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{4} & \sin \frac{\gamma}{4} \\ -\sin \frac{\gamma}{4} & \cos \frac{\gamma}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}, \quad (70)$$

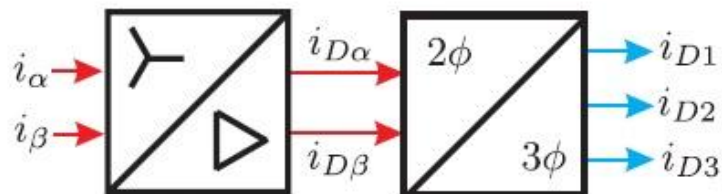
kde rovnica (69) predstavuje prevod z hviezdy do trojuholníka. Je zrejmé, že rovnica (70) predstavuje natočenie fázorov napätí o  $-30^\circ$  a zväčšenie ich hodnoty  $\sqrt{3}$ -krát.[2]

### 2.1.2 Prúd

Podobne ako pri napätí, sa postupuje aj v prípade prúdu. Fázové hodnoty prúdov sa prerátajú do vektorového tvaru zapojenia do hviezdy.



a) transformácia fázových hodnôt na vektorové



b) transformácia vektorových hodnôt na fázové

Obrázok 12: Transformácia prúdov v zapojení do trojuholníka. [2]

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3C}{2} & -\frac{3C}{2} & 0 \\ \sqrt{3}C & \sqrt{3}C & -\sqrt{3}C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{D1} \\ i_{D2} \\ i_{D3} \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{4} & -\sin \frac{\gamma}{4} \\ \sin \frac{\gamma}{4} & \cos \frac{\gamma}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{D\alpha} \\ i_{D\beta} \end{bmatrix} \quad (72)$$

Rovnica (71) predstavuje prepočet fázových prúdov do dvojzložkového vektorového tvaru, zatiaľ čo rovnica (72) naznačuje, že pri prepočte do hviezdy sa fázory prúdov zväčšia  $\sqrt{3}$ -násobne a otočia o  $+30^\circ$ . [2]

Spätný prevod z hviezdy do trojuholníka je realizovaný, obdobne ako v prípade napätia, rovnicami

$$\begin{bmatrix} i_{D1} \\ i_{D2} \\ i_{D3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3C} & \frac{1}{C3\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3C} & \frac{1}{C3\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2\sqrt{3}}{9C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$\begin{bmatrix} i_{D\alpha} \\ i_{D\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \cos \frac{\gamma}{4} & \sin \frac{\gamma}{4} \\ -\sin \frac{\gamma}{4} & \cos \frac{\gamma}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (74)$$

Ktoré opäť popisujú aj zmenšenie prúdov  $\sqrt{3}$ -krát a posunutie fázorov o  $-30^\circ$ . [2]

## 2.5 Výpočet výkonu pomocou vektorovej transformácie

Vektorová transformácia má vhodné využitie aj pre výpočet výkonu transformátora. Táto výhoda spočíva v tom, že sa počíta len s dvoma zložkami jednotlivých veličín, zatiaľ čo v stave pred transformáciou sa výkon počíta z troch zložiek veličín.



---

Činná složka výkonu je všeobecně definovaná vztahom

$$P = \operatorname{Re}\{\vec{u} \cdot (\vec{i})^*\}. \quad (75)$$

Vektorová transformácia však tento vzťah zjednoduší do podoby

$$P = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta. \quad (76)$$

Podobným postupom sa vyjadří jalová složka výkonu. Tá je všeobecně definovaná

$$Q = \operatorname{Im}\{\vec{u} \cdot (\vec{i})^*\} \quad (77)$$

ale vektorovou transformáciou sa táto složka vyjadří vztahom

$$Q = u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta. \quad (78)$$

### 3 SIMULÁCIA NÁHRADNÝCH MODELOV TRANSFORMÁTORA

V tejto časti bude ukázané ako vyzerá simulácia náhradného modelu transformátora v programe MATLAB/Simulink. Využijeme náhradný model transformátora prúdu v tvare  $\Gamma$ -článku a  $T$ -článku pre jednofázovú a tiež pre trojfázovú sústavu, zobrazíme priebeh napätia a prúdu na primárnej aj sekundárnej strane a tiež porovnáme modely na základe výkonov na záťaži. Do obvodu nebudú zahrnuté hysterézne straty a preto tieto modely a ich simulácie nemožno považovať za reálne, ale iba za idealizované.

#### 3.1 Náhradné modely pre jednofázovú sústavu

Pre potreby tejto bakalárskej práce bol zvolený transformátor 660 V/240 V pracujúci pri pevnom kmitočte 50 Hz. Hodnoty parametrov náhradného zapojenia boli zvolené podľa Tabuľky 2. Tieto hodnoty sú platné pre zapojenie modelu prúdového transformátora, čiže  $T$ -gamma článku.

Parameter	Hodnota
Prevod transformátora $K_{U,21,0}$	2,75
Odpor reprezentujúci straty v železe $R_{Fe}$	21,78 k $\Omega$
Magnetická indukčnosť $L_M$	10,62 H
Odpor primárnej strany $R_1$	0,189 $\Omega$
Odpor sekundárnej strany $R_2$	0,025 $\Omega$
Rozptylová indukčnosť $L_\sigma$	9,6 mH

Tabuľka 1: Parametre náhradného zapojenia transformátora prúdu. [2]

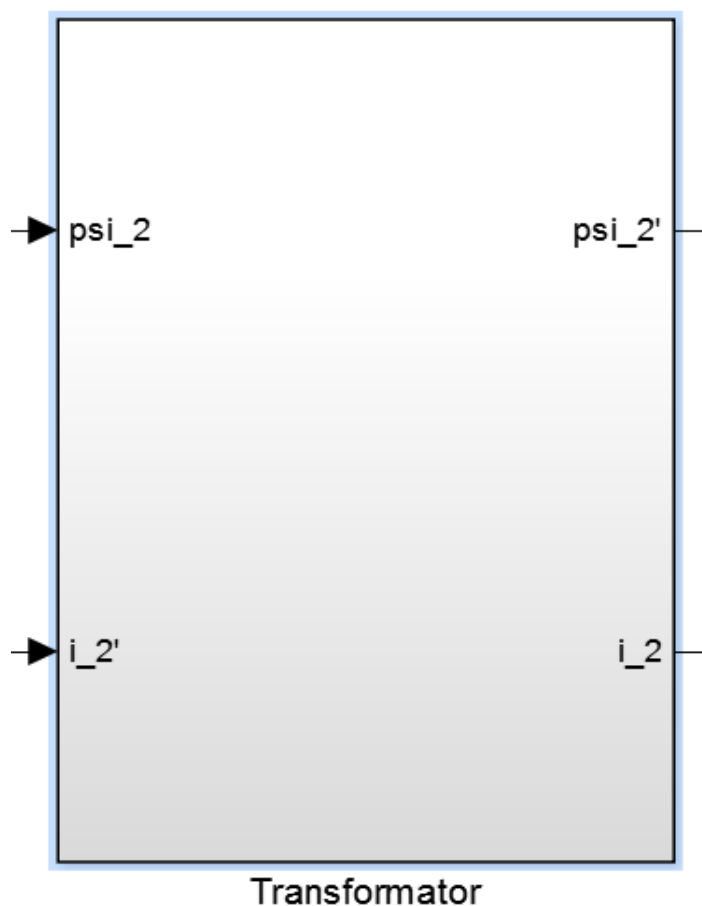
Pre  $\Gamma$ -článok, reprezentujúci model napäťového transformátora bolo potrebné tieto hodnoty prepočítať, nakoľko v prípade  $T$ -článku tvorí indukčnosť primárnej strany ako magnetická indukčnosť  $L_M$  tak aj rozptylová indukčnosť  $L_\sigma$ . Naopak, v prípade  $\Gamma$ -článku tvorí indukčnosť primárnej strany len magnetická indukčnosť  $L_M$ , a preto je potrebné, aby sa hodnota rozptylovej indukčnosti  $L_\sigma$  prerátala na hodnotu rozptylovej indukčnosti na sekundárnej strane  $L'_\sigma$ . Pre výpočet presnej hodnoty rozptylovej indukčnosti bol v programe MATLAB vytvorený m-file zobrazený v Prílohe 1. Pre overenie správnosti modelov budú vykonané simulované skúšky naprázdno (odpor záťaže  $R_z = 2000\Omega$ ), nakrátko ( $R_z = 0\Omega$ ) a so záťažou  $R_z = 10\Omega$ .

Parameter	Hodnota
Prevod transformátora $K_{U,21,0}$	2,75
Odpor reprezentujúci straty v železe $R_{Fe}$	21,78 k $\Omega$
Magnetická indukčnosť $L_M$	10,62 H
Odpor primárnej strany $R_1$	0,189 $\Omega$
Odpor sekundárnej strany $R_2$	0,025 $\Omega$
Rozptylová indukčnosť $L_\sigma$	1,3 mH

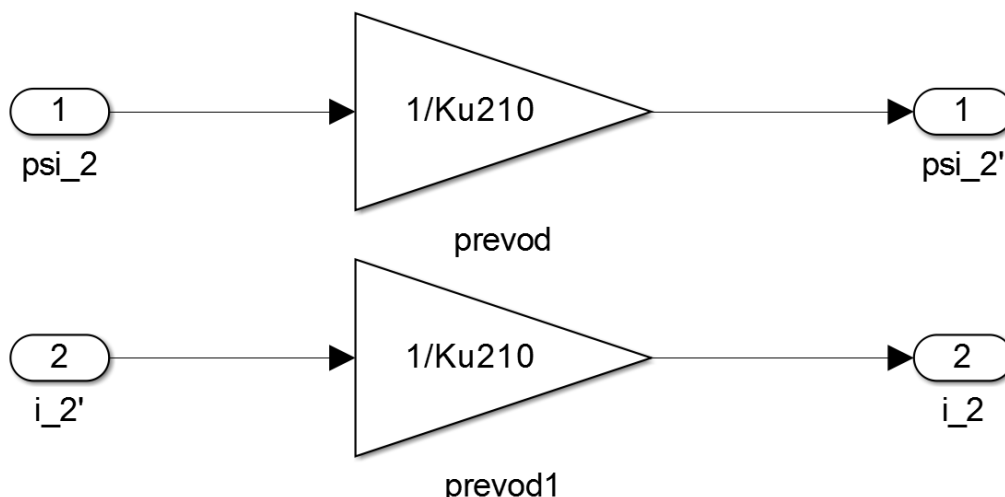
Tabuľka 2: Parametre náhradného zapojenia transformátora napätia.

