Učební texty vysokých škol

FYZIKA

Přípravný kurz k přijímacím zkouškám

Prof. Mgr. Miroslav Černý, Ph.D.

Ing. Stanislav Voborný, Ph.D.

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

ISBN 978-80-214-6299-1

Tato skripta jsou určena především pro účastníky přípravných kurzů fyziky, které probíhají na Fakultě strojního inženýrství Vysokého učení technického v Brně a kladou si za cíl připravit studenty středních škol na přijímací zkoušky na vysokou školu. Náplní kurzu bude především řešení fyzikálních příkladů a problémů.

> **Protože ten, kdo neumí vyřešit ani nejjednodušší fyzikální úkoly, nerozumí fyzice, i když snad dovede fyzikální poučky odříkat.**

V těchto skriptech naleznete přehled základních fyzikálních témat. Každé důležité téma je uvedeno několika testovými otázkami či příklady s přiloženými správnými odpověďmi, na kterých si můžete vyzkoušet aktuální stav svých vědomostí. Pak následuje velmi stručný rozbor dané problematiky, zahrnující důležité fyzikální zákony, přehled souvisejících veličin a důležité rovnice. Téma je pak uzavřeno jedním či dvěma řešenými příklady následovanými neřešenými příklady na procvičení.

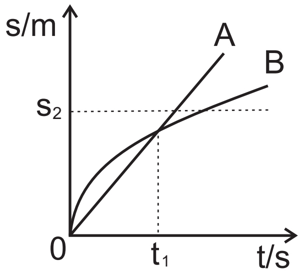
Na konci skript pak naleznete několik testů, podobných svým složením těm, se kterými se můžete setkat např. u přijímacích zkoušek na FSI VUT v Brně.

Obsah

1 Kinematika

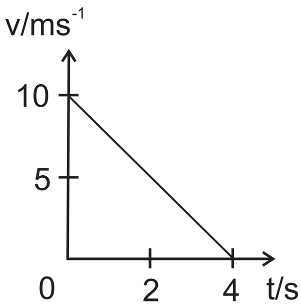
Úvodní příklady

1. Závodníci A, B v okamžiku $t_0 = 0$ vyběhli na trať délky s_2. V grafu je uvedeno, jak dráha závodníků závisela na čase. Vyberte správné tvrzení:



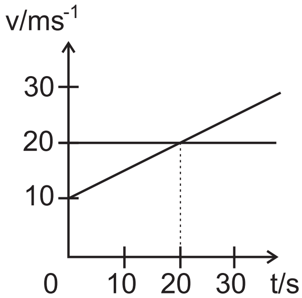
a) větší rychlostí vyběhl (při startu) závodník A
b) v okamžiku t_1 měli závodníci stejné rychlosti
c) závodník A vyhrál závod
d) závodník B proběhl cílem větší rychlostí

2. V grafu je závislost velikosti rychlosti tělesa na čase. V době $t = 0$ do $t = 4\,\text{s}$ těleso urazilo dráhu



a) 10 m
b) 20 m
c) 40 m
d) 80 m

3. Po přímé silnici jedou stejným směrem dvě auta. V okamžiku $t = 0\,\text{s}$ se auta míjela. V grafu je znázorněno, jak se rychlost aut během času měnila. Jaká je vzdálenost mezi auty v okamžiku $t = 20\,\text{s}$?



a) 400 m
b) 200 m
c) 100 m
d) 0 m

Správné odpovědi: 1c, 2b, 3c

4. Těleso urazilo dráhu 20 metrů. Prvních pět metrů rychlostí $v_1 = 5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, dalších patnáct metrů rychlostí $v_2 = 1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Označte $s_1 = 5\,\mathrm{m}$, $s_2 = 15\,\mathrm{m}$. Vypočtěte průměrnou rychlost tělesa na celé dráze 20 metrů.

$\boxed{v = 1,25\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$

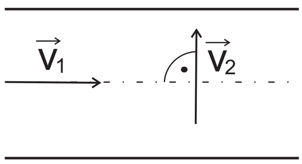
5. Jak daleko před nádražím musí začít brzdit vlak o hmotnosti $m = 400\,\mathrm{t}$ jedoucí rychlostí $v = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Zrychlení (zpoždění) vlaku bude mít stálou velikost $a = 0{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

$\boxed{s = 250\,\mathrm{m}}$

6. Z určitého místa vyjel automobil rychlostí $60\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. O hodinu později vyjel z téhož místa stejným směrem druhý automobil rychlostí $100\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Oba automobily se pohybovaly rovnoměrně. Jak dlouho jel druhý automobil, než dohnal první.

$\boxed{t = 1,5\,\mathrm{h}}$

7. Voda v řece teče rychlostí $\vec{v}_1$ o velikosti $v_2 = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Loďka se vzhledem k vodě pohybuje rychlostí $\vec{v}_2$ o velikosti $v_2 = 4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Jak velkou rychlostí se pohybuje loďka vzhledem ke břehu?

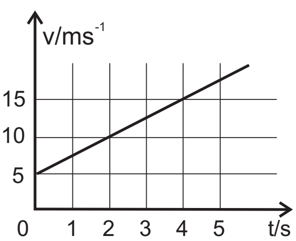


$\boxed{v = 5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}$

8. Rychlost automobilu roste rovnoměrně s časem. Během 4 sekund vzrostla velikost rychlosti z $v_1 = 8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ na $v_2 = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Jakou dráhu během těchto 4 sekund automobil ujel?

$\boxed{s = 56\,\mathrm{m}}$

9. V grafu je závislost velikosti rychlosti tělesa na čase. Vypočtěte dráhu, kterou těleso urazilo od $t_1 = 0\,\mathrm{s}$ do $t_2 = 4\,\mathrm{s}$.



$\boxed{s = 40\,\mathrm{m}}$

1.1 Pohyb a rychlost

Hmotný bod je těleso zanedbatelných rozměrů. V mnoha praktických příkladech se rozměry tělesa při popisu mechanického pohybu neuplatní. Takové pohyby budou zkoumány nejdříve a na potřebu zahrnout do zkoumání i rozměry tělesa bude zavčas upozorněno.

Pohybem tělesa se rozumí změna jeho polohy. Polohou hmotného bodu je jeho vzdálenost od vztažných objektů. Mohly by to být jiné hmotné body, vybrané za vztažné body. Pro praktický popis je nejjednodušší a tedy nejpraktičtější stanovit jeden vztažný bod, nazývaný počátek souřadné soustavy a zpravidla na sebe kolmé přímky procházející počátkem, nazývané souřadné osy. Náš svět je trojrozměrný, tedy obecně jsou voleny tři osy.

Trajektorie je souhrn všech poloh pohybujícího se hmotného bodu. Tvoří prostorovou křivku, která je pomyslnou stopou pohybujícího se hmotného bodu.

Přemísťování tělesa probíhá v čase, který se měří hodinami a ve fyzice se zpravidla zapisuje symbolem t. Malý časový úsek se zapisuje symbolem Δt a extrémně (infinitezimálně) malý časový úsek se zapisuje symbolem dt. Jednotkou času je sekunda.

Za čas t se hmotný bod posune o úsek dráhy s. Za čas Δt o malý úsek dráhy Δs. Dráha tedy představuje délku trajektorie. Za delší čas t se může stát, že hmotný bod na dráze s projde (například při pohybu po kruhové trajektorii) stejnou částí úseku trajektorie vícekrát. V tomto případě je dráha s delší než délka trajektorie. Délka dráhy se měří v metrech a její velikost v závislosti na čase je matematickou funkcí, jejíž nezávisle proměnnou je čas.

Čas běží neustále. Počátek pozorování pohybu hmotného tělesa v toku času nechť je okamžikem t_p a konec pozorování je označen t_k. Na dráze hmotného bodu je těleso na počátku v poloze s_p a na konci pozorování v poloze s_k.

Průměrná (střední) rychlost v_s je definována vztahem

$$v_s = \frac{s_k - s_p}{t_k - t_p}.$$

Okamžitá rychlost v je definována matematicky složitějším vztahem

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Například v automobilu nám dráhovou rychlost ukazuje tachometr. Jestliže po dosti dlouhou dobu (při rovnoměrné jízdě) se hodnota rychlosti na tachometru nemění a silnice je rovná, nazývá se takový pohyb automobilu **rovnoměrným** pohybem. Mění-li se rychlost na tachometru jede automobil **zrychleným (zpomaleným)** pohybem. Rychlost pohybujícího se tělesa má vždy směr pohybu. Proto *rychlost má vždy směr tečny k trajektorii.* Veličina mající nejenom velikost, ale i orientovaný směr je **vektorovou veličinou.** Veličina, která má jenom velikost (např. čas) je **skalární veličinou.** Vektorové veličiny se na rozdíl od skalárních zapisují buď tučně **v**, nebo se šipkou $\vec{v}$. Skalárním způsobem zapsaná vektorová veličina představuje pouze velikost vektorové veličiny. Za vektorovou veličinu můžeme považovat i dráhový úsek $\Delta\vec{s}$, je-li na rovném úseku trajektorie, nebo je dostatečně malý na zakřiveném úseku trajektorie. **Rychlost** $\vec{v}$ je pak definována vztahem

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt}. \qquad \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Průměrné zrychlení $\vec{a}_s$ je definováno vztahem

$$\vec{a}_s = \frac{\vec{v}_k - \vec{v}_p}{t_k - t_p}. \qquad \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Okamžité zrychlení $\vec{a}$ je definováno vztahem

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Zrychlení (na rozdíl od rychlosti) není tečnou k trajektorii s výjimkou přímých úseků. Nejsnáze se popisuje pohyb tělesa, nebo vhodněji hmotného bodu, když jeho trajektorie je přímková. Nemění-li zrychlení svoji velikost na přímé trajektorii, těleso se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem. Jednu souřadnici zvolíme ve směru trajektorie a další dvě souřadnice nemusíme uvažovat, neboť jsou nulové. Vektorové rovnice s jedinou souřadnicí se řeší jako skalární rovnice.

1.2 Přímočarý, rovnoměrně zrychlený pohyb.

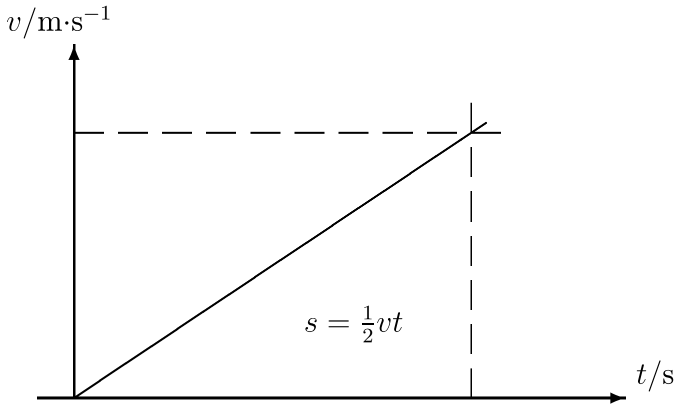
Pro náš zjednodušený problém přímkové trajektorie plyne z definice zrychlení $dv = a \cdot dt$ a pro konstantní zrychlení a platí $v(t) = a \cdot t$. Grafickou závislostí rychlosti na čase je proto přímka. Z definice rychlosti plyne $ds = v \cdot dt$.

Z grafu časového průběhu rychlosti plyne závěr, že velikost v se stále mění (lineárně narůstá) a pro dráhu s platí

$$s = \sum_{i=1}^{n} \Delta s_i = \sum_{i=1}^{n} v_i \Delta t.$$

Pro dostatečně malé časové úseky Δt a tedy veliké n to představuje v našem grafu (obr. 1) plochu trojúhelníka, v němž t i v jsou koncové hodnoty.

$$s = \frac{1}{2} vt = \frac{1}{2}(at) \cdot t = \frac{1}{2} at^2.$$



Obrázek 1: Rychlost jako funkce času při rovnoměrně zrychleném pohybu

Jestliže síla začala působit na pohybující se hmotný bod, jehož rychlost má v čase $t = 0$ velikost v_0, je z grafu zřejmé, že dráhu vyjadřuje obsah lichoběžníku.

$$v = v_0 + at,$$
$$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at)t = v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Řešené příklady

- Trolejbus zmírnil rovnoměrným bržděním rychlost z $48\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ na $12\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ za $5\,\mathrm{s}$. Jak velkou dráhu při brždění urazil?

  Řešení
  Označme si jednotlivé veličiny a převeďme si jejich jednotky na základní.
  $v_1 = 48\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}} = 13{,}3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
  $v_2 = 12\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}} = 3{,}3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
  $\Delta t = 5\,\mathrm{s}$

  Rychlost trolejbusu v průběhu brždění závisí na čase vztahem

  $$v = v_1 - at,$$

  kde pro zpomalení a platí

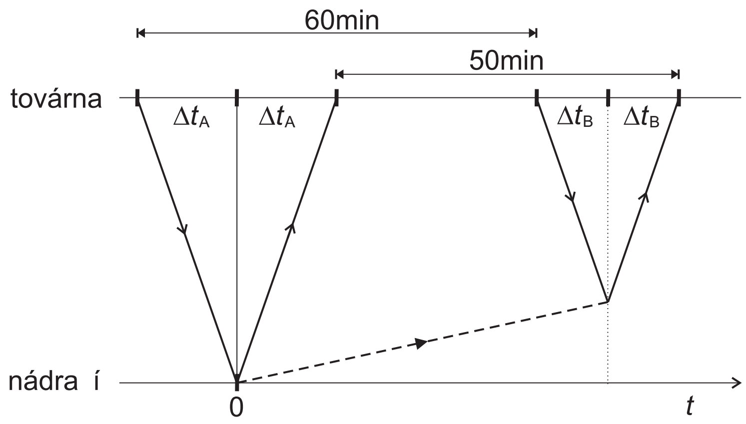
  $$a = \frac{v_1 - v_2}{\Delta t} = \frac{13,3 - 3,3}{5} = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

  Dráhu ujetou v průběhu brždění lze spočítat ze vztahu

  $$s = v_1\Delta t - \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 13,3 \cdot 5 - \frac{2 \cdot 25}{2} = 41,5\,\mathrm{m}.$$

- Závod, ve kterém pracuje skupina dělníků, je za městem. Každý den přijíždí na nádraží současně s příjezdem vlaku závodní autobus, který odváží dělníky na pracoviště. Jednoho dne se dělníci po příjezdu vlaku dozvěděli, že závodní autobus má poruchu a vydali se do závodu pěšky. Na cestě potkali autobus, který byl vypraven s jednohodinovým zpožděním. Ihned otočil a po nastoupení jel do závodu, kam přivezl dělníky s celkovým zpožděním 50 minut. Jak dlouho šli dělníci pěšky, než se setkali se závodním autobusem?

Řešení
Uvedený příklad lze nejlépe řešit pomocí následujícího náčrtku.



Čas Δt_A je obvyklá jízdní doba autobusu z továrny na nádraží a Δt_B je doba, kterou jel autobus, než se setkal s dělníky. Na obrázku je nula na časové ose přisouzena okamžiku, kdy dělníci dorazili na nádraží. Plné čáry v diagramu znázorňují jízdu autobusu, čárkované chůzi dělníků. Z náčrtku je patrné, že dobu, po kterou šli dělníci pěšky, lze vyjádřit (v minutách) jako

$$t = 60 - \Delta t_A + \Delta t_B$$

nebo také

$$t = \Delta t_A + 50 - \Delta t_B.$$

Úpravou shora uvedených rovnic lze odvodit pro dobu t výsledek

$$t = 55\ \text{min}.$$

Příklady na procvičení

1. Po přímé trati jede vagón. Nakreslete dráhu bodu A ve středu osy kola a bodu B ležícího na obvodu jeho kola, jednak ve vztažné soustavě spojené s vagónem, jednak ve vztažné soustavě spojené s povrchem Země.

2. Pohyblivé schody v metru dopraví stojícího chodce k východu za 20 sekund. Jestliže se pohyblivé schody zastaví, vystoupí chodec pěšky po schodech tuto vzdálenost za jednu minutu. Za jak dlouho projde chodec tuto vzdálenost stejně rychlou chůzí po pohybujících se schodech?

3. Automobil odjel směrem k dálnici rychlostí 36 km/hod. K dálnici se dostal za deset minut. Než se mu podařilo vjet na dálnici, musel pět minut dávat přednost projíždějícím automobilům. Potom se zařadil do proudu aut na dálnici a jel 45 minut stálou rychlostí 108 km/hod než dojel k benzínové pumpě u dálnice, kde zastavil, aby natankoval benzín. Jak velkou střední rychlostí jel automobil během uvedené hodiny?

4. Cesta trolejbusem z počáteční otočné stanice do druhé otočné stanice (tedy podél celé jeho trasy) trvá 28 minut. Kolik trolejbusů potká cestující jedoucí po celé trase, jestliže trolejbusy vyjíždí z obou koncových stanic vždy současně a vždy po sedmi minutách? Kolik je na té trolejbusové lince nasazeno trolejbusů celkem, tedy v obou směrech?

5. Traktor ujel první část cesty rychlostí $v_1 = 20\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ a druhou část rychlostí $v_2 = 7{,}8\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Včetně přestávky 10 minut trvala jízda 3 hodiny a 40 minut. Traktor ujel 33,4 km. Vypočtěte délku první i druhé části cesty.

6. Dva chodci si vyšli vstříc. První chodec vyšel z obce A, druhý z obce B tak, že druhý chodec vyšel o 6 hodin dříve. Při setkání se podle mapy ukázalo, že druhý chodec, který vyšel dříve, ušel o 12 kilometrů více než první. Při setkání se pouze minuli a pokračovali pořád dál v cestě svým směrem svou stále stejnou rychlostí. Po té, co se minuli, trvala ještě cesta prvnímu chodci do místa B 8 hodin a druhému chodci do místa A 9 hodin. Určete rychlost chůze každého z obou chodců a vzdálenost místa B od místa A.

7. Z výrobního podniku vyjel nákladní automobil s těžkým nákladem a pohyboval se stálou rychlostí $36\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Přesně za půl hodiny vyjel stejným směrem z téhož podniku pracovník ředitelství k obchodnímu jednání osobním automobilem a jel stálou rychlostí $72\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od závodu předjížděl nákladní automobil?

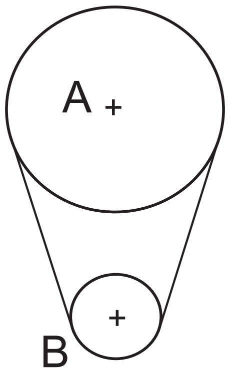
8. V řece široké 60 m teče voda stálou rychlostí $\vec{v}_1$ o velikosti $v_1 = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Loďka vyplula kolmo k břehům a proudící vodě z bodu P_1 a pohybovala se stálou rychlostí $\vec{v}_2$ o velikosti $v_2 = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
   (a) Určete bod P_2, do kterého loďka dorazí na druhém břehu.
   (b) Určete rychlost $\vec{v}_3$ loďky vzhledem k břehu. Určete úhel směru ke břehu.
   (c) Určete směr osy loďky, která pluje rychlostí $\vec{v}_4$ o velikosti $v_4 = v_2$ vzhledem k vodě tak, že dorazí z bodu P_1 do protějšího bodu na druhém břehu.
   (d) Určete dobu plavby v obou případech.
9. Nákladní výtah dopravuje materiál do výše 12,0 m. Rozjíždí se z klidu s konstantním zrychlením $0{,}90\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Potom se pohybuje rovnoměrně rychlostí $2{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Zbytek dráhy 2,5 m před zastavením se pohybuje rovnoměrně zpomaleným pohybem.
   (a) Na jak dlouhé dráze koná výtah rovnoměrně zrychlený pohyb?
   (b) Jak dlouho se výtah pohybuje rovnoměrně?
   (c) Vypočtěte velikost záporného zrychlení.
   (d) Určete dobu výstupu.
   (e) Znázorněte graficky závislost rychlosti na čase.
10. Náboj byl vystřelen z pušky rychlostí $800\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Hlaveň pušky je dlouhá 80 cm. S jakým zrychlením se náboj pohyboval v hlavni, považujeme-li jeho pohyb za rovnoměrně zrychlený?
11. Těleso bylo vrženo svisle vzhůru počáteční rychlostí $20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
    (a) Jaké největší výšky dosáhne?
    (b) Za jak dlouho od počátku pohybu se těleso vrátí do místa vrhu?
12. Automobil, který začal zvyšovat svoji rychlost rovnoměrně zrychleným pohybem, ujel za první dvě sekundy 16 m a za další dvě sekundy 24 m. Určete zrychlení a počáteční rychlost automobilu.

1.3 Pohyb hmotného bodu po kruhové dráze.

Úvodní příklady

1. Hmotný bod obíhá po kružnici délky 80 cm s frekvencí 5 Hz. Jeho rychlost má velikost
   a) $4\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
   b) $6{,}1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
   c) $4{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
   d) $1{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

Kola **A**, **B** o poloměrech $r_A = 45\,\mathrm{cm}$, $r_B = 20\,\mathrm{cm}$ jsou spojena řemenovým převodem. Kolo **A** se otáčí s periodou 0,9 s.



2. Kolo **B** se otáčí s periodou
   a) 0,2 s
   b) 0,4 s
   c) 0,9 s
   d) 2,5 s
3. Body řemenu se pohybují rychlostí
   a) $0,45\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
   b) $0,9\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
   c) $\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
   d) $1,8\pi\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

4. Automobil jede rychlostí $v = 40\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Kolo má poloměr $R = 0{,}3\,\mathrm{m}$ (kolo neprokluzuje). Vypočtěte dobu otočení kola.

   $\boxed{T = 0,047\,\mathrm{s}}$

5. Lokomotiva jede rychlostí $v = 18\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Kolo lokomotivy má poloměr $R = 60\,\mathrm{cm}$. Kolikrát se kolo otočí za dobu $\Delta t = 1\,\mathrm{s}$.

