



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ HLUKU V KABINĚ LETOUNU VUT 100 COBRA

COMPUTATIONAL MODELLING OF NOISE INSIDE CABIN OF AIRCRAFT VUT 100 COBRA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JIŘÍ PRNKA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. PAVEL ŠVANCARA, Ph.D.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Akademický rok: 2009/2010

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

student(ka): Bc. Jiří Prnka

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Výpočtové modelování hluku v kabině letounu VUT 100 Cobra**

v anglickém jazyce:

#### **Computational modelling of noise inside cabin of aircraft VUT 100 Cobra**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V leteckém průmyslu jsou z důvodu zpřísnování hygienických norem a dosažení konkurenceschopnosti kladeny na hlučnost letadel stále větší nároky. Cílem práce je pomocí výpočtového modelování analyzovat hlučnost v kabině letounu VUT 100 Cobra v nízkofrekvenční oblasti s využitím metody konečných prvků (MKP) a metody hraničních prvků (MHP) a posoudit vliv některých protihlukových opatření.

Cíle diplomové práce:

- 1)Na základě rešerše literatury vypracovat přehled deterministických metod analýzy hluku a vibrací v nízkofrekvenční oblasti a provést popis základních principů a algoritmů metody konečných prvků a metody hraničních prvků.
- 2)Vytvoření výpočtového modelu struktury kabiny letounu a akustického prostředí uvnitř kabiny.
- 3)Analýza vlastních frekvencí a tvarů kmitů.
- 4)Výpočet hluku uvnitř kabiny letounu.
- 5)Pomocí výpočtového modelování analyzovat některá protihluková opatření.

Seznam odborné literatury:

- [1] Mišun, V.: Vibration and noise, scriptum FSI VUT Brno, 1998
- [2] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L.: The Finite Element Method, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000
- [3] Beer, G., Smith, I., Duenser, Ch.: The Boundary Element Method with Programming for Engineers and Scientists, Springer Verlag, Wien, 2008
- [4] SYSNOISE user manual, LMS International
- [5] ANSYS manual, Ansys Inc.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Pavel Švancara, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan fakulty

## **Abstrakt:**

Tato diplomová práce se zabývá výpočtovým modelováním nízkofrekvenčního hluku uvnitř kabiny malého dopravního letadla VUT 100 Cobra. Pro tuto nízkofrekvenční oblast jsou pro modelování dynamického chování objektů použity deterministické metody: Metoda konečných prvků (MKP) a Metoda hraničních prvků (MHP). Pomocí MKP byly počítány vlastní tvary a frekvence struktury kabiny a akustického prostoru uvnitř kabiny. Dále byla také řešena odezva na harmonické buzení od motoru, reprezentované jednotkovými silami v místě působení. Napočítané rychlosti na povrchu kabiny byly následně podkladem pro výpočet hluku uvnitř kabiny prostřednictvím MHP. Poté byl pomocí výpočtu posouzen vliv některých konstrukčních úprav na snížení hlučnosti.

## **Klíčová slova:**

hluk a vibrace, kabina letadla, metoda konečných prvků (MKP), metoda hraničních prvků (MHP), výpočtové modelování, modální analýza, harmonická analýza

## **Abstract :**

This master's thesis deals with the computational simulation of low-frequency noise inside the cabin of small commercial airplane VUT 100 Cobra. For this low-frequency range deterministic methods: Final Element Method (FEM) and Boundary Element Method (BEM) are used for simulation of the dynamic behaviour of the object. FEM has been used to compute eigenmodes and eigenfrequencies of the structure of the aeroplane cabin and of the acoustic space inside cabin. Then response to harmonic excitation of engine represented by unit forces in place of contact has been computed. Obtained velocities on the surface of the cabin are then used as the basis for the noise calculation inside the cabin using BEM. After that effect of some construction modifications on sound level inside cabin are evaluated by computational modelling.

## **Keywords:**

sound and vibration, cabin of aircraft, final element method (FEM), boundary element method (BEM), computational simulation, modal analysis, harmonic analysis

**Bibliografická citace mé práce:**

PRNKA, J. *Výpočtové modelování hluku v kabině letounu VUT 100 Cobra*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. xx s. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Švancara, Ph.D.

## **Čestné prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, výhradně s použitím uvedené literatury a pod odborným vedením panem Ing. Pavlem Švancarou Ph.D.

V Brně dne 28.května 2010

.....  
Bc. Jiří Prnka

## **Poděkování:**

Na tomto místě bych rád poděkoval svému vedoucímu diplomové práce, panu Ing. Pavlu Švancarovi Ph.D., za poskytnutí cenných rad, připomínek, literatury a také zato, že mi věnoval svůj čas a trpělivost. V neposlední řadě děkuji své rodině za podporu a zázemí během celého studia.

**OBSAH:**

1. ÚVOD.....	11
2. FORMULACE PROBLÉMU.....	12
3. ZÁKLADNÍ POJMY A VELIČINA V AKUSTICE.....	13
<b>3.1. Veličina charakterizující zvuk.....</b>	<b>14</b>
3.1.1. Vlnová délka.....	14
3.1.2. Rychlost šíření akustických vln.....	14
3.1.2.1. Rychlost šíření akustických vln v kapalinách a plynech.....	14
3.1.2.2. Rychlost šíření akustických vln v pevných látkách.....	15
3.1.3. Délka vln.....	16
3.1.4. Akustický tlak.....	16
3.1.5. Akustický výkon, akustická intenzita.....	17
3.1.6. Šíření zvuku v trojrozměrném prostoru.....	18
3.1.7. Hladiny akustických veličin.....	18
<b>3.2. Vnímaní zvuku – Biomechanika sluchu.....</b>	<b>20</b>
4. REŠERŠNÍ STUDIE.....	22
<b>4.1. Struktura vazeb vibroakustického systému stroje.....</b>	<b>22</b>
<b>4.2. Modely pro výpočtové modelování.....</b>	<b>23</b>
4.2.1. Deterministické modely.....	23
<b>4.3. Interakce struktura-fluid.....</b>	<b>24</b>
4.3.1. Základní rovnice a hraniční podmínky.....	24
4.3.2. Diskretizace hraničního povrchu modelu.....	25
4.3.3. Vyzařovaný akustický výkon.....	26
<b>4.4. Metody řešení vibroakustických systémů.....</b>	<b>28</b>
4.4.1. Model akustického subsystému metodou konečných prvků.....	28
4.4.2. Model vázaného systému struktura-akustické prostředí.....	29
4.4.2.1. Pohybová rovnice.....	29
4.4.2.2. Spektrální a modální vlastnosti vázaného systému.....	30
4.4.2.3. Modální superpozice.....	31
<b>4.5. Metoda hraničních prvků.....</b>	<b>32</b>
4.5.1. Metoda hraničních prvků v akustice.....	34
4.5.1.1. Metoda přímá.....	34
4.5.1.2. Metoda nepřímá.....	36
5. SYSTÉM PODSTATNÝCH VELIČIN.....	38
6. DÍLČÍ VÝPOČTOVÉ MODELÝ.....	40
<b>6.1. Model geometrie.....</b>	<b>40</b>
6.1.1. Model geometrie struktury kabiny.....	40

6.1.2. Model geometrie akustického prostředí.....	46
<b>6.2. Model materiálů.....</b>	<b>47</b>
6.2.1. Model materiálů struktury kabiny.....	47
6.2.2. Model materiálů akustického prostředí.....	47
<b>6.3. Model vazeb a zatížení.....</b>	<b>48</b>
<b>7. REALIZACE VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ.....</b>	<b>49</b>
<b>7.1. Modální analýza.....</b>	<b>49</b>
7.1.1. Modální analýza akustického prostoru.....	49
7.1.2. Modální analýza rámu kabiny.....	51
7.1.3. Modální analýza kabiny.....	53
<b>7.2. Odezva na harmonické buzení – MKP (Ansys).....</b>	<b>55</b>
7.2.1. Výsledky odezvy - bez tlumení .....	56
7.2.2. Výsledky odezvy - se strukturálním tlumením.....	61
<b>7.3. Odezva na harmonické buzení – MHP (Sysnoise).....</b>	<b>63</b>
7.3.1. Výsledky odezvy při strukturálním tlumení .....	66
7.3.2. Výsledky odezvy při strukturálním tlumení společně s tlumením akustického prostředí .....	69
<b>8. ZÁVĚR.....</b>	<b>72</b>
<b>SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>74</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>76</b>
Příloha č.1 Vypočtené vlastní tvary a frekvence akustického prostoru .....	77
Příloha č.2 Vypočtené vlastní tvary a frekvence rámu kabiny.....	78
Příloha č.3 Vypočtené vlastní tvary a frekvence kabiny.....	79

## 1. ÚVOD

Nejrůznější zvuky jsou běžnou součástí našeho života, aniž bychom jim věnovali větší pozornost. Některé jsou nám příjemné, jako hudba či zpěv, jiné zvuky mohou působit nepříjemně či rušivě, např. siréna nebo skřípání. Tyto pro nás nežádoucí zvuky souhrnně označujeme jako hluk. Míra rušivosti hluku je pro každého jedince jiná, dána naším subjektivním postojem. V moderní vyspělé společnosti je jedním z hlavních úkolů v péči o životní prostředí, hned za ochranou ovzduší a povrchových vod, právě snižování úrovně hluku na přijatelnou míru. V technické literatuře se udává, že vzrůst hlučnosti v životním prostředí činí cca 1dB za rok. Je to údaj pouze hrubý, ale i tak alarmující, neboť ukazuje prudký nárůst hlučnosti v našem okolí. Nebezpečí i nízkých hladin hluku pro lidský organismus je v tom, že se neprojevuje bezprostředně bolestí nebo patrnou funkční poruchou organismu, ale jeho účinky se kumulují a negativní dopady na exponovanou osobu se projeví až po delší době a může být původcem tzv. neurovegetativní dystonie, vazoneurózy či psychických onemocnění. Dříve se hovořilo v souvislosti s nadměrným hlukem pouze u vybraných profesí, jako jsou kováři, kotláři apod., dnes bychom jen těžko hledali významnější skupinu lidí, která by nebyla denně vystavena zvýšenému množství akustické energie. Stejně závažná je však i technická otázka, protože hluk je průvodním jevem chvění, které u technických zařízení způsobuje namáhání materiálu vedoucí někdy až k poruše. Boj proti hluku je proto veden ze dvou směrů: technického a zdravotního. V prvním případě chceme vhodným způsobem zvýšit životnost daného zařízení, ve druhém zvýšit komfort člověka v prostředí s hlukem. Abychom mohli snižovat úroveň hlukového znečištění, musíme hluk v daném prostředí analyzovat. Těmto analýzám je věnována stále větší pozornost, zejména výrobci se snaží minimalizovat hlučnost svých výrobků, aby tak uspěli před konkurencí na trhu. Podkladem pro tyto analýzy je měření jasně definovaných veličin zvuku, umožňující jeho kvalitativní i kvantitativní posouzení. Tato měření se provádí na hotových výrobcích a zařízeních, nebo jejich prototypech. V případě, že ještě hotový výrobek nemáme, či z jiných důvodů, např. finančních nebo časových, mohou jako podklad pro zvukovou analýzu posloužit výsledky z výpočtového modelování hluku. Díky překotnému vývoji v oblasti výpočetní techniky a specializovanému softwarovému vybavení získává počítačový experiment stále více na významu.