### 3.1.1 Jednofázový model transformátora napätia

Náhradné zapojenie modelu prúdového transformátora pre jednofázovú sústavu namodelovaného v programe Simulink je zobrazené v Prílohe 2. Model bol napájaný sínusovým napätím s hodnotou 660 V a frekvencii 50 Hz. Na primárnej strane modelu sa nachádza blok  $R_{Fe}$ , ktorý reprezentuje straty v železe, blok  $L_M$  reprezentujúci magnetickú indukčnosť transformátora a blok  $L_\sigma$ , ktorý reprezentuje rozptylovú indukčnosť vinutia. Na sekundárnej strane sa nachádza blok  $R_{Cu}$ , ktorý nám udáva hodnotu odporu vinutia a blok  $R_z$ , ktorý reprezentuje záťaž. Blok integrácie na primárnej aj sekundárnej strane prevádza napätie na magnetický tok. Subsystem Transformátor reprezentuje funkciu transformátora, čiže zmenu veľkosti vstupnej veličiny. Do tohto subsystému vstupujú veličiny magnetického toku vytvoreného na sekundárnej strane  $\psi_2$  a prúd  $I_2'$ , ktorý predstavuje hodnotu sekundárneho prúdu prepočítanú na primárnu stranu. Tieto veličiny sú násobené blokmi, ktoré predstavujú prevod transformátora  $K_{u210}$ , podľa Obrázku 15. Na výstupe sa tak objavujú veličiny  $\psi_2'$ , čo je magnetický tok sekundárnej strany prepočítaný na primárnu stranu a prúd  $I_2$ .

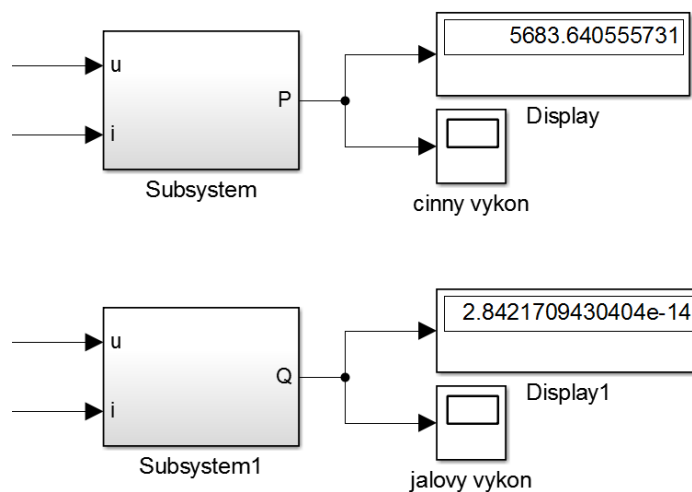


Obrázok 13: Blok subsystému Transformátor v modeli transformátora prúdu.

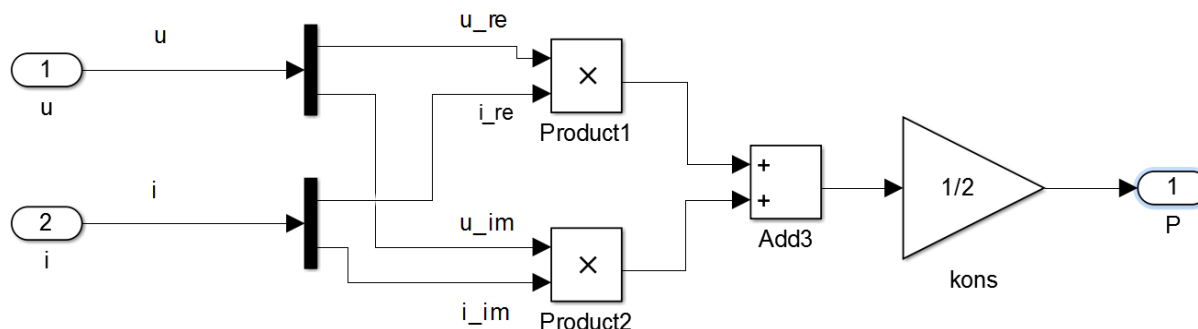


Obrázok 14: Prepočtové bloky vnútri subsystému Transformátor.

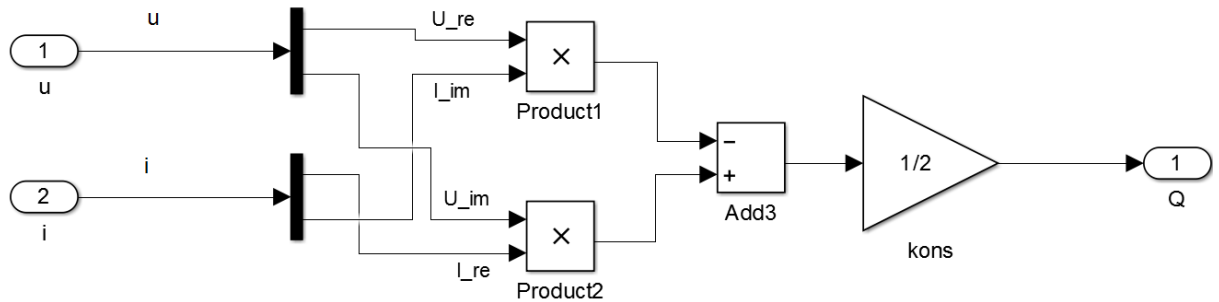
Na záťaži je vytvorený blok podľa Obrázku 16 pre meranie činnnej aj jalovej zložky výkonu. Vďaka týmto blokom sa môžu vytvorené modely ďalej porovnávať. Tieto bloky obsahujú ako číselné zobrazenie hodnoty zložky výkonu, tak aj grafické zobrazenie. Výpočet hodnoty činnnej zložky výkonu pozostáva z výpočtu podľa vzťahu (75) v bloku Subsystem znázorneného na Obrázku 17. Obdobne je na Obrázku 18. znázornený výpočet vychádzajúci zo vzťahu (77) pre výpočet jalovej zložky výkonu.



Obrázok 15: Bloky pre výpočet zložiek výkonu - transformátor prúdu.



Obrázok 16: Blok pre výpočet činnnej zložky výkonu.

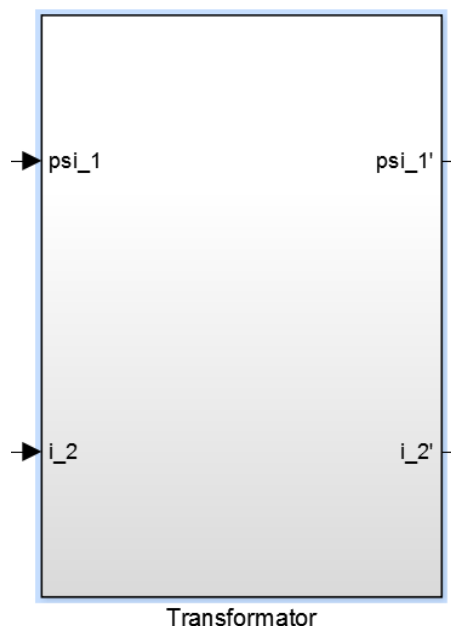


Obrázok 17: Blok pre výpočet jalovej zložky výkonu.

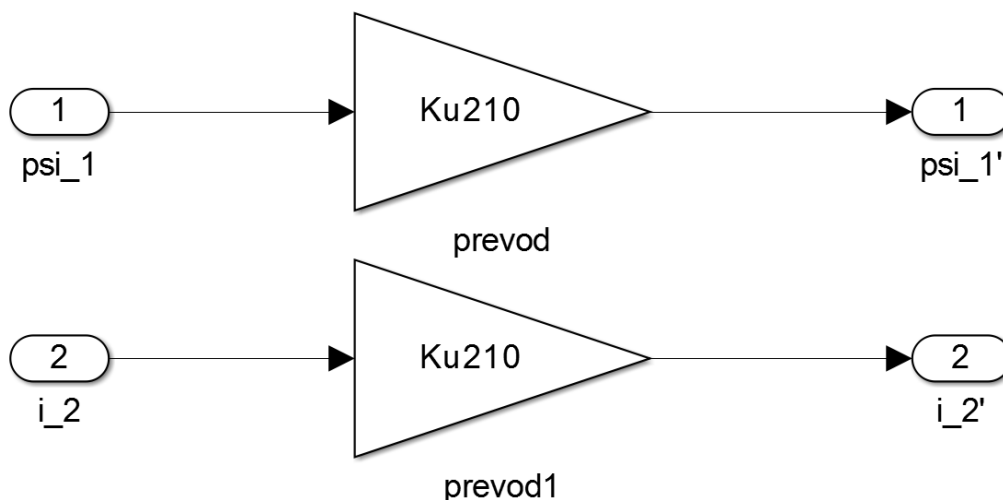
Priebehy napätí a prúdov primárnej a sekundárnej strany sú zobrazené v Prílohe 3. Priebeh činnnej zložky výkonu je zobrazený v Prílohe 4.

### 3.1.2 Jednofázový model transformátora napätia

Náhradné zapojenie modelu transformátora napätia vytvoreného v programe Simulink je zobrazené v Prílohe 5. Rovnako ako  $\Gamma$ -článok, zastupujúci transformátor prúdu, bol aj  $\Gamma$ -článok reprezentujúci transformátor napätia napájaný sínusovým zdrojom napätia o hodnote 660 V s frekvenciou 50 Hz. V tomto prípade však na primárnej strane už nevystupuje blok  $L_\sigma$ , ktorý reprezentuje rozptylovú indukčnosť vinutia. Tento blok je v tomto modeli presunutý na sekundárnu stranu zohľadnený samozrejme prepočtom na sekundárnu stranu. Bloky  $R_{Fe}$ ,  $L_M$  a  $R_I$  ostávajú na primárnej strane s rovnakými hodnotami ako v  $\Gamma$ -článku. Sekundárna strana sa líši vyššie spomínaným blokom rozptylovej indukčnosti  $L_\sigma$ . Na rovnakom princípe integrovania napätia na veličinu magnetického toku fungujú bloky integrácie. Zmenou prešiel subsystém Transformátor, ktorý rovnako ako v predchádzajúcom modeli reprezentuje funkciu transformátora, avšak s inými vstupnými veličinami. V modeli transformátora napätia do tohto subsystému vstupujú veličiny magnetického toku primárnej strany  $\psi_1$  a prúd  $I_2$ . Tie sú podľa Obrázka 20, znázorňujúceho blokové usporiadanie v subsystéme, násobené prevodom transformátora  $K_{u210}$ . Na výstupe sa potom objavuje veličina  $\psi_1'$  a  $I_2'$ , čiže magnetický tok primárnej strany prepočítaný na sekundárnu stranu, resp. prúd sekundárnej strany prepočítaný na primárnu stranu.

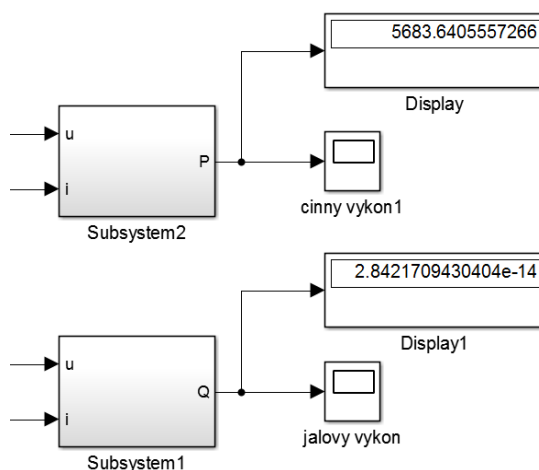


Obrázok 18: Blok subsystému Transformator v modeli transformátora napätia.