   $\boxed{n = 4,77}$

6. Vozík ujel za 5 sekund 12 metrů. Kolo vozíku se přitom 8 krát otočilo. Jaký je poloměr kola?

   $\boxed{R = 24\,\mathrm{cm}}$

Správné odpovědi: 1c, 2b, 3c

Jestliže na kruhové dráze označíme polohu hmotného bodu v počátečním čase t_p úhlem φ_p (což je úhel od souřadné osy x, která má počátek ve středu kruhové dráhy) a polohu v konečném čase t_k úhlem φ_k, potom analogicky k dráhové rychlosti definujeme úhlové veličiny, jako je **průměrná úhlová rychlost** ω_s zlomkem

$$\omega_s = \frac{\varphi_k - \varphi_p}{t_k - t_p} \qquad \left(\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right)$$

a **okamžitou úhlovou rychlost** ω limitním přechodem

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Označíme-li T dobu právě jednoho oběhu hmotného bodu po kruhové dráze, kdy opíše úhlovou dráhu 2π, potom střední úhlovou rychlost (v uvedeném časovém úseku) vyjadřuje vztah

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

kde $f = \frac{1}{T}$ nazýváme frekvencí.
Obdobně se definuje **průměrné úhlové zrychlení** ε_s

$$\varepsilon_s = \frac{\omega_k - \omega_p}{t_k - t_p} \qquad \left(\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

a **okamžité úhlové zrychlení** ε

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}.$$

1.4 Vztah mezi úhlovými a dráhovými veličinami.

Umístěme střed kruhové dráhy do počátku souřadnic a průvodič dráhy označme $\vec{r}$. Úhel φ_A bodu A je určen průvodičem $\vec{r}_A$ a obdobně pro bod B (viz obrázek 2). Úhel $\varphi(t)$ s časem roste (bodu B tedy odpovídá pozdější čas než bodu A) a platí pro něj

$$\varphi(t) = \frac{s(t)}{r} \Rightarrow s(t) = r\varphi(t),$$

kde s označuje délku opsaného kruhového oblouku. Podobně velikost okamžité rychlosti je r-násobkem úhlové rychlosti

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} = r\omega.$$

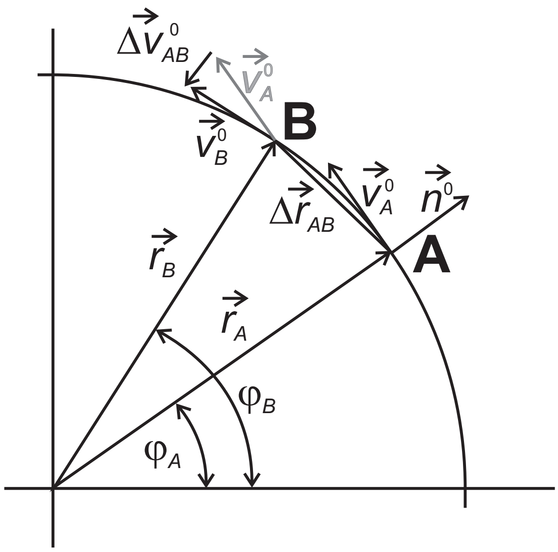
Pro zrychlení je to již složitější. Obdobně lze postupovat jenom pro velikost tečné složky a_t pro kterou platí

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{r d\omega}{dt} = r\varepsilon.$$

Vektorovou veličinu $\vec{v} = v \cdot \vec{v}^o$ můžeme rozepsat na součin velikosti v s **jednotkovým vektorem** rychlosti stejného směru a orientace jako $\vec{v}$. Vektor zrychlení se tím rozloží na dvě složky

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{v}^o + v \cdot \frac{d\vec{v}^o}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_n,$$

kde $\vec{a}_t$ je tečnou složkou zrychlení a $\vec{a}_n$ nazýváme normálovou složkou zrychlení. Tečná složka zrychlení má směr tečny k trajektorii, neboť již z lekce 1. týdne víme, že $\vec{v}$ a tím i $\vec{v}^o$ má směr tečny k trajektorii.



Obrázek 2: Souvislost mezi rotačním a translačním pohybem

V bodech A, B jsou na obr. 2 zakresleny pouze **jednotkové vektory rychlosti** a vektor $\vec{v}^o_A$ je zakreslen ještě jednou tak aby jeho počátek byl umístěn do počátku vektoru $\vec{v}^o_B$, současně je v obrázku zakreslen $\vec{\Delta v}^o_{AB} = \vec{v}^o_B - \vec{v}^o_A$. Trojúhelník vytvořený těmito vektory je podobný trojúhelníku z průvodičů $r_A, r_B, \Delta r_{AB}$, protože jsou oba rovnoramenné a u vrcholu mají stejný úhel (pootočený o 90^o). Platí tedy

$$\frac{\Delta v^o_{AB}}{v^o} = \frac{\Delta r_{AB}}{r} \Rightarrow \Delta v^o_{AB} = \Delta r_{AB} \frac{1}{r},$$

neboť velikost vektoru $\vec{v}^o$ a tedy i odpovídající úsečky je jedna. Rovnici podělíme výrazem Δt a provedeme limitní přechod pro $\Delta t \to 0$. Úpravy směřují k výpočtu normálové složky zrychlení $\vec{a}_n$

$$\vec{a}_n = v.\frac{d\vec{v}^o}{dt} = v.\frac{dr}{dt}.\frac{1}{r}.(-\vec{n}^o) = -v.v.\frac{1}{r}\vec{n}^o = -\frac{v^2}{r}\vec{n}^o.$$

Směr výsledného $\vec{a}_n$ je dán směrem $\frac{d\vec{v}^o}{dt}$, ale na obrázku je patrný směr $\Delta\vec{v}^o$. Přibližuje-li se bod B k bodu A pro $\Delta t \to 0$ úhel mezi vektory $\vec{v}^o_B$ a $\vec{v}^o_A$ se v limitě blíží k nule a proto $\frac{d\vec{v}^o}{dt}$ má směr kolmý na vektor rychlosti v daném místě a je orientován opačně, než je směr normály $\vec{n}^0$ kruhové trajektorie v bodě A. Je proto správné mluvit o normálové složce vektoru $\vec{a}_n$, nazývané dostředivé zrychlení. Velikost $\frac{d\vec{r}}{dt}$ je stejná jako velikost $\frac{d\vec{s}}{dt}$ a tedy jako velikost rychlosti $\vec{v}$. Velikost vektoru zrychlení se vypočítá z velikosti jeho složek pomocí Pythagorovy věty

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}.$$

V mechanice se často poloha bodu na trajektorii vyjadřuje polohovým vektorem $\vec{r}$, kterému se říká průvodič. Rychlost $\vec{v}$ je definována podobně

$$\vec{v} \ = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Řešený příklad

Elektromotor vykoná po zapnutí 280 otáček za deset sekund, přitom prvních pět sekund se rozbíhal rovnoměrně zrychleným pohybem a dále se již otáčel stále stejnou úhlovou rychlostí. Jakou frekvenci otáček měl elektromotor v ustáleném stavu?

Řešení

Označme počet otáček $N = 280$. Hřídel elektromotoru opsala za 10 s od zapnutí úhel $\varphi = 2\pi N$ (rad). Protože pohyb byl po dobu $t_1 = 5$ s rovnoměrně zrychlený ($\varepsilon_1 =$ konst) a po zbývající dobu $t_2 = 5$ s rovnoměrný ($\varepsilon_2 = 0, \omega =$ konst), lze úhel vyjádřit jako

$$\varphi = \frac{1}{2}\varepsilon_1 t_1^2 + \omega t_2,$$

kde pro úhlovou rychlost platí $\omega = \varepsilon_1 t_1$. Po dosazení tedy rovnice dostane tvar

$$\varphi = \frac{1}{2}\omega t_1 + \omega t_2,$$

odkud lze pro úhlovou rychlost odvodit vztah

$$\omega = \frac{\varphi}{\frac{1}{2}t_1 + t_2} = \frac{2\pi N}{\frac{1}{2}t_1 + t_2}.$$

Frekvenci otáčení lze vypočítat z úhlové rychlosti úpravou vztahu $\omega = 2\pi f$.

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{N}{\frac{1}{2}t_1 + t_2} = \frac{280}{2,5 + 5} = 37,3 \text{ Hz}.$$

Příklady na procvičení

1. Jaký počet otáček zvolíme při soustružení hřídele o průměru 6 cm, když řezná rychlost (chromniklové oceli) je 70 m/min a jaký pro hliníkové slitiny s řeznou rychlostí 1100 m/min?

2. Kotouč o poloměru $R = 1\,\mathrm{m}$ se rovnoměrně otáčí kolem vodorovné osy nad povrchem Země tak, že koná 0,7 otáčky za sekundu. Na jeho obvodu je připevněno malé těleso T o hmotnosti $m = 2\,\mathrm{kg}$. Považujte těleso za hmotný bod, zanedbejte odpor vzduchu a určete
   (a) dráhovou rychlost tělesa T,
   (b) změnu vektoru rychlosti tělesa T po pootočení kotouče o úhel π,
   (c) zrychlení tělesa T na začátku a na konci dráhy v předchozím úkolu.

3. Cyklista jedoucí rychlostí 18 km/hod se zatáčí na dráze o poloměru 50 m. Určete jeho odstředivé zrychlení.

4. Jaká je frekvence otáčení kol automobilu, když se pohybuje rychlostí o velikosti 90 km/hod, je-li průměr kola automobilu 60 cm?

5. Letadlo letí rychlostí 540 km/hod. Vrtule při jedné otáčce vykoná posuvný pohyb po dráze 4,8 m. Vypočtěte úhlovou rychlost vrtule.

6. Při určování rychlosti střely se prostřelí dva papírové kotouče na jedné hřídeli, které se otáčí rychlostí třífázového elektromotorku (jenž má $50{\cdot}60 = 3000$ otáček za minutu). Vzájemná vzdálenost kotoučů je 30 cm a otvory jsou posunuty o 10 úhlových stupňů.

7. Elektromotor byl vypnutý v okamžiku, kdy měl 3600 otáček za minutu. Rovnoměrně zpomaleným pohybem se zastavil za 8 sekund, Kolik vykonal po vypnutí otáček?

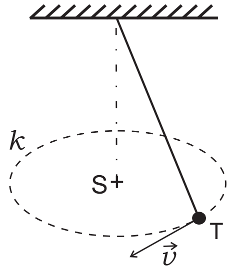
8. Automobil jede rovnoměrně (na tachometru má stále stejnou rychlost) v zatáčce, která má tvar části kružnice. Rozhodněte, zda má stálou rychlost, nebo se jeho rychlost mění, zda má zrychlení a má-li, jak je veliké. Nakreslete obrázek a vysvětlete přesný význam užitých názvů.

9. Rychlík míjí osobní vlak jedoucí stejným směrem na sousední koleji. Oba vlaky jedou konstantní rychlostí rychlík však 1,5 násobně větší rychlostí než vlak osobní. Zvolte si délku osobního vlaku l_1 metrů a rychlíku l_2 metrů. Řešte graficky jak dlouho a na jaké délce trati pojede lokomotiva osobního vlaku podél celého rychlíku a naopak lokomotiva rychlíku podél celého osobního vlaku.

2 Dynamika.

Úvodní příklady

1. Tělísko T, připevněné na vlákně, obíhá po kružnici ve vodorovné rovině. Výslednice sil působících na tělísko



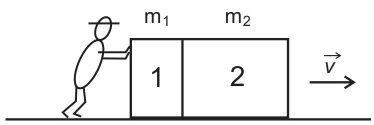
a) je nulová

b) má směr rychlosti $\vec{v}$

c) směřuje svisle dolů

d) směřuje do bodu S (střed kružnice)

2. Bedny mají hmotnosti $m_1 = 20\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 60\,\mathrm{kg}$, pohybují se stálou rychlostí o velikosti $v = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Bedna **1** tlačí na bednu **2** silou 120 N. Bedna **2** tlačí na bednu **1** silou



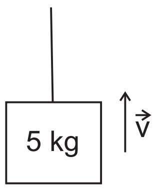
a) 40 N

b) 60 N

c) 120 N

d) 240 N

3. Těleso o hmotnosti 5 kg, připevněné na svislém laně, se pohybuje stálou rychlostí $\vec{v}$ vzhůru. Rychlost má velikost $2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Odpor vzduchu neuvažujte. Lano působí na těleso silou o velikosti



a) 50 N

b) 70 N

c) 20 N

d) 10 N

4. Sáňky hmotnosti m sjíždějí ze svahu stálou rychlostí o velikosti v. Výslednice sil působících na sáňky má velikost (g je velikost tíhového zrychlení)

a) mv

b) $\frac{1}{2}mv^2$

c) 0

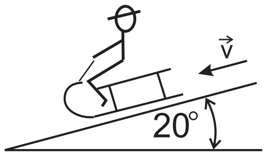
d) mg

Správné odpovědi: 1d, 2c, 3a, 4c

5. Brankář chytil míč letící rychlostí $v = 40\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a zastavil jej za dobu $t = 0,1\,\mathrm{s}$. Hmotnost míče je $m = 0,18\,\mathrm{kg}$. Jak velkou průměrnou silou působil brankář na míč?

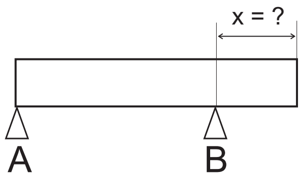
$\boxed{F = 72\,\mathrm{N}}$

6. Sáňky s dítětem (celková hmotnost $m = 30\,\mathrm{kg}$) jedou stálou rychlostí $\vec{v}$ o velikosti $v = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Jak velkou třecí silou F_t působí svah na sáňky?



$\boxed{F_t = 103\,\mathrm{N}}$

7. Homogenní trám hmotnosti $m = 80\,\mathrm{kg}$, délky $l = 6\,\mathrm{m}$ je uložen (vodorovně) na dvou podporách A, B. Podpory působí na trám silami o velikostech F_A, F_B. Jak zvolit x, aby platilo $F_\mathrm{B} = 3F_\mathrm{A}$?

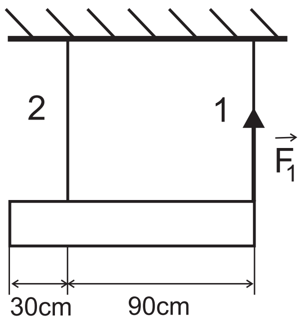


$\boxed{x = 2\,\mathrm{m}}$

8. Těleso o hmotnosti $m = 3\,\mathrm{kg}$ uvedeme do pohybu rychlostí $v_0 = 5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ po vodorovné podložce. Za dobu $\Delta t = 2\,\mathrm{s}$ se těleso zastavilo. Jak velká třecí síla na něj působila?

$\boxed{F_t = 7,5\,\mathrm{N}}$

9. Na stejně dlouhých lanech **1**, **2** je zavěšen homogenní trám. Lano **1** působí na trám silou $\vec{F}_1$ o velikosti $F_1 = 300$ N. Označte zadané délky $b = 30\,\mathrm{cm}$, $c = 90\,\mathrm{cm}$. Vypočtěte F_2, velikost síly, kterou působí na trám lano **2**.



$\boxed{F_2 = 600\,\mathrm{N}}$

2.1 Hybnost tělesa a moment hybnosti.

V této kapitole a kapitolách následujících se budeme zabývat účinky působení sil na hmotné body nebo tělesa. Síla se obvykle značí F a jednotkou síly je newton (N). Například na tělesa při povrchu Země působí tíhová síla, kterou můžeme měřit vážením. Tato síla závisí na **hmotnosti** tělesa, která se obvykle značí m a její jednotkou je kilogram (kg). Uvažujeme-li těleso konečných rozměrů (nikoli tedy hmotný bod) s objemem V, můžeme definovat **hustotu** ρ tělesa (nebo kapalné, pevné či plynné látky) zlomkem

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}})$$

Pohybové vlastnosti postupného (translačního) pohybu těles vystihuje **hybnost** $\vec{p}$, definovaná vztahem

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \qquad (\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}})$$

kde $\vec{v}$ je rychlost tělesa o hmotnosti m.

Pro pohyb hmotného bodu po kruhové dráze s poloměrem R definujeme **moment hybnosti** $\vec{L}$ takto,

$$L = R \cdot p = R \cdot m \cdot v \;= R \cdot m \cdot R \cdot \omega = m \cdot R^2 \cdot \omega = I \cdot \omega, \quad (\,\mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}})$$

kde **moment setrvačnosti** I je nově definovaná fyzikální veličina, jejíž jednotkou je (kg·m^2). Moment hybnosti $\vec{L}$ je vektorovou veličinou, stejně jako úhlová rychlost $\vec{\omega}$, takže

$$\vec{L} = m(\vec{R} \times \vec{v}) = I \cdot \vec{\omega}.$$

Směr vektorů $\vec{L}$ i $\vec{\omega}$ je kolmý k rovině kruhové dráhy a orientaci ukazuje zvednutý palec pravé ruky, když prsty obepínají kruhovou dráhu ve směru rychlosti.

Pro pevná tělesa, které si můžeme představovat jako určitý "slepenec" n tělísek, malých jako hmotné body, které rotují kolem jediné osy rotace všechny stejnou úhlovou rychlostí ω, je moment hybnosti L roven součtu momentů hybnosti všech tělísek L_i, ze kterých je těleso složeno.

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \omega \sum_{i=1}^{n} I_i = I \cdot \omega.$$

2.2 Impuls síly a síla.

Vraťme se však k postupnému pohybu. Nepůsobí-li na zkoumané těleso žádné okolní těleso (dotekem nebo i na dálku gravitačním, elektrickým nebo jiným silovým polem), jeho pohybový stav se s časem nemění a jeho hybnost je konstantní. Během působení některého okolního tělesa, mluvíme o impulsu (síly) $\vec{F}\Delta t$, který změní původní hybnost o $\Delta\vec{p}$. Impuls je způsoben silou $\vec{F}$, která působí během časového intervalu Δt, takže pro **střední sílu** $\vec{F}_s$ v tomto časovém intervalu můžeme psát

$$\vec{F}_s = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}.$$

Pro $\Delta t \to 0$ máme okamžitou hodnotu síly a platí

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

pro případ stále stejné neměnné hmotnosti během impulsu síly. Velmi často to tak je.

Působí-li na těleso současně více sil $F_1, F_2, ...F_n$, potom je zapotřebí stanovit výslednici sil

$$\vec{F}_v = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n,$$

z nichž některé se mohou kompenzovat (navzájem vyrušit). Proto je vhodné ve vztahu pro sílu

$$\vec{F}_v = m\vec{a},$$

zdůraznit, že na levé straně rovnice je **výsledná síla** F_v.

2.3 Smykové tření.

Při popisu skutečných pohybů se zpravidla neobejdeme bez započtení vlivu třecích sil. Blíže si povšimneme jenom suchého smykového tření mezi povrchy pevných těles. Musí se rozlišovat tření mezi tělesy, které jsou v relativním klidu od tření vzájemně se pohybujících a dotýkajících těles.

Při relativním pohybu mezi tělesy v kontaktu na třecích plochách mluvíme o **dynamickém tření** a pro třecí sílu platí vztah

$$F_{td} = f_d \cdot N,$$

kde f_d nazýváme **součinitelem dynamického tření** a je to bezrozměrná veličina. Pokud se tělesa vůči sobě nepohybují, jde o **statické tření** a odpovídající třecí síla je vždy stejně velká, jako síla, která se snaží tělesy vzájemně pohnout. Její **maximální velikost** se určí podle vztahu

$$F_{ts} = f_s \cdot N,$$

kde f_s nazýváme **součinitelem statického tření** a je vždy větší než f_d.

N představuje v obou případech velikost normálové síly, tedy síly kolmé na povrch třecích ploch. Třecí síla má vždy opačný směr než relativní pohyb tělesa po základně, tedy opačný směr než $\vec{v}$.

Oba uvedené vztahy nesmíme zapsat vektorově, i když popisují velikost vektorů, neboť vektory na levé a pravé straně rovnice nemají stejný směr.

2.4 Moment síly a rotace.

Máme-li otočně upevněné těleso (např. automobilový volant), které se může pouze otáčet okolo pevné osy otáčení, potom síla působící mimo otočnou osu v kolmém mimoběžném směru (např. ruka otáčející volantem) způsobí vznik dvojice stejně velkých opačně orientovaných sil (ruka - osa volantu). Dvojice sil způsobí otáčivý pohyb, neboť posuvný pohyb pevná osa nepřipustí. Proto také v ose vznikne stejně veliká opačně orientovaná síla, aby výslednice sil ve všech směrech byla nulová. Nejkratší vzdálenost těchto rovnoběžných sil označme d. **Moment dvojice sil** M definujeme vztahem

$$M = d \cdot F. \quad (\,\mathrm{N \cdot m})$$

Během časového intervalu Δt způsobí střední hodnota momentu sil odpovídající změnu momentu hybnosti podle vztahu

$$M_s \Delta t = \Delta L,$$

ze kterého vyjádříme střední hodnotu momentu sil

$$M_s = \frac{\Delta L}{\Delta t} = I \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t}.$$

Pro $\Delta t \to 0$ je okamžitá hodnota momentu síly

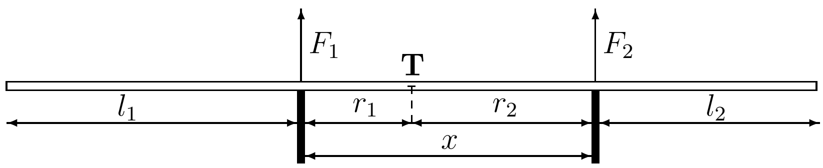
$$M = I \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = I \cdot \frac{d\omega}{dt} = I \cdot \varepsilon.$$

2.5 Newtonovy zákony.

Uvedené formulace a vztahy vyjadřují první dva Newtonovy zákony mechaniky. Třetí Newtonův zákon mechaniky vyjadřuje skutečnost, že působení sil nebo momentů sil okolních těles na naše zkoumané těleso je doprovázeno opačně orientovanými stejně velkými silami nebo momenty sil našeho tělesa na odpovídající okolní tělesa. Jinak řečeno, každá akční síla případně moment sil působící na naše těleso vyvolá naším tělesem u odpovídajícího zdroje reakční sílu případně reakční moment síly.

Řešené příklady

- Ocelové trubky o délce $l = 6\,\text{m}$ jsou složeny na podstavcích, které jsou od sebe vzdáleny $x = 2\,\text{m}$. Jak mají trubky přečnívat na obou stranách podstavců, jestliže má na jeden podstavec působit síla velikosti 3/5 a na druhý 2/5 tíhy trubek?



Řešení

Označme si vzdálenost těžiště od podstavců jako na náčrtku a napišme vztah pro rovnováhu momentů sil.