Výpočtovým modelováním akustických vlastností se bude zabývat i tato práce, konkrétně analýzou hluku uvnitř kabiny malého dopravního letadla VUT 100 Cobra, které je produktem vývoje firmy Evector Kunovice a Leteckého ústavu FSI VUT v Brně. V průběhu zkoušek byla zjištěna nadměrná hlučnost v prostoru posádky a mým úkolem je analyzovat akustické vlastnosti kabiny a navrhnout možná opatření pro snížení hluku uvnitř kabiny.

## 2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLŮ JEHO ŘEŠENÍ

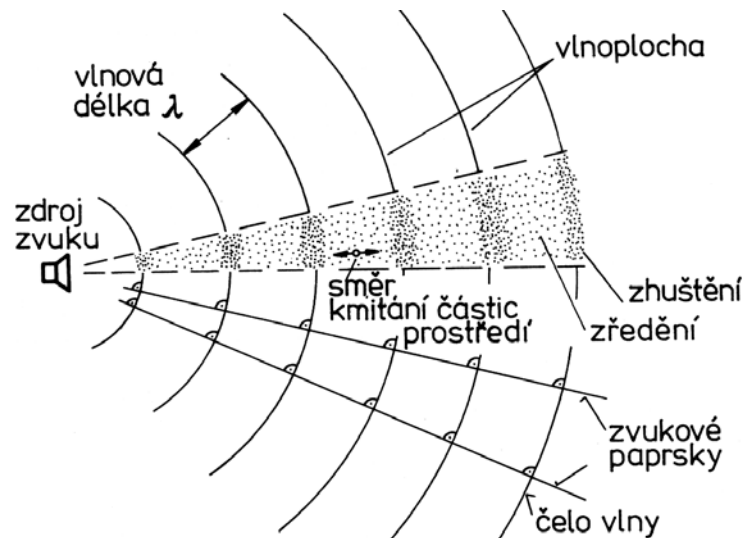
V leteckém průmyslu jsou z důvodů zpřísnování hygienických norem a dosažení konkurenceschopnosti kladeny na hlučnost letadel stále větší nároky. Účelem práce je pomocí výpočtového modelování analyzovat hluk v kabině letounu VUT 100 v nízkofrekvenční oblasti s využitím metody konečných prvků a metody hraničních prvků a posoudit vliv některých protihlukových opatření

Cíle, kterých má být dosaženo:

- Na základě rešerše literatury vypracovat přehled deterministických metod analýzy hluku a vibrací v nízkofrekvenční oblasti a provést popis základních principů a algoritmů MKP a MHP
- Vytvoření výpočtového modelu struktury kabiny letounu a akustického prostředí uvnitř kabiny
- Analýza vlastních frekvencí a tvarů kmitů
  - a) akustického prostoru kabiny
  - b) rámu kabiny
  - c) rámu kabiny společně s pláštěm kabiny
- Výpočet hluku uvnitř kabiny letounu
- Navrhnout a pomocí výpočtového modelování posoudit některá protihluková opatření

### 3. ZÁKLADNÍ POJMY A VELIČINY V AKUSTICE

**Kmitání** – je vyvoláno jak vnějšími tak vnitřními silami v pružném prostředí mechanických soustav. Jsou-li částice uvedeny do prostředí mechanického kmitání, je tento rozruch předáván pružnými vazbami i sousedícím částicím. Šíření rozruchu nazýváme vlnění. Místa, do kterých rozruch dorazí ve stejném okamžiku se stejnou fází, můžeme spojit myšlenou plochou, kterou nazveme vlnoplocha. Pokud nepůsobí dynamické síly, jsou částice prostředí v rovnovážné poloze, pokud působí, oscilují částice kolem této rovnovážné polohy. Částice se vychylují buď kolmo na směr šíření vlnění, pak mluvíme o příčném (transverzálním) vlnění, anebo částice kmitají ve směru šíření, kdy mluvíme o vlnění podélném (longitudinálním). O tom, zda se prostředím šíří vlny podélné nebo příčné, rozhodují vlastnosti prostředí. U plynů a kapalin se vyskytuje jen vlnění podélné, protože tyto látky jsou pružné pouze ve smyslu objemové stlačitelnosti [3].



Obr.3-1 [1]

**Zvuk** – mechanické vlnění pružného prostředí (kapalného či plynného). Ve vzduchu se mění tlak plynu oproti statické hodnotě (akustický tlak). Tato proměnná složka superponovaná na statickou hodnotu se nazývá akustický tlak. Je to skalární veličina, tedy udaná pouze velikostí. Jednotkou frekvence kmitání je Hertz (Hz) s rozměrem 1/s, udává počet změn tlaku za jednotku času. Podle kmitočtu rozdělujeme zvuk do následujících pásem:

- a) infrazvuk - frekvence nižší než 16 Hz
- b) slyšitelný zvuk - frekvence v rozmezí 16 Hz až 20000 Hz
- c) ultrazvuk – frekvence vyšší než 20000 Hz

**Hluk** – rušivý či nežádoucí zvuk, který je obtížně definovatelný, protože vnímání hluku jedincem je velmi subjektivní a individuální. Hluk obsahuje celou řadu složek s různými kmitočty a má povahu širokopásmového šumu.

### 3.1 Veličiny charakterizující zvuk

#### 3.1.1. Vlnová délka

Je to délka jednotlivých periodicky se opakujících maxim či minim tlaku. Je definována vztahem [2]:

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (3-01)$$

kde jsou:

$f$  – frekvence vlnění

$c$  - fázová rychlost, v akustice rychlost zvuku, při pokojové teplotě  $c = 340 \text{ m.s}^{-1}$

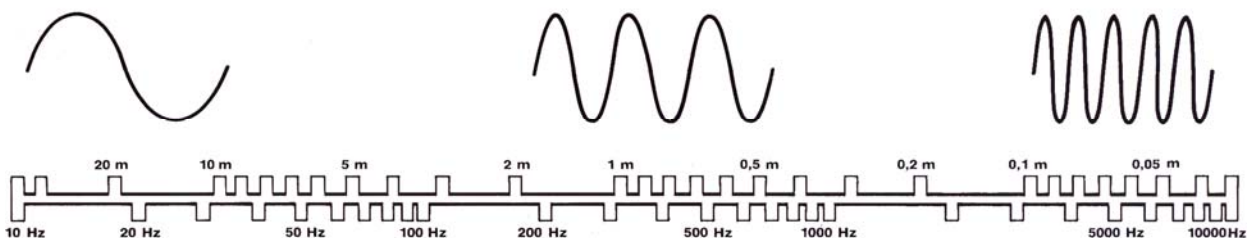
$$c = \sqrt{\frac{1,4 p_s}{\rho}} \quad (3-02)$$

kde jsou:

$p_s$  - atmosférická tlak

$\rho$  - hustota vzduchu

Ze vztahu (3-01) vyplývá, že zvuky s vysokými kmitočty mají malou vlnovou délku, zatímco zvuky s nízkým kmitočtem mají vlnovou délku velkou, viz obr.3-2.



Obr.3-2 Závislost vlnové délky na kmitočtu [12]

#### 3.1.2. Rychlost šíření akustických vln

##### 3.1.2.1. Rychlost šíření akustických vln v kapalinách a plynech

V kapalinách a plynech se šíří pouze vlnění podélné, které je doprovázeno zhušťováním a zředováním částic prostředí.

Pro rychlost šíření podélných akustických vln v tekutinách platí vztah

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (3-03)$$

kde  $K$  je modul objemové pružnosti kapaliny a je roven

$$K = -V \frac{dp}{dV} \quad (3-04)$$

Pro plyny lze vztah (3-03) upravit na tvar

$$c \equiv c_L = \sqrt{\mu \frac{p_b}{\rho}} \quad (3-05)$$

Je zřejmé, že rychlost šíření podélných vln v plynech není závislá na kmitočtu přenášeného vlnění. Pro samotný vzduch lze výraz zjednodušit na tvar

$$c = \sqrt{\mu RT} \quad (3-06)$$

zavedením příslušné plynové konstanty  $R = 273,1 \text{ J/kgK}$  a za předpokladu adiabatické změny vzduchu během vlnění uvažujeme vztah (3-06) ve tvaru

$$c = 331,6 \sqrt{1 + \frac{t}{273,1}} \quad (3-07)$$

Ze vztahu (3-07) plyne, že rychlost šíření vlnění ve vzduchu i ostatních plynech závisí pouze na jeho teplotě.

### 3.1.2.2. Rychlost šíření vlnění v pevných látkách

V pevných látkách se vyskytují všechny tři typy vlnění:

#### a) podélné vlny

- v tenkých tyčích

- v deskách

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3-08)$$

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \mu^2)}} \quad (3-09)$$

#### b) příčné vlny

Obdobný vztah jako (3-08) lze použít i pro rychlost šíření příčných vln při změně modulu pružnosti

$$c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3-10)$$

#### c) ohybové vlny

V tělesech, v nichž převládá jeden nebo dva rozměry proti ostatním, jako jsou např. tyče a desky, velmi snadno vzniká složením vlnění podélného a příčného vlnění ohybové. Zatímco u vlnění podélného a příčného nezávisela rychlost šíření na frekvenci, je rychlost šíření ohybových vln  $c_B$  různá pro různé kmitočty

$$c_B = \sqrt{2\pi f} \cdot \sqrt[4]{\frac{4EI}{\bar{m}}} \quad (3-11)$$

Pro tyče obdélníkového průřezu lze rovnici (1-11) upravit na vztah

$$c_B = \sqrt{1,8c_L h f} \quad (3-12)$$

kde je  $h$  – výška obdélníkového průřezu tyče

Rychlost šíření ohybových vln je tedy závislá nejenom na materiálových konstantách, ale i na rozměru tyče a frekvenci zvuku, který se tyčí šíří. Se zvyšující se frekvencí roste i rychlost šíření ohybových vln.