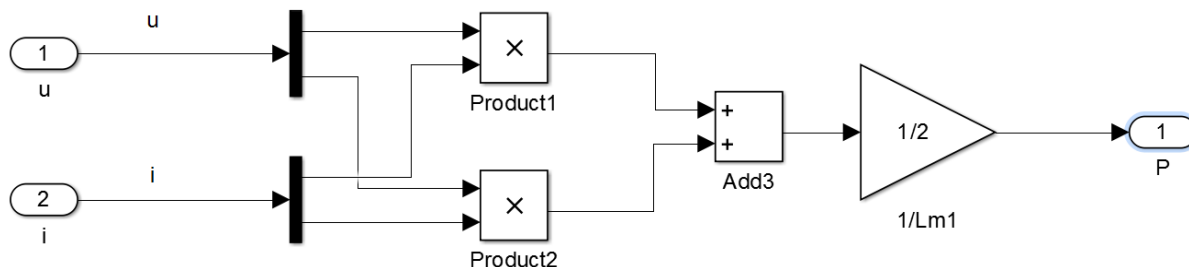


Obrázok 19: Prepočtové bloky vnútri subsystému Transformátor.

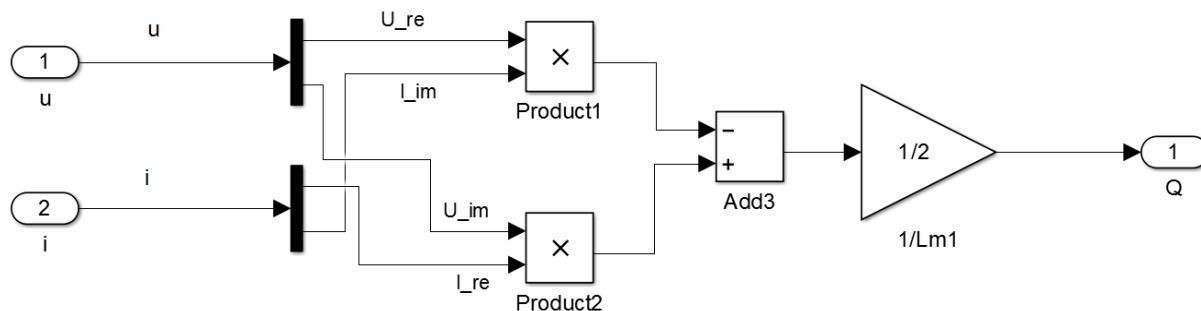
Rovnako ako v modeli T-článku, aj v  $\Gamma$ -článku sú vytvorené na záťaži bloky pre výpočet a zobrazenie hodnoty činnejš a jalovej zložky výkonu. Aj v tomto prípade je nutné vychádzať zo vzťahov (75) a (77), podľa ktorých sú vytvorené bloky v jednotlivých subsystémoch na Obrázku 22 a Obrázku 23.



Obrázok 20: Bloky pre výpočet zložiek výkonu - transformátor napätia.



Obrázok 21: Blok pre výpočet činnejš zložky výkonu.



Obrázok 22: Blok pre výpočet jalovej zložky výkonu.

Priebehy napätí a prúdov primárnej a sekundárnej strany transformátora napätia sú zobrazené v Prílohe 6 a priebeh činnnej zložky výkonu je zobrazený v Prílohe 7. Keďže oba modely popisujú rovnaký transformátor, je jasné, že oba modely musia pri rovnakej záťaži na sekundárnej strane prenášať rovnaký výkon. Obrázok 16 a Obrázok 21 znázorňujú, že výkony oboch modelov pri rovnakej záťaži sa skutočne zhodujú. V tabuľke je prehľad hodnôt prúdov a napätí primárnej a sekundárnej strany, ktoré boli zistené pri simulovaných skúškach naprázdno, nakrátko a so záťažou  $R_z = 10\Omega$ .

$\Gamma$ -článok	$U_1$	$U_2$	$I_1$	$I_2$
Naprádzno ( $R_z = 2000\Omega$ )	660 V	239,8 V	0,215 A	0,12 A
Nakrátko ( $R_z = 0\Omega$ )	660 V	0 V	217 A	567 A
Záťaž ( $R_z = 10\Omega$ )	660 V	238,4 V	8,7 A	23,8 A

Tabuľka 3: Hodnoty napätí a prúdov transformátora napätia pri rôznom zaťažení.

$T$ -článok	$U_1$	$U_2$	$I_1$	$I_2$
Naprádzno ( $R_z = 2000\Omega$ )	660 V	239,7 V	0,216 A	0,12 A
Nakrátko ( $R_z = 0\Omega$ )	660V	0 V	216,9 A	567,6 A
Záťaž ( $R_z = 10\Omega$ )	660 V	238 V	8,7 A	23,84 A

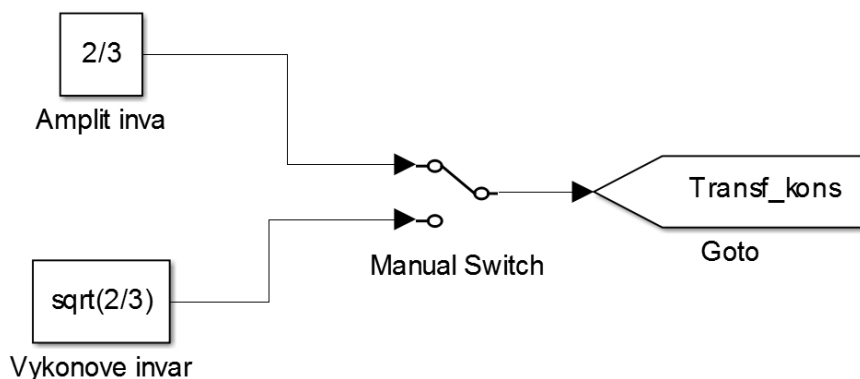
Tabuľka 4: Hodnoty napätí a prúdov transformátora prúdu pri rôznom zaťažení.

## 3.2 Náhradné modely pre trojfázovú sústavu

Ako bolo spomínané na začiatku kapitoly 3, pre trojfázovú sústavu budú použité rovnaké hodnoty prevzaté z Tabuľky 1 a Tabuľky 2. Modely pre trojfázovú sústavu vychádzajú z modelov pre jednofázovú sústavu. Rozdiel spočíva v možnosti zapojenia primárnej alebo sekundárnej strany v závislosti od čoho sa volia prepočtové bloky prúdov a napätia podľa typu zapojenia.

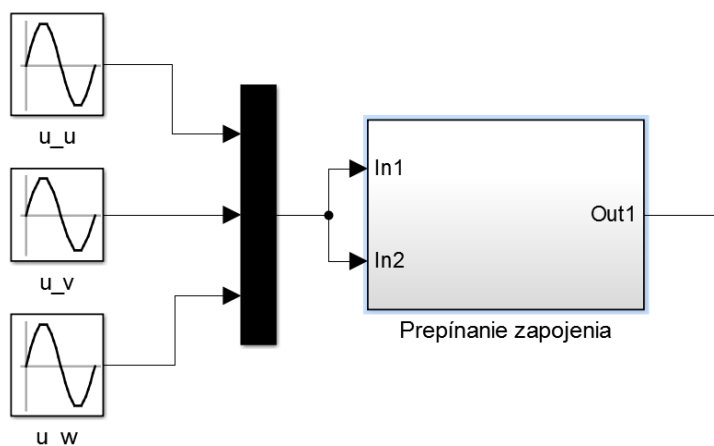
### 3.2.1 Trojfázový model transformátora prúdu

Model transformátora prúdu pre trojfázovú sústavu je obdobný modelu určeného pre jednofázovú sústavu a je zobrazený v Prílohe 8. Je napájaný sínusovým trojfázovým napätím 660 V s frekvenciou 50 Hz. Prv ako bude simulácia rozbehnutá, je potrebné určiť transformačnú konštantu (uvádzaná v kapitole 2.2 ako konštanta C) závislú na režime, v ktorom bude transformátor pracovať. Transformačná konštanta môže nadobúdať hodnoty  $\frac{2}{3}$  alebo  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  v závislosti na tom, či má byť transformátor amplitúdovo alebo výkonovo invariantný.

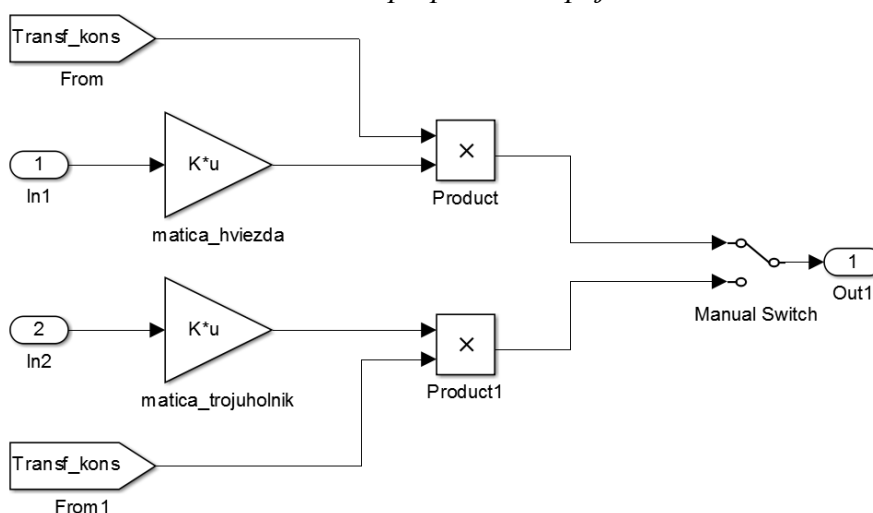


Obrázok 23: Blok pre voľbu transformačnej konštanty.

Táto konštantka je ďalej využívaná pri transformáciách z trojzložkového tvaru do dvojzložkového tvaru a tiež aj pri spätnej transformácii. Transformácia z trojzložkového tvaru do dvojzložkového tvaru je využitá v bloku Prepínanie zapojenia, kde dva vstupy sú zvolené kvôli dvom rôznym zapojeniam, buď to do hviezdy alebo do trojuholníka.



Obrázok 24: Blok prepínania zapojenia.