Vzhledem k těžišti **T** platí:

$$\begin{aligned}
\vec{M}_1 + \vec{M}_2 &= \vec{0} \\
r_1 \cdot F_1 - r_2 \cdot F_2 &= 0 \\
r_1 \cdot \frac{3}{5}G - r_2 \cdot \frac{2}{5}G &= 0 \\
r_1 &= \frac{2}{3}r_2
\end{aligned}$$

Polohu těžiště určíme číselně dosazením.

$$\begin{aligned}
x &= r_1 + r_2 \\
x &= \frac{2}{3}r_2 + r_2 = \frac{5}{3}r_2 \\
r_2 &= \frac{3}{5}x = \frac{3}{5} \cdot 2 = 1,2 \text{ m}
\end{aligned}$$

A z toho pro délky přečnívajících konců platí:

$$\begin{aligned}
l_1 &= \frac{1}{2}l - r_1 = 3 - 0,8 = 2,2 \text{ m} \\
l_2 &= \frac{1}{2}l - r_2 = 3 - 1,2 = 1,8 \text{ m}
\end{aligned}$$

- Raketa dosáhla horních vrstev atmosféry a odhodila koncový stupeň o hmotnosti m_2. Před jeho odhozením byla rychlost rakety v. Po odhození klesla rychlost koncového stupně na $v_2 = 0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Jakou rychlostí v_1 se pohyboval zbytek rakety o hmotnosti m_1?

  Řešení

  Pohybový stav rakety před odhozením koncového stupně můžeme popsat hybností

  $$p = (m_1 + m_2)v.$$

  Při odhazování koncového stupně na sebe zpravidla působí obě části silami, které mění jejich hybnost o Δp. Tyto síly mají stejnou velikost, pouze jejich směry jsou navzájem opačné. Proto se hybnost obou částí změní stejnou měrou, ale pro jednu z nich to znamená nárůst $p_1' = p_1 + \Delta p$, kdežto pro druhou to znamená pokles $p_2' = p_2 - \Delta p$. Celková hybnost (zanedbáváme po tuto dobu působení jiných sil) proto zůstává zachována, což lze vyjádřit rovnicí

  $$v(m_1 + m_2) = v_1 m_1 + v_2 m_2.$$

  Protože rychlost $v_2 = 0$, lze velice jednoduše pro rychlost zbylé části rakety odvodit vztah

  $$v_1 = \frac{v(m_1 + m_2)}{m_1}.$$

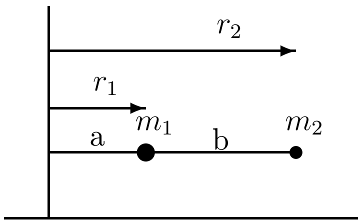
Příklady na procvičení

1. Vagón o hmotnosti 35 tun se pohybuje rychlostí $v_1 = 0{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a narazí na stojící vagón o hmotnosti 21 tun. Při nárazu se automaticky zavěsí spojka. Jak velkou společnou rychlostí se pohybují oba vagóny?

2. Dělo je na plošině vagónu, který se pohybuje setrvačností po vodorovné trati v přímém směru rychlostí $\vec{v}$. Hlaveň děla míří ve směru pohybu vagónu a svírá s vodorovnou rovinou úhel α. Po výstřelu děla klesla rychlost vagónu o $1/3$ původní rychlosti. Určete rychlost $\vec{v}_1$ náboje vzhledem k místu výstřelu. Hmotnost vystřeleného náboje je m_1 a hmotnost vagónu s dělem je m.

3. Při provazochodecké produkci je lano zatíženo uprostřed své délky silou 600 N a průhyb od vodorovného směru je $5°$. Jakou tahovou silou je lano namáháno? Jakou silou je namáháno lano, které zajišťuje nosnou tyč ve směru provazochodeckého lana a s tyčí svírá úhel $30°$ a tedy se zemí (kde je ukotveno) svírá úhel $60°$?

4. Soustava dvou kuliček o hmotnostech $m_1 = 0{,}3\,\mathrm{kg}$ a $m_2 = 0{,}2\,\mathrm{kg}$ je pevně spojena dvěma tyčemi zanedbatelných hmotností označených tyč a a tyč b. Soustava tyčí s kuličkami se otáčí okolo osy k nim kolmé, vodorovně nad zemí úhlovou rychlostí $\omega = 10\,\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$. Vzdálenost kuliček od osy otáčení jsou $r_1 = 20\,\mathrm{cm}$ a $r_2 = 50\,\mathrm{cm}$. Považujte soustavu za dokonale tuhou a zanedbejte odpor vzduchu. Určete:



   (a) Zrychlení jednotlivých kuliček a_1, a_2.
   (b) Sílu, kterou tyč b působí na kuličku s hmotností m_1 a na kuličku m_2.
   (c) Sílu, kterou tyč a působí na kuličku m_1.
   (d) Moment setrvačnosti soustavy (pro zanedbatelně malé kuličky).
   (e) Moment hybnosti soustavy.
   (f) Moment síly, který roztáčel uvedenou soustavu z klidu do uvedené úhlové rychlosti $\omega = 10\,\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$ rovnoměrně během 6 sekund.

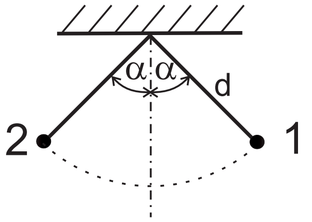
5. Na podlaze výtahu, který se pohybuje směrem dolů a brzdí se stálým zrychlením o velikosti $a = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ (vzhledem k zemi), leží bedna o hmotnosti $m = 60\,\mathrm{kg}$. Sestrojte náčrtek a řešte úkoly.

   (a) Určete vektor zrychlení bedny vzhledem k zemi.
   (b) Uveďte všechny síly, které na bednu působí i jejich směr a nalezněte jejich výslednici.
   (c) Napište vztahy mezi tíhou bedny $\vec{G}$, silou podlahy na bednu $\vec{F}_1$ a výsledným zrychlením bedny.
   (d) Jestliže kabina výtahu má hmotnost 1 tunu, určete sílu tahu lana na elektromotor výtahu v dané situaci.

3 Práce a mechanická energie.

Úvodní příklady

1. Na niti délky d visí tělísko hmotnosti m. Tělísko vychýlíme do polohy **1** a uvolníme. Na dráze z polohy **1** do polohy **2** vykonala tíhová síla na tělísku práci



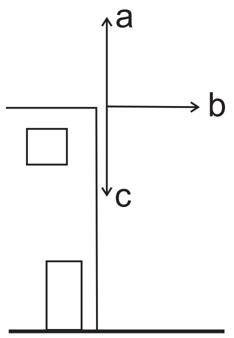
a) mgd

b) $mgd \sin \alpha$

c) $2mgd$

d) 0

2. Kterým směrem máme hodit kámen ze střechy domu, aby dopadl na chodník největší rychlostí? Počáteční rychlost je vždy stejně velká, odpor vzduchu neuvažujte.



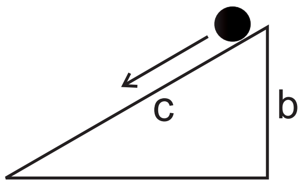
a) směrem a

b) směrem b

c) směrem c

d) ve všech případech kámen dopadne stejně velkou rychlostí

3. Ze svahu výšky b, délky c se skutálel kámen hmotnosti m. Tíhová síla vykonala na kameni práci



a) mgc

b) mgb

c) $mg(b + c)$

d) $mg(c - b)$

Správné odpovědi: 1d, 2d, 3b

4. Střela hmotnosti $m = 50\,\text{g}$ letící rychlostí $v_1 = 300\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ prorazila nehybnou dřevěnou desku. Z desky vyletěla rychlostí $v_2 = 100\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočtěte práci, kterou během pohybu v desce střela vykonala.

$\boxed{W = 2\,\text{kJ}}$

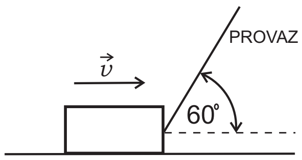
5. Provazem, který s podlahou svírá úhel 60°, je po podlaze tažena bedna o hmotnosti $m = 10\,\text{kg}$. Provaz působí na bednu stálou silou o velikosti $F = 18\,\text{N}$. Jakou práci vykoná na bedně síla od provazu během pohybu bedny po dráze $s = 4\,\text{m}$?

$\boxed{W = 36\,\text{J}}$

6. Vzpěrač zvedl činku o hmotnosti $m = 180\,\text{kg}$ do výšky $h = 2\,\text{m}$ za dobu $t = 3\,\text{s}$. Určete průměrný výkon vzpěrače.

$\boxed{P = 1{,}2\,\text{kW}}$

7. Bednu o hmotnosti $m = 35\,\text{kg}$ táhneme po podlaze provazem. Provaz působí na bednu stálou silou $\vec{F}$ o velikosti $F = 80\,\text{N}$. Bedna se pohybuje stálou rychlostí $\vec{v}$ o velikosti $v = 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jakou práci vykoná síla $\vec{F}$ na bedně za dobu $t = 5\,\text{s}$?

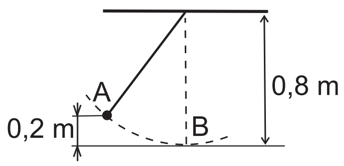


$\boxed{W = 600\,\text{J}}$

8. Lokomotiva jede rychlostí $v = 15\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Tažná síla lokomotivy je $F = 40\,\text{kN}$. Vypočtěte práci vykonanou lokomotivou během doby $t = 5\,\text{s}$.

$\boxed{W = 3\,\text{MJ}}$

9. Tělísko o hmotnosti 0,4 kg, připevněné na lehkém vlákně, je vychýleno do bodu A a vypuštěno s nulovou rychlostí. Jak velkou rychlostí projde bodem B?



$\boxed{v = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$

Práce je skalární fyzikální veličina, která charakterizuje účinek síly na pohybující se těleso. Omezíme se jenom na jednoduchý případ, kdy *síla působí na takovém úseku dráhy s, kde případné zakřivení dráhy je zanedbatelně malé a kde síla prakticky nemění svoji velikost.* V takovém případě můžeme dráhový úsek s nahradit orientovanou úsečkou (ve směru rychlosti $\vec{v}$), tedy vektorem $\vec{s}$ (o velikosti s) a **práci** W vyjádřit skalárním součinem

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = F\cdot s\cdot\cos\alpha = (F\cdot\cos\alpha)s = F_s\cdot s, \qquad (\,\mathrm{J})$$

kde α je úhel mezi vektory $\vec{F}$ a $\vec{s}$ a F_s je velikost složky síly ve směru dráhy $\vec{s}$. Kolmá složka síly F_k na směr dráhy nekoná žádnou práci, neboť její kolmý směr k dráze způsobí, že $\cos\alpha = 0$. Jednotkou práce je joule (J).

Jestliže nejsou splněny dva základní předpoklady pro platnost předchozího vztahu pro práci (tj. $F = konst.$ a s je přímočaré), můžeme práci vyjádřit přibližně a to na tak malém úseku dráhy $\vec{\Delta s}$, kde podmínky jsou prakticky splněny. Vyjádříme tomu odpovídající změnu práce

$$\Delta W = (F\cos\alpha)\cdot\Delta s.$$

Pokud si tedy rozdělíme delší úsek dráhy na takové malé úseky $s = \Delta s_1 + ... + \Delta s_n$, práce vykonaná na celé dráze je součtem ΔW z jednotlivých n úseků, tedy

$$W = \sum_{i=1}^{n}\Delta W_i = \sum_{i=1}^{n} F_i\cos\alpha_i\cdot\Delta s_i.$$

Představme si těleso hmotnosti m v klidu, na které od okamžiku $t = 0$ budou působit síly, jejichž výslednice je F_v. Během doby t působení sil je těleso uvedeno do pohybu a předpokládejme dále, že během této doby nedojde ke změně velikosti F_v. Těleso se bude pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem a jeho rychlost na konci doby t bude $v = a\cdot t$ a urazí dráhu $s = \frac{1}{2}a\cdot t^2$, kde a určuje vztah $F_v = m\cdot a$. Tato síla vykoná na tělese práci

$$W = F_v\cdot s = F_v\cdot\frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}ma\cdot at^2 = \frac{1}{2}mv^2,$$

která představuje pohybovou energii tělesa vytvořenou výslednicí sil F_v. Tuto úvahu můžeme rozšířit na působení výslednice sil, kdy na jejím počátku působení se těleso již pohybovalo nějakou rychlostí. Další rozšíření úvah na působení proměnné síly vyžaduje rozdělit si dráhu na dostatečně malé úseky v nichž je síla prakticky konstantní. Výsledkem je vždy **kinetická energie** ve tvaru

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2, \qquad (\,\mathrm{J})$$

jejíž jednotka je stejná jako jednotka práce výslednice sil, která ji vytvořila. Pro rotační pohyb je obdobná úvaha trochu složitější a výsledný vztah má tvar

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2,$$

kde I je již dříve definovaný moment setrvačnosti rotujícího tělesa.

3.1 Výkon a účinnost jednoduchých mechanických strojů.

Ze zkušenosti víme, že je často důležité vědět, za jak dlouho byla určitá práce vykonána. Proto je definován **střední výkon** P_s vztahem

$$P_s = \frac{W_k - W_p}{t_k - t_p} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (\mathrm{W})$$

a **okamžitý výkon** P

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}.$$

Jednotkou výkonu je watt.

Výslednice sil, které působí na určité těleso, může býti a často je složena z více na těleso působících sil. Například odsouvaná židle je tažena naší rukou, tedy lidskou silou, ale podlaha brzdí posuv židle třecí silou. Přestaneme-li židli táhnout, zastaví se. Po převážné části dráhy se židle může pohybovat rovnoměrnou rychlostí. Vykonal člověk při posuvu židle práci? Působil na dráze silou, tedy vykonal práci, i když na konci dráhy se židle zastaví a nemá žádnou kinetickou energii. Naši sílu při pohybu kompenzovala síla tření. Během pohybu židle přeměnilo tření o podlahu práci naší ruky v teplo a tím zmařilo možnost vzniku kinetické energie židle. Součet práce naší ruky a práce třecí síly podlahy je nulová, proto je kinetická energie na konci děje rovna nule. Práce jednotlivých sil, které na těleso působí se sčítají. Práce **výslednice** sil vytvoří kinetickou energii.

Vedle kinetické energie se můžeme setkat s jinými formami energie. Známá je energie tepelná, krátce nazývaná teplo, příště popíšeme energii gravitačního pole (potenciální energii) a také elastickou energii stlačené pružiny. Energie se při fyzikálních dějích neztrácí ani nevzniká, ale přeměňuje se částečně nebo úplně v jinou formu energie.

Stroje jsou zařízení, která přeměňují různé druhy energie na mechanickou energii (například elektromotor, parní turbína, spalovací motor). **Účinnost stroje** η je podíl užitečné práce W stroje a celkové energie W_0 stroji dodané, případně (a to častěji) podíl výkonu stroje P a příkonu energie P_0.

$$\eta = \frac{W}{W_0} = \frac{P}{P_0}.$$

Účinnost je poměrná, tedy bezrozměrná veličina, velmi často však uváděná v procentech. Protože neexistuje "perpetuum mobile", neboť energie nevzniká z ničeho, účinnost stroje se nanejvýš přibližuje k jedné, čili ke sto procentům.

Řešený příklad

Při určování výkonu automobilu, který měl při plném obsazení hmotnost $m = 1260$ kg, byly provedeny dvě zkoušky na vodorovné trati. Nejprve byl měřen čas stopkami při rozjezdu a bylo naměřeno, že rovnoměrné zvyšování rychlosti z 20 km/hod na 60 km/hod trvalo právě 10 s. Ve druhé zkoušce na stejné trati byl sledován pokles rychlosti po vypnutí motoru a to z 60 km/hod na 20 km/hod a stopkami změřený čas ukázal pro tento děj 40 s. Určete střední výkon motoru automobilu během rozjezdu u první zkoušky.

Řešení.
Střední výkon motoru je výkon při střední rychlosti.

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{20 + 60}{2 \cdot 3,6} = \frac{40}{3,6} \text{ m·s}^{-1}.$$

Výkon potřebný pro k urychlení automobilu je $P_1 = F_1 v_s = m a_1 v_s$. K překonání jízdního odporu je nutný výkon $P_2 = F_2 v_s = m a_2 v_s$. Střední výkon automobilu při rozjezdu určuje vztah $P = P_1 + P_2 = m v_s (a_1 + a_2)$. Zrychlení vypočteme ze vztahů

$$a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_1} = \frac{60 - 20}{10 \cdot 3,6} = 1,11 \text{ m·s}^{-2}$$

a

$$a_2 = -a_2^* = \frac{v_2 - v_1}{t_2} = \frac{60 - 20}{40 \cdot 3,6} = 0,27 \text{ m·s}^{-2}.$$

Střední výkon automobilu při rozjezdu má číselnou hodnotu

$$P = \frac{1260 \cdot 40 \cdot (1,11 + 0,27)}{3,6} = 19320 \text{ W}.$$

Příklady na procvičení

1. Součinitel klidového tření pneumatiky na vozovce $f_0 = 0,4$.
   (a) Vypočtěte největší možné zrychlení automobilu.
   (b) Určete nejkratší možnou brzdnou dráhu při rychlosti 72 km/hod na vodorovné přímé vozovce.
   (c) Stanovte maximální rychlost, kterou tento automobil může jet rovnoměrnou rychlostí v zatáčce o poloměru $r = 100$ m na vodorovné vozovce.
2. Startující raketa o hmotnosti 1 tuna měla ve výšce 30 m rychlost 36 km/hod a ve výšce 50 m rychlost 54 km/hod. Zanedbejte změnu hmotnosti rakety během letu na uvedeném úseku a stanovte práci, kterou vykonal motor rakety.

3. Na drsné vodorovné podložce je vodorovným lanem na vzdálenost 2 m vlečena bedna o hmotnosti $m = 60$ kg. Součinitel smykového tření $f = 0,2$ a lano je napínáno silou $\vec{F_1}$ o velikosti $F_1 = 150$ N.
   (a) Vyjmenujte a do náčrtku přibližně zakreslete všechny síly, které působí na bednu.
   (b) Určete směr a velikost síly $\vec{R}$, kterou na bednu působí podložka.
   (c) Vypočtěte práci síly $\vec{F_1}$.
   (d) Vypočtěte střední výkon síly $\vec{F_1}$.
   (e) Přestane-li síla F_1 na konci vzdálenosti 2 m působit, na jak dlouhé dráze se bedna zastaví?

4. Na přímé vodorovné dráze délky $s = 100$ m se pohybuje automobil se zrychlením o velikosti $a = 0{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Hmotnost automobilu i s nákladem je $m =$ 1500 kg a jeho počáteční rychlost byla $15\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
   (a) Vypočtěte práci výsledné síly F_v působící na automobil.
   (b) Stanovte přírůstek kinetické energie automobilu.
   (c) Vypočtěte výslednou kinetickou energii automobilu.
   (d) Vypočtěte rychlost automobilu na konci dráhy s.
   (e) Jaká je úhlová rychlost kol automobilu, která mají průměr 60 cm, na konci dráhy s?
   (f) K předchozímu výsledku stanovte moment síly na hnacím kole automobilu, který odpovídá výsledné síle F_v.
   (g) Stanovte počet otáček motoru, když převodovka zpomaluje otáčky motoru čtyřnásobně.
   (h) Jaká je účinnost převodového ústrojí automobilu, jestliže točivý moment motoru je 225 Nm?

5. Střela o hmotnosti 20 g zasáhla dřevěnou desku a pronikla do hloubky 8 cm. Průměrná odporová síla, kterou dřevo působí na střelu je 5 kN.
   (a) Jakou kinetickou energii měla střela před nárazem na desku?
   (b) Jakou rychlost by měla střela po průchodu deskou tloušťky 3 cm?

6. Vystřelené torpédo je při pohybu pod vodní hladinou poháněno motorem na stlačený vzduch. Motor má výkon 60 kW a jeho účinnost je 84%. Určete tahovou sílu hnacího šroubu, jestliže torpédo urazí za dobu 5 min. rovnoměrným pohybem dráhu 4500 m.

7. Kultivátor, jehož pracovní záběr je 255 cm, zkypří za 1 hodinu ornici na ploše o obsahu 1,5 hektaru. Vypočtěte průměrnou odporovou sílu ornice, je-li kultivátor tažen traktorem o užitečném výkonu 25 kW.

4 Gravitační pole a těžiště tělesa.

4.1 Gravitace

Newton zformuloval zákon gravitační přitažlivosti mezi bodovým tělesem hmotnosti m_1 a bodovým tělesem hmotnosti m_2, které je od prvního tělesa vzdáleno o r, vztahem

$$F = \kappa \frac{m_1 . m_2}{r^2},$$

kde gravitační konstanta κ má v soustavě SI velikost $6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$.

Vztah pro velikost gravitační síly musíme doplnit o směr působení síly, který určuje spojnice hmotných bodů a o orientaci síly, která směřuje od hmotnosti m_1 k hmotnému bodu m_2. Podle principu akce a reakce působí hmotnost m_2 na hmotný bod m_1 silou stejné velikosti a stejného směru, avšak opačné orientace než v prvním případě. Označíme-li jednotkový vektor $\vec{r^o_{12}}$ odvozený od vektoru $\vec{r}_{12}$ (orientované úsečky od hmotného bodu 1 k bodu 2) můžeme **gravitační zákon zapsat vektorově**

$$\vec{F}_{12} = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r^o_{12}}.$$

Newtonův gravitační zákon platí jak pro hmotné body, tak pro tělesa kulového tvaru. Pro jiné tvary těles (s nezanedbatelnými rozměry ve srovnání se vzdáleností) neplatí.

Každý hmotný bod nebo koule hmotnosti M vytváří kolem sebe silové pole. Charakterizujeme ho **intenzitou gravitačního pole** $\vec{K}_g$, která odpovídá síle působící na zkušební hmotný bod o hmotnosti m

$$\vec{K}_g = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Pro názornost si vypočítáme velikost intenzity gravitačního pole na Zemi na jejím povrchu.

$$K_g = \kappa \frac{M_z}{R_z^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} = 9,8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Ve výši h nad Zemí je intenzita jiná, například ve výši 30 km nad povrchem Země vypočteme

$$K_g = \kappa \frac{M_z}{(R_z + h)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{(6,41 \cdot 10^6)^2} = 9,7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

4.2 Tíhová síla a těžiště těles.

Tělesa na povrchu Země jsou nejenom gravitační silou přitahována, ale i odstředivou silou odpuzována. Na rovníku je odstředivé zrychlení $R_z\omega^2 = 0,03\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, kde perioda otáčení Země $T = 60 \cdot 60 \cdot 24 = 86400\,\mathrm{s}$. Směrem k oběma pólům klesá odstředivá síla až k nule. Malinké odchylky ve velikosti přitažlivé síly na povrchu Země způsobují v daném místě výrazné odchylky hustoty podloží od průměru (např. kovová ruda, nebo naopak dutiny s ropou) nebo i přilehlých hor a v nepatrné míře i gravitační pole Slunce a Měsíce. Výsledná přitažlivá síla se nazývá **tíhová síla** $\vec{G}$ a od ní je odvozeno odpovídající **tíhové zrychlení** $\vec{g}$.