### 3.1.3. Délka vln

Při navrhování technických opatření proti vzniku a šíření hluku konstrukcemi je často kladena otázka, jaký druh akustického vlnění se daným konstrukčním prvkem může šířit. Hlavní podmínkou pro vznik vlnění v určitém materiálu je, aby jeho rozměr  $l$  byl minimálně roven poloviční délce vlny. Znamená to tedy, že např. pro podélné vlny musí platit

$$l \geq \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} \quad (3-13)$$

Ze vztahu (3-13) plyne, že protože rychlosti podélných vln jsou značně vysoké a objevuje se tedy u strojních zařízení velkých rozměrů. Mnohem nebezpečnější z hlediska hluku jsou vlny ohybové, jejichž délku určíme ze vztahu

$$\lambda_B = \frac{c_B}{f} = \sqrt{\frac{1,8c_L h}{f}} \quad (3-14)$$

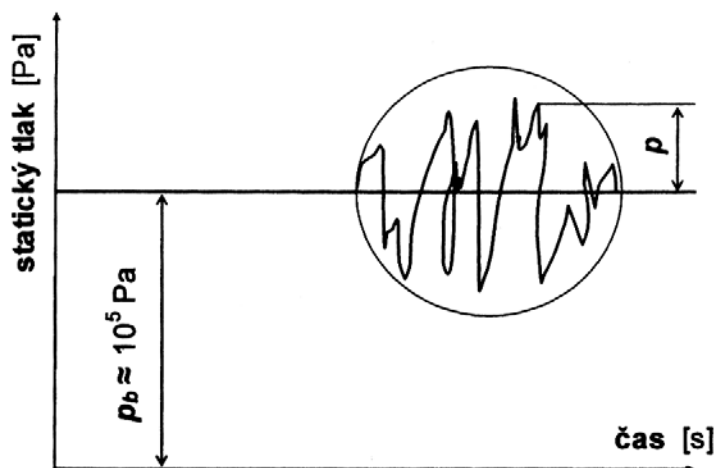
### 3.1.4. Akustický tlak

Zhušťování a zředování kmitajících částic prostředí odpovídá zvýšení či snížení tlaku v plynech a kapalinách. Celkový tlak v daném prostředí se tedy při šíření vlnění mění, kolísá okolo střední hodnoty barometrického tlaku ovzduší. Za akustický tlak  $p$  je považována odchylka celkového tlaku od hodnoty statického tlaku při vlnění v daném prostředí (obr-3-3). Akustický tlak je nesuperponován na barometrický tlak  $p_b$  a má tvar harmonické funkce

$$p(t) = p_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) = p_0 \cdot \cos(2\pi f t + \varphi) \quad (3-15)$$

Efektivní hodnota akustického tlaku je

$$p_{ef} = \frac{p_0}{\sqrt{2}} \quad (3-16)$$



Obr.3-3 Časový průběh statického tlaku [1]

Protože lidské ucho je citlivé na tlak vzduchu, tedy i akustický tlak, je právě toto veličina obvykle měřena v inženýrské akustice.

### 3.1.5. Akustický výkon, akustická intenzita

Mechanickými kmity pružného prostředí se přenáší mechanická energie kmitajících částic od zdroje prostřednictvím akustických vln. Množství akustické energie procházející za jednotku času myšlenou prostorovou plochou nazýváme **akustickým výkonem**  $P$ , který je definován vztahem

$$P = \vec{F} \circ \vec{v} = F \cdot v = p \cdot v \cdot S \quad (3-17)$$

Vztah (3-17) platí pro rovinnou akustickou vlnu, kde jsou ve fázi akustický tlak a akustická rychlost.

Akustický výkon zdroje je důležitým absolutním parametrem např. při hodnocení a srovnávání akustických zdrojů. Nezávisí totiž na rozdíl od akustického tlaku na vnějších faktorech, jako jsou vzdálenost od zdroje, orientace příjemce, teplotní nebo rychlostní gradient prostředí apod.

Další základní akustickou veličinou, která je přímo vztažená k akustickému výkonu, je **akustická intenzita**. Je to vektorová veličina popisující množství a směr toku akustické energie v daném místě prostředí. Vektor akustické intenzity je časově průměrovaný součin okamžitého akustického tlaku  $p(t)$  a odpovídající okamžité rychlosti  $v(t)$  kmitajících částic prostředí v témže místě.

$$I = \overline{p(t) \cdot v(t)} \quad (3-18)$$

Akustickou intenzitu pro rovinnou vlnu lze rovněž vyjádřit součinem efektivních hodnot akustického tlaku a akustické rychlosti.

$$I = p_{ef} \cdot v_{ef} = \frac{p_{ef}^2}{\rho \cdot c} \quad (3-19)$$

Důležitou vlastností akustické intenzity je její směrovost, takže určuje směr šíření akustického vlnění. Kolmo na směr vlnění je akustická intenzita rovna nule. Tuto vlastnost nemá akustický tlak, který je skalární veličinou.

### 3.1.6. Šíření zvuku v trojrozměrném prostoru

Šíření zvuku v trojrozměrném prostředí popisuje obecná vlnová rovnice ve tvaru

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \quad (3-20)$$

Obecná je z toho důvodu, že nezáleží na tvaru funkce vlnění, tedy, že platí pro jakýkoliv signál a vzhledem a absenci vlivu směrových úhlů, platí i pro libovolný směr šíření vlnění.

Rovnici (3-20) lze úpravou levé strany přepsat do známějšího tvaru

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \quad (3-21)$$

kde  $\nabla^2$  značí Laplaceův diferenciální operátor

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3-22)$$

Z fyzikálního hlediska je vlnová rovnice (3-22) pohybovou rovnicí pro akustickou vlnu. Pravá strana rovnice představuje zrychlení bodu, nebo objemového elementu prostředí. Levá strana má význam podílu síly, působící na hmotný bod nebo objemový element prostředí a jeho hmoty, čili je to síla, působící na element s jednotkovou hmotou.

### 3.1.7. Hladiny akustických veličin

Lidské ucho je schopno registrovat akustický tlak, jakožto základní akustickou veličinu ve značně širokém rozsahu, od 20 $\mu$ Pa až do 100Pa. Rozsah slyšitelného akustického tlaku tedy přesahuje sedm dekad, což by při vyjádření v jednotkách tlaku [Pa] vedlo k nepraktickému zápisu. Podobně je to i s ostatními akustickými veličinami, např. akustický výkon přesahuje dekad až 15 a navíc lidské ucho nereaguje lineárně na zvukový podnět, ale jeho vnímání je úměrné logaritmu tohoto podnětu. Z těchto důvodů se začala používat logaritmická měřítká pro všechny akustické veličiny, vyjádřené jako dekadický logaritmus poměru sledované veličiny k příslušné referenční hodnotě [1],[2].

Tato vyjádření akustických veličin nazýváme hladiny akustických veličin a jsou definovány vztahy

$$L = \log \frac{A}{A_0} = \frac{\text{hodnota porovnávané veličiny}}{\text{hodnota referenční}} \quad (3-23)$$

Jednotkou hladiny je **bel**, ale k značné šířce této veličiny se užívá jednotka desetkrát menší, tedy **decibel** [dB]

Hladiny jednotlivých akustických veličin jsou definovány:

a) **Hladina akustického výkonu**

$$L_W = 10 \cdot \log \frac{W}{W_0} \quad (3-24)$$

kde  $W$  je hodnocený akustický výkon a  $W_0 = 10^{-12}$  W je referenční hodnota

b) **Hladina akustické intenzity**

$$L_I = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad (3-25)$$

kde  $I$  je měřená akustická intenzita a  $I_0 = 10^{-12}$  W/m je referenční hodnota

c) **Hladina akustického tlaku**

$$L_p = 20 \cdot \log \frac{p}{p_0} \quad (3-26)$$

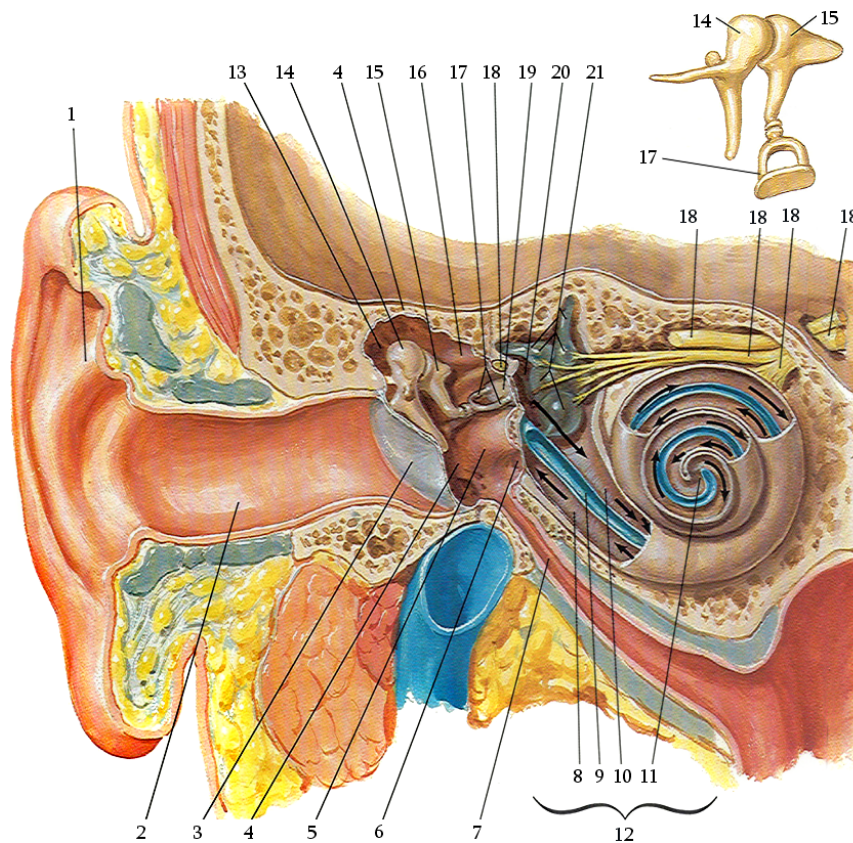
kde  $p$  je akustický tlak v daném bodě akustického prostoru a  $p_0 = 10^{-12}$  W je referenční (prahová) hodnota

### 3.2. Vnímání zvuku - Biomechanika sluchu

Sluch je jedním z nejdůležitějších smyslových orgánů živých organismů. Slyšení je nutné s ohledem na mnoho požadovaných skutečností:

- Vnímání zvukových vjemů
- Vzájemná komunikace
- Lokalizace zvukových zdrojů
- Orientace v prostoru

Zvukový vjem zprostředkovaný lidským uchem je velice komplikovaný proces, mnoho podrobností o mechanismu slyšení je však stále nejasných. Ucho samotné, jako sluchový orgán, je komplexní zařízení schopné výborné selektivity zvuků přes široký frekvenční rozsah a také jejich intenzity.