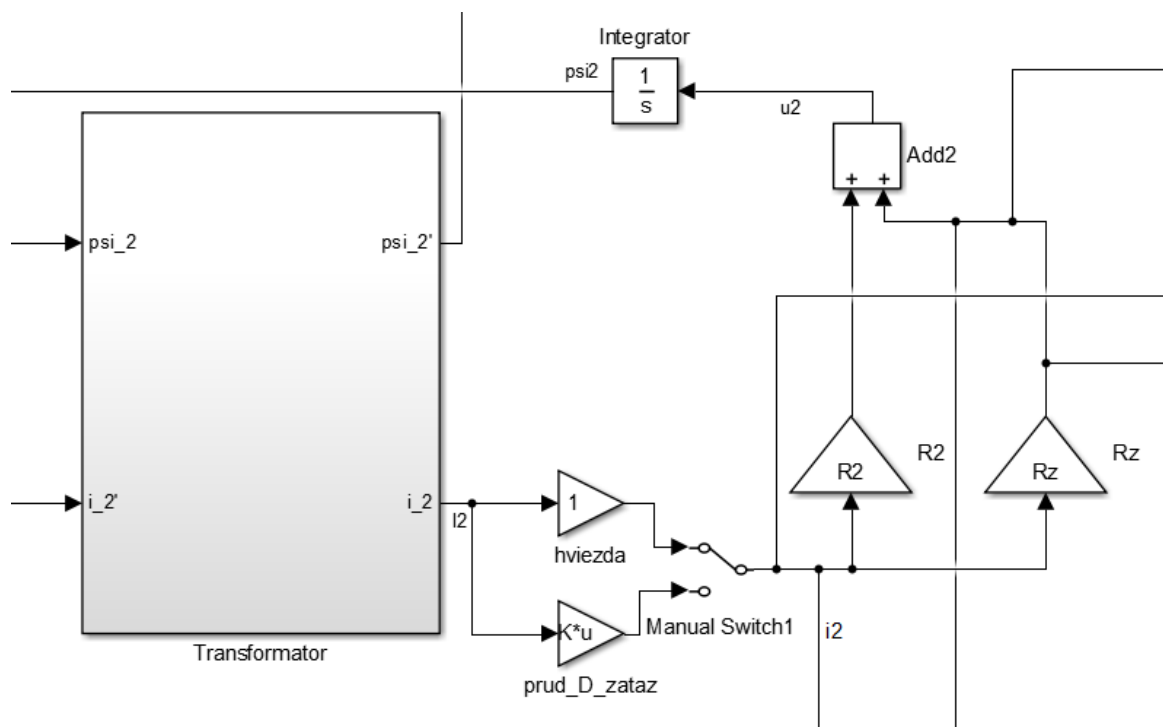


Obrázok 25: Transformácia napätia a prepínanie zapojenia.

Vstupné napätie je v tomto subsysteme najprv násobené maticou pre transformáciu z trojzložkového tvaru do dvojzložkového a následne transformované napätie je násobené zvolenou transformačnou konštantou. Manuálnym prepínačom je možné zvoliť typ zapojenia,

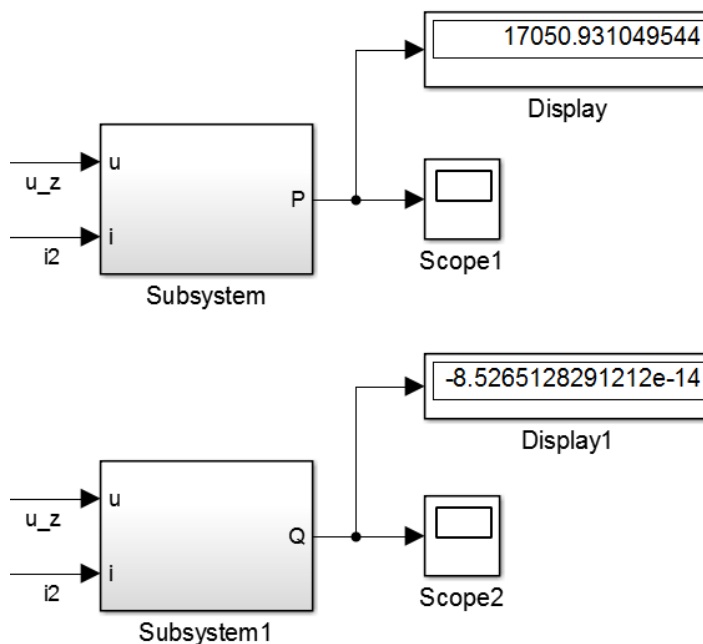
čím sa na výstupe tohto subsystému objaví výsledné transformované napätie v dvojzložkovom tvare.

Primárna strana modelu a taktiež subsystém Transformator, reprezentujúci funkciu transformátora sú totožné s modelom pre jednofázovú sústavu. Rozdiel oproti jednofázovému modelu je na sekundárnej strane, kde prúd  $I_2$  vystupujúci zo subsystému Transformator je násobený maticou pre zapojenie do trojuholníka, resp. pri zapojení do hviezdy je prúd násobený konštantou s hodnotou 1.

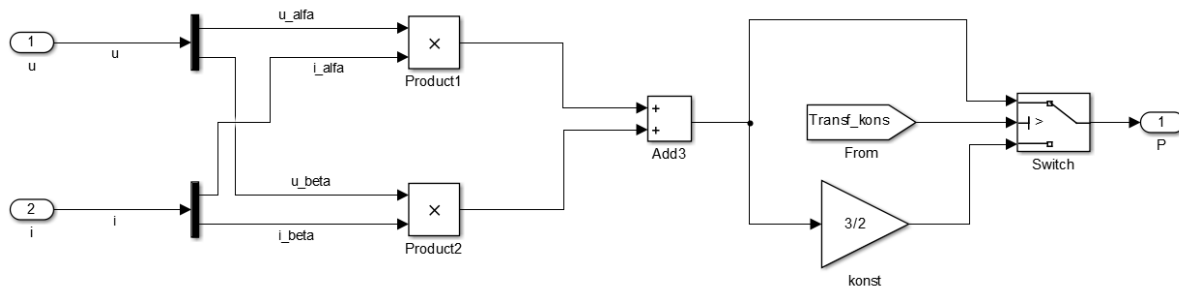


Obrázok 26: Sekundárna strana modelu s prepínaním záťaže.

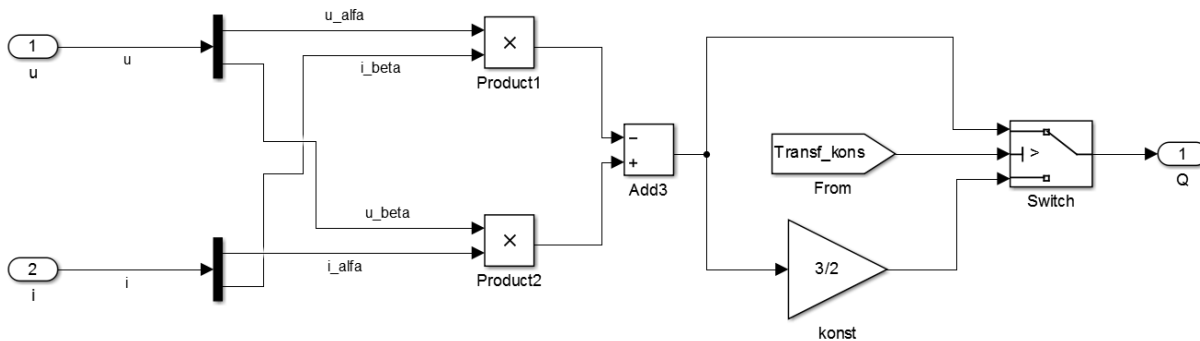
Bloky pre výpočet zložiek výkonu využívajú dvojzložkový tvar prúdu a napätia. Zložka činného výkonu vychádza zo vzťahu (76) a je zobrazená na Obrázku 28. Zložka jalového výkonu vychádza zo vzťahu (78) a je zobrazená na Obrázku 29. Prepínač Switch v týchto blokoch je závislý hodnote transformačnej konštanty  $C$ . Keďže výkon v prípade výkonovo invariantného transformátora musí byť násobený konštantou  $\frac{3}{2}$ , bola zvolená hodnota 0,742, s ktorou prepínač Switch porovnáva hodnotu transformačnej konštanty. Ak je hodnota transformačnej konštanty väčšia ako zvolená hodnota, čiže ak bude transformátor amplitúdovo invariantný, výkon zostane nezmenený. V opačnom prípade, ak bude transformátor výkonovo invariantný, sa výkon násobí konštantou  $\frac{3}{2}$ .



Obrázok 27: Bloky pre výpočet zložiek výkonu - transformátor prúdu.

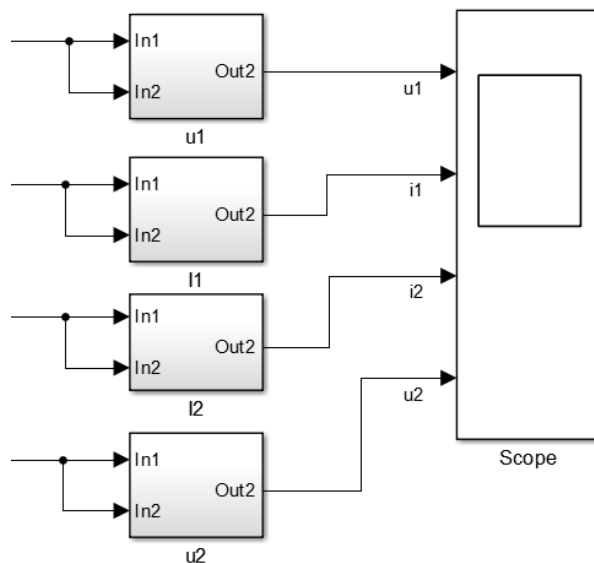


Obrázok 28: Blok pre výpočet činnnej zložky výkonu.

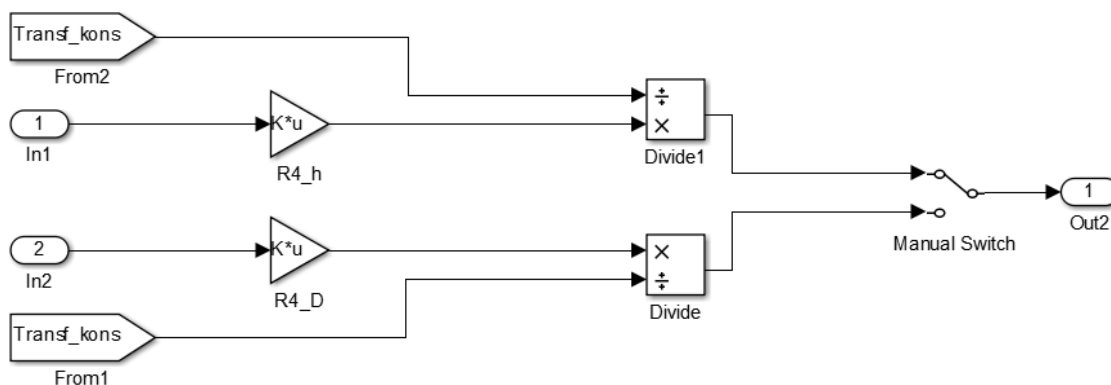


Obrázok 29: Blok pre výpočet jalovej zložky výkonu.

Pre správne zobrazenie prúdov a napätí boli vytvorené prepočtové subsystémy, ktoré dvojzložkový tvar napätí a prúdov prevádza späť do trojzložkového tvaru. V závislosti od zapojenia sú vnútri subsystémov bloky s prepočtovými maticami pre jednotlivé zapojenia. Po transformácii do trojzložkového tvaru sú veličiny predelené transformačnou konštantou zvolenou ešte pred spustením simulácie.



Obrázok 30: Usporiadanie blokov pre spätnú transformáciu.