Výslednice tíhových sil, působících na každou molekulu jednoho tělesa, je v **těžišti tělesa**. Zavěsíme-li těleso v některém jeho bodě, budou ho momenty tíhových sil natáčet do polohy, ve které spojnice závěsu a těžiště tělesa (nazýváme ji těžnicí) bude mít svislý směr.

Práce tíhového pole nad Zemí.

Přestane-li být sledované těleso v kontaktu s okolními tělesy, stane se výslednou sílou tíhová síla. Sledované těleso začne padat svisle dolů se zrychlením g a tíhová síla bude konat práci $W = mgh$, kde h je délka volného pádu.

Při pohybu po nakloněné rovině koná práci jenom složka tíhové síly ve směru dráhy s (tedy $mg{\cdot}\cos\alpha$). Při vodorovném nebo šikmém vrhu se úhel dráhy a tíhové síly neustále mění.

Prakticky výhodnější bývá promítat dráhu do svislého směru tíhové síly, kdy $\Delta s \cdot \cos\alpha = \Delta h$. Vodorovný nebo i šikmý vrh můžeme počítat jako pohyb složený z vodorovného pohybu a volného pádu.

Matematické kyvadlo.

Hmotný bod zavěšený na niti se zanedbatelnou hmotností v tíhovem poli představuje matematické kyvadlo. Z pohybových rovnic se s pomocí diferenciálního počtu odvozuje přibližný vztah pro **dobu kmitu kyvadla** T

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

kde l je délkou závěsu a g je tíhovým zrychlením. Stojí za povšimnutí, že doba kmitu v tomto výrazu nezávisí na velikosti největší úhlové výchylky od svislice, tedy ani na velikosti dráhy jedné periody kmitu.

Po uvolnění kyvadla, vychýleného z rovnovážné polohy, bude tíhová síla vracet zavěšené těleso do rovnovážné polohy a těleso klesne o výšku h. Práce tíhové síly se přeměnila v kinetickou energii, která je největší při průchodu rovnovážnou polohou. Setrvačností se zavěšené těleso bude pohybovat dále a překmitne tak postupně až do druhé krajní polohy, kdy se na okamžik zastaví. Celá kinetická energie se přeměnila v **tíhovou energii** E_t, jestliže tření by bylo zanedbatelně malé. Ačkoliv potenciální energie $E_t(t)$ i kinetická energie

$E_k(t)$ jsou funkcí času, jejich součet, nazývaný **mechanická energie** E_m je konstantní.

$$E_m = E_t + E_k.$$

5 Pružina.

Třetí formou mechanické energie je **elastická energie pružiny** E_e ve tvaru

$$E_e = \frac{1}{2}kx^2,$$

kde x je velikost protažení nebo zkrácení pružiny vzhledem k rovnovážnému stavu, k je tuhost pružiny namáhané silou F (menší než je mez úměrnosti pružiny). V takovém případě splňuje pružina Hookův zákon

$$F = kx.$$

Jednotkou tuhosti pružiny je newton/metr. Těleso připojené k pružině po vychýlení bude kmitat podobně jako kyvadlo, avšak s periodou

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

za předpokladu, že hmotnost pružiny je ve srovnání s hmotností tělesa m (připevněného k pružině a kmitajícího s pružinou) zanedbatelně malá.

Řešený příklad

Svisle orientovaná pružina o tuhosti k= 500 N/m byla stlačena o d = 10 cm a na její konec byl položen kámen o hmotnosti m= 0,5 kg. S jakým největším zrychlením se bude kámen pohybovat po uvolnění pružiny? Jak vysoko vyletí, zanedbáme-li odpor vzduchu?

Řešení

Kámen se bude pohybovat s největším zrychlením v okamžiku, kdy na něj bude působit největší síla, tedy bezprostředně po uvolnění pružiny.

$$a_{max} = \frac{F_p - G}{m} = \frac{k \cdot d - m \cdot g}{m} = \frac{500 \cdot 0,1 - 0,5 \cdot 10}{0,5} = 90 \text{ m·s}^{-2}$$

Maximální výšku h, které kámen dosáhne, lze nejsnáze spočítat ze zákona zachování energie:

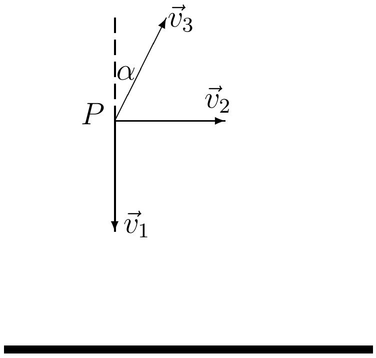
$$\frac{1}{2}kd^2 = mgh$$

$$h = \frac{kd^2}{2mg} = \frac{500 \cdot 0,1^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10} = 0,5 \text{ m}$$

Příklady na procvičení

1. Těleso klouže dolů po nakloněné rovině svírající s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 30°$.
   (a) S jak velkým zrychlením těleso klouže po nakloněné rovině, je-li součinitel dynamického smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou $f_d = 0,30$?
   (b) Pod jakým úhlem musí být nakloněna stejná rovina, aby těleso na ni položené neklouzalo, pokud součinitel statického tření $f_s = 0,40$?
   (c) Za jakých okolností by mohlo těleso po nakloněné rovině klouzat rovnoměrnou rychlostí?
2. V gravitačním poli vesmíru se pohybuje kosmická loď. Na dráze z místa A do místa B vykonala gravitační síla během pohybu práci $2{\cdot}10^{10}$ J, pak na dráze mezi body B a C vykonala práci $-6{\cdot}10^{10}$ J a na cestě z C do D vykonala práci $1{\cdot}10^{10}$ J.
   (a) Jakou práci vykonaly motory kosmické lodě na cestě z A do D?
   (b) Určete, ve kterém z uvedených míst měla kosmická loď největší potenciální gravitační energii.
   (c) Jakou práci vykonala gravitační síla při návratu kosmické lodě z místa D do výchozího místa A?
3. Kámen o hmotnosti 0,4 kg byl vržen šikmo vzhůru ve výšce 12 m nad hladinou rybníka hlubokého 5 m, dopadl na hladinu a klesl ke dnu. Určete práci, kterou přitom vykonala tíhová síla na něj působící.
4. Na svisle visící ideální pružinu o tuhosti $k = 50$ N/m bylo zavěšeno těleso o hmotnosti $m = 0{,}5$ kg a puštěno. Hmotnost pružiny byla vzhledem k zavěšenému tělesu zanedbatelně malá. Těleso po zavěšení a puštění volně kmitalo ve svislém směru. Síly odporu prostředí zanedbáme.
   (a) Určete dobu kmitu tělesa na pružině.
   (b) Vypočtěte největší protažení pružiny při těchto kmitech.

5. Kámen o hmotnosti $m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ byl vržen v bodě P ve výšce $h = 30\,\mathrm{m}$ nad vodorovným povrchem Země postupně rychlostmi $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ (viz obrázek), které měly stejnou velikost $v = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ (úhel $\alpha = 30°$). Trajektorie všech tří případů končily na povrchu Země. Zanedbejte odpor vzduchu a zakreslete přibližný tvar trajektorií.



   (a) Vypočtěte práci, kterou vykonala tíhová síla na každé ze tří trajektorií.

   (b) Určete mechanickou energii kamene v bodě P a v bodech dopadu P_1, P_2, P_3.

   (c) Vypočtěte rychlosti dopadu v_{d1}, v_{d2}, v_{d3} kamene na zem.

   (d) Nalezněte vztahy mezi rychlostmi dopadu v případě, že by odpor vzduchu nebyl zanedbatelný.

6. Matematické kyvadlo je tvořeno kuličkou o hmotnosti $m = 100\,\mathrm{g}$, která je zavěšena na vlákně se zanedbatelnou hmotností o délce $l = 80\,\mathrm{cm}$. Kyvadlo bylo vychýleno z rovnovážné polohy o úhel $\alpha = 60°$ a uvolněno, takže začalo kývat. Odpor vzduchu zanedbáme.

   (a) Nakreslete náčrtek kyvadla a vyjmenujte síly, které na něj působily. Určete ty z nich, které konaly práci.

   (b) Nalezněte kinetickou energii kyvadla při průchodu rovnovážnou polohou.

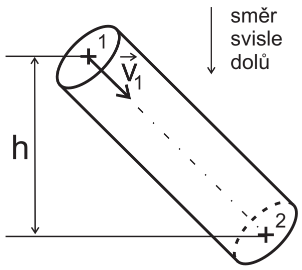
   (c) Vypočtěte hybnost kuličky při průchodu rovnovážnou polohou.

   (d) Určete dobu kmitu kyvadla.

6 Mechanika tekutin.

Úvodní příklady

1. Šikmo položeným potrubím stálého průřezu teče kapalina. Proudění je ustálené. V místě 1 má kapalina rychlost v_1. V místě 2 má rychlost



a) $v_2 = v_1 + 2gh$

b) $v_2 = v_1 + gh$

c) $v_2 = v_1 + \sqrt{2gh}$

d) $v_2 = v_1$

2. V kapalině o hustotě ρ_k plove těleso o hustotě $\rho_t = \frac{3}{4}\rho_k$. Nad hladinou se nachází

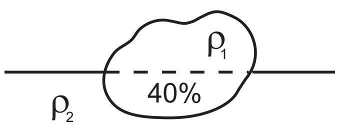
a) 50% tělesa

b) 75% objemu tělesa

c) 43% objemu tělesa

d) 25% objemu tělesa

3. Těleso o hustotě ρ_1 plave v kapalině o hustotě ρ_2. Pod hladinou kapaliny je 40% objemu tělesa. Platí:



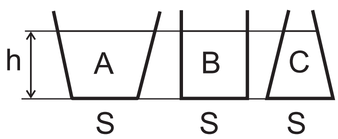
a) $\rho_2 = 0{,}4\rho_1$

b) $\rho_2 = 1{,}4\rho_1$

c) $\rho_2 = 1{,}6\rho_1$

d) $\rho_2 = 2{,}5\rho_1$

4. Nádoby **A**,**B**,**C** mají dna stejných ploch S. V nádobách je nalita stejná kapalina do stejné výšky h. Platí



a) Tlak kapaliny u dna je největší v nádobě **A**

b) V nádobě **C** působí kapalina na dno největší silou

c) Tíha kapaliny je ve všech třech nádobách stejná

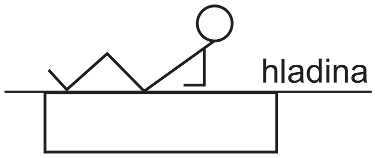
d) Na dna všech tří nádob působí kapalina stejnou silou

Správné odpovědi: 1d, 2d, 3d, 4d

5. Válcová nádoba s plochou dna $S = 2\,\mathrm{dm}^2$ je naplněna kapalinou o hustotě $\rho = 8 \cdot 10^2\,\mathrm{kg.m}^{-3}$. Hydrostatický tlak u dna je $4 \cdot 10^3\,\mathrm{Pa}$. Určete objem kapaliny.

$\boxed{V = 10\,\mathrm{dm}^3}$

6. Po rybníku jezdí dítě na dřevěné desce. Horní plocha desky je v úrovni hladiny. Deska má hmotnost $m_1 = 30\,\mathrm{kg}$, hustota dřeva $\rho_1 = 0,6 \cdot 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m}^{-3}$, hustota vody $\rho_2 = 1,0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m}^{-3}$. Vypočtěte hmotnost dítěte.



$\boxed{m = 20\,\mathrm{kg}}$

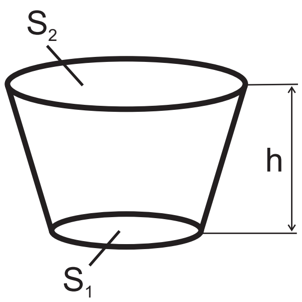
7. V petroleji o hustotě $\rho = 8 \cdot 10^2\,\mathrm{kg{\cdot}m}^{-3}$ plave těleso hmotnosti $m = 2\,\mathrm{kg}$, objemu $V = 5\,\mathrm{dm}^3$. Určete objem ponořené části tělesa V_p.

$\boxed{V_p = 2,5\,\mathrm{dm}^3}$

8. Ponorka je v hloubce $h = 30\,\mathrm{m}$ pod hladinou. Tlak v této hloubce je $p_1 = 4,0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. Uvnitř ponorky je tlak $p_2 = 1,0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. Určete, jak velká je výsledná tlaková síla působící na okénko ponorky o ploše $S = 2\,\mathrm{dm}^2$.

$\boxed{F = 6 \cdot 10^3\,\mathrm{N}}$

9. V nádobě s plochou dna $S_1 = 30\,\mathrm{cm}^2$ sahá kapalina do výšky $h = 20\,\mathrm{cm}$. Hladina má plochu $S_2 = 40\,\mathrm{cm}^2$. Kapalina má hustotu $\varrho = 1,2 \cdot 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m}^{-3}$. Vypočtěte velikost síly F, kterou kapalina působí na dno.



$\boxed{F = 7,2\,\mathrm{N}}$

10. Na hladině kapaliny o hustotě $\rho_1 = 8,0 \cdot 10^2\,\mathrm{kg{\cdot}m}^{-3}$ plove těleso, přitom 30% objemu tělesa je nad hladinou. Vypočtěte hustotu tělesa ρ_2.

$\boxed{\rho_2 = 560\,\mathrm{kg{\cdot}m}^{-3}}$

Pod pojem **tekutiny** zahrnujeme **kapaliny i plyny**, neboť mají některé mechanické vlastnosti shodné. Plyny jsou vyloučeny z výkladu až v části o hydrodynamice ideálních kapalin.

Tlak p tekutiny je skalární veličina, kterou můžeme určit v libovolném místě tekutiny výpočtem pomocí vztahu

$$p = \frac{|\Delta F_n|}{\Delta S}, \qquad (\mathrm{Pa} = \mathrm{N{\cdot}m^{-2}})$$

kde ΔF_n je normálová složka síly, kterou tekutina tlačí v daném bodě na libovolně orientovanou plošku velikosti ΔS. Tlak v daném bodě je ve všech směrech stejně veliký a tedy nezáleží na směru, ve kterém ho zjišťujeme.

6.1 Archimédův zákon.

Těleso, které je ponořeno do tekutiny v tíhovém poli Země (s tíhovým zrychlením $\vec{g}$) je tekutinou nadlehčováno silou

$$\vec{F} = -\varrho_t V \vec{g},$$

kde ϱ_t je hustota tekutiny a V je objem ponořené části tělesa. Takzvaná **vztlaková síla** je důsledkem rozdílného hydrostatického tlaku na dolní a na horní ploše nadlehčovaného tělesa.

Pokud by tekutina nebyla v tíhovém poli Země, měla by v klidu všude stejný tlak. Tíhové pole vytváří tlak vrchnějšch vrstev tekutiny na spodnější vrstvy v důsledku působení tíhových sil. Proto ve větší hloubce h_2 proti menší hloubce h_1 od povrchu tekutiny se tlak zvyšuje podle vztahu

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \varrho g (h_2 - h_1),$$

kde ϱ je hustota tekutiny. Vztah platí jenom za předpokladu, že hustota i tíhové zrychlení jsou všude v tekutině stejně velké, což v praxi bývá obvykle splněno.

6.2 Hydrodynamika ideální kapaliny.

Následující výklad popisuje ideálně nestlačitelné tekutiny. Vylučujeme tedy plyny i kapaliny obsahující mnoho plynových bublinek. **Ustálené proudění** v nerozvětveném potrubí s průřezem S (který je kolmý na stěny trubice), má v libovolném místě A trubice tlak p_A i rychlost proudění v_A s časem se neměnící.

V trubici s proudící kapalinou, pro dva libovolně umístěné body A, B, platí dva důležité zákony:

1. **Rovnice kontinuity.**

$$v_A S_A = v_B S_B = konst.$$

2. **Bernoulliova rovnice.**

$$p_A + \varrho g h_A + \frac{1}{2}\varrho v_A^2 = p_B + \varrho g h_B + \frac{1}{2}\varrho v_B^2 = konst.$$

Bernoulliova rovnice se zjednoduší pro vodorovnou trubici, kde $h_A = h_B$ a druhý sčítanec na obou stranách se zruší. Mění-li se průřezy trubice S v bodě B ve srovnání s průřezem v bodě A, nutno použít oba zákony současně.

Příklady na procvičení

1. Vypočtěte tlak vody u dna hrnce naplněného až po okraj vodou a sílu zatížení dna hrnce, jestliže hrnec je 2 dm vysoký a průměr jeho dna je 1,5 dm. Atmosférický tlak je 0,1 MPa a hustota vody $\varrho = 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$.

2. Úvahou o rovnováze tekutiny ve svislé válcové nádobě dokažte vztah $p_1 - p_2 = \varrho g(h_2 - h_1)$. Může horolezec určovat výšku výstupu pomocí citlivého manometru?

3. V cisterně tvaru komolého kužele je voda. Atmosférický tlak p_{at}= 0,1 MPa, výška hladiny vody je 3 m (měřeno ode dna), průměr kruhové základny dna je 1,2 m a průměr hladiny je 2 m.

   (a) Určete objem vody a její hmotnost

   (b) Určete tlak vody u dna cisterny

   (c) Vypočtěte sílu, kterou voda tlačí na dno cisterny.

   (d) Vypočtěte velikost výsledné síly, kterou působí voda na kuželovou stěnu.

4. V oleji o hustotě $\varrho_1 = 920\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ je zavěšena na vlákně ocelová krychle o hraně délky 150 mm (hustota oceli $\varrho_2 = 7,7\cdot 10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$) tak, že horní plocha krychle je rovnoběžná s hladinou a nachází se pod ní v hloubce 100 mm.

   (a) Určete síly, kterými voda působí na horní a dolní stěnu krychle.

   (b) Určete výslednici sil, kterou působí voda na svislou část povrchu krychle.

   (c) Určete výslednici sil, kterou působí voda na krychli.

   (d) Ověřte platnost Archimédova zákona v uvažovaném případě.

   (e) Vypočtěte sílu, kterou působí krychle na vlákno.

5. Na vodní hladině plave dřevěná deska a na ní sedí člověk. Deska s hustotou dřeva $\varrho = 500\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ a rozměry $a = 1\,\mathrm{m}$, $b = 2\,\mathrm{m}$, $d = 0{,}1\,\mathrm{m}$ je celá právě ponořena, takže člověk je celý ještě nad vodou. Jaká je hmotnost člověka?

6. Vodorovnou trubicí proudí voda rychlostí $2{,}5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a má tlak $0{,}11\,\mathrm{MPa}$. Jak velkou rychlostí proudí voda v zúženém místě trubice, kde má tlak $0{,}10\,\mathrm{MPa}$?

7. Z otevřeného barelu tryská otvorem o průřezu $S_1 = 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2}$ voda. Průřez válcového barelu $S_2 = 3\,\mathrm{m^2}$ a vody je v něm až do výšky $1{,}5\,\mathrm{m}$. Otvor je v barelu ve výšce $20\,\mathrm{cm}$ ode dna.
   (a) Určete rychlost výtoku vody.
   (b) Určete objem vody, která vyteče za $1\,\mathrm{s}$.
   (c) Vypočtěte sílu, kterou by působila voda na zátku, kterou bychom uzavřeli výtokový otvor.

8. Čerpadlo načerpá za 1 minutu $1,9 \cdot 10^3$ litrů vody. Přívodní potrubí má průměr $40\,\mathrm{cm}$. Výtokovým potrubím proudí voda rychlostí $20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.
   (a) Určete rychlost vody v přívodním potrubí.
   (b) Vypočtěte průměr výtokového potrubí.

7 Teplo a teplota

Úvodní příklady

1. Plyn je v nádobě dobře tepelně izolované od okolí. Když pístem plyn pomalu stlačujeme, tak jeho
   a) tlak roste, teplota se nemění
   b) tlak roste, teplota roste
   c) tlak klesá, teplota roste
   d) tlak klesá, teplota se nemění
2. Tělísko přijalo teplo 60 J, teplota tělíska přitom vzrostla o 12 °C. Tepelná kapacita tělíska je
   a) $720\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
   b) $72\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
   c) $5\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
   d) $0{,}2\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$
3. Plyn byl izotermicky stlačen na polovinu původního objemu. Přitom píst na plynu vykonal práci 40 J. Vnitřní energie plynu
   a) vzrostla o 40 J
   b) vzrostla o 20 J
   c) se nezměnila
   d) klesla o 20 J
4. Měrná tepelná kapacita látky je $2\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Teplota kousku látky o hmotnosti 50 g vzrostla z 5 °C na 7 °C. Z toho plyne, že látce bylo dodáno teplo
   a) $2 \cdot 10^2$ J
   b) $5 \cdot 10^2$ J
   c) $7 \cdot 10^2$ J
   d) $10 \cdot 10^2$ J
5. Plyn expandoval, jeho objem vzrostl dvakrát, jeho tlak vzrostl taky dvakrát. Vyberte správné tvrzení:
   a) děj není možný - při růstu objemu vždy klesá tlak
   b) teplota plynu klesla
   c) počáteční teplota plynu byla stejná jako konečná teplota
   d) plyn vykonal (kladnou) práci

Správné odpovědi: 1b, 2c, 3c, 4a, 5d

6. Olověné závaží hmotnosti $m = 5\,\mathrm{kg}$ teploty $t_1 = 100\,°\mathrm{C}$ postavíme na kus ledu teploty $t_2 = 0\,°\mathrm{C}$. Kolik ledu Δm roztaje? (Výsledná teplota je $0\,°\mathrm{C}$, ztráty tepla neuvažujte; měrné skupenské teplo tání ledu je $l = 300\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$; měrná tepelná kapacita olova je $c = 1{,}2\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$).

$$\boxed{\Delta m = 2\,\mathrm{kg}}$$

7. Kus ledu o hmotnosti $m_1 = 2{,}0\,\mathrm{kg}$, teploty $t_1 = 0°\mathrm{C}$ byl ohříván. Konečná teplota byla $0°\mathrm{C}$, část ledu hmotnosti $m_2 = 1{,}4\,\mathrm{kg}$ roztála. Jaké teplo bylo ledu dodáno?