Obr.3-4 Sluchový orgán [13]

1 – boltec, 2 – zvukovod, 3 – bubínek, 4 – bubínková dutina, 5 – kůstka, 6 – okrouhlé okénko, 7 – Eustachova trubice, 8 – Scala Tympani, 9 – basilární membrána, 10 – Scala Vestibuli, 11 – Helicotrema, 12 – Cochlea (hlemýžď), 13 – nadbubínkový zářez, 14 – kladívko, 15 – kovadlinka, 16 – výčnělky z chodbiček, 17 – třmínek, 18 – ušní nerv, 19 – oválné okénko, 20 – labyrint, 21 – polohruhovité chodbičky (centrum rovnováhy)

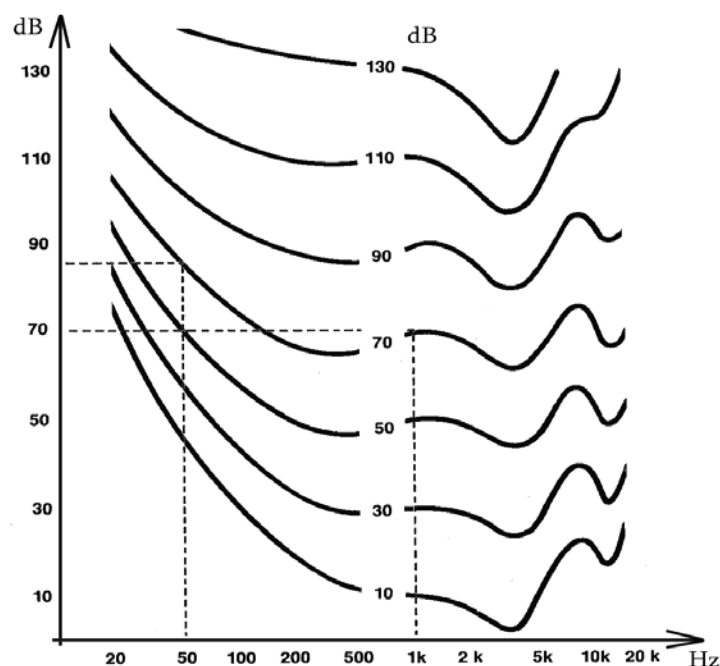
Sluchový orgán (obr.3-4) se skládá ze tří částí

- vnějšího ucha
- středního ucha
- vnitřního ucha

Akustické signály okolního prostoru zachycuje nejdříve vnější ucho s bubínkem, který tvoří mechanickou překážku ve zvukovodu. Toto spojení je velmi dobré pro frekvence 800 Hz a výše, pouze při frekvencích nižších než cca 400 Hz se kvalita přenosu výrazně zhoršuje. Vnější a střední ucho zachycuje vzdušné zvukové vlny a usměrňuje je do tekutinou naplněného ušního závitu vnitřního ucha (hlemýžď). Tato spirála funguje jako mechanický převodník, mění mechanický signál kmitů na nervové impulsy, nesoucí akustickou informaci do mozku. Střední ucho působí jako spojovací impedanční zařízení a skládá se ze tří kůstek pracujících jako soustava pák s mechanickým zesílením cca 3. Závěrečná vazba mezi akustickým rozruchem a nervovým impulsem se odehrává ve vnitřním uchu, sestávajícího se ze dvou podélných kanálků, vyplněných spec. tekutinou (endolymfou) a oddělených basilární membránou.

Jestliže třmínek, reagující na podnět, pohybuje oválným okénkem, pak se vzruch v tekutině šíří dál vnitřkem scali vestibuli přes helicotrema do spodního kanálku. Kruhové okénko ve spodní části scali tympani svojí pružností zamezuje extrémnímu nárůstu tlaku v tekutině. Při průchodu vzruchu kanálky se deformuje basilární membrána, jejíž povrch je poset tisíci citlivými vlasovými nervovými buňkami. Tyto buňky transformují deformaci membrány na nervové impulsy, jež se výsledně analyzují a zpracovávají v samotné nervové soustavě a v mozku.

Sluchový orgán nemá lineární vlastnosti pro všechny veličiny, kterými lze zvuky popsat, proto je měření a hlavně hodnocení značně složité. Například nevnímá různé frekvence stejně hlasitě, oproti fyzikálnímu měření. Aby toto bylo možné skloubit, byl mezinárodně normován svazek tzv. křivek stejné hladiny hlasitosti (obr.3-5), které jsou standardizovány pro čisté tóny při konstantní hladině akust. tlaku a při měnící se frekvenci tónu.



Obr.3-5 Křivky stejné hlasitosti [12]

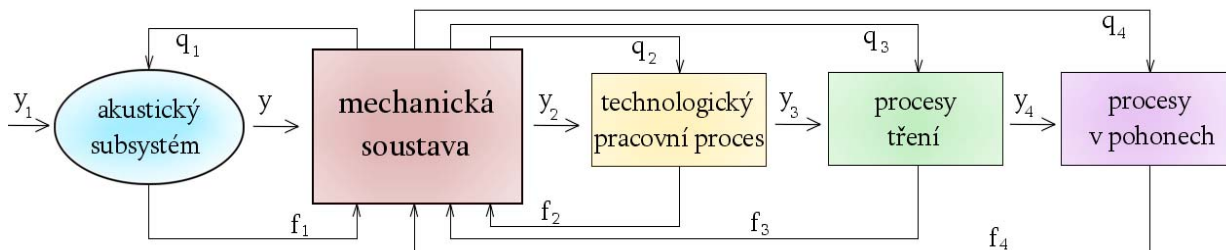
## 4. REŠERŠNÍ STUDIE

### 4.1. Struktura vazeb vibroakustického systému stroje

Vibrace a hluk jsou průvodními jevy pracovních procesů všech strojních zařízení. Během provozu v nich probíhají pracovní procesy, z nichž nejdůležitější je technologický pracovní proces [2].

Každé pracovní zařízení je konstruováno k zajišťování jistého technologického pracovního procesu. Vazbu mezi pohonem a technologickým pracovním procesem zajišťuje mechanismus, který je součástí mechanické soustavy zařízení. Transformuje výstupní veličiny pohonné jednotky na parametry vhodné pro technologický pracovní proces. Tyto vazby lze považovat za řízené, protože je lze ovlivnit vložením vhodného regulačního členu do systému. Se zvyšováním výkonnosti a produktivity strojů však vstupují do popředí i vazby neřízené, které se právě výrazně uplatňují při zvyšování hlučnosti zařízení.

Schéma dynamického vibroakustického systému stroje s neřízenými vazbami je na obr. 4-1, kde jednotlivé subsystémy a pracovní procesy jsou zobrazeny bloky a spojeními jsou definovány jejich vazby.



Obr.4-1 Schéma dynamické soustavy stroje [2]

Kde jsou jednotlivé sloupcové vektory:

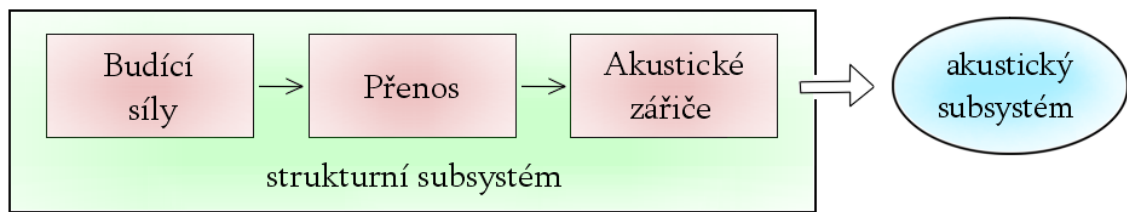
$f_i$  - vektory veličin, vystupujících z pracovních procesů a akustického subsystému

$q_i$  - vektory veličin, vystupujících z mechanické soustavy

$v_i$  - vektory vnějších veličin, vstupujících do jednotlivých bloků

Z každého bloku některé veličiny vystupují a vstupují do dalšího bloku. Protože reálná mechanická soustava je poddajná, je schopná přenášet deformace z jednoho místa do místa druhého. Tím dochází k vazbě mezi jednotlivými bloky. K těmto vzájemným vazbám dochází v důsledku deformací částí případně celé mechanické soustavy stroje v čase. Mechanická soustava svým pohybem zprostředkovává vzájemnou vazbu mezi jednotlivými bloky soustavy. Pohyb mechanické soustavy je proto takovým nosným médiem, které přenáší informace mezi bloky soustavy, které jinak s prostorem stroje bezprostředně nesousedí.

Pochopení těchto vzájemných vazeb je předpokladem pro pochopení vzniku a šíření hluku. Při sledování hlučnosti strojů je nutné sledovat celý řetězec od vzniku vibrací, přes přenosové cesty struktury stroje, zářiče energie, až po akustický subsystém na obr.4-2.



Obr.4-2 Vibroakustický systém stroje [2]

Schéma na obr.4-2 vysvětluje vznik a šíření vibrací a mechanického hluku strojů. Budící síly při běhu stroje rozkmitávají strukturu, tyto vibrace se přenáší na rám stroje, kde rozkmitávají jeho povrch. Kmitající povrch je zářičem akustické energie, neboť transformuje energii kmitavého pohybu na energii akustickou, vyzařovanou do okolního vzdušného prostoru.

## 4.2. Modely pro výpočtové modelování

S ohledem na vlastnosti reálných strojních soustav je nutno při jejich výpočtovém modelování používat různé postupy a metody pro nízkofrekvenční a vysokofrekvenční hluk a vibrace [2].

Podle použitelné frekvenční oblasti a algoritmu řešení se používají dva základní modely vibroakustických systémů.

- modely deterministické
- modely statistické

Pro nízkofrekvenční oblast jsou vhodné použít deterministické metody jako je metoda konečných prvků MKP a metoda hraničních prvků MHP. Pro oblast vyšších frekvencí jsou vhodné metody statistické jako je statistická energetická analýza SEA a to z důvodu rychlého nárůstu počtu prvků (požadavek min 6 prvků na jednu vlnu) a tedy velikosti modelu, časové náročnosti a potřebného hardwarového vybavení a také velká citlivosti odezvy se vzrůstající frekvencí na malé změny geometrie mat. charakteristika okrajových podmínek.

### 4.2.1. Deterministické modely

MKP modely jsou popsány diferenciálními rovnicemi druhého řádu, jejichž maticový zápis je standardně typu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f} \quad (4-01)$$

Modely tohoto typu se vyznačují velkým počtem rovnic. Metodu konečných prvků používáme pro modelování struktury nebo akustického prostředí. U některých soustav lze výhodně použít metodu hraničních elementů, definovaných na povrchu kmitající struktury. Deterministické modely jsou proto velmi náročné na hardwarové vybavení pracoviště. Řešení odezev ve frekvenční oblasti se převádí na řešení soustavy algebraických rovnic stejného počtu. Výhodou ale je, že umožňují sledovat odezvu systému při dané frekvenci. Vlastní tvary kmitu vykazují největší odezvy ve výchylkách při nízkých budících frekvencích.

### 4.3. Interakce struktura- fluid

#### 4.3.1. Základní rovnice a hraniční podmínky

Při interakci strukturního a akustického prostředí je nutno definovat vlastnosti akustického prostředí a příslušné hraniční podmínky obou subsystémů.