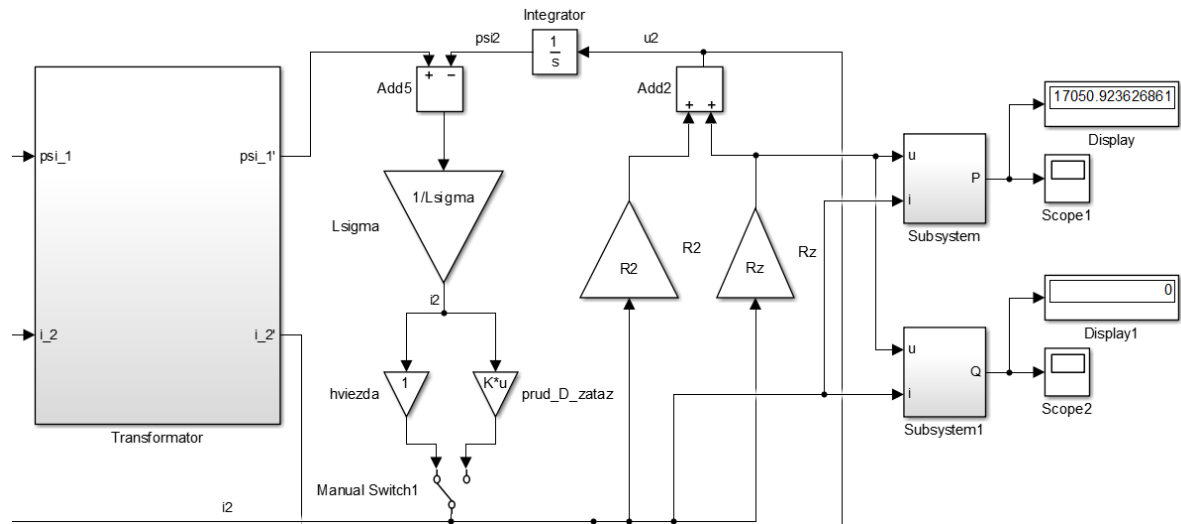
Obrázok 31: Blok spätnej transformácie napätia.

Priebehy napätí a prúdov primárnej a sekundárnej strany transformátora prúdu sú zobrazené v Prílohe 9 a priebeh činnnej zložky výkonu je zobrazený v Prílohe 10.

### 3.2.2 Trojfázový model transformátora napätia

Rovnako ako v prípade transformátora prúdu, aj pre trojfázový model transformátora napätia platí, že je obdobný s modelom pre jednofázovú sústavu. Tento model je zobrazený v Prílohe 11. Opäť je potrebné pred rozbehnutím simulácie určiť transformačnú konštantu v závislosti na invariantnosti transformátora podľa Obrázka 24.

Primárna strana modelu a subsystém Transformátor sú totožné s modelom pre jednofázovú sústavu. Zatiaľ čo transformátor prúdu mal blok pre prepínanie záťaže ihneď na výstupe prúdu  $I_2$  z bloku Transformátor, v prípade transformátora napätia je tento blok za blokom  $1/L\sigma$ .



Obrázok 32: Sekundárna strana transformátora napätia s blokmi pre výpočet zložiek výkonu.

Blok pre výpočet činnej zložky výkonu je rovnaký ako na Obrázku 29 ako aj blok pre výpočet jalovej zložky na Obrázku 30. Taktiež aj usporiadanie subsystemov pre spätnú transformáciu ako aj samotné bloky pre spätnú transformáciu do trojzložkového tvaru sú rovnaké ako pre model transformátora prúdu na Obrázku 31 a Obrázku 32. Priebehy napätí a prúdov primárnej a sekundárnej strany transformátora napätia sú zobrazené v Prílohe 12 a priebeh činnej zložky výkonu je zobrazený v Prílohe 13.

Z Obrázku 28 a z Obrázku 33 je vidieť, že hodnoty jednotlivých zložiek výkonu sa rovnajú, čo potvrdzuje predpoklad, že jeden transformátor dokážeme nahradiť viacerými náhradnými zapojeniami. Rovnaké výkony na záťaži oboch náhradných modeloch demonštrujú, že vytvorené modely sú správne.

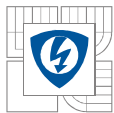
## 4 ZÁVER

Realizáciou bakalárskej práce boli ozrejmene teoretické poznatky o transformátoroch, prechod od základného modelu k náhradnému zapojeniu. V bakalárskej práci sú taktiež popísané možnosti využitia vektorových transformácií, ktoré uľahčujú simuláciu a výpočty v trojfázovej sústave. V neposlednom rade bolo náplňou práce modelovanie v prostredí programu Matlab a tiež v prostredí jeho podprogramu Simulink. Vytváraním modelov a simulácií v programe Simulink boli ozrejmene fyzikálne vzťahy a postupnosti pri vytváraní blokových modelov náhradných zapojení a na základe výsledkov simulácií boli navrhnuté ďalšie postupy pre zlepšenie funkčnosti celkového modelu.

V teoretickej časti bakalárskej práce boli definované základné parametre a vzťahy pre základný model transformátora. Následne bol postupnými krokmi vysvetlený prechod od základného modelu transformátora, cez jeho ekvivalentné zapojenie až po výsledné náhradné zapojenie transformátora. Dôležitým bodom tejto časti bolo správne prepočítanie rozptylovej indukčnosti náhradného modelu transformátora. Keďže v modeli transformátora prúdu patrí rozptylová indukčnosť k celkovej indukčnosti primárnej strany, bolo nutné pre správnosť modelov prepočítať túto hodnotu na hodnotu rozptylovej indukčnosti sekundárnej strany, pretože v modeli napäťového transformátora patrí rozptylová indukčnosť k indukčnosti sekundárnej strany.

V praktickej časti, ktorá bola najprv zameraná na jednofázovú sústavu, bolo okrem správneho prepočtu rozptylovej indukčnosti aj modelovanie samotného náhradného zapojenia. Pre správnosť tohto modelu boli vytvorené prepočtové bloky pre zložky výkonu, ktoré okrem správnosti modelu určovali tiež hodnotu prenášaného výkonu na záťaži. Obdobne sa postupovalo aj v trojfázovej sústave, kde jedným z dôležitých bodov bolo vytvorenie prepočtových blokov, ktoré transformovali veličiny z trojzložkového tvaru do dvojzložkového tvaru. Tento dvojzložkový tvar uľahčil ďalší priebeh simulácie a zároveň podľa týchto zložiek je teoreticky presne definovaný vzťah na výpočet výkonu. Nemenej dôležitým bodom v tejto časti bolo správne navrhnutie prepočtových blokov pre rôzne typy zapojenia a ich správne použitie v náhradnom modeli transformátora. Posledným bodom praktickej časti bolo spustenie simulácií na základe vytvorených modelov a výpočtom navrhnutými parametrami, ktoré mali za úlohu potvrdiť správnosť teoretického predpokladu, že každé náhradné zapojenie transformátora prenáša rovnaký výkon na záťaži ako pôvodný transformátor. Z výsledkov, ktoré sú uvedené v Tabuľke a Tabuľke je zřejmé, že oba modely prenášajú rovnaký výkon, čo vyplýva z rovnakých hodnôt prúdov a napätí na sekundárnej strane.

Na záver je nutné dodať, že ciele, ktoré boli stanovené na začiatku boli naplnené. Navrhnuté modely môžu slúžiť ako výuková pomôcka v predmetoch zameraných na elektrické stroje, ktoré je možné nahradzovať náhradnými zapojeniami. Spracovanie bakalárskej práce bolo pre mňa zaujímavé z hľadiska problematiky teórie transformátorov, vďaka čomu som lepšie porozumel zákonitostiam tejto problematiky. Zaujímavou bola taktiež práca v programe Matlab a jeho podprograme Simulink, kde som mal možnosť využívania širokého spektra možností v knižnici programu Simulink, potrebného k zostaveniu výsledných modelov.



## POUŽITÁ LITERATURA

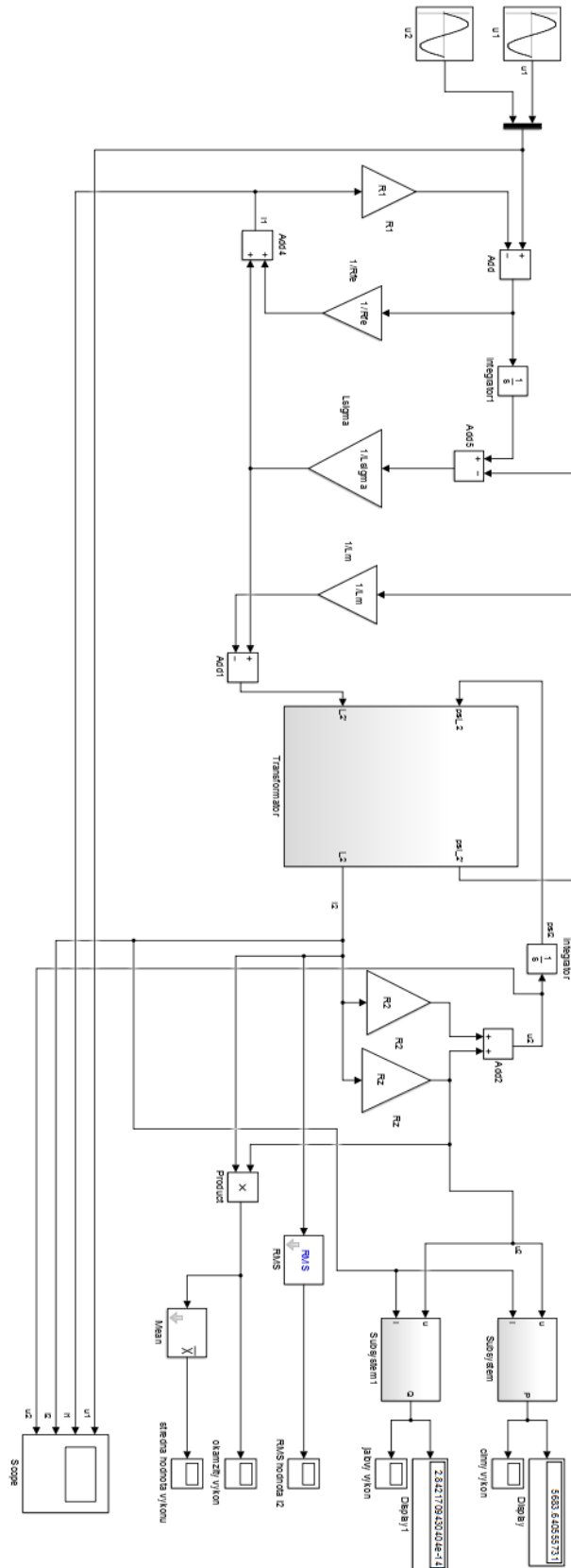
- [1] PATOČKA, M. Magnetické jevy a obvody ve výkonové elektronice, měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice. Odborné knihy. Odborné knihy. Brno: VUTIUM, 2011. 564 s. ISBN: 978-80-214-4003-6.
- [2] Veltman A., Pulle D., Doncker R.W., Fundamentals of Electrical Drives, 2007.
- [3] FITZGERALD, Arthur E., Charles KINGSLEY, JR. a Stephen D. UMANS. *Electric Machinery* [online]. 6th edition. New York, NY: McGraw-Hill, 2003 [cit. 2016-03-15]. ISBN 0-07-366009-4. Dostupné z: <http://prof.usb.vt.edu/~jaller/Fitzgerald.pdf>
- [4] O'KELLY, Denis. *Performance and control of electrical machines*. New York: McGraw-Hill, 1991. ISBN 00-770-7238-3.
- [5] MĚŘIČKA, J., V. HAMATA a P. VOŽENÍLEK. *Elektrické stroje*. Praha, 1997. ČVUT Praha.
- [6] KELLY, P. *Solid Mechanics: Part III* [online]. Auckland, 2013 [cit. 2016-04-05]. Dostupné z: [http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part\\_III/Chapter\\_1\\_Vectors\\_Tensors/Vectors\\_Tensors\\_05\\_Coordinate\\_Transformation\\_Vectors.pdf](http://homepages.engineering.auckland.ac.nz/~pkel015/SolidMechanicsBooks/Part_III/Chapter_1_Vectors_Tensors/Vectors_Tensors_05_Coordinate_Transformation_Vectors.pdf). University of Auckland.