   Měrná tepelná kapacita ledu $c = 2 \cdot 10^3\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání $l = 3{,}3 \cdot 10^5\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}}$.

$$\boxed{Q = 4,62{\cdot}10^5\,\mathrm{J}}$$

8. Při stálé teplotě $T = 290\,\mathrm{K}$ vzrostl objem plynu o 50%. Počáteční tlak plynu byl $p_1 = 3,0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$. Určete konečný tlak plynu.

$$\boxed{p_2 = 2{\cdot}10^5\,\mathrm{Pa}}$$

9. Voda o hmotnosti $m = 1,00\,\mathrm{t}$ (tuna) má objem $V_1 = 1,00\,\mathrm{m^3}$. Jaký objem bude mít led, který vznikne zmrznutím této vody?

   Hustota ledu $\varrho = 9,2 \cdot 10^2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$

$$\boxed{V_2 = 1,087\,\mathrm{m^3}}$$

10. Na kus ledu teploty $0°\mathrm{C}$ hmotnosti $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ byla nalita voda hmotnosti $m_2 = 3\,\mathrm{kg}$ (neznámé teploty). Všechen led roztál, konečná teplota byla $0°\mathrm{C}$. Určete počáteční teplotu vody.

    (Měrná tepelná kapacita ledu $c_1 = 2{\cdot}10^3\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita vody $c_2 = 4{\cdot}10^3\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l = 3{\cdot}10^5\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}}$).

$$\boxed{t = 50\,°\mathrm{C}}$$

11. Do vany napouštíte vodu ze dvou kohoutků. Voda 1 má teplotu $t_1 = 10°\mathrm{C}$, voda 2 teplotu $t_2 = 60°\mathrm{C}$. Ve vaně chcete mít $V = 50$ litrů vody teploty $t_3 = 40°\mathrm{C}$. (Ztráty tepla neuvažujte). Jaký objem chladnější vody napustíte?

$$\boxed{V_1 = 20\,\text{litrů}}$$

7.1 Kalorimetrie

Tepelná energie, krátce **teplo**, dodaná látce buď zvyšuje její **teplotu**, nebo způsobuje fázové změny.

Tepelná kapacita C pevné látky nebo kapaliny (bez fázového přechodu) je definována vztahem:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \qquad (\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}})$$

kde teplo dodané určité látce ΔQ zvýší jeho teplotu o Δt.

Měrná tepelná kapacita c látky je tepelná kapacita této látky vztažená na jednotku hmotnosti, tedy

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta t}. \qquad (\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}\,K^{-1}})$$

Skupenské teplo tání (nebo varu) L látky je teplo ΔQ potřebné k fázové přeměně určitého množství látky. Při fázové přeměně čisté látky se teplota nemění. **Měrné skupenské teplo** l je skupenské teplo připadající na jednotkové hmotnostní množství látky $l = \frac{L}{m}$. Jednotkou je $\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}}$. Směšovací kalorimetr je nádoba částečně zaplněná kapalinou. Stěny kalorimetru jsou obvykle z látky s malou teplotní vodivostí. Při kalorimetrických měřeních přidáváme do kalorimetru odměřené množství zkoumané látky m_z. V případě teplejší zkoumané látky přijme kalorimetr i s kapalinou tolik tepla Q_z, kolik je zapotřebí ke konečnému vyrovnání teploty v kalorimetru na stejnou výslednou teplotu t. V případě chladnější zkoumané látky dodá kalorimetr teplo Q_k a kapalina (často voda) v něm předem obsažená Q_v a platí kalorimetrická rovnice:

$$Q_z = Q_k + Q_v = K\Delta t + m_v c_v \Delta t,$$

kde Δt představuje podle okolností buď přírůstek, nebo úbytek teploty.

7.2 Stavová rovnice ideálního plynu.

$$pV = nRT$$

obsahuje tři základní veličiny, které určují stav ideálního plynu. Tlak p, objem V a teplotu $T = T_0 + t$ v kelvinech. $T_0 = 273\,\mathrm{K}$ a t je teplota v Celsiových stupních. n je látkové množství v jednotkách mol. Označíme-li počet molekul v určitém množství plynu N a Avogadrovo číslo molekul N_A, potom $N = nN_A$. R je molární plynová konstanta s číselnou velikostí

$$R = 8,31 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kmol{\cdot}K}} = 8,31\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol{\cdot}K}}.$$

Molární hmotnost M_m je hmotnost jednoho molu látky v kilogramech, takže

$$n = \frac{m}{M_m}.$$

Když výměna tepla mezi zkoumaným plynem a jeho okolím je znemožněna, potom takový děj nazýváme **adiabatickým** a mezi počátečními veličinami (s indexem 1) a koncovými hodnotami stejných veličin v takovém ději (s indexem 2) platí

$$p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}.$$

Při spolehlivé výměně tepla zkoumaného plynu s okolím rozlišujeme tři jednoduché situace, kdy během celého děje se nemění teplota (izotermický děj), nebo se nemění tlak (izobarický děj), nebo se nemění objem plynu (izochorický děj). Pro každý takový děj snadno odvodíme vztah mezi výchozími stavovými veličinami (s indexem 1) a hodnotami stavových veličin na konci děje (s indexem 2) ze stavové rovnice ideálního plynu. Jednoduché závěry v předchozím výkladu jsou ovšem možné pouze za předpokladu, že množství zkoumaného výchozího plynu a tedy počet molekul na začátku děje je tentýž jako na konci děje.

7.3 Práce ideálního plynu

Tlakem plynu p na píst (který uzavírá plyn v nádobě) proti vnější síle koná jeho posouváním plyn práci

$$W = F\Delta x = pS\Delta x = p\Delta V,$$

kde S je plošný obsah pístu (uzavírajícího plyn) a Δx je elementární posun pístu proti vnějším silám. ΔV je přírůstek objemu plynu při posuvu pístu.

7.4 První věta termodynamická.

Jestliže určité uzavřené soustavě látek dodáme teplo Q, toto teplo jednak zvyšuje vnitřní energii uvedené soustavy látek ΔU případně část nebo i celé dodané teplo se přemění na práci W, vykonané soustavou látek.

$$Q = \Delta U + W.$$

Protože pro ideální plyn bez fázového přechodu se dodáváním tepla zvyšuje teplota plynu, musí vzrůstat i vnitřní energie plynu. Při izotermickém ději pak se veškeré dodané teplo mění na práci plynu.

7.5 Účinnost Carnotova cyklu.

Carnotův cyklus je kruhový děj, skládající se z izotermické a adiabatické expanze a následující izotermické a adiabatické komprese pracovní látky. Na konci kruhového děje má pracovní látka stejné hodnoty stavových veličin a parametrů jako na začátku tohoto děje.

Tepelná účinnost libovolného uzavřeného pracovního cyklu je vyjádřena prací W, kterou vykoná pracovní látka, podělenou teplem Q_1, které bylo odebráno z okolní lázně ohřívače.

$$\eta = \frac{W}{Q_1}.$$

V případě Carnotova cyklu je teplo Q_1 nabráno při izotermické expanzi za teploty T_1 a část tepla Q_2 je odevzdána při izotermické kompresi studenější lázni s teplotou T_2 a platí:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Možností náhrady tepla Q_1 odebraného teplejší lázni a současně tepla Q_2 odevzdaného studenější lázni příslušnými teplotami lázní, mezi kterými děj probíhá, je možné pro Carnotův cyklus dokázat. Jakýkoliv jiný cyklus nemůže mít větší účinnost než cyklus Carnotův, který je tak mírou účinnosti reálných tepelných strojů při vzájemném porovnávání.

Řešené příklady

- Tlaková nádoba obsahuje při teplotě $t_1 = 27°\mathrm{C}$ a tlaku $p_1 = 4\,\mathrm{MPa}$ stlačený plyn. Jak se změní jeho tlak, když poloviční množství vypustíme a jeho teplota přitom klesne o 15°C?

  Řešení

  Stavovou rovnici pro počáteční stav lze zapsat ve tvaru

  $$\frac{p_1 \cdot V}{T_1} = n \cdot R.$$

  Na začátku i na konci děje byl objem nádoby V stejný, ale množství plynu bylo v koncovém stavu poloviční. Pro koncový stav lze tedy obdobně psát

  $$\frac{p_2 \cdot V}{T_2} = \frac{n}{2} \cdot R.$$

  Z předchozích dvou rovnic tedy vyplývá, že platí

  $$\frac{p_1 \cdot V}{T_1} = 2 \cdot \frac{p_2 \cdot V}{T_2},$$

  odkud lze p_2 vyjádřit

  $$p_2 = \frac{p_1}{2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{4 \cdot 10^6}{2} \cdot \frac{27 - 15 + 273}{27 + 273} = 1,9 \cdot 10^6\,\mathrm{Pa} = 1,9\,\mathrm{MPa}.$$

- Led o hmotnosti $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$ a o teplotě $t_1 =$-1°C se ponoří do 1 l vody 100°C teplé. Měrná tepelná kapacita ledu je $c_1 = 2{,}1\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$. Měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 334\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$. Jakou výslednou teplotu t_v bude mít voda až led roztaje?

  Řešení
  Hmotnost vody o objemu 1 l (hustota vody $\varrho = 1{\cdot}10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$) je 1 kg. Označme hmotnost, měrnou tepelnou kapacitu a teplotu vody na začátku $m_2 =$1 kg, $c_2 = 4,2{\cdot}10^3\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ a $t_2 =$100 °C. Tepelnou bilanci systému lze zapsat rovnicí

  $$m_2c_2(t_2 - t_v) = m_1c_1(0 - t_1) + m_1l_t + m_1c_2(t_v - 0),$$

  kde první člen vyjadřuje teplo odevzdané teplou vodou, druhý člen vyjadřuje teplo, které bylo dodáno ledu, aby se ohřál o 1°C, třetí člen je teplo přijaté ledem, aby roztál a poslední člen pak vyjadřuje teplo nutné na ohřátí vody, vzniklé roztátím ledu. Jelikož $m_1 = m_2$, lze uvedenou rovnici upravit do tvaru

  $$c_2(t_2 - 2t_v) = -c_1t_1 + l_t$$

  a z toho lze výslednou teplotu vyjádřit jako

  $$t_v = \frac{t_2}{2} - \frac{l_t - c_1t_1}{2c_2}.$$

  Dosazením získáme výsledek

  $$t_v = \frac{100}{2} - \frac{334{\cdot}10^3 + 2,1{\cdot}10^3 \cdot 1}{2 \cdot 4,2{\cdot}10^3} = 10°\mathrm{C}.$$

Příklady na procvičení

1. V železné nádobě hmotnosti 2 kg je voda hmotnosti 5 kg. Měrná tepelná kapacita železa je $460\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$. Kolik tepla je potřeba dodat na zahřátí této soustavy z 20°C na 100°C?

2. Do nádrže obsahující 35 kg oleje teploty 30°C jsme při kalení ponořili ocelový předmět ohřátý na teplotu 800°C. Vypočítejte jaká je hmotnost tohoto předmětu, když se po jeho vložení do oleje teplota ustálila na 58°C. (Měrná tepelná kapacita oleje je $1674\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ a oceli je $460\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$)

3. V kalorimetru o tepelné kapacitě $12{,}5\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$ je voda hmotnosti $500\,\mathrm{g}$ o teplotě $25°\mathrm{C}$. Po ponoření tělíska hmotnosti $100\,\mathrm{g}$ a teplotě $115°\mathrm{C}$ se teplota ustálí na $35°\mathrm{C}$. Vypočítejte měrnou tepelnou kapacitu materiálu, z něhož je tělísko zhotoveno.

4. Topným tělískem elektrického kalorimetru protékal po dobu $140\,\mathrm{s}$ proud $1{,}4\,\mathrm{A}$ při napětí $2{,}7\,\mathrm{V}$. Voda v kalorimetru o hmotnosti $400\,\mathrm{g}$ se ohřála o $0{,}3°\mathrm{C}$. Určete tepelnou kapacitu kalorimetru.

5. V elektrickém ohřívači se ohřívá voda hmotnosti $25\,\mathrm{kg}$.

   (a) Jaké množství tepla voda přijme, jestliže se její teplota zvýší z $16°\mathrm{C}$ na $60°\mathrm{C}$?

   (b) Jak dlouho trvá ohřívání, je-li příkon topného tělesa $1{,}7\,\mathrm{kW}$? Tepelnou kapacitu ohřívače lze zanedbat.

6. Zmenšíme-li určitý objem vzduchu izotermickým stlačením o $5\,\mathrm{l}$, zvýšíme jeho tlak na trojnásobnou hodnotu. Jak velký byl počáteční objem vzduchu V?

7. Určité množství plynu má objem $0{,}3\,\mathrm{m^3}$ při tlaku $1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$ a teplotě $10°\mathrm{C}$. Jak velkou práci plyn vykoná při vzrůstu teploty na $100°\mathrm{C}$ při konstantním tlaku?

8. Při adiabatickém rozepnutí plynu vykonal plyn práci $0{,}6\,\mathrm{kJ}$. O jakou hodnotu se změnila vnitřní energie plynu? Změnila se teplota plynu?

9. Tepelný stroj (turbína) má pohánět čerpadlo vody ze studny o hloubce $20\,\mathrm{m}$. Do turbíny proudí páry organické kapaliny, zahřáté slunečními kolektory na teplotu $90°\mathrm{C}$ a po průchodu turbínou kondenzují chlazením čerpanou vodou při teplotě $20°\mathrm{C}$. Jaké minimální teplo musí dodat kolektory, aby se vyčerpal $1\,\mathrm{m^3}$ vody?

10. Do místnosti vytápěné radiátorem je během jedné hodiny dodáno $Q = 8,4{\cdot}10^5$ J tepla. Voda vstupující do radiátoru má teplotu $t_1 = 80°\mathrm{C}$, voda vystupující z radiátoru má teplotu $t_2 = 70°\mathrm{C}$. Vypočtěte hmotnost vody, která radiátorem za hodinu proteče.

    Měrná tepelná kapacita vody $c = 4,2{\cdot}10^3\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$.

11. Množství kyslíku, jež má za tlaku $p_1 = 1{\cdot}10^5\,\mathrm{Pa}$ a teploty $t = 20°\mathrm{C}$ objem $V_1 = 3\,\mathrm{m^3}$, má být umístěno do láhve. V láhvi má mít kyslík při teplotě $20°\mathrm{C}$ tlak $p_2 = 6{\cdot}10^5\,\mathrm{Pa}$. Jaký objem V_2 láhve zvolíte?

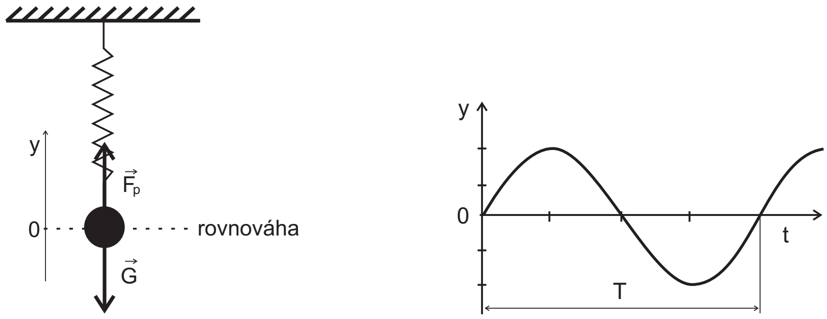
8 Kmitání a vlnění.

Úvodní příklady

1. Vlnění o frekvenci 600 Hz se šíří ve vzduchu rychlostí 300 m·s^{-1}. Vnikne do vody, kde se šíří rychlostí 1 000 m·s^{-1}. Ve vodě má frekvenci
   - a) 2 000 Hz
   - b) 600 Hz
   - c) 180 Hz
   - d) 67 Hz
2. Vlnění o vlnové délce λ urazí během 5 sekund vzdálenost rovnu 2λ. Vlnění má periodu
   - a) 10 s
   - b) 2,5 s
   - c) 1,25 s
   - d) 0,4 s
3. Po provaze se šíří vlnění. Vlnová délka vlnění je
   - a) vzdálenost, kterou vlnění urazí za 1 sekundu
   - b) vzdálenost, kterou vlnění urazí za 1 periodu
   - c) rovna součinu frekvence a amplitudy vlnění
   - d) rovna dvojnásobku amplitudy vlnění
4. Elektromagnetické vlny se šíří rychlostí $3{,}0\cdot10^{8}$ m·s^{-1}. Rozhlasová vlna o frekvenci 60 kHz má vlnovou délku
   - a) 5,0 km
   - b) 1,8 km
   - c) 2,0 km
   - d) 5,0 m
5. Po provaze postupuje vlna rychlostí 40 m·s^{-1}. Amplituda výchylky je 15 cm, perioda je 0,2 s. Vlnová délka je
   - a) 0,3 m
   - b) 1,2 m
   - c) 4 m
   - d) 8 m
6. Vlnění o periodě $2\cdot10^{-2}$ s urazí za 5 sekund dráhu 1 km. Vlnění má vlnovou délku
   - a) 0,25 m
   - b) 1,0 m
   - c) 2,5 m
   - d) 4,0 m

Správné odpovědi: 1b, 2b, 3b, 4a, 5d, 6d

8.1 Kmity



Obrázek 3: Jednoduchý kmitavý systém - oscilátor

Představme si těleso hmotnosti m zavěšené na pružině a tato soustava je v klidu (obr. 3). Pružina je ve srovnání se situací bez zavěšeného tělesa protažená vlivem tíhové síly $G = m{\cdot}g$. Protažení y_p je přímo úměrné působící tíhové síle. V rovnovážné poloze je tíhová síla opačně orientovaná a stejně velká jako síla pružiny F_p a pro její velikost platí

$$F_p = k.y_p,$$

kde y_p je protažení pružiny a součinitel úměrnosti k je již dříve definovaná **tuhost pružiny**. Když těleso vychýlíme z rovnovážné polohy, bude převažující síla do této polohy těleso vracet. Těleso při návratu do rovnovážné polohy získává kinetickou energii a proto překmitne do opačné výchylky. Dochází k přelévání energie pružiny v energii kinetickou a naopak. Těleso kmitá periodicky (s **periodou** T) kolem rovnovážné polohy a časová závislost jeho polohy je určena harmonickou funkcí

$$y = y_0 \sin 2\pi f t, \tag{1}$$

kde největší výchylku y_0 nazýváme **amplitudou** kmitání a tak zvaná **frekvence kmitání** f (počet kmitů za sekundu) je určena vztahem

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Často používanou veličinou je **úhlová frekvence** kmitání Ω, která souvisí s frekvencí vztahem $\Omega = 2\pi f$. Celý argument funkce sinus ve vztahu (1) je nazýván **fází** kmitání.

Kmity nemusí začínat vždy z rovnovážné polohy. To vyjadřujeme pomocí **počáteční fáze** φ_0. Kmitavá výchylka fyzikální veličiny má tedy následující obecný tvar

$$y = y_0 \sin(\Omega t + \varphi_0).$$

Přeneseně kmitáním nazýváme i jiné případy periodicky se měnící fyzikální veličiny, jejíž časová změna je vyjádřena harmonickou funkcí. Na příklad pro dobu kmitu matematického kyvadla s délkou závěsu l platí

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

8.2 Vlnění

Jestliže se kmitání může přenášet dál postupně do okolí zdroje kmitů např. ve směru osy x, potom ve vzdálenosti x od zdroje kmitání pozorujeme stejné kmitání, avšak se zpožděním τ. (Představme si dlouhou gumovou hadici, jejíž konec držíme v ruce a prudce zakmitneme. Kmity se přenáší podél hadice až na druhý konec, pokud útlumem po cestě nezaniknou.) Jestliže útlum kmitů je při přenosu zanedbatelný a **fázová rychlost** c, se kterou se vlnění podél osy x přenáší, se využije pro vyjádření zpoždění kmitů ve vzdálenosti x, dostaneme rovnici vlnění ve tvaru

$$u = u_0 \sin \Omega(t - \tau) = u_0 \sin \Omega(t - \frac{x}{c}) = u_0 \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}),$$

kde λ je **vlnová délka** a také dráha během doby T (tedy jedné periody) a platí

$$\lambda = c{\cdot}T.$$

Výchylku vlnění označujeme u, narozdíl od výchylky kmitání y. V trojrozměrném prostoru je výchylka vlnění nejenom funkcí času t a souřadnice x, ale i y a z. Argument trigonometrické funkce $2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ nazýváme **fází vlnění**.

Rychlost $v(t)$, s jakou se výchylka kmitání $y(t)$ mění, vyjadřuje vztah

$$v = y_0\Omega \cos{(\Omega t + \varphi_0)}$$

a pro vlnění

$$v_u = u_0\Omega \cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

Pro zrychlení a kmitavého pohybu platí

$$a = -y_0(\Omega)^2 \sin{(\Omega t + \varphi_0)} = -y(\Omega)^2.$$

Obdobně bychom odvodili výraz pro zrychlení kmitavého pohybu pro vlnění.

Kinetická energie kmitavého pohybu se vyjádří vztahem

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m{y_0}^2\Omega^2 \cos^2 \Omega t.$$

Energie pružnosti podobným vztahem

$$E_p = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}k{y_0}^2 \sin^2 \Omega t.$$

Celková energie oscilátoru

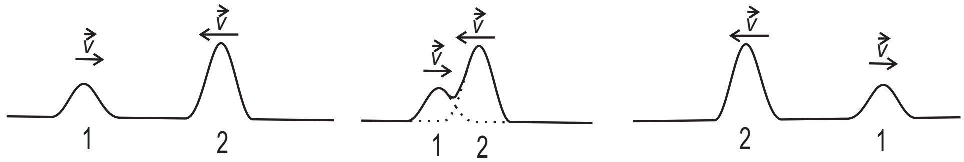
$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}ky_0^2$$

je konstantní. Pro úpravu vyjádření výsledné energie kmitání byl použitý vztah

$$\Omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

který vyplývá ze základních vztahů pro frekvenci, nebo periodu kmitání pružiny.