Za akustické prostředí budeme uvažovat vzdušné prostředí, kde vzduch považujeme za stlačitelné, neviskózní, nerotující fluidní prostředí s proměnnými tlaky po prostoru tohoto subsystému.

Rovnice popisující stlačitelné fluidní prostředí:

Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \nabla v = 0 \quad (4-02)$$

Eulerova rovnice

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right] + \nabla p = 0 \quad (4-03)$$

kde jsou:  $\rho$  - hustota tekutiny

$v$  - rychlost kmitání částic

$\nabla$  - Laplaceův operátor

$p$  - tlak

Výše uvedené vztahy a vhodné hraniční podmínky tvoří komplexní popis tlakového a rychlostního fluidního pole.

Pro akustickou analýzu jsou dále uvažovány tři předpoklady:

1. Předpokládáme malé pohyby, takže rychlost pohybu částic  $v = \dot{u}$ , kde  $u$  je přemístění částic v uzlových bodech.

2. Vztah mezi tlakem a posunutím uvažujeme ve tvaru:

$$\rho \cdot \ddot{u} = -\nabla p \quad (4-04)$$

neboť se zanedbává hybnost proudícího média

3. Vztah mezi tlakem a hustotou uvažujeme ve tvaru:

$$p = f(\rho) \quad (4-05)$$

tato závislost je lokálně lineární a prostředí považujeme za homogenní.

Jestliže ve fluidu předpokládáme změnu proměnných  $p$ ,  $\rho$ ,  $v$ , pak s použitím rovnic (4-02) a (4-03) a jejich úpravě obdržíme vlnovou rovnici pro změnu tlaku fluidu:

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4-06)$$

kde  $p(\vec{r}, t)$  signalizuje, že tlak ve fluidu je funkcí prostoru i času.

Předpokládáme, že tlakové změny v čase mají harmonický charakter, takže  $p$

$$p(\vec{r}, t) = p(\vec{r}) \cdot e^{j\omega t} \quad (4-07)$$

Po dosazení do vlnové rovnice dostaneme Helmholtzovu rovnici pro komplexní tlak  $p(\vec{r})$  ve tvaru

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (4-08)$$

kde  $k = \omega/c$  je vlnové číslo

Jestliže dále zavedeme harmonické změny tlaku a rychlosti do Eulerovy rovnice (4-03) a po její úpravě obdržíme vztah mezi komplexními amplitudami tlaku a rychlosti ve tvaru

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \ddot{u}_n = -j\rho\omega v_n \quad (4-09)$$

kde  $n$  je vnější normála k vyzařovanému povrchu,  $v_n$  je normálová složka rychlosti kmitajícího povrchu tělesa.

Ve spojení s Helmholtzovou rovnicí lze definovat hraniční podmínky mezi strukturou a akustickým prostředím.

#### 4.3.2. Diskretizace hraničního povrchu modelu

Diskretizace spočívá v aproximaci hraničního povrchu  $S$  tělesa a výběru vhodného interpolačního vztahu pro hraniční tlaky a normálové rychlosti.

$$S \approx \tilde{S} = \sum_i S_i \quad (4-10)$$

kde  $S_i$  je plocha  $i$ -tého hraničního elementu na povrchu tělesa.

Pro vektory akustických tlaků a normálových rychlostí v bodech na povrchu tělesa, daných vektorem  $\mathbf{X}$  platí:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}(\mathbf{X}) &= \mathbf{N}_p(\mathbf{X})\mathbf{p} \\ \mathbf{v}_n(\mathbf{X}) &= \mathbf{N}_v(\mathbf{X})\mathbf{v}_n\end{aligned}\quad (4-11)$$

kde jsou:  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{v}_n$  jsou sloupcové vektory uzlových tlaku a normálových rychlostí  
 $\mathbf{N}_p$ ,  $\mathbf{N}_v$  jsou matice interpolačních funkcí.

Pak platí vztah mezi normálovými rychlostmi v bodech  $\mathbf{X}$  a gradienty akustických tlaku

$$\frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{n}_x} = -j\rho\omega \mathbf{v}_n(\mathbf{X})\quad (4-12)$$

Po vyhodnocení  $\mathbf{v}_n(\mathbf{X})$  a dosazení do výrazu (4-09) dostaneme po úpravě vztah mezi vektorem akustických tlaku a normálovými rychlostmi v uzlech hraničních prvků v maticovém tvaru

$$\mathbf{D}(k)\mathbf{p} = -j\rho\omega[\mathbf{C}^T + \mathbf{B}^T(k)]\mathbf{v}_n\quad (4-13)$$

kde jsou: matice  $\mathbf{D}(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{k})$  jsou frekvenčně závislé, matice  $\mathbf{D}(\mathbf{k})$  je symetrická a matice  $\mathbf{B}(\mathbf{k})$  je nesymetrická, obě jsou komplexní. Vztah (4-13) se dá zjednodušit na tvar

$$\mathbf{D}\mathbf{p} = \mathbf{H}\mathbf{v}_n\quad (4-14)$$

Matice  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  jsou funkcí frekvence a tvaru tělesa nebo struktury, ale jsou na vlastnostech struktury nezávislé. Ze vztahu (4-14) lze vyhodnotit akustické tlaky v uzlech hraničních prvků

$$\mathbf{p} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{v}_n\quad (4-15)$$

Z akustických tlaků a normálových rychlostí v uzlových bodech povrchu struktury lze vyhodnotit akustický tlak v libovolném bodě systému

$$p_f = \mathbf{a}_f^T \mathbf{p} + \mathbf{b}_f^T \mathbf{v}_n\quad (4-16)$$

kde  $\mathbf{a}_f$ ,  $\mathbf{b}_f$  jsou vektory koeficientu vlivu, jsou funkcí frekvence a geometrie struktury.

### 4.3.3. Vyzařovaný akustický výkon

Akustický výkon, který vyzařuje vibrující povrch s akustickými tlaky a rozloženými normálovými rychlostmi po povrchu struktury

$$W_{vyz} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_S \mathbf{p} \mathbf{v}_n^* dS \right\}\quad (4-17)$$

kde  $\text{Re}$  znamená reálnou část výrazu, a hvězdička v horním exponentu ( $^*$ ) znamená komplexně sdružený vektor.

Diskretizací povrchu na hraniční elementy se dá vyjádřit vyzařovaný akustický výkon jako příspěvky hraničních elementů  $S_j$

$$W_{\text{vyz}} = \sum_{j=1}^m W_{\text{vyz},j} \quad (4-18)$$

kde  $m$  je počet hraničních elementu a dále je

$$W_{\text{vyz},j} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_{S_j} p_j v_{nj}^* dS \right\} \quad (4-19)$$

po zavedení interpolační funkce  $\mathbf{N}$  lze vyjádřit pro  $j$ -tý element

$$\begin{aligned} p_j &= \mathbf{N}^T \mathbf{p}_j \\ v_{nj}^* &= \mathbf{N}^T \mathbf{v}_{nj}^* \end{aligned} \quad (4-20)$$

po dosazení do (4-19) dostaneme vyzařovaný akustický výkon

$$W_{\text{vyz}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{j=1}^m \mathbf{p}_j^T \mathbf{G}_j \mathbf{v}_{nj}^* \right\} \quad (4-21)$$

kde

$$\mathbf{G}_j = \int_{S_j} \mathbf{N} \mathbf{N}^T dS \quad (4-22)$$

po sumaci pro všechny elementy dostaneme

$$W_{\text{vyz}} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{p}^T \mathbf{G} \mathbf{v}_n^* \} \quad (4-23)$$

kde matice  $\mathbf{G}$  je složená z prvků  $\mathbf{G}_j$ . Vektor akustického zatížení struktury

$$F = j\omega \int_{S_j} w_j \bar{\mathbf{v}}_n dS \quad (4-24)$$

kde  $w_j$  je váhová funkce  $j$ -tého elementu.

## 4.4. Metody řešení vibroakustických systémů

### 4.4.1. Model akustického subsystému metodou konečných prvků

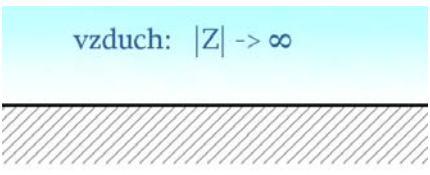
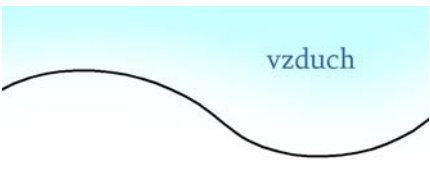
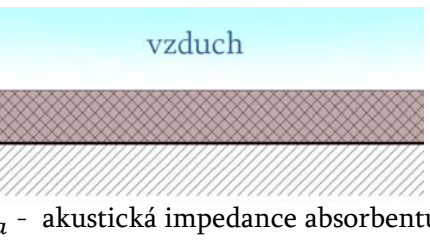
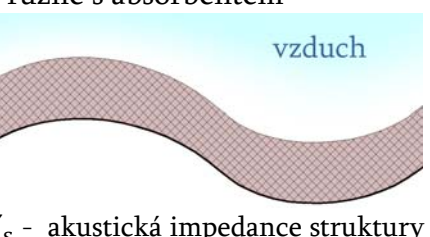
V technických úlohách bývá obvyklé modelovat akustické prostředí pomocí metody konečných prvků (MKP). Nejčastěji se používá pro řešení akustiky uzavřených prostorů [2].

Při modelování struktury a akustického prostředí je nutné, aby akustická vlna byla popsána pomocí alespoň šesti akustických prvků. Maximální délka akustického elementu je tak dána vztahem

$$l_{MAX} \leq \frac{\lambda}{6} = \frac{1}{6} \frac{c}{f} \quad (4-25)$$

Délka akustických prvků je závislá na frekvenci vlnění v akustickém prostředí.