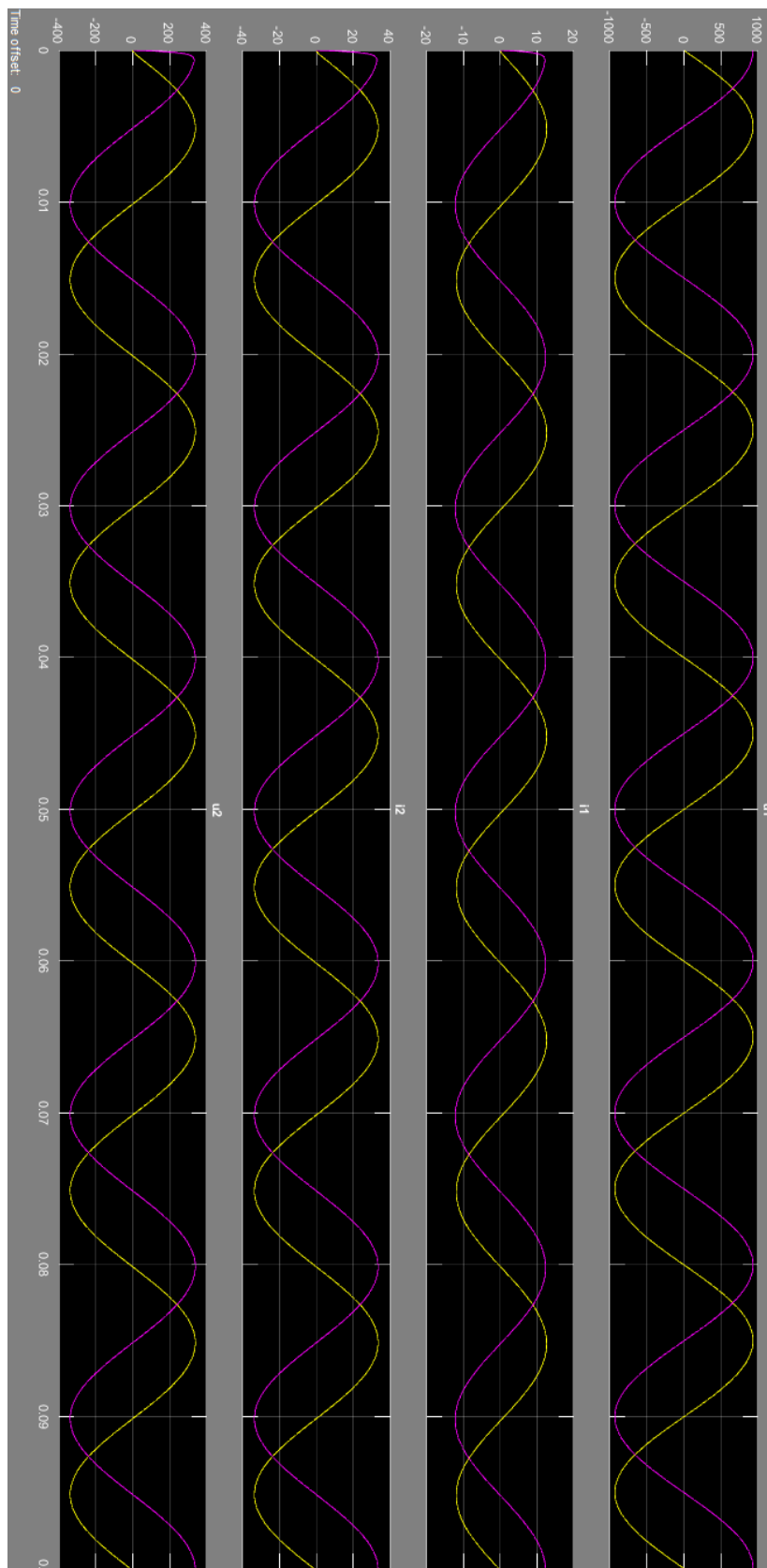
## PRÍLOHA 1 – M-FILE OBSAHUJÚCI PARAMETRE MODELOV

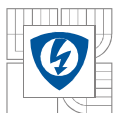
```
1      % Hodnoty obvodových veličín
2      %% INV gama
3 -    Ku210 = 1/2.75;           %prevod transformatora
4 -    Rfe   = 21.78e3;        %odpor reprezentujuci straty v železe
5 -    Lm    = 10.68;         %magneticka indukčnosť
6 -    R1    = 0.189;         %odpor primarnej strany
7 -    R2    = 0.025;         %odpor sekundarnej strany
8 -    Lsigma = 9.6e-3;       %rozptylova indukčnosť
9 -    u1    = 660*sqrt(2)*sin(2*pi*50); %napajacie napätie
10 -    Rz    = 10;           %odpor zataže
11 -    C     = sqrt(2/3);
12      %% gama
13 -    L1 = Lm+Lsigma;
14 -    k = sqrt(Lm/L1)
15 -    Ku210 = Ku210*k^2      %prevod transformatora
16
17 -    Rfe   = 21.78e3;        %odpor reprezentujuci straty v železe
18 -    Lm    = L1;           %magneticka indukčnosť
19 -    R1    = 0.189;         %odpor primarnej strany
20 -    R2    = 0.025;         %odpor sekundarnej strany
21 -    Lsigma = (L1*(1-k^2)/k/k)*Ku210^2 %rozptylova indukčnosť
22 -    u1    = 660*sqrt(2)*sin(2*pi*50); %napajacie napätie
23 -    Rz    = 10;           %odpor zataže
24 -    C     = sqrt(2/3);
```