Již míněné vlny šířící se po hadici nebo třeba chvění houslové struny je typickým příkladem **příčného** vlnění. Při takovém má výchylka bodů z rovnovážné polohy směr kolmý ke směru šíření vlny. Oproti tomu vlnění, při kterém body prostředí, jímž se vlna šíří, kmitají ve směru šíření vlny, se nazývá **podélné**. Příkladem takového vlnění je zvuk.



Obrázek 4: Superpozice dvou proti sobě jdoucích pulsů

Pokud se setkají dvě vlny, jejich výchylky se sčítají (dochází k superpozici) a vzniká nová výsledná vlna, jejíž výchylka bude dána vztahem

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t).$$

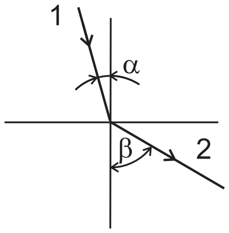
Obě vlny tím však nezaniknou, ale pokračují dál v původním tvaru (obr. 4).

Setkají-li se dvě proti sobě jdoucí vlny (např. vlna odražená od překážky a vlna dopadající), může vzniknout tzv. **stojatá vlna**.

9 Optika.

Úvodní příklady

1. Paprsek světla **1** dopadá pod úhlem α na rozhraní dvou látek. Ve druhé látce postupuje směrem **2**, β je úhel lomu. Označme f_1 frekvenci dopadajícího světla, f_2 frekvenci lomeného světla. Platí

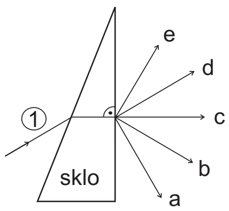


a) $f_1.\alpha = f_2.\beta$
b) $f_1.\beta = f_2.\alpha$
c) $f_1.\sin\alpha = f_2.\sin\beta$
d) $f_1 = f_2$

2. Označme rychlost světla ve vakuu c. Ve skle o indexu lomu $\frac{3}{2}$ se světlo šíří rychlostí

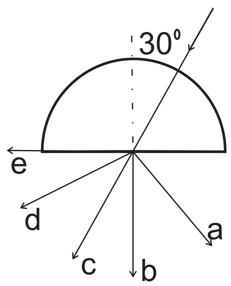
a) $\frac{9}{4}c$
b) $\frac{3}{2}c$
c) $\frac{2}{3}c$
d) $\frac{1}{3}c$

3. Na skleněný hranol dopadá ze vzduchu světelný paprsek **1**. Ve skle postupuje nakresleným směrem. Ze skla (do vzduchu) vystoupí



a) směrem a
b) směrem b
c) směrem c
d) směrem d

4. Na skleněný půlválec (index lomu skla $n = 1{,}6$) dopadá paprsek světla p. Na rovinné ploše půlválce se světlo láme do vzduchu



a) směrem a
b) směrem b
c) směrem c
d) směrem d

Správné odpovědi: 1d, 2c, 3c, 4d

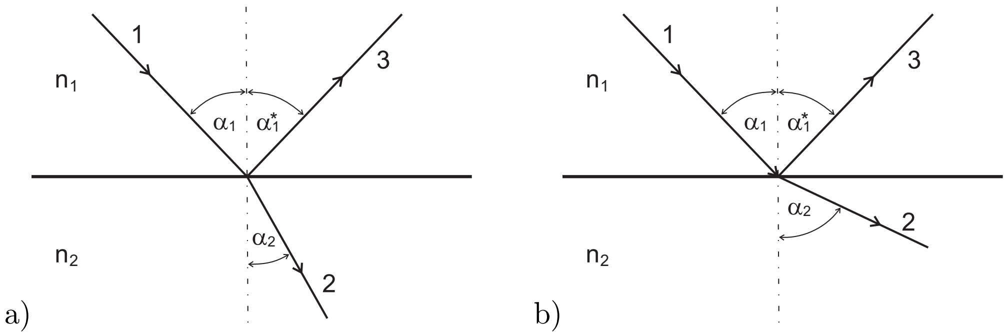
9.1 Geometrická optika

9.1.1 Odraz a lom světla

Světlo se šíří ve vakuu rychlostí $v_0 = 2{,}99{\cdot}10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. V látkách jeho rychlost v závisí na druhu látky, vždy je však menší než ve vakuu. **Index lomu** n látky je definován vztahem

$$n = \frac{v_0}{v}.$$

Paprsky jsou křivky nebo přímky, v nichž se šíří ve světelném poli elektromagnetická energie. V prostředí s konstantním indexem lomu se šíří přímočaře. Na rozhraní dvou prostředí s různými indexy lomu se paprsky odrážejí a lámou. Všechny tyto paprsky (tedy: dopadající, odražený a lomený) leží v jedné rovině, která obsahuje také kolmici na lámavou plochu v místě dopadu paprsku.



Obrázek 5: Odraz a lom světla na rovinném rozhraní mezi prostředím s indexem lomu n_1 a prostředím s indexem lomu n_2 pro a) $n_1 < n_2$ a b) $n_1 > n_2$.

1. U odraženého paprsku je úhel odrazu α_1^* (měřený od kolmice na rozhraní v místě dopadu paprsku) roven úhlu dopadu α_1.

2. U lomeného paprsku platí pro úhel dopadu α_1 a úhel lomu α_2

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

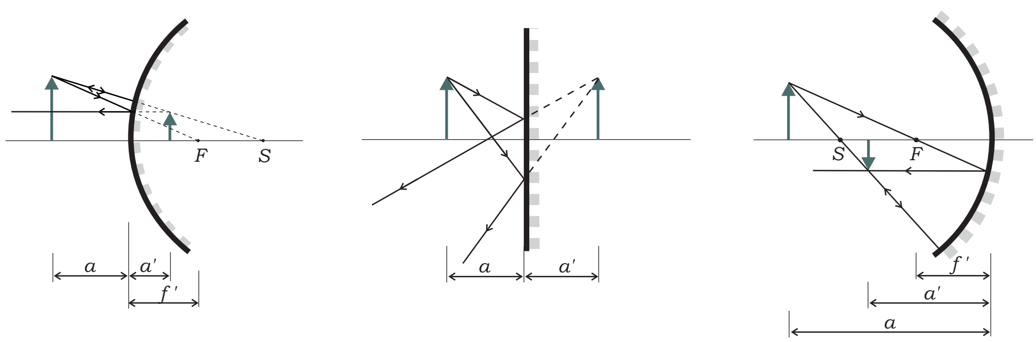
Jestliže první prostředí (označované indexem 1) má index lomu n_1 větší než prostředí 2 s indexem lomu n_2 (obr. 5b), nabude pro určitý úhel α_{1max} úhel α_2 hodnoty 90^0, tedy $\sin\alpha_{1max} = \frac{n_2}{n_1}$. Při dopadu paprsku světla z prostředí 1 do prostředí 2 pod větším úhlem než α_{1max} nastane **úplný (totální) odraz** a lom ani části paprsku nenastane.

Příkladem odrazu a lomu světla na rovinném rozhraní může být vodní hladina. Na ní lze spatřit obraz předmětů nad hladinou i pod ní. Při pozorování pádla, které veslař ponořil částečně do vody, se pozorovateli nad hladinou jeví jako zlomené v místě rozhraní vzduchu a vody. Část ponořená ve vodě je zdánlivě blíže k hladině. Také kameny na dně velmi čisté vody vidíme blíže než skutečně jsou, a proto u hluboké vody se často podceňuje hloubka pozorované vody. Je to důsledek toho, že světelné paprsky vycházející z jednotlivých bodů předmětů pod vodou nedopadají do našeho oka přímo, ale po lomu, tedy z jiného směru, než by do oka přicházely bez lomu na rozhraní dvou prostředí.

9.1.2 Zobrazení pomocí zrcadel.

Rovinné zrcadlo.
Zářící bod před odraznou rovinou uvidíme v zrcadle opět jako zářící bod, který se nachází stejně daleko za zrcadlem. Spojnice zářícího bodu a jeho bodového obrazu je přímka kolmá na rovinu zrcadla. Za zrcadlem však obraz nevidíme, ani ho nezachytíme na stínítku. Uvidíme ho pouze z polohy před zrcadlem při pohledu do zrcadla a je tedy zdánlivý.

Kulové zrcadlo.
Zrcadlící plocha kulového zrcadla zobrazí zářící bod opět jako zářící bod. Obraz zářícího bodu leží vždy na spojnici předmětného zářícího bodu a středu křivosti S jak v případě zrcadla **dutého**, tak i zrcadla **vypuklého**. Protože všechny paprsky vycházející z jediného předmětného bodu se po odrazu na kulové ploše protínají v jednom obrazovém bodě, k jeho konstrukci kromě paprsku jdoucího středem křivosti kulové plochy potřebujeme zakreslit průběh jiného (jinde na kulové ploše se odrážejícího) paprsku. Jestliže hledáme obrazy dvou zářících bodů, případně celé úsečky, zjistí se že vzdálenost obrazů dvou bodů je zpravidla jiná než vzdálenost předmětných bodů. Úsečka tedy bude kratší nebo delší. Předměty budou zobrazením na odrazné ploše zvětšeny, nebo zmenšeny.



Obrázek 6: Zobrazení pomocí vypuklého, rovinného a dutého zrcadla.

Označíme-li délku úsečky y a jejího obrazu y', kde y' je záporné v případě převráceného obrazu, potom zvětšení Z je

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a},$$

kde a je vzdálenost předmětu od zrcadla, a' je vzdálenost obrazu od zrcadla.

Pro tyto vzdálenosti platí zobrazovací rovnice

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f'}.$$

f' je vzdálenost obrazového ohniska F od zrcadla a platí $f' = \frac{R}{2}$, tedy je to poloviční vzdálenost středu křivosti zrcadlící plochy, kterou jsme zde označili jako poloměr R.

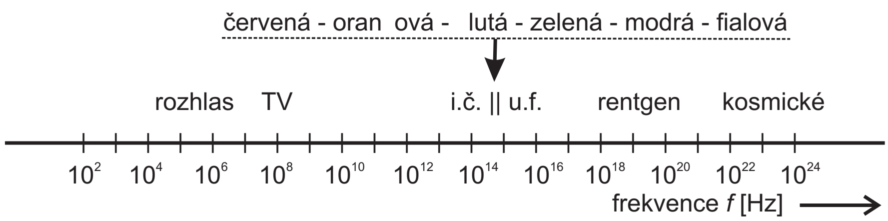
Vzdálenosti před zrcadlem (na té straně se vždy nachází předmět) jsou kladné. Jestliže nějaká vzdálenost vychází záporně, je za zrcadlící plochou. Proto u vypuklého zrcadla je R i f' záporné, u dutého zrcadla kladné. Vzdálenost předmětu od zrcadla a je vždy kladná. Vzdálenost obrazu a' může být kladná i záporná. U dutého zrcadla je a' vždy záporné, protože obraz je vždy za zrcadlem a je tedy jenom zdánlivý.

9.1.3 Zobrazení pomocí čoček.

Čočky nemají odrazné plochy, ale lámavé kulové plochy, které jsou dvě. Spojnice středů křivosti těchto ploch je (hlavní) optickou osou. **Spojná čočka** má největší tloušťku na optické ose, kdežto **rozptylka** má v tomtéž místě tloušťku nejmenší. Pro zobrazení platí formálně stejné vztahy jako pro kulové zrcadlo. Rozdíl je však v tom, že *obrazový prostor je u čoček na opačné straně než předmět a pouze v tomto prostoru je obrazová vzdálenost kladná.* Ohnisková vzdálenost spojné čočky f' je kladná, u rozptylky záporná.

9.2 Vlnová optika

Světlo je elektromagnetické vlnění, podobně jako rentgenové záření či TV signál. Přehled frekvencí jednotlivých známých druhů záření je na obr. 7.



Obrázek 7: Elektromagnetické spektrum

Energie elektromagnetického vlnění se přenáší v kvantech (velmi malých konečných množstvích) nazývaných **fotony**. Energie, přenášená takovou vlnou je tedy součtem energií všech fotonů, které ji tvoří. Energie jednoho fotonu pak závisí pouze na jeho frekvenci f vztahem

$$E_f = h \cdot f,$$

kde h je kvantová (Planckova) konstanta o velikosti $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

10 Elektřina

Úvodní příklady

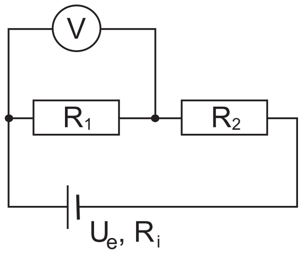
1. Když náboj kondenzátoru dvakrát zvětšíme, tak kapacita kondenzátoru
   - a) čtyřikrát vzroste
   - b) dvakrát vzroste
   - c) nezmění se
   - d) klesne na poloviční hodnotu
2. Homogenní drát o odporu 18 Ω byl rozřezán na třetiny. Tři vzniklé vodiče byly spojeny paralelně. Vzniklá soustava má odpor
   - a) 54 Ω
   - b) 12 Ω
   - c) 6 Ω
   - d) 2 Ω
3. Vodičem teče proud 500 mA. Za jak dlouho projde průřezem vodiče náboj 300 C?
   - a) 1 min
   - b) 6 min
   - c) 10 min
   - d) 30 min
4. Akumulátorem prochází stálý proud 2,0 A. Během 5 sekund ubylo 60 J chemické energie akumulátoru. Výkon akumulátoru je
   - a) 6 W
   - b) 10 W
   - c) 12 W
   - d) 24 W
5. Když v lustru svítí 3 žárovky o stejných odporech, je ze sítě odebírán proud I. Jedna žárovka se přepálila, ze sítě je odebírán proud
   - a) $\frac{2}{3}I$
   - b) I
   - c) $\frac{3}{2}I$
   - d) $\frac{4}{9}I$
6. Kovová koule poloměru R je nabita nábojem Q. Mezi bodem na povrchu koule a ve středu koule je napětí
   - a) $Q.R$
   - b) $\frac{Q}{R}$
   - c) $2Q.R$
   - d) nulové
7. Jestliže napětí v rozvodné síti klesne o 50 %, tak výkon vařiče
   - a) se nemění
   - b) klesne o 25 %
   - c) klesne o 50 %
   - d) klesne o 75 %

Správné odpovědi: 1c, 2d, 3c, 4c, 5a, 6d, 7d

8. Na žárovce jsou údaje 220 V, 100 W. Označme $U = 220\,\mathrm{V}$, $P = 100\,\mathrm{W}$. Vypočtěte odpor R žárovky.

$\boxed{R = 484\,\Omega}$

9. Voltmetr ukazuje napětí $U = 14\,\mathrm{V}$. Zdroj má elektromotorické napětí $U_e = 50\,\mathrm{V}$ a vnitřní odpor $R_i = 4\,\Omega$. Odpory $R_1 = 7\,\Omega$, $R_2 = 14\,\Omega$. Jaký proud protéká zdrojem?

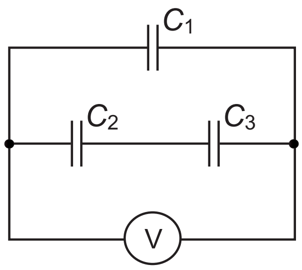


$\boxed{I = 2\,\mathrm{A}}$

10. Ponorný vařič o výkonu $P = 800\,\mathrm{W}$ je připojen na síťové napětí $U = 220\,\mathrm{V}$. Za jak dlouho vařič ohřeje $m = 2\,\mathrm{kg}$ vody z $t_1 = 20°\mathrm{C}$ na $t_2 = 100°\mathrm{C}$? (Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4{,}2 \cdot 10^3\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$).

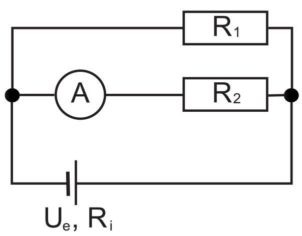
$\boxed{\tau = 14\,\mathrm{min}}$

11. Na voltmetru je údaj $U = 60\,\mathrm{V}$. Kondenzátory mají stejné kapacity $C_1 = C_2 = C_3 = 4\,\mu\mathrm{F}$. Určete náboj na kondenzátoru o kapacitě C_1.



$\boxed{Q_1 = 240\,\mu\mathrm{C}}$

12. Ampérmetr ukazuje proud $I_2 = 2\,\mathrm{A}$. Jaký proud teče zdrojem? $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 15\,\Omega$. (Odpor ampérmetru je zanedbatelný).



$\boxed{I = 8\,\mathrm{A}}$

10.1 Silové působení elektrického pole

10.1.1 Coulombův zákon.

Velikost síly mezi dvěma bodovými náboji velikostech Q_1 a Q_2, mezi kterými je vzdálenost r vyjadřuje vztah

$$F_e = k \cdot \frac{|\, Q_1 \,| \cdot |\, Q_2 \,|}{r^2},$$

kde velikost konstanty k závisí na zvolené soustavě jednotek a v soustavě [SI]

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon},$$

kde $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ se nazývá permitivita. $\varepsilon_0 \doteq 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$ je permitivita vakua a velikost relativní permitivity ε_r závisí na dielektrické (nevodivé) látce mezi náboji. Ve vakuu $\varepsilon_r = 1$ a v látkovém prostředí $\varepsilon_r > 1$. Pro vakuum $k \doteq 9 \cdot 10^9\,\mathrm{m \cdot F^{-1}}$. Náboje mohou být záporné (například elektrony) nebo kladné (například jádra atomů, kationty, protony). Náboje stejného znaménka se odpuzují, opačného znaménka přitahují. Náboje, podobně jako hmotnost, silově působí na dálku. Každý náboj vytváří okolo sebe silové elektrické pole. Jeho velikost se měří velikostí síly na bodový náboj jednotkové velikosti a takové silové vektorové pole se jmenuje **intenzita elektrického pole** $\vec{E}$, tedy pro zkušební bodový náboj velikosti Q platí

$$\vec{E} = \frac{\vec{F_{eQ}}}{Q}. \qquad \left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right)$$

Do tohoto definičního vztahu můžeme dosadit sílu z Coulombova zákona a dostaneme intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od bodového náboje Q ve tvaru

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q}{r^2} \vec{r^0},$$

kde $\vec{r^0}$ je vektor $\vec{r}$ v jednotkové velikosti (tedy vektor $\vec{r}$ dělený svou velikostí). Poslední vztah platí ještě pro kulově symetricky rozložené náboje, ale pro jiné tvary rozložení náboje neplatí.

10.1.2 Energie elektrického pole, kondenzátor.

Působením elektrické síly F_e po dráze Δl na tělísko nesoucí náboj Q vykoná elektrické pole práci ΔW a zmenší tím potenciální elektrickou energii E_Q tělíska s nábojem Q v elektrickém poli o

$$\Delta W = E_{Qk} - E_{Qp},$$

kde E_{Qk} je energie tělíska s nábojem Q na konci děje a E_{Qp} na počátku.

Elektrický potenciál φ je energie tělíska s nábojem jednotkové velikosti

$$\varphi = \frac{E_Q}{Q}, \qquad (\mathrm{V})$$

kde jednotkou je volt.

Kapacita osamoceného vodiče C je definována vztahem

$$C = \frac{Q}{\varphi} \qquad (\mathrm{F})$$

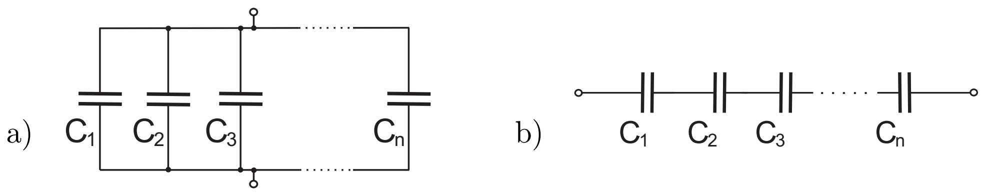
a jednotkou kapacity je farad.

Kondenzátor je soustava dvou plošných navzájem izolovaných vodičů s malou vzájemnou vzdáleností a pro jeho kapacitu platí

$$C = \frac{Q}{\mid \varphi_2 - \varphi_1 \mid}.$$

Rozdíl potenciálů $\varphi_2 - \varphi_1$ se nazývá napětí U. Pro kapacitu deskového kondenzátoru s plošnou velikostí každé desky S a vzdáleností mezi deskami d platí

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}.$$



$$C = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n \qquad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}$$

Obrázek 8: a) Paralelní a b) sériové zapojení kondenzátorů.

Při paralelním zapojení kondenzátorů s kapacitami $C_1, C_2 ... C_n$ (obr. 8a) je výsledná kapacita dána jejich součtem. Při sériovém zapojení (obr. 8b) je převrácená hodnota výsledné kapacity rovna součtu převrácených hodnot uvedených kapacit.

Elektrické pole mezi deskami kondenzátoru je **homogenní** (Intenzita je konstantní a její vektory v různých bodech jsou rovnoběžné) a mezi intenzitou a potenciálem platí vztah

$$E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d}$$

Energie nabitého kondenzátoru E_C závisí na kapacitě C vztahem

$$E_C = \frac{1}{2}C(\varphi_1 - \varphi_2)^2$$

Řešený příklad

Vzdálenost desek rovinného kondenzátoru je 8,85 mm a prostor mezi nimi je vyplněn vzduchem. Plošná hustota náboje na deskách je 10 nC·m^{-2}.

(a) Jak velké je napětí mezi deskami?

(b) Kolikrát vzroste kapacita kondenzátoru, vsuneme-li mezi jeho desky vrstvu papíru o relativní permitivitě 2,5 takové tloušťky, že právě vyplní prostor mezi deskami?

(c) Jaká bude hodnota intenzity elektrického pole mezi deskami po vsunutí papíru?

Řešení
Označme $\sigma = 1\cdot 10^{-8}\,\mathrm{C\cdot m^{-2}}$ a $d = 8,85\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$.

(a) Pro napětí na deskách kondenzátoru platí:

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q}{C},$$

kde pro velikost náboje na deskách a kapacitu platí vztahy

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \qquad C = \varepsilon\frac{S}{d}.$$

Po dosazení tedy dostáváme

$$U = \frac{\sigma S d}{\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = \frac{1\cdot 10^{-8}\cdot 8,85\cdot 10^{-3}}{8,85\cdot 10^{-12}} = 10\,\mathrm{V}.$$

(b) Z výše uvedeného vztahu plyne, že se kapacita po vsunutí papíru zvýší 2,5krát, neb permitivita papíru $\varepsilon = \varepsilon_r\cdot\varepsilon_0 = 2,5\cdot\varepsilon_0$.