Ve spojení s Helmholtzovou rovnicí (4-08) lze definovat hraniční podmínky mezi strukturou a fluidním prostředím podle typu rozhraní dle tab.4-1

Typ rozhraní	Hraniční podmínky	Rychlost částic vzduchu
1. Tuhé: 	Dirichletova podmínka stejné rychlosti $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$	$v_n = 0$
2. Pružné 	Neumanova podmínka stejné rychlosti $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\ddot{w}$	$v_n = \dot{w}$
3. Absorbent 	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{Z_a} \dot{p}$ Robinova podmínka $A \cdot p + B \cdot v_n = C$	$v_n = \frac{p}{Z_a}$ nebo pro admitanci $A_n$ $\frac{v_n}{p} = A_n$
4. Pružné s absorbentem 	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\left(\frac{1}{Z_a} - \frac{1}{Z_s}\right) \frac{\partial p}{\partial t}$	$v_n = \frac{p}{Z_a} + \frac{p}{Z_s}$

Tab.4-1 Typy rozhraní [2]

Akustické pole se dá vyjádřit jako lineární kombinace tvarové funkce  $N$  a diskrétních hodnot tlaku v uzlech

$$p = p_j N_j \quad (4-26)$$

kde jsou:

$p_j$  – aproximované hodnoty tlaku v  $j$ -tém uzlu

$N_j$  – tvarová funkce svázaná s  $j$ -tým uzlem

Výsledná maticová pohybová rovnice akustického systému zapsaná ve frekvenční oblasti

$$\{\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + i\rho\omega \mathbf{B}\} \mathbf{p} = -i\rho\omega \mathbf{F} \quad (4-27)$$

kde jsou:

$\mathbf{M}$  – matice hmotnosti s prvky

$$M_{ij} = \int \frac{N_i N_j}{c^2} dV \quad (4-28)$$

$\mathbf{K}$  – matice tuhosti s prvky

$$K_{ij} = \int \partial_k N_i \partial_k N_j dV \quad (4-29)$$

$\mathbf{B}$  – matice tlumení s prvky

$$B_{ij} = \int A_{nk} N_i N_j dS \quad (4-30)$$

$\mathbf{F}$  – sloupcový vektor zatížení akustického prostoru

$$F_i = \int \bar{v}_n N_j dS \quad (4-31)$$

Sloupcový vektor  $\mathbf{p}$  je soubor neznámých tlaků v uzlových bodech modelu. Z rovnice (4-27) vyplývá i definice tvarů kmitu v akustickém prostředí. Tvary kmitů zobrazují rozložení akustických tlaků v prostoru akustického systému prostorů [2].

#### 4.4.2. Model vázaného systému struktura-akustické prostředí

##### 4.4.2.1. Pohybová rovnice

Uvažujeme strukturu i příslušné akustické prostředí za společný strukturálně-akustický systém. Buzení systému může být modelováno ze strany struktury i ze strany akustického prostředí. Interakce mezi systémy je zajišťována přechodovými akustickými prvky. Společné modelování, ale může způsobit problémy:

- narůstá počet prvků a tím i objem výpočtů
- interakcí vzniká nesymetrie úlohy, kterou zavádí přechodové akustické prvky
- vznikají problémy při modelování vnějších akustických subsystémů

Pohybová rovnice celého vázaného systému bez tlumení v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \rho_0 \mathbf{A}^T & \mathbf{M}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & -\mathbf{A} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4-32)$$

kde jsou:

$s$  – index pro strukturu

$a$  – index pro akustický subsystém

$\mathbf{u}$  – sloupcový vektor deformačních parametrů v uzlech struktury

$\mathbf{A}$  – vazební matice systému

$\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{K}$  – nesymetrické matice hmotnosti a tuhosti

$\mathbf{f}_s$  - sloupcový vektor buzení

Zkrácený tvar rovnice

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (4-33)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

#### 4.4.2.2. Spektrální a modální vlastnosti vázaného systému

Pro analýzu těchto vlastností použijeme rovnici (4-33) ve tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4-35)$$

Z rovnic získáme pravostranné a levostranné vlastní vektory

$$\begin{aligned} (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M})\mathbf{v}_i &= \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_i^T (\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4-36)$$

Tyto rovnice diagonalizují matice tuhosti a hmotnosti vázaného systému.

Použijeme ortogonální transformaci ( $i \neq j$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_i^T \mathbf{M} \mathbf{v}_j &= \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_i^T \mathbf{K} \mathbf{v}_j &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4-37)$$

Obdržíme pro  $i$ -tý vlastní tvar kmitu ( $i=1, 2, \dots, n$  – celkový počet použitelných modů systému) modální parametry.

$$m_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{M} \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{si}^T \mathbf{M}_s \mathbf{v}_{si} = \frac{1}{\lambda} \mathbf{v}_{ai}^T [\mathbf{A} \mathbf{v}_{si} + \mathbf{M}_a \mathbf{v}_{ai}] \quad (4-38)$$

$$k_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{K} \mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{si}^T \mathbf{K}_s \mathbf{v}_{si} = \mathbf{v}_{si}^T \mathbf{A} \mathbf{v}_{ai} + \frac{1}{\lambda} \mathbf{v}_{ai}^T \mathbf{K}_a \mathbf{v}_{ai}$$

Podmínka ortogonalitv vlastních vektorů je

$$\mathbf{v}_{si}^T \mathbf{M}_s \mathbf{v}_{si} + \frac{1}{\lambda} \mathbf{v}_{ai}^T \mathbf{A} \mathbf{v}_{si} + \frac{1}{\lambda} \mathbf{v}_{ai}^T \mathbf{M}_a \mathbf{v}_{ai} = 1 \quad (4-39)$$

#### 4.4.2.3. Modální superpozice

Odezvu systému podle rovnice (4-35) můžeme vyšetřovat rozkladem do vlastních tvarů.

$$\mathbf{x} = \sum_1^n \mathbf{v}_i \mathbf{q}_i \quad (4-40)$$

Pro  $i$ -tý tvar kmitu pomocí vztahů (4-33), (4-36), (4-37), (4-38) a jejich úpravou dostaneme rovnici ve směru hlavní souřadnice  $q_i$

$$m_i \ddot{q}_i + k_i q_i = f_i \quad (4-41)$$

kde modální buzení

$$f_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{f} = \mathbf{v}_{si}^T \mathbf{f}_s \quad (4-42)$$

při harmonickém buzení struktury

$$\mathbf{f} = \mathbf{F} e^{j\omega t} \quad (4-43)$$

Potom odezva modálního modelu

$$q_i = Q_i e^{j\omega t} \quad (4-44)$$

Po dosazení do rovnice (4-44) dostaneme amplitudu odezvy

$$Q_i = \frac{\mathbf{w}_i^T \mathbf{F}}{m_i (\lambda_i - \omega^2)} \quad (4-45)$$

kde

$$\lambda_i = \frac{k_i}{m_i} \quad (4-46)$$

Amplitudy odezev původního vázaného systému jsou

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i Q_i = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{w}_i^T \mathbf{F}}{m_i (\lambda_i - \omega^2)} \quad (4-47)$$

Vztah (4-47) se dá použít pro řešení odezev struktury a hlavně pro vyšetřování amplitud akustického tlaku ve vybraných bodech akustického prostoru. Je dobré použít jen  $p \ll n$  vybraných módů modálního modelu.

Vytvoříme upravené modální matice

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_p &= [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \cdots \ \mathbf{v}_p] \\ \mathbf{W}_p &= [\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \cdots \ \mathbf{w}_p] \end{aligned} \quad (4-48)$$

s rozměry  $\mathbf{V}_p (n \times p)$ ,  $\mathbf{W}_p (p \times n)$ .

Vlastnosti upravených modálních matic

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_p^T \mathbf{M} \mathbf{V}_p &= \mathbf{I}_p \quad (\text{jednotková matice}) \\ \mathbf{w}_p^T \mathbf{K} \mathbf{V}_p &= \boldsymbol{\lambda}_p \quad (\text{spektrální matice}) \end{aligned} \quad (4-49)$$

Zkrácená spektrální matice

$$\boldsymbol{\lambda}_p = \text{diag}(\omega_{0i}^2) \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, p \quad (4-50)$$

Zavedeme vektor odezev vybraných módů

$$\mathbf{y}_p(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_p(t)]^T \quad (4-51)$$

Potom je odezva strukturně akustického systému

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{V}_p \mathbf{y}_p(t) \quad (4-52)$$

Subvektor  $\mathbf{p}(t)$  obsahuje hodnoty akustického tlaku v uzlových bodech akustického subsystému. Pro vyhodnocení akustického tlaku v decibelech použijeme

$$p = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{p}{p_0} \right)^2 \quad (4-53)$$

Kde vztažnou hodnotu akustického tlaku bereme  $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$

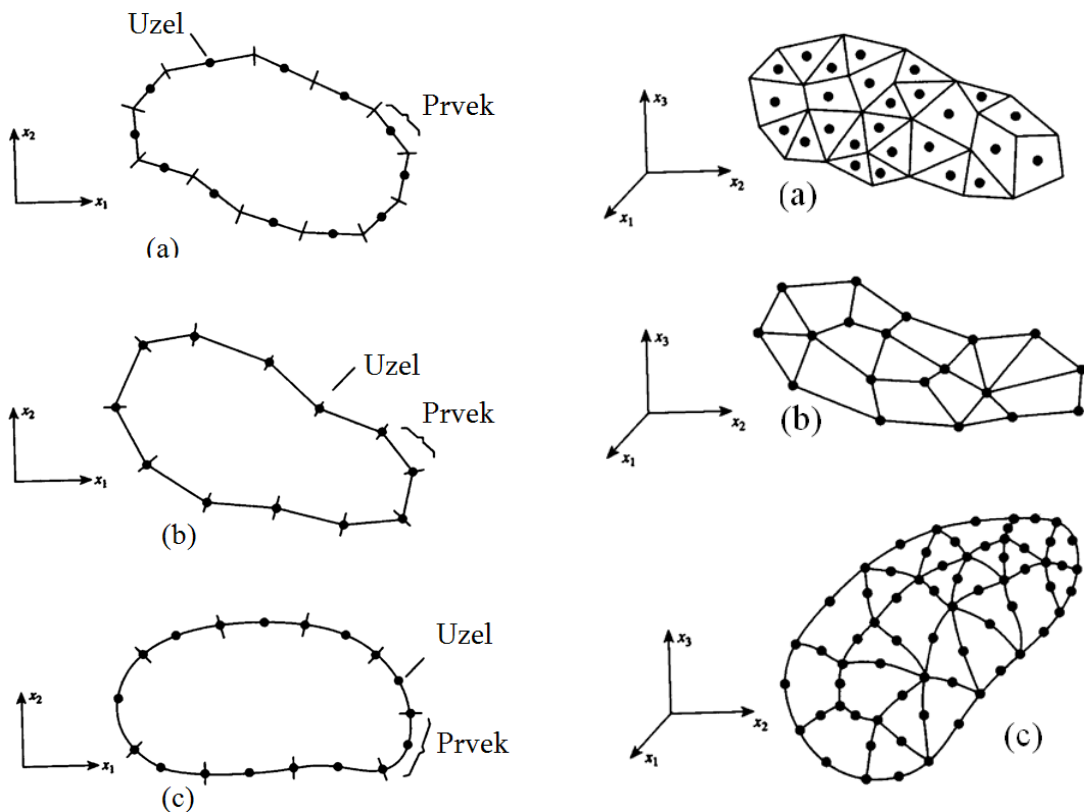
## 4.5. Metoda hraničních prvků

Metoda hraničních prvků (BEM - Boundary Element Method) je jednou z numerických metod využívaných k řešení některých typu parciálních diferenciálních rovnic. Tvoří tak alternativu pro běžně užívanou metodu konečných prvků (FEM - Finite Element Method) nebo metodu sítí (FDD - Finite Difference Method). Základem pro použití metody hraničních prvků je transformace okrajového problému na hraniční integrální rovnice, čímž se zároveň sníží dimenze řešeného problému. Řešení 2D problému se tedy redukuje na řešení integrální rovnice na jednodimenzionální hranici oblasti, 3D úloha se převede na 2D hranici. Díky tomuto přístupu se na rozdíl od metody konečných prvků nemusíme zabývat

diskretizací celé oblasti, vystačíme s diskretizací hranice. Na každém hraničním prvku se aproximuje přesné řešení úlohy do uzlových bodů pomocí interpolačních funkcí. Po vyřešení soustavy rovnic pro neznámé hodnoty posuvů na hranicích oblasti se hodnoty posuvů, resp. napětí uvnitř oblasti, stanoví analyticky na základě fundamentálního řešení [8].