## PRÍLOHA 2 – MODEL JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRŮDU

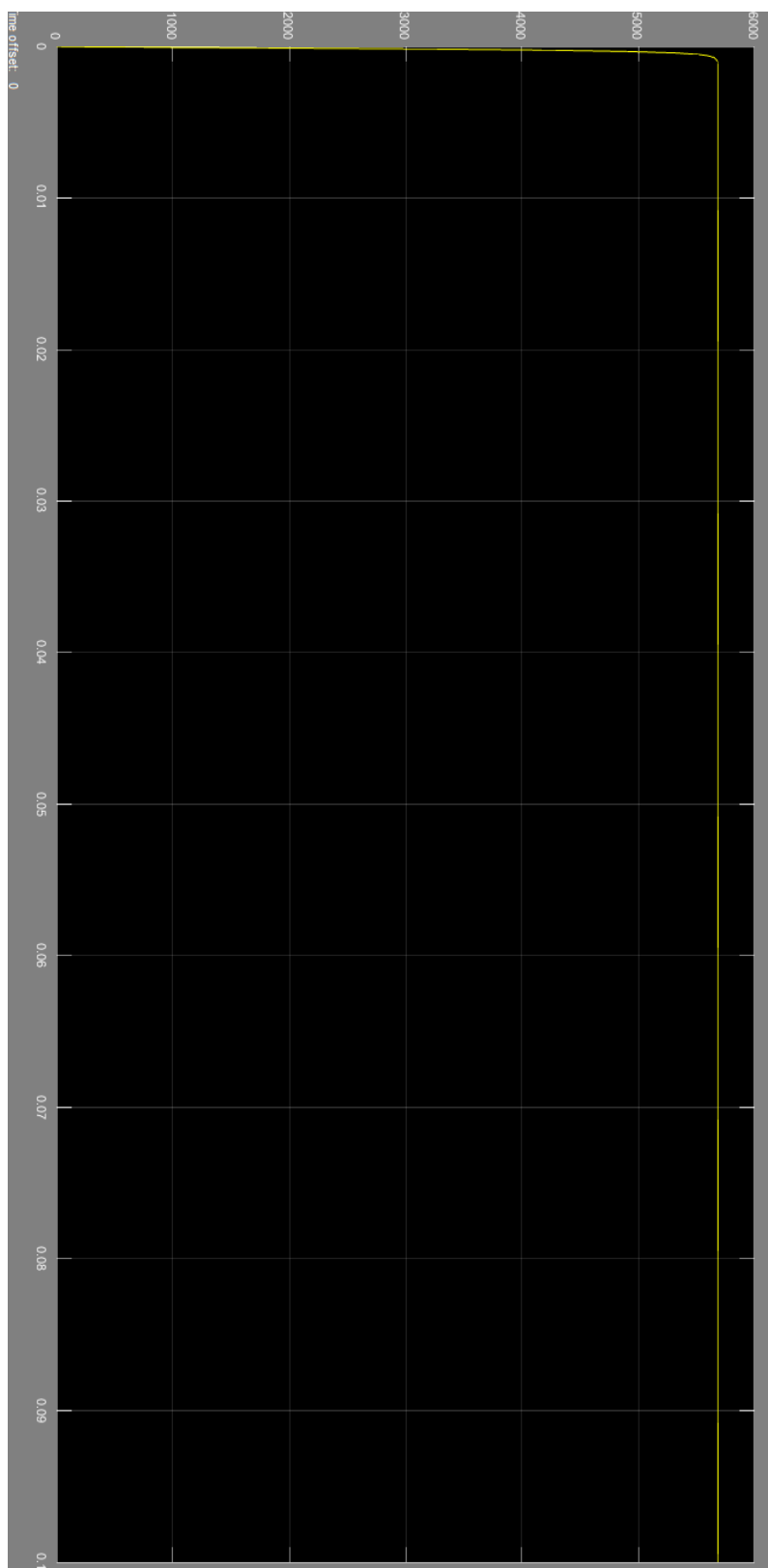


## PRÍLOHA 3 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV JEDNOFÁZOVÉHO MODELU TRANSFORMÁTORA PRÚDU

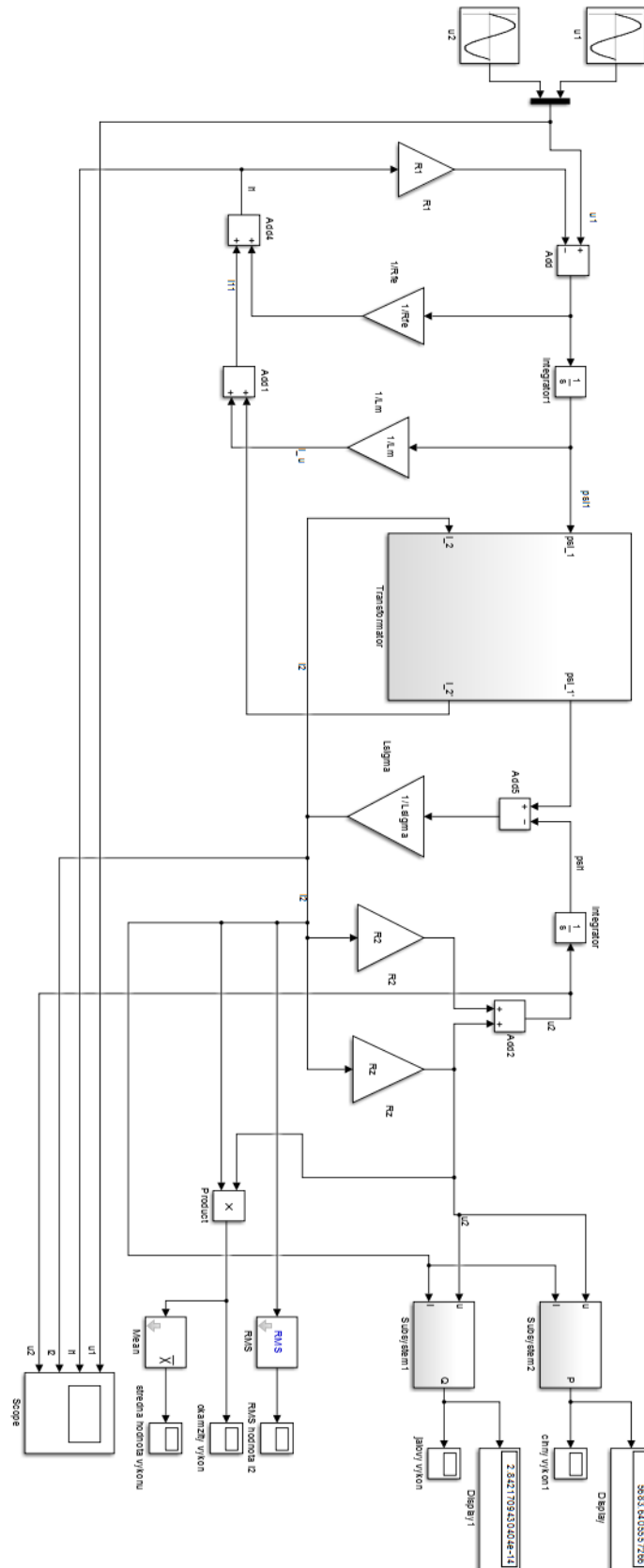




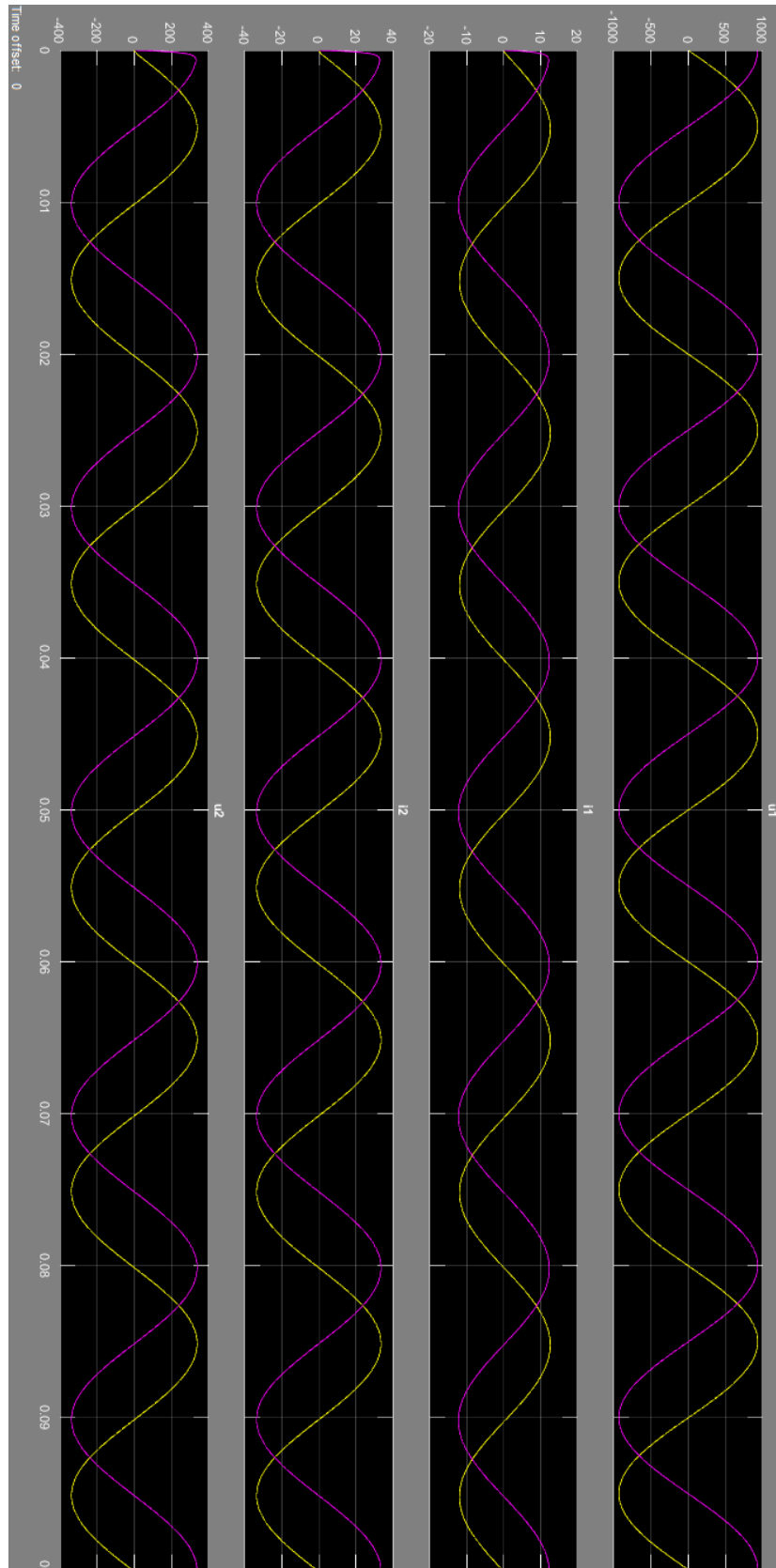
## PRÍLOHA 4 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU NA ZÁŤAŽI JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRÚDU



## PRÍLOHA 5 – MODEL JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPĚTIA



## PRÍLOHA 6– PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA

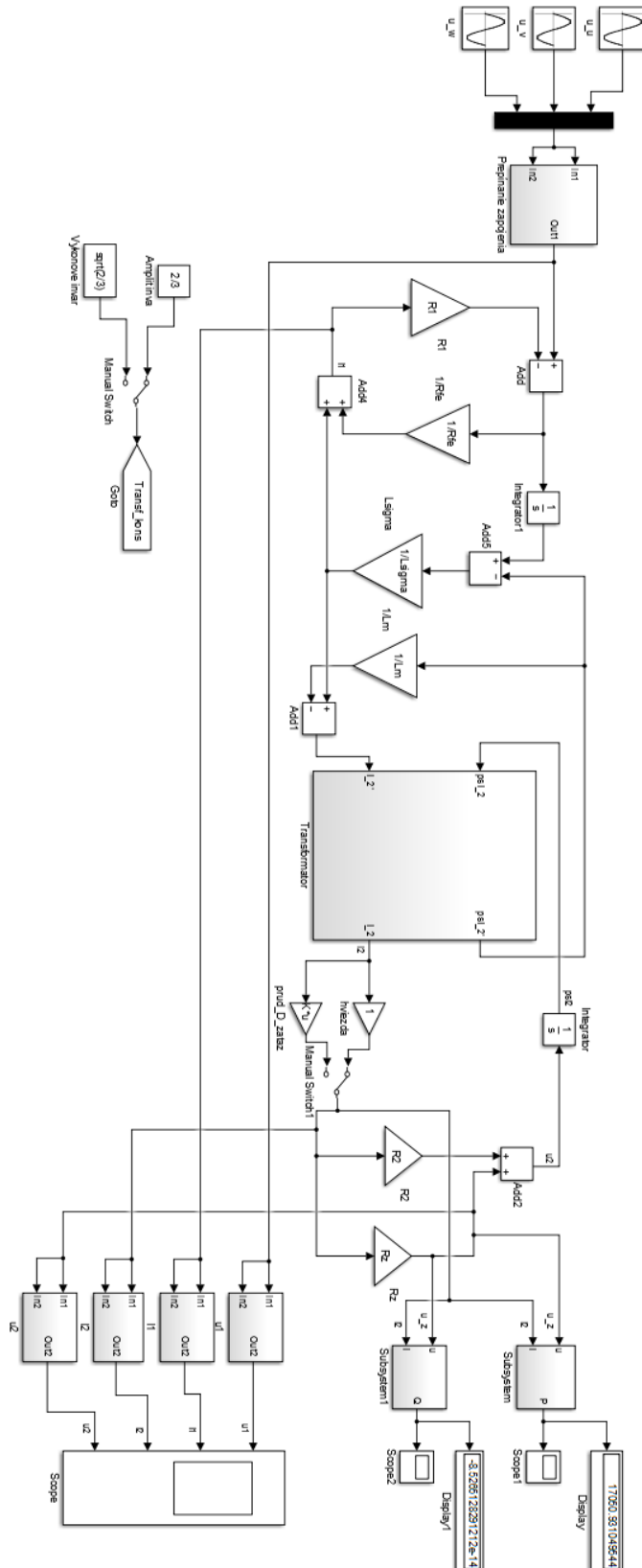




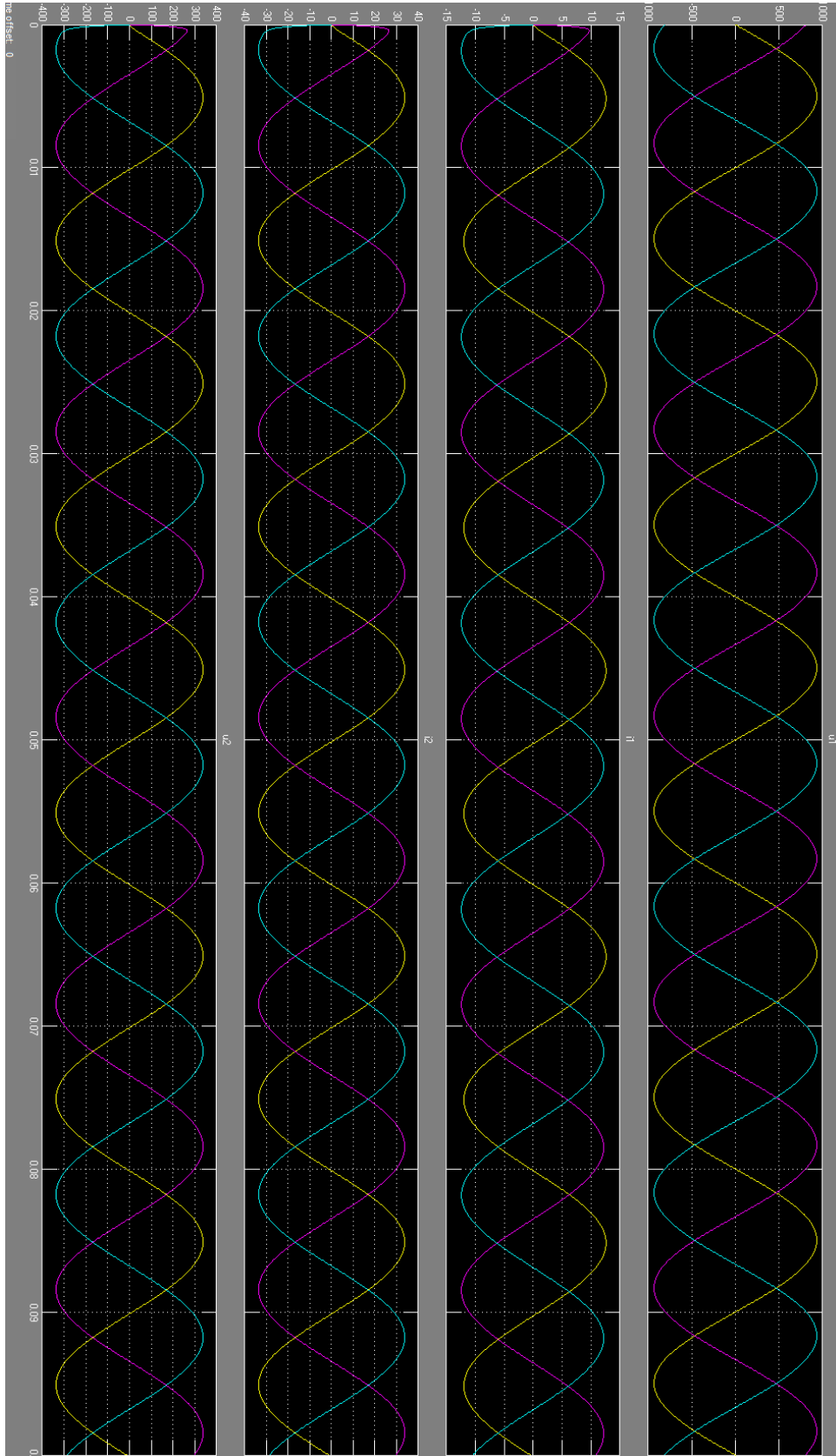
## PRÍLOHA 7 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU ZA ZÁŤAŽI JEDNOFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA

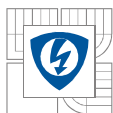


## PRÍLOHA 8 – MODEL TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRŮDU



## PRÍLOHA 9 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV TROJFÁZOVÉHO MODELU TRANSFORMÁTORA PRÚDU

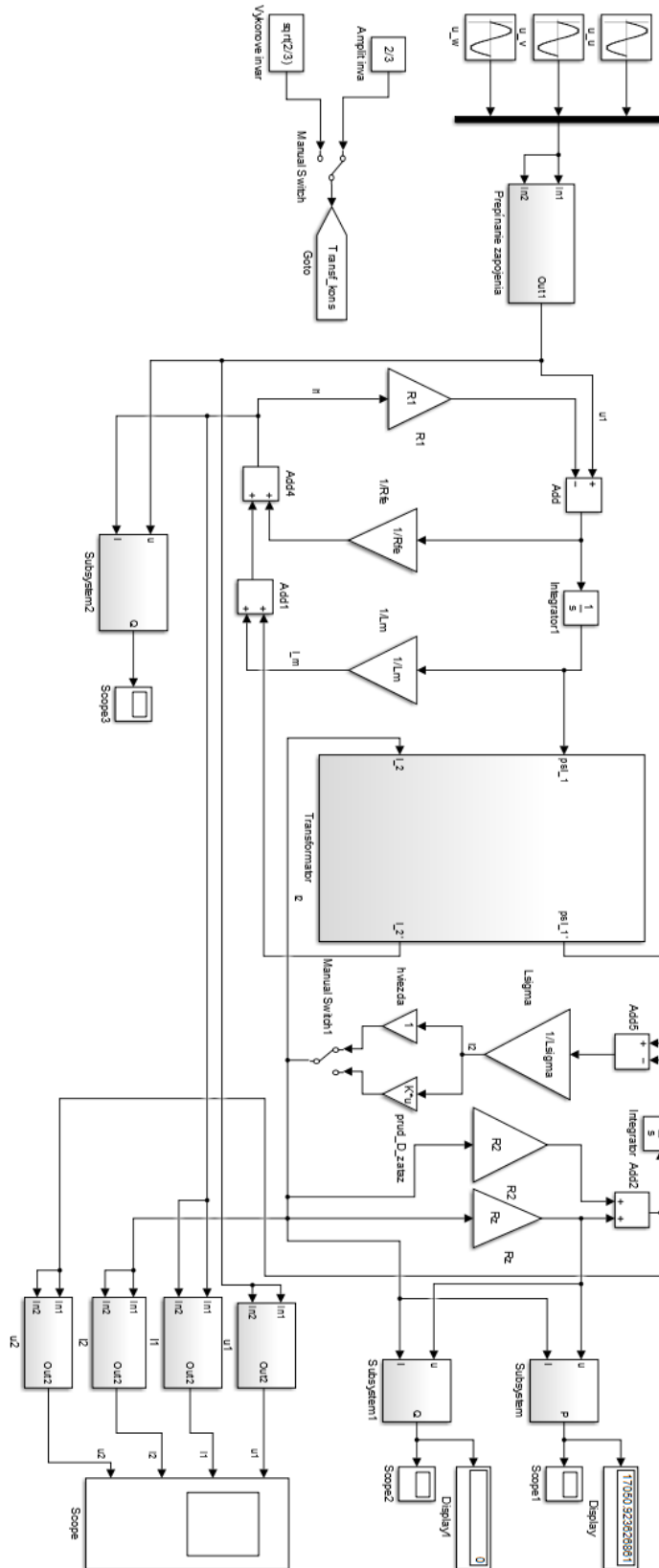




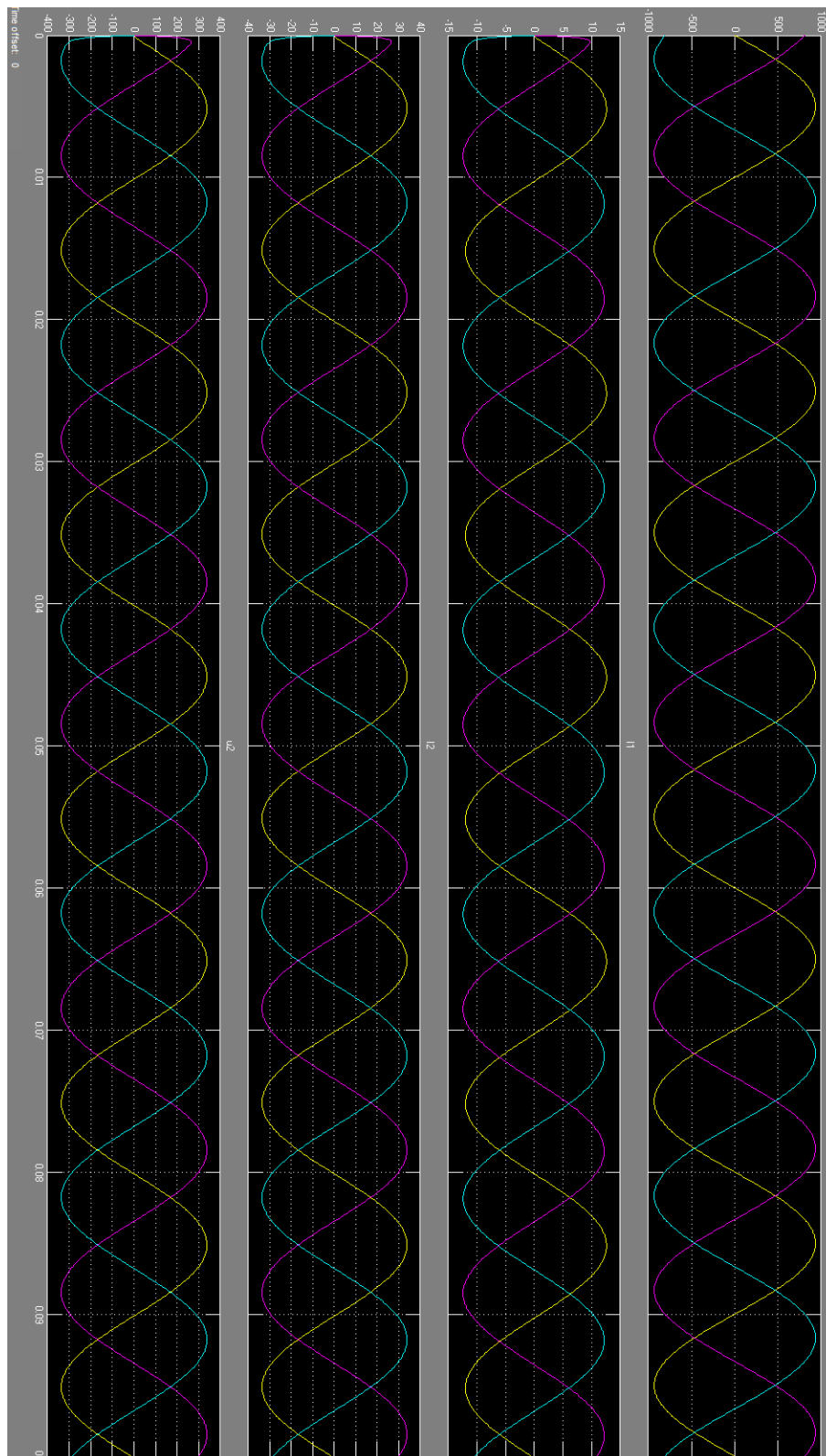
## PRÍLOHA 10 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU NA ZÁŤAŽI TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA PRÚDU

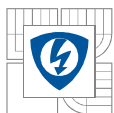


## PRÍLOHA 11 – MODEL TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPĚTIA



## PRÍLOHA 12 – PRIEBEHY NAPÄTÍ A PRÚDOV TROJFÁZOVÉHO MODELU TRANSFORMÁTORA PRÚDU





## PRÍLOHA 13 – PRIEBEH ČINNEJ ZLOŽKY VÝKONU NA ZÁŤAŽI TROJFÁZOVÉHO TRANSFORMÁTORA NAPÄTIA