(c) Pro napětí na deskách bude platit

$$U_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{U}{\varepsilon_r} = 4\ \mathrm{V}$$

a z toho pro intenzitu vyplývá

$$E_2 = \frac{U_2}{d} = \frac{4}{8,85\cdot 10^{-3}} \doteq 0,45\ \mathrm{kV\cdot m^{-1}}.$$

Příklady na procvičení

1. Dva elektrické náboje $Q_1 =$-$4{\cdot}10^{-8}$ C a $Q_2 = 8{\cdot}10^{-8}$ C jsou ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti $d = 20$ cm. Určete
   (a) velikost a směr elektrické síly působící na náboj Q_1,
   (b) velikost a směr intenzity elektrostatického pole v místě náboje Q_2.
2. Intenzita elektrického pole ve vakuu ve vzdálenosti 10 cm od bodového náboje má hodnotu $4{\cdot}10^{-5}\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$.
   (a) Určete velikost náboje.
   (b) Jakou hodnotu má relativní permitivita oleje, v němž tentýž elektrický náboj vyvolá ve vzdálenosti 10 cm elektrické pole o intenzitě $2{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$?
3. Elektrické pole poblíž povrchu Země má intenzitu $130\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$. Jak velký rozdíl potenciálů by měl být mezi chodidly a hlavou člověka vysokého 175 cm? Proč tomu tak není?
4. Dutá kovová koule je nabita nábojem Q. Jaké napětí je mezi libovolným bodem na povrchu koule a bodem uvnitř koule?
5. Dva kondenzátory téže kapacity C zapojíme jednou do série (tj. za sebou) a podruhé paralelně (vedle sebe). Rozdíl výsledných kapacit obou kombinací bude $3\,\mu$F. Určete kapacitu kondenzátorů.
6. Dva kondenzátory o kapacitách $0{,}2\,\mu$F a $0{,}5\,\mu$F jsou připojeny ke zdroji 1 kV
   (a) sériově
   (b) paralelně

   Určete energii soustav kondenzátorů při těchto zapojeních.

Každá látka, i když je elektricky neutrální, obsahuje náboje, které jsou obsaženy v jádru a obalu atomů. Elektricky neutrální těleso má vyrovnané (tedy stejné) velikosti kladného i záporného náboje a oba druhy nábojů jsou rovnoměrně v látce rozprostřeny. **V izolantech** jsou všechny náboje na svoje místo v atomu pevně vázané, takže elektrické pole je neuvede do pohybu. Neodtrhne elektron od obalu atomu, na který je vázaný. **Ve vodiči** jsou mnohé elektrony volně pohyblivé. Elektrické pole uvede volné náboje do pohybu podle směru působení elektrického pole a znaménka náboje.

10.2 Vodiče a elektrické obvody

Proud I je množství elektrického náboje, který projde průřezem vodiče za jednotku času a jednotkou této veličiny je amper. Za čas Δt projde průřezem vodiče náboj ΔQ, tedy

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}. \qquad (\mathrm{A})$$

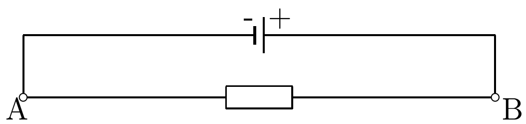
Elektrický proud, který s časem znatelně nemění svou velikost a směr je označován jako **stejnosměrný**. V praxi se však často setkáme se **střídavým** elektrickým proudem, který má harmonický časový průběh

$$I = I_0 \sin \omega t,$$

kde I_0 nazýváme amplitudou střídavého proudu a $\omega = 2\pi f$ je úhlová frekvence.

Trvalý elektrický proud ve vodiči je možný jenom tehdy, když obíhá v uzavřeném vodiči (v uzavřené smyčce), protože jinak by se na jednom konci náboj odčerpal a po přenosu by se nahromadil na druhém konci. Docházelo by tím ke změnám velikosti elektrostatického silového pole.

Oběh proudu nemohou zajistit Coulombovské síly ale cizí síly, které *nejsou elektrostatického původu* a které vytváří na další části smyčky trvalý potenciální rozdíl, kterému budeme říkat **napětí** U. Nejjednodušší elektrický obvod obsahující pouze zdroj napětí a rezistor je na obr. 9.

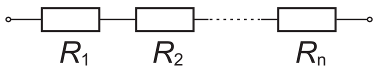


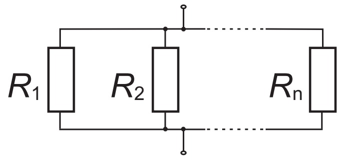
Obrázek 9: Jednoduchý elektrický obvod

Svorkové napětí U_s zdroje vytvoří mezi body AB elektrostatický potenciální rozdíl $U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A$ na rezistoru a tím v něm způsobí proud tekoucí od svorky B ke svorce A. Tento proud je přímo úměrný potenciálovému rozdílu U_{AB}. Uvedenou úměrnost vyjádříme pomocí **Ohmova zákona** vztahem

$$R = \frac{U_{BA}}{I}, \qquad (\Omega)$$

kde konstanta úměrnosti R závisí na použitém rezistoru a nazývá se **elektrický odpor**. Její jednotkou je ohm. Při sériovém zapojení rezistorů s odpory $R_1, R_2 ... R_n$ (obr. 10a) je výsledný odpor dán jejich součtem. Při paralelním zapojení (obr. 10b) je převrácená hodnota výsledného odporu rovna součtu převrácených hodnot uvedených odporů. (Porovnejte se vztahy při řazení kondenzátorů)

a) 

b) 

$$R = R_1 + R_2 + ... + R_n \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$$

Obrázek 10: a) Sériové a b) paralelní zapojení rezistorů.

Elektrostatické síly vykonají během časového intervalu Δt práci

$$\Delta W = \Delta E_Q = \Delta Q(\varphi_B - \varphi_A),$$

a tím jejich okamžitý **výkon** vyjádříme vztahem

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}(\varphi_B - \varphi_A) = I(\varphi_B - \varphi_A) = IU.$$

Zdroj napětí koná práci na úkor své vnitřní energie. Například nejznámější typy zdrojů baterie i akumulátor získávají energii z chemické přeměny, termočlánek z dodaného tepla, fotočlánek z elektromagnetické energie dopadajících na něj světelných fotonů.

Ze zkušeností vyplývá, že svorkové napětí U_s samotného zdroje závisí na velikosti zatížení. Čím větší je odebíraný proud, tím menší je U_s, ačkoliv zátěž nemůže mít vliv na síly, které ve zdroji vytváří takzvané **elektromotorické napětí zdroje** U_e. Uvnitř zdroje si představujeme ohmický **vnitřní odpor** R_i sériově připojený ke zdroji U_e, takže svorkové napětí určuje vztah

$$U_s = U_e - R_i I.$$

10.2.1 Kirchhoffovy zákony

První Kirchhoffův zákon se týká proudů v uzlu elektrického obvodu a říká, že součet proudů I^i do uzlu vtékajících musí být stejný, jako součet proudů I^o, které z proudu vytékají, tedy že platí

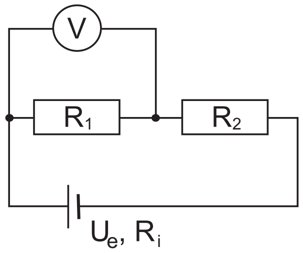
$$\sum_{j=1}^{n} I_j{}^i = \sum_{k=1}^{m} I_k{}^o.$$

Druhý Kirchhoffův zákon zase říká, že algebraický součet elektromotorických napětí v jednoduchém elektrickém obvodu nebo jedné uzavřené smyčce je stejný jako součet všech úbytků napětí na rezistorech ve smyčce zapojených.

$$\sum_{i=1}^{n} U_{ei} = \sum_{k=1}^{n} R_k I_k$$

Řešený příklad

Zdroj má elektromotorické napětí $U_e = 12\,\mathrm{V}$. Voltmetr ukazuje napětí $U = 6\,\mathrm{V}$. Odpory $R_1 = 3\,\Omega$ a $R_2 = 2\,\Omega$. Jak velký je vnitřní odpor R_i zdroje?



Řešení

Budeme-li považovat voltmetr za ideální, nebude jím protékat žádný proud a pomocí druhého Kirchhoffova zákona můžeme pro obvod sestavit rovnici

$$U_e = I(R_1 + R_2 + R_i).$$

Proud I, který protéká obvodem lze snadno určit pomocí známého napětí na rezistoru R_1, které ukazuje voltmetr, takto

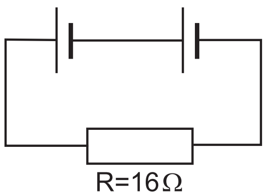
$$I = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{3} = 2\,\mathrm{A}.$$

Velikost vnitřního odporu zdroje lze potom určit dosazením do upravené první rovnice

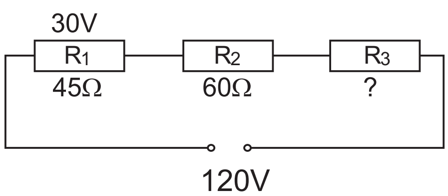
$$R_i = \frac{U_e}{I} - R_1 - R_2 = \frac{12}{2} - 3 - 2 = 1\Omega.$$

Příklady na procvičení

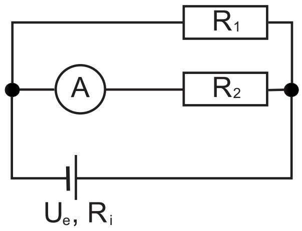
1. Každý ze zdrojů má elektromotorické napětí $U_e = 12$ V a vnitřní odpor $R_i = 2\,\Omega$. Jaký proud teče odporem R?



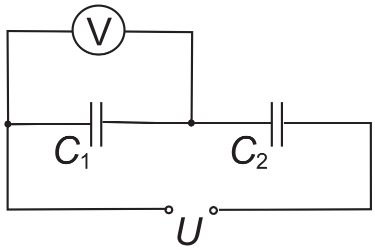
2. Napětí na svorkách zdroje je $U_s = 120\,\mathrm{V}$. Na rezistoru R_1 je napětí $U_1 = 30\,\mathrm{V}$. Určete odpor rezistoru R_3.



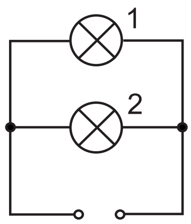
3. Zdroj má elektromotorické napětí $U_e = 22\,\mathrm{V}$, vnitřní odpor $R_i = 1\,\Omega$. Na ampérmetru je údaj $I_2 = 2\,\mathrm{A}$. Platí $R_1 = R_2$. Ampérmetr je ideální, má zanedbatelný odpor. Vypočtěte, jaký proud teče zdrojem.



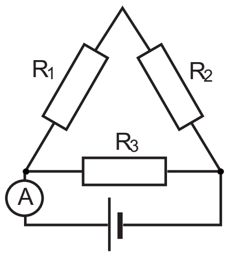
4. Obvod je v ustáleném stavu. Napětí zdroje je U = 300V; $C_1 = 4{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{F}$, $C_2 = 2{\cdot}10^{-6}\,\mathrm{F}$. Jaký údaj je na voltmetru? (Voltmetr je ideální)



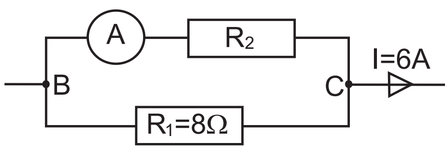
5. Na žárovce 1 jsou údaje 220 V, 100 W. Na žárovce 2 jsou údaje 220 V, 60 W. Žárovky jsou připojeny k síťovému napětí 220 V. Určete proud odebíraný ze sítě.



6. Na ampérmetru je údaj 6A; $R_1 = R_2 = R_3 = 5\Omega$. Jaké napětí je na rezistoru R_3?



7. Na ampérmetru je údaj 2A. Odpor ampérmetru je zanedbatelný, odpor R_2 neznáme. Určete napětí mezi body B, C.



11 Magnetizmus

11.1 Magnetické silové pole

Magnetická indukce $\vec{B}$ má jednotku tesla (T) a její směr učíme otočnou magnetkou. Souhlasí se spojnicí jižního a severního pólu magnetky a orientace je ve směru severního pólu. Tak jako intenzita elektrického pole $\vec{E}_Q$ představuje v prostoru silové pole působící na jednotkový náboj, tak magnetická indukce představuje složitějším způsobem silové pole působící na jednotkový náboj v pohybu s rychlostí $\vec{v}$ tak jak vyplývá z **Lorentzovy síly**

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B}).$$

V tomto vektorovém součinu je $\vec{F} \perp \vec{v}, \vec{B}$ a velikost síly $F = |Q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$, kde α je úhlem mezi vektory rychlosti a magnetické indukce.

V magnetickém poli působí síla i na pohybující se náboj v proudovodiči, charakterizovaný proudem I. Dostatečně malý shluk nábojů označme ΔQ a z definice proudu ho nahradíme výrazem $I\Delta t$. Jednoduchými úpravami vznikne vztah

$$\vec{F} = I\Delta t(\frac{\Delta\vec{l}}{\Delta t} \times \vec{B}) = I(\Delta\vec{l} \times \vec{B}),$$

ze kterého určíme sílu působící na proudovodič délky Δl v magnetickém poli $\vec{B}$. Pro výpočet velikosti této síly použijeme vztah $F = BIl\sin\alpha$ za předpokladu, že podél celé délky vodiče l je $\vec{B}$ konstantní.

Zdrojem magnetického pole jsou pohybující se náboje a tím i proudovodiče. Tak, jako výsledné elektrické pole více nábojů je součtem intenzit E_{Qi} jednotlivých nábojů Q_i stejný princip sčítání (superpozice) platí pro magnetické pole od více pohybujících se nábojů. Pro jeden bodový náboj Q platí

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi}.\frac{Q(\vec{v} \times \vec{r}^0)}{r^2},$$

kde $\mu = \mu_0\mu_r$ se nazývá permeabilita, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H{\cdot}m^{-1}}$ je permeabilita vakua s jednotkou henry na metr a μ_r je bezrozměrná relativní permeabilita, která (na rozdíl od permitivity) může být i menší než 1.

Látky **diamagnetické** mají $\mu_r < 1$, látky **paramagnetické** mají $\mu_r > 1$ a látky **feromagnetické** mají $\mu_r \gg 1$.

Vztah pro magnetickou indukci v okolí letícího náboje umožňuje vypočítat velikost magnetické indukce v kolmé vzdálenosti d od tenkého velmi (teoreticky nekonečně) dlouhého vodiče protékaného proudem I ve tvaru

$$B = \frac{\mu I}{2\pi d},$$

ze kterého dosazením do síly působící na proudovodič v magnetickém poli získáme **Ampérův zákon** pro sílu, kterou nekonečně dlouhý vodič protékaný proudem I_1 působí na délku l rovnoběžného proudovodiče s proudem I_2 ve vzdálenosti d ve tvaru

$$F = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi d}.$$

Je-li $I_1 \uparrow\uparrow I_2$, vodiče se přitahují, v případě opačného směru proudu se odpuzují.

Magnetické pole uvnitř kruhové proudové smyčky s poloměrem r má směr palce pravé ruky, když prsty jsou ve směru proudu a velikost

$$B = \frac{\mu I}{2r}.$$

Uvnitř válcové (dlouhé) cívky délky l s N závity je

$$B = \frac{\mu I N}{l}.$$

Příklady na procvičení

1. V homogenním magnetickém poli, jehož magnetická indukce má velikost $B = 0{,}08\,\mathrm{T}$, je elektron ($Q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$). Určete směr a velikost síly, která na něj působí, jestliže elektron
   (a) Je v klidu.
   (b) Pohybuje se rychlostí $\vec{v}$ o velikosti $v = 8000\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
      i. ve směru indukčních čar,
      ii. proti směru indukčních čar,
      iii. kolmo na indukční čáry,
      iv. ve směru, který svírá s indukčními čarami úhel 120 stupňů.
2. Částice (elektron) s hmotností $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ má elektrický náboj $Q = -1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ a pohybuje se v homogenním magnetickém poli kolmo k magnetickým siločarám o indukci $B = 9 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ po kružnici o poloměru $r = 2\,\mathrm{cm}$. Určete obvodovou rychlost této částice.
3. Dva přímé navzájem rovnoběžné vodiče mají vzájemnou vzdálenost $l = 50\,\mathrm{cm}$. Prvním vodičem protéká proud $I_1 = 2\,\mathrm{A}$, druhým proud $I_2 = 3\,\mathrm{A}$. Proudy mají souhlasný směr. Relativní permeabilita prostředí $\mu_r = 1$.
   (a) Stanovte geometrické místo bodů, v nichž je $B = 0\,\mathrm{T}$.
   (b) Vypočtěte velikost a směr síly, kterou první vodič působí na 1 m druhého vodiče.

11.2 Elektromagnetická indukce

Magnetický indukční tok Φ rovinnou smyčkou v homogenním magnetickém poli s magnetickou indukcí $\vec{B}$ je definován vztahem

$$\Phi = BS\cos\alpha, \qquad (\mathrm{Wb})$$

kde S je plošný obsah rovinné smyčky a α je úhel mezi $\vec{B}$ a normálou $\vec{n}$ vztyčenou kolmo k ploše S , mající velikost plochy S a zvolená orientace určuje i orientaci smyčky podle pravidla pravé ruky. (Prsty ukazují směr oběhu smyčky a palec pravé ruky ukazuje orientaci $\vec{n}$). Jednotkou je weber. Rovinnou smyčkou rozumíme uzavřenou křivku, která celá leží v jedné rovině. Magnetický indukční tok se znázorňuje siločarami, tedy orientovanými křivkami, jejichž hustota odpovídá velikosti magnetické indukce v daném místě a orientovaný směr siločar je shodný s $\vec{B}$. **Faradayův zákon elektromagnetické indukce** určuje elektromotorické napětí, které ve vodiči tvarovaném do rovinné smyčky vybudí časová změna magnetického indukčního toku smyčkou za jednotku času, tedy

$$U_e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Indukované elektromotorické napětí v uzavřeném obvodu vyvolá proud, který můžeme vypočítat podle Ohmova zákona.

Naopak, elektrický proud v proudové smyčce je zdrojem magnetického pole z jehož průběhu uvnitř smyčky se určí magnetický indukční tok. Praxe ukazuje, že jeho velikost je vždy úměrná velikosti proudu I. Pro součinitel této úměrnosti byl zvolen název **indukčnost** L a platí

$$L = \frac{\Phi}{I}. \qquad (\mathrm{H})$$

Jednotka indukčnosti se nazývá henry. Podobně pro dvě proudové smyčky, které se navzájem ovlivňují svými magnetickými poli, definujeme **vzájemnou indukčnost** M

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}, \qquad (\mathrm{H})$$

kde elektrický proud I_1 v první smyčce vyvolá magnetický tok Φ_{12} druhou smyčkou. Bylo dokázáno, že $M_{12} = M_{21}$. Proto vzájemnou indukčnost označujeme krátce M.

Cívka je tvořena několika (počet označme N) stejnými rovinnými závity vodiče, sériově spojenými a pokládanými těsně nad sebou. Proto magnetický indukční tok v jednom závitu, který by v osamoceném závitu s proudem I měl velikost Φ_1 je zesílen všemi závity cívky. Takže magnetický indukční tok uvnitř každého závitu (a tedy uvnitř cívky) protékané proudem I je $\Phi = N\Phi_1$. Při změně magnetického toku cívkou se indukované napětí U_e v každém závitu musí pro celou cívku sčítat, neboť závity jsou spojené sériově.

Příklady na procvičení

1. Kovová tyč délky $l = 150\,\mathrm{mm}$ se pohybuje rychlostí $v = 80\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ ve směru kolmém na osu tyče. Homogenní magnetické pole o magnetické indukci $\vec{B}$, kde $B = 0,3\,\mathrm{T}$ je orientováno kolmo k rovině, v níž se tyč pohybuje.

   (a) magnetickou sílu, která působí na elektrony vodiče,

   (b) který konec tyče se nabíjí kladně a který záporně,

   (c) intenzitu elektrického pole, vytvořeného nábojem ve vodiči v ustáleném stavu, kdy se rozložení nábojů v tyči již nemění,

   (d) napětí mezi konci vodiče.

2. Homogenní magnetické pole mezi póly elektromagnetu se mění rovnoměrně tak, že během časového intervalu (t_1, t_2) délky $t_2 - t_1 = 0,1\,\mathrm{s}$ vzroste B z hodnoty $B_1 = 0,04\,\mathrm{T}$ na hodnotu $B_2 = 0,80\,\mathrm{T}$. V poli je kruhová vodivá smyčka o poloměru $r = 20\,\mathrm{mm}$ s ohmickým odporem $R = 0,05\,\Omega$ a směr její normály svírá s $\vec{B}$ úhel 40^o. Určete:

   (a) Magnetický indukční tok smyčkou v okamžiku t_1 a v okamžiku t_2.

   (b) Indukované elektromotorické napětí ve smyčce.

   (c) Směr i velikost indukovaného elektrického proudu.

3. V cívce C_1 o vlastní indukčnosti $L = 0,60\,\mathrm{mH}$ vzrůstal elektrický proud během časového intervalu (t_1, t_2), kde $t_1 = 0\,\mathrm{s}$, $t_2 = 0,70\,\mathrm{s}$, rovnoměrně z hodnoty $I_1 = 2,0\,\mathrm{A}$ na hodnotu $I_2 = 14,0\,\mathrm{A}$. V cívce C_2, navinuté na cívce C_1 se přitom indukovalo elektromotorické napětí $U_e = 1,3\,\mathrm{mV}$. Určete:

   (a) Závislost proudu na čase.

   (b) Magnetický indukční tok cívkou C_1 v okamžicích t_1 a t_2.

   (c) Indukované elektromotorické napětí v cívce C_1.

   (d) Vzájemnou indukčnost M cívek C_1, C_2.