Typy hraničních elementů (obr.4-3):

- (a) **konstantní prvky** - rozlišujeme koncové a uzlové body. Uzlové body se nachází vždy ve středu příčky.
- (b) **lineární prvky** - mají dva uzly obvykle umístěny na krajních bodech oblasti.
- (c) **kvadratické prvky** - mají geometrii aproximovanou pomocí parabolického oblouku. Prvek má tři uzly, z nichž dva jsou umístěny na koncích a třetí obvykle v polovině.



Obr.4-3 Typy hraničních elementů pro 2D a 3D problém [7]

Hraniční integrální rovnice je možné formulovat dvěma základními způsoby. První způsob, tzv. přímá formulace, vede k sestavení integrálních rovnic, které obsahují jako neznámé ty funkce, které vystupují v původní diferenciální rovnici. Druhý způsob, tzv. nepřímá formulace, vede k sestavení integrálních rovnic, které obsahují tzv. hustoty potenciálů jednoduché vrstvy a dvoj-vrstvy, ze kterých se teprve hledaná funkce vystupující v původní diferenciální rovnici musí vypočítat. Zatímco základem přímé formulace je tzv. fundamentální řešení diferenciálních rovnic, resp. Greenova funkce a Greenovy nebo Somiglianovy vzorce v případě pružnosti, základem nepřímé formulace je tzv. teorie potenciálu [7].

Výhodami MHP oproti MKP jsou snížení počtu neznámých z důvodu diskretizace pouze na hranici oblasti, vyšší přesnost řešení a dobré řešení problémů v oblasti lomové mechaniky (koncentrátorů typu trhliny, nebo vrub). Naopak nevýhodou je hustota matic, které jsou v případě MHP nesymetrické a plně obsazené. Tyto matice jsou ale mnohem menších rozměry vzhledem k řešení pouze hranice [6].

#### 4.5.1. Metoda hraničních prvků v akustice

Metoda hraničních prvků umožňuje předpovědět vyzařovaný hluk za struktury, odezvu uzavřených akustických systému, přenosových ztrát u komplexních systémů za použití jednoduchých analytických prostředků [2].

##### 4.5.1.1. Metoda přímá

Využívá akustických tlaků a rychlostí kmitajícího povrchu struktury pro výpočet vyzařované akustické energie do vzdušného prostředí. Akustické médium analyzuje v interiéru nebo exteriéru. Přímá metoda vyplývá z použití Helmholtzova hraničního integrálu. Neznámé veličiny jsou tlaky a normálové rychlosti na rozhraní.

Uvedené odvození je pro vnější akustický subsystém. Řešení vlnové rovnice je zjednodušeno použitím bodového akustického zdroje a odpovídající Greenovou funkcí. Bodový zdroj je definován jako pulzující koule s konečným zdrojovým výkonem.

Intenzitu zdroje definujeme vztahem:

$$q = \rho S \bar{v} \quad (4-54)$$

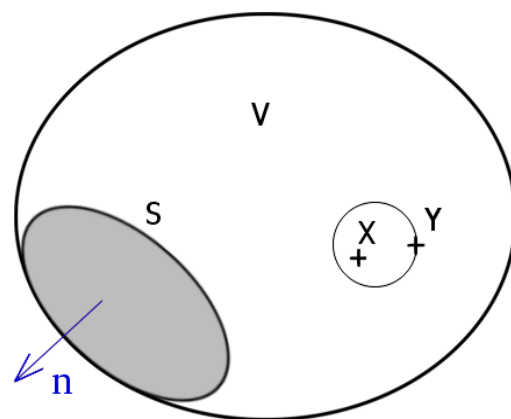
Kde jsou:

$\rho$  - hustota tekutiny

$S$  - povrch koule

$v$  - střední rychlost kmitajícího povrchu

Akustické pole kolem zdroje musí splňovat Helmholtzovu rovnici. Když bude poloha zdroje  $Y$  v akustickém prostoru  $V$  podle obr.4-4.



Obr.4-4 [2]

Potom musí akustické pole vyhovět rovnici

$$\nabla^2 p + k^2 p = -q \cdot \delta(X - Y) \quad (4-55)$$

kde  $\delta(X - Y)$  je Dirackova funkce

Akustický tlak v bodě  $X$  daný rovnicí (4-55) je dán vztahem

$$p(X, Y) = q \frac{e^{-jkr(X, Y)}}{4\pi r(X, Y)} \quad (4-56)$$

kde  $r(X, Y)$  je vzdálenost mezi bodem  $X$  a zdrojem.

Greenova funkce má tvar

$$G(X, Y) = q \frac{e^{-jkr(X, Y)}}{4\pi r(X, Y)} \quad (4-57)$$

Vztah mezi akustickým tlakem  $p(X)$  v libovolném bodě  $X$  prostoru  $V$  a hodnotách tlaku  $p(Y)$  a tlakovým gradientem na povrchu  $S$  struktury je vyjádřen Helmholtzovým integrálem

$$p(X) = \int_S [p(Y) \partial_n G(X, Y) - G(X, Y) \partial_n p(Y)] dS(Y) \quad (4-58)$$

kde  $\partial_n$  je parciální derivace příslušné proměnné ve směru vnější normály k povrchu  $S$ .

Když známe proměnné na povrchu struktury nebo akustického subsystému, tak můžeme při použití (4-58) vyhodnotit akustické veličiny v libovolném bodě prostoru  $V$ . Hraniční podmínky na povrchu  $S$  jsou definované akustickým tlakem nebo normálovými rychlostmi, popřípadě jejich vztahem.

Výpočet neznámých na povrchu  $S$  v uzlových bodech hraničních prvků je nutný, protože síť hraničních uzlových bodů bývá jiná než u konečných prvků struktury. Pro výpočet akustických tlaků  $\mathbf{p}$  v uzlových bodech hraničních elementů jsou-li definované tlakové gradienty v těchto nebo jiných bodech povrchu lze použít vztah (4-58) až po vyhodnocení příslušných proměnných v uzlových bodech hraničních elementů.

Maticové vyjádření vztahu mezi proměnným v uzlových bodech hraničního povrchu

$$\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} \quad (4-59)$$

Vztah je vyjádření vazeb mezi akustickými tlaky a tlakovými gradienty ve všech uzlech ke stejným veličinám v ostatních bodech povrchu.

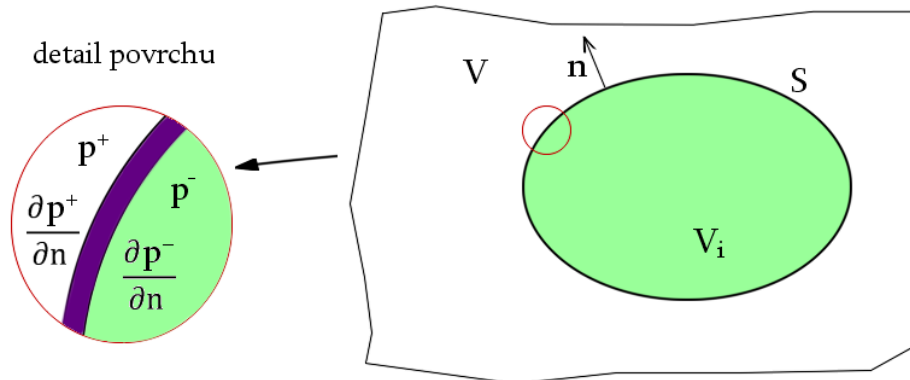
Sloupcové vektory  $\mathbf{p}$  a v rovnici (4-59) obsahují hodnoty tlaků a tlakových spádů ve všech uzlech diskretizovaného hraničního povrchu. Při řešení tohoto algoritmu je nutné nejdříve vypočítat neznámé v rovnici (4-59) a potom můžeme vypočítat akustické tlaky v libovolném bodě akustického prostoru podle vztahu (4-58).

Prvky matic  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  jsou dané tvarovými funkcemi v lokálních souřadnicích elementů, Greenovými funkcemi mezi uzlovými body povrchu a transformačním Jakobiánem.

## 4.5.1.2. Metoda nepřímá

Využívá se spádu potenciálů, daných rozdíly mezi vnějšími a vnitřními hodnotami akustických tlaků a jejich normálových derivací (obr.4-5).

Řeší se současně vyzařování akustické energie a vnitřní odezva. Odezva na obou stranách rozhraní se řeší současně.



Obr.4-5 [2]

Tlakový skok je dán rozdílem tlaků na vnitřní a vnější straně

$$\nabla^2 p + k^2 p = -q \cdot \delta(X - Y) \quad (4-60)$$

skok v normálové derivaci je dán rozdílem vnější a vnitřní normálové derivaci tlaku

$$p(X, Y) = q \frac{e^{-jkr(X, Y)}}{4\pi r(X, Y)} \quad (4-61)$$

při použití nepřímé metody v libovolném bodě vnějšího prostoru  $V$  a vnitřního  $V_i$  jsou akustické proměnné vyhodnoceny jako funkce těchto dvou skoků.

Použitelné hraniční podmínky můžou být:

- tlaky na povrchu
- normálové rychlosti na povrchu
- normálové admitance na povrchu (vztah mezi tlakem a normálovou rychlostí).

Takovéto hraniční podmínky se dají formulovat ve tvaru obou potenciálů. Nejdříve je nutné vypočítat neznámé potenciály. Používá se variační metoda.

Tlak  $p$  se nedá derivovat blízko hraničního povrchu  $S$ , protože dochází ke skoku tlaku v témže místě. Musí být splněna podmínka

$$p(X) = \int_S [p(Y) \partial_n G(X, Y) - G(X, Y) \partial_n p(Y)] dS(Y) \quad (4-62)$$

pro všechny funkce  $\psi$ , které jsou derivovatelné.

Vztah na pravé straně je definován potenciály. Potom použijeme konvoluci těchto výsledků spolu se základní Helmholtzovou rovnicí pro bodový nebo lineární zdroj.

Dostaneme vztah

$$p(X) = \int_S \left[ \mu(Y) \frac{\partial G(X, Y)}{\partial n_Y} - \sigma(Y) G(X, Y) \right] dS(Y) \quad (4-63)$$

kde bod  $X \in V/S$ , bod  $Y \in S$ .