12 Atomy.

Úvodní příklady

1. Některé atomy mají vlastnost, které se říká radioaktivita. Pro takové atomy je charakteristické
   a) vysílají z elektronového obalu záření
   b) jejich elektrony se samovolně uvolňují z obalu
   c) jejich jádra se samovolně přeměňují na jiná
   d) mají v jádrech elektrony
2. Čím se mohou lišit jádra různých atomů (různých izotopů) téhož prvku?
   a) počtem protonů
   b) počtem elektronů
   c) počtem neutronů
   d) počtem fotonů
3. Jakou částicí bylo zasaženo jádro dusíku při popsané jaderné reakci?
   $^{14}_{7}N \quad + \quad ? \quad \rightarrow \quad ^{15}_{8}O$
   a) neutronem
   b) protonem
   c) α částicí
   d) β částicí
4. Radium $^{226}_{88}Ra$ se vyzářením α částice přemění na nuklid, který lze popsat takto
   a) $^{226}_{89}X$
   b) $^{225}_{87}X$
   c) $^{224}_{84}X$
   d) $^{222}_{86}X$
5. V jádře atomu uhlíku $^{14}_{6}C$ je
   a) 6 protonů a 14 neutronů
   b) 6 protonů a 8 neutronů
   c) 6 protonů a 6 elektronů
   d) 6 elektronů a 14 neutronů
6. V určitém okamžiku obsahuje radioaktivní preparát $16{\cdot}10^{28}$ atomů, jejichž poločas přeměny je 1 hodina. Kolik atomů tohoto druhu bude v preparátu o 2 hodiny později?
   a) $8{\cdot}10^{28}$
   b) $4{\cdot}10^{28}$
   c) $8{\cdot}10^{14}$
   d) 0

Správné odpovědi: 1c, 2c, 3b, 4d, 5b, 6b

12.1 Stavba atomů.

Atomy se skládají z atomového jádra a obalu. V jádru atomu je obsažena většina hmoty atomu. Efektivní rozměr jádra je o několik řádů menší než efektivní rozměr celého atomu. Převážnou část prostoru, který atom zabírá, tedy tvoří jeho obal, obsahující záporně nabité elektrony.

12.2 Atomové jádro - radioaktivita

Vlastnosti atomu jsou primárně určeny složením jeho jádra. Jádro atomu obsahuje **nukleony**, které dělíme dále na **protony** s kladným nábojem a na **neutrony**, které jsou elektricky neutrální.

Slovem **nuklid** nazýváme určitý druh atomů, jejichž společným znakem je stejný počet protonů v jádře i stejný počet neutronů v jádře. Tím se liší od pojmu prvek, který má jenom stejný počet protonů v jádře. Každý prvek má svůj vlastní název. Jejich zápis má ustálenou formu. Obecně bychom nuklid chemického prvku X zapsali ve tvaru

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X}, $$

kde **protonové číslo** Z (dříve se říkalo atomové číslo) vyjadřuje počet protonů v atomovém jádře. Je současně pořadovým číslem prvku v periodické soustavě. **Nukleonové číslo** A (dříve hmotnostní číslo) je rovno celkovému počtu nukleonů v jádře atomu. Počet neutronů v atomovém jádře pak lze vyjádřit **neutronovým číslem** N, pro které tedy platí $N = A - Z$.

Prvky v přírodě jsou velmi často směsí nuklidů, které pochopitelně mají stejné protonové číslo, liší se však neutronovým číslem a tedy i číslem nukleonovým. Tak například uran se v přírodě nachází jako směs tří **radionuklidů** (tedy nuklidů, které se radioaktivně přeměňují na jiný prvek za současného vyzáření alfa, nebo beta částic v obou případech zpravidla doprovázených fotony).

Izotopy jsou nuklidy téhož chemického prvku. Například přírodní uran má tři izotopy ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$, ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ a ${}^{234}_{92}\mathrm{U}$. Posledního izotopu je však pouze 0,006 procent v přírodním uranu a to je zcela zanedbatelné množství. Proto se zpravidla mluví o dvou izotopech uranu.

Aktivita zářiče ubývá s časem podle vztahu

$$ A = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (\mathrm{Bq}) $$

kde λ je přeměnová (rozpadová) konstanta pro daný radionuklid. Jednotkou aktivity je bequerel. **Poločas přeměny (rozpadu)** T radionuklidu je doba, za kterou poklesne aktivita zářiče na poloviční hodnotu.

$$ \frac{1}{2} A_0 = A_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda T. $$

Za další poločas se radioaktivně nepřemění druhá polovina zářiče, neboť tato druhá polovina je v této situaci výchozím stavem. Tedy přemění se pak polovina z druhé poloviny. Takto můžeme další aktivitu určovat dále i po několika poločasech přeměny.

12.3 Atomový obal

Rozložení elektronů v obalu atomu určuje povahu meziatomových vazeb a tím i strukturu a mechanické vlastnosti látek, které jsou z nich složeny. Počet elektronů v neutrálním atomu musí být stejný, jako počet protonů v jádře. Jejich rozložení se řídí určitými pravidly, která lze velmi zjednodušeně popsat takto:

- Každému stavu elektronu odpovídá určitá energie.
- Elektrony mohou obsazovat pouze určité diskrétní energetické hladiny.
- V jednom určitém stavu smí být současně pouze jeden elektron (Pauliho vylučovací princip)
- Elektrony obsazují jednotlivé stavy tak, aby byla výsledná energie atomu co nejnižší.

Stav elektronu lze popsat pomocí tzv. kvantových čísel. Jejich přehled je v tabulce 1. Hlavní kvantové číslo určuje vzdálenost od jádra a energii elektronu. Vedlejší (též orbitální) kvantové číslo vyjadřuje orbitální moment hybnosti daného kvantového stavu.

Tabulka 1: Kvantová čísla atomu vodíku

Symbol	Název	Dovolené hodnoty
n	hlavní kvantové číslo	$1, 2, 3, \ldots$
l	vedlejší kvantové číslo	$0, 1, 2, \ldots, n-1$
m_l	orbitální magnetické kvantové číslo	$-l, \ldots, +l$
m_s	spinové magnetické kvantové číslo	$\pm\, 1/2$

Je-li atomu dodána vhodným způsobem energie (např. ohřevem či absorpcí fotonu), může dojít k tomu, že některé elektrony přejdou ze svých energetických hladin na hladiny vyšší. Tento proces se nazývá **excitace**. Excitovaný atom zpravidla brzy opět sníží svoji energii snížením energie některého elektronu (přechodem na nižší uvolněnou hladinu) spojeným s emisí fotonu.

13 Vzorové testy

Na následujících testech si můžete vyzkoušet své znalosti. Testy sestávají z devíti otázek a pěti příkladů. U úkolů 1 - 9 je mezi nabídnutými odpověďmi vždy právě jedna správná. Za její označení získáte 1 bod. Za správné řešení úkolů 10 - 14 (obsahující celý postup řešení) získáte 3 body. Celý test byste měli zvládnout za 75 minut (nebo spíše ještě rychleji).

V celé písemce volte $g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

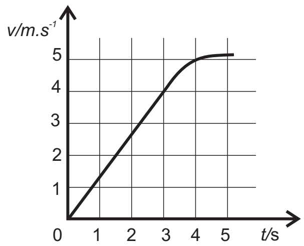
Správné odpovědi

Test 1:	Test 2:	Test 3:
1. c	1. c	1. b
2. c	2. b	2. b
3. b	3. b	3. c
4. d	4. d	4. b
5. c	5. b	5. c
6. c	6. c	6. b
7. c	7. b	7. d
8. c	8. c	8. c
9. d	9. a	9. b
10. 4 s	10. $16\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$	10. 4 kJ
11. 0,5 m	11. 600 N	11. 7,5 N
12. $0{,}33\,\mathrm{m^3}$	12. $3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$	12. 13,6 litrů
13. $7,2{\cdot}10^5\,\mathrm{J}$	13. $5\,\mathrm{dm^3}$	13. 60°C
14. 1 kJ	14. 3 kW	14. $3{\cdot}10^5\,\mathrm{Pa}$

1. Vyberte správný vztah mezi jednotkami W (watt), V (volt), A(ampér), s (sekunda).

a) $\mathrm{W} = \mathrm{A{\cdot}s}$
c) $\mathrm{W} = \mathrm{V{\cdot}A}$
b) $\mathrm{W} = \mathrm{V{\cdot}A^{-1}}$
d) $\mathrm{W} = \mathrm{V{\cdot}s^{-1}}$

2. Kabina výtahu stoupá z přízemí. Graf znázorňuje závislost velikosti rychlosti kabiny na čase. Během prvních tří sekund pohybu kabina urazila dráhu



a) 3,0 m
b) 4,0 m
c) 6,0 m
d) 12 m

3. Na laně je spouštěna bedna hmotnosti m. Bedna se pohybuje svisle dolů stálou rychlostí o velikosti v. Lano působí na bednu silou o velikosti

a) $F = mg - mv$
c) $F = mg + mv$
b) $F = mg$
d) $F = \sqrt{g^2 + v^2}$

4. Tělesu bylo dodáno 60 J tepla, teplota tělesa vzrostla o 0,2 K. Těleso má tepelnou kapacitu

a) $3\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
c) $120\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
b) $12\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$
d) $300\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$

5. Pružina délky 0,50 m má tuhost $20\,\mathrm{N{\cdot}cm^{-1}}$. Když je tato pružina natahována silou 60 N, protáhne se o

a) 6 cm
c) 3 cm
b) 4,5 cm
d) 1,5 cm

6. Která z hustot je nejmenší?

a) $\rho_a = 2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$
c) $\rho_c = 4\,\mathrm{g{\cdot}m^{-3}}$
b) $\rho_b = 3\,\mathrm{kg{\cdot}cm^{-3}}$
d) $\rho_d = 5\,\mathrm{g{\cdot}cm^{-3}}$

7. Světlo, šířící se ve vzduchu rychlostí c, má frekvenci f. Po přechodu do skla o indexu lomu n

a) se světlo šíří rychlostí $n.c$
c) se světlo šíří rychlostí $\frac{c}{n}$
b) má světlo frekvenci $n.f$
d) má světlo frekvenci $\frac{f}{n}$

8. Elementární elektrický náboj je $e = 1,6.10^{-19}$C. Jádro neutrálního atomu dusíku $^{14}_{7}\mathrm{N}$ má náboj

a) $-7e$
c) $7e$
b) nulový
d) $14e$

9. Paprsek světla o frekvenci f_1 dopadá pod úhlem α na vodní hladinu. Index lomu vzduchu je n_1, index lomu vody je n_2. Světlo, které vnikne do vody, bude mít frekvenci

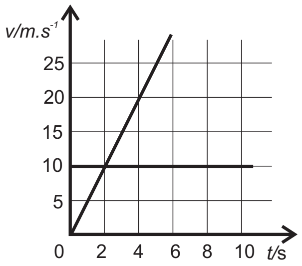
a) $f_2 = f_1 \sin\alpha$

b) $f_2 = f_1 \frac{n_1}{n_2}$

c) $f_2 = f_1 \frac{n_2}{n_1}$

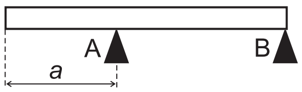
d) $f_2 = f_1$

10. Po silnici jedou stejným směrem dvě vozidla. Míjejí se v okamžiku $t = 0$. V grafu jsou závislosti rychlostí vozidel na čase. Ve kterém okamžiku se vozidla opět setkají?



$t =$

11. Homogenní trám délky $b = 3\,\mathrm{m}$ je vodorovně uložený na podpěrách A, B. Podpěra A působí na trám silou o velikosti $F_A = 300\,\mathrm{N}$, podpěra B silou o velikosti $F_B = 200\,\mathrm{N}$. Určete vzdálenost a.



$a =$

12. V kontejneru o objemu $V = 1{,}00\,\mathrm{m}^3$ je nasypáno $m = 810\,\mathrm{kg}$ brambor. Brambora má hustotu $\varrho = 1{,}2{\cdot}10^3\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Jaký je objem vzduchu V_1 v kontejneru?

$V_1 =$

13. Na elektrickém vařiči jsou údaje 220 V, 400 W. Označme $U = 220\,\mathrm{V}$, $P = 400\,\mathrm{W}$. Vařič připojíme na síťové napětí 220 V. Jaké množství tepla (v joulech) se na vařiči uvolní za dobu $t = 30$ minut?

$Q =$

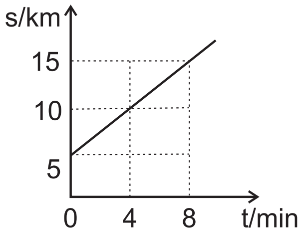
14. Vzduch o teplotě $T_1 = 300\,\mathrm{K}$, tlaku $p_1 = 0{,}5\,\mathrm{MPa}$, objemu $V_1 = 6$ litrů expandoval za stálého tlaku. Jeho objem vzrostl na $V_2 = 8$ litrů. Jakou práci plyn vykonal?

$W =$

1. Vyberte správný vztah mezi jednotkami W (watt), J (joule), m (metr), s (sekunda).

a) J = W·m
b) J = W·m^{-1}
c) J = W·s
d) J = W·s^{-1}

2. Auto jede po silnici opatřené ukazateli vzdálenosti. V grafu je uvedeno, jak vzdálenost auta od ukazatele s údajem 0 km závisí na čase. Když auto míjí ukazatel s údajem 10 km, má rychlost

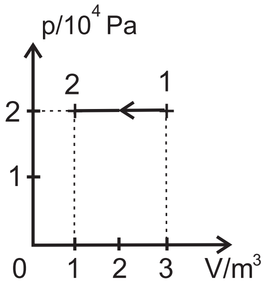


a) 0,40 km·min^{-1}
b) 1,25 km·min^{-1}
c) 2,50 km·min^{-1}
d) 5,00 km·min^{-1}

3. Těleso A o náboji $q_A = 2$ mC působí na těleso B o náboji $q_B = 3$ mC elektrickou silou velikosti 6 N. Současně těleso B působí na těleso A elektrickou silou o velikosti

a) 9 N
b) 6 N
c) 4 N
d) 3 N

4. Plyn přešel ze stavu **1** do stavu **2** dějem znázorněným v pV diagramu nakreslenou úsečkou. Vyberte správné tvrzení:

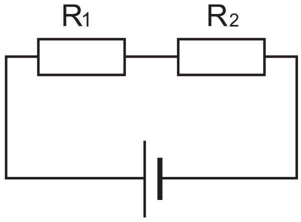


a) teplota plynu vzrostla
b) teplota plynu se nezměnila
c) vnitřní energie plynu se nezměnila
d) vnitřní energie plynu klesla

5. Která z hustot je největší?

a) $\rho_a = 2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$
b) $\rho_b = 3\,\mathrm{kg{\cdot}cm^{-3}}$
c) $\rho_c = 4\,\mathrm{g{\cdot}m^{-3}}$
d) $\rho_d = 5\,\mathrm{g{\cdot}cm^{-3}}$

6. Odporem R_1 teče proud 6 A. Víme, že $R_2 = 2R_1$. Zdrojem teče proud

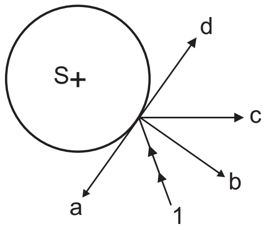


a) 2 A
b) 4 A
c) 6 A
d) 9 A

7. Elektromagnetické vlny se šíří rychlostí $3{,}0\cdot10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vlna o vlnové délce 600 m má frekvenci

a) $2\cdot10^5$ Hz
c) $6\cdot10^5$ Hz
b) $5\cdot10^5$ Hz
d) $18\cdot10^5$ Hz

8. Na lesklou kouli o středu S dopadá paprsek světla 1. Odráží se



a) směrem a
b) směrem b
c) směrem c
d) směrem d

9. Kolik elektronů je v neutrálním atomu rtuti $^{200}_{80}\mathrm{Hg}$?

a) 80
c) 200
b) 120
d) 280

10. Cyklista jede $s_1 = 600$ metrů do kopce rychlostí $v_1 = 10\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Z kopce dolů jede $s_2 = 600$ metrů rychlostí $v_2 = 40\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Vypočtěte průměrnou rychlost cyklisty na celé dráze 1,2 km.

$v =$

11. Střela hmotosti $m = 6$ g narazila rychlostí $v = 100\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ na hromadu písku a pronikla $s = 5$ cm dovnitř. Jak velkou průměrnou silou působil písek na střelu?

$F =$

12. Během doby $t = 20$ s napustíte vodou z hadice barel o objemu $V = 90$ litrů. Průřez hadice má plochu $S = 15\,\mathrm{cm^2}$. Jak velkou rychlostí voda teče?

$v =$

13. V nádobě uzavřené pístem je plyn teploty $t_1 = 20°\mathrm{C}$, tlaku $p_1 = 3\cdot10^5$ Pa, objemu $V_1 = 2\,\mathrm{dm^3}$. Plyn izobaricky expanduje a vykoná na pístu práci $W =$ 900 J. Jaký je konečný objem plynu?

$V_2 =$

14. Určete výkon topného tělesa, které za dobu $\tau = 14$ minut ohřeje $m = 30$ kg vody v pračce o $\Delta t = 20°\mathrm{C}$.

(Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4,2\cdot10^3\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$.)

$P =$

1. Látkové množství

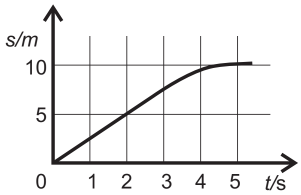
a) je bezrozměrná veličina

b) se měří v molech

c) se měří v litrech

d) se měří v kilogramech

2. Graf popisuje, jak dráha tělesa závisela na čase. V okamžiku $t = 2$ sekundy měla rychlost tělesa velikost



a) $0{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

b) $2{,}5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

c) $5{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

d) $10{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

3. Těleso 1 o hmotnosti $m_1 = 3{\cdot}10^4$ kg přitahuje těleso 2 o hmotnosti $m_2 = 3$ kg gravitační silou F_1. Současně těleso 2 přitahuje těleso 1 gravitační silou

a) $F_2 = 10^{-4}{\cdot}F_1$

b) $F_2 = 10^{-2}{\cdot}F_1$

c) $F_2 = F_1$

d) $F_2 = 10^2{\cdot}F_1$

4. Během rozpínání vykonal plyn práci 50 J a z okolí bylo plynu dodáno teplo 70 J. Z toho plyne: vnitřní energie plynu

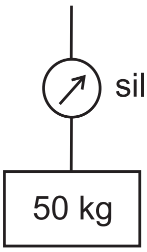
a) vzrostla o 70 J

b) vzrostla o 20 J

c) klesla o 50 J

d) klesla o 20 J

5. Na svislém laně je připevněna bedna hmotnosti 50 kg. Na siloměru je údaj 300 N. Z toho plyne:



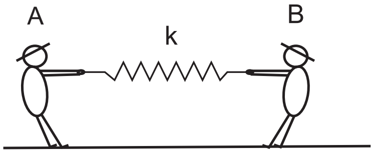
a) Děj není možný, siloměr je bezesporu vadný

b) Bedna se pohybuje vzhůru stálou rychlostí

c) Zrychlení bedny směřuje dolů

d) Zrychlení bedny směřuje vzhůru

6. Tuhost pružiny je $k = 2\ 000\,\mathrm{Nm^{-1}}$. Pán A táhne silou 40 N, pán B táhne silou 40 N. Pružina je protažena o



a) 1 cm

b) 2 cm

c) 4 cm

d) 8 cm

7. Válcová tyč je určitou silou protažena o délku Δl. Válcová tyč ze stejného materiálu a stejné délky, avšak dvojnásobného průměru, bude toutéž silou protažena o délku

a) $2\,\Delta l$

b) Δl

c) $0{,}5\,\Delta l$

d) $0{,}25\,\Delta l$

8. Elektromagnetické vlny se šíří rychlostí $3{,}0 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Rozhlasová vlna o frekvenci 100 MHz má vlnovou délku

a) 5,0 km c) 3,0 m

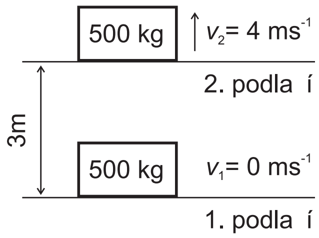
b) 3,0 km d) 6,0 m

9. Jádro atomu draslíku $^{39}_{19}\mathrm{K}$ obsahuje

a) 19 protonů a 20 elektronů c) 39 protonů a 19 elektronů

b) 19 protonů a 20 neutronů d) 39 protonů a 19 neutronů

10. Výtahová kabina hmotnosti $m = 510^2$ kg se rozjíždí (z klidu) z prvního podlaží. Druhým podlažím, které je výše o $h = 3\,\mathrm{m}$, projíždí rychlostí $v_2 = 4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Vypočtěte přírůstek kinetické energie kabiny na dráze z prvního do druhého podlaží.



$\Delta E_k =$

11. Těleso o hmotnosti $m = 3\,\mathrm{kg}$ uvedeme do pohybu rychlostí $v_0 = 5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ po vodorovné podložce. Za dobu $\Delta t = 2\,\mathrm{s}$ se těleso zastavilo. Jak velká třecí síla na něj působila?

$F_t =$

12. Sníh má hustotu $\varrho_1 = 2,2 \cdot 10^2\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, voda $\varrho_2 = 1,0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Určete V_1, objem sněhu, který musíme rozpustit, abychom získali $V_2 = 3$ litry vody.

$V_1 =$

13. Do vody hmotnosti $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$ teploty $t_1 = 10^\circ\mathrm{C}$ byla přilita voda hmotnosti $m_2 = 3\,\mathrm{kg}$ teploty $t_2 = 90^\circ\mathrm{C}$. Předpokládejte, že nedošlo k úniku tepla do okolí a určete konečnou teplotu t_3.

(Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$).

$t_3 =$

14. V počátečním stavu měl plyn tlak $p_1 = 3,6 \cdot 10^5$ Pa, teplotu $T_1 = 300$ K, objem $V_1 = 5,0$ litrů. Během izotermické expanze vzrostl objem plynu o 20%. Určete konečný tlak plynu.

$p_2 =$

Název	**FYZIKA**
	Přípravný kurz k přijímacím zkouškám
Autoři	Prof. Mgr. Miroslav Černý, Ph.D.
	Ing. Stanislav Voborný, Ph.D.
Vydavatel	Vysoké učení technické v Brně
	Fakulta strojního inženýrství
Vyšlo	prosinec 2024
Vydání	první (eBook)

Tato publikace neprošla redakční ani jazykovou úpravou

ISBN 978-80-214-6299-1