Když známe oba potenciály  $\eta(Y), \sigma(Y)$  na povrchu  $S$ , můžeme akustický tlak  $p(X)$  v libovolném bodě prostoru  $V$  vyhodnotit vztahem (4-63).

Při diskretizaci problému lze napsat

- pro povrch

$$S \cong \sum_j S_j \quad (4-64)$$

kde  $j$  je počet hraničních prvků.

- pro potenciály v libovolném bodě povrchu při daných hodnotách v uzlech diskretizovaného povrchu

$$\begin{aligned} \mu &= N_\mu \bar{\mu} \\ \sigma &= N_\sigma \bar{\sigma} \\ \nabla_\mu &= B_\mu \bar{\mu} \end{aligned} \quad (4-65)$$

kde jsou:

$\bar{\mu}, \bar{\sigma}$  - vektory potenciálů v uzlových bodech povrchu

$N_\mu, N_\sigma$  - soubor interpolačních funkcí

$B_\mu$  - obsahuje Kartesiánské derivace interpolační funkce  $N_\mu$

Potom se dá akustický tlak v bodě  $X$  vyjádřit

$$p(X) = \sum_j \int_{S_j} \left[ N_\mu(Y) \bar{\mu} \frac{\partial G(X, Y)}{\partial n_Y} - N_\sigma(Y) \bar{\sigma} G(X, Y) \right] dS_j(Y) \quad (4-66)$$

když ve vztazích  $G(X, Y)$  je Greenova funkce mezi bodem  $X$  v prostoru  $V$  a body  $Y$  na povrchu  $S$ .

## 5. SYSTÉM PODSTATNÝCH VELIČIN

Před řešením samotné práce je dobré si vytvořit tzv. systém podstatných veličin  $\Sigma(\Omega)$  na objektu  $\Omega$ . Jedná se o takový systém, který nám minimalizuje počet veličin pouze na ty, které popisují podstatné okolnosti z hlediska řešeného problému na objektu  $\Omega$ . Zde budeme řešit přímý problém, kdy ze známých budících účinků (síly od uchycení motoru) hledáme odezvy (posuvy, rychlosti) na konstrukci kabiny (kostra + pláště) a následně řešíme odezvu v akustickém prostoru kabiny (akustické tlaky, akustická intenzita) vyvolanou vibracemi pláště kabiny.

Řešeným objektem  $\Omega$  je kabina letounu.

### 1.) Okolí objektu

Okolím je vzdušné prostředí (fluid). Je popsáno teplotou, tlakem, hustotou, vlhkostí, viskozitou aj., pro nás budou podstatné pouze tlak, hustota a rychlost zvuku v prostředí.

### 2.) Popis objektu

Objektem je kabina malého dopravního letadla pro 2 cestující, daná svým tvarem, velikostí a strukturou (kostra z profilů a plošné díly). Kabina je oddělena vpředu protipožární deskou, vzadu přepážkou a po stranách v místě napojení křídél k centroplánem. (viz obr.6-1)

### 3.) Vazby objektu s okolím

Je uvažováno, že letadlo stojí na betonové dráze. Vazba je realizována prostřednictvím podvozku (přídového typu). Okolní vzdušné prostředí je uvnitř i vně kabiny o stejném tlaku.

### 4.) Aktivace objektu

Aktivací jsou vibrace motoru za provozu, idealizované pro účely výpočtového a experimentálního modelování jako jednotkové síly v místě spojení motorového lože s kabinou.

### 5.) Ovlivňující veličiny

Chování objektu ovlivňuje mnoho veličin. K nejpodstatnějším patří otáčky motoru, uchycení motorového lože, uchycení plošných dílů na kostře, tlumení uvnitř kabiny, aj.

### 6.) Vlastnosti struktury

Vlastnosti jsou dány rozměry, tvarem, topologií a materiálovými charakteristikami kabiny. Vlastnosti struktury popisují: Yangův modul  $E$ , součinitel příčné kontrakce  $\mu$ , hustota, tloušťka plechů, aj. Vlastnosti fluidu jsou popsány hustotou vzduchu, atmosférickým tlakem a rychlostí zvuku.

### 7.) Procesy na objektu

Vibrace od běžícího motoru se přenáší přes lože a přepážku na kostru kabiny a plošné díly => popisuje nám frekvence, amplituda a vybuzený tvar kmitu.

### 8.) Projevy objektu

Vibrující plošné díly rozkmitávají akustické prostředí uvnitř i vně kabiny => popisuje nám frekvence kmitání, velikost akustického tlaku a velikost i směr akustické intenzity

### 9.) Důsledky pro okolí

Rozkmitaný akustický prostor, tedy změny atm. tlaku vnímá lidské ucho jako zvuk, resp. hluk => popisuje nám frekvence a hladiny akustických veličin

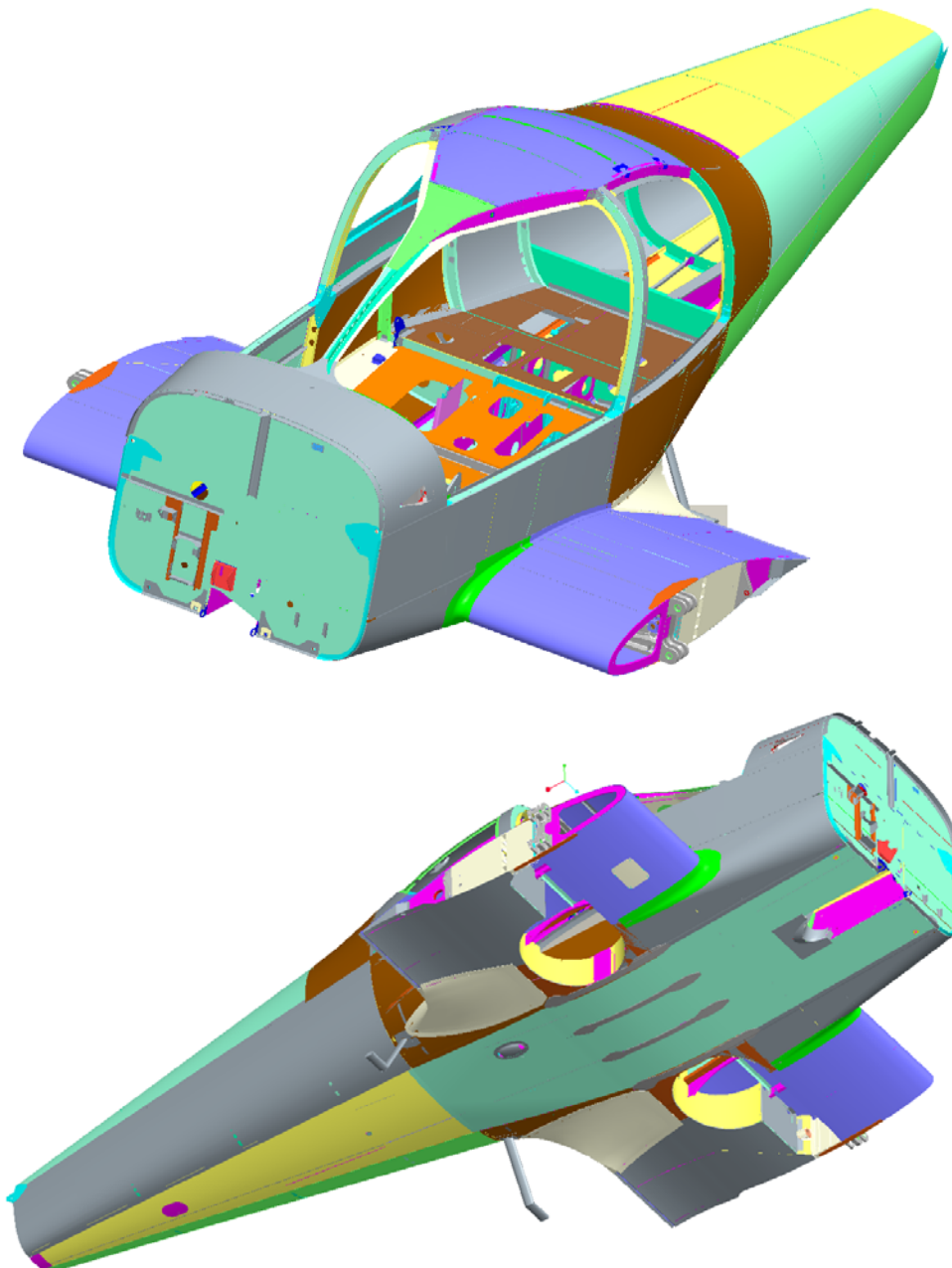
## 6. DÍLČÍ VÝPOČTOVÉ MODELY

### 6.1. Model geometrie

Aby byly akustické výpočty co nejpřesnější, resp. aby co nejvíce odpovídaly skutečnosti, je nutné vytvořit věrný model blížíci se reálnému letadlu, včetně vazeb s okolím. Takový model je ovšem velmi složitý a náročný na vytvoření, výpočetní čas a počítačové vybavení. Také konečnoprvková síť by měla řádově statisíce až miliony prvků a výpočet by tak nebylo možné s dostupným vybavením zrealizovat.

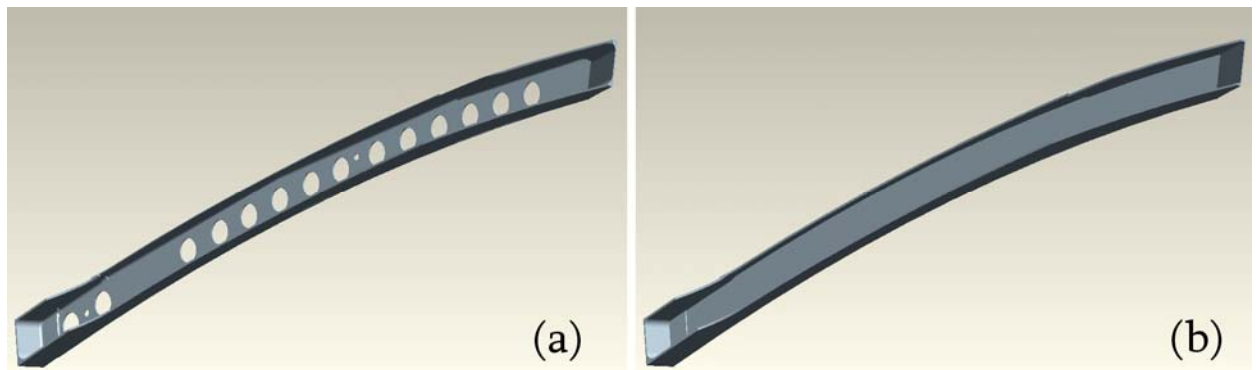
#### 6.1.1. Model geometrie struktury

Základem pro vytvoření modelu geometrie byl podrobný CAD model centroplánu letadla VUT 100 Cobra, vytvořený v programu Pro/E dodaný firmou Evektor, obr.6-1.



Obr.6-1 CAD model letadla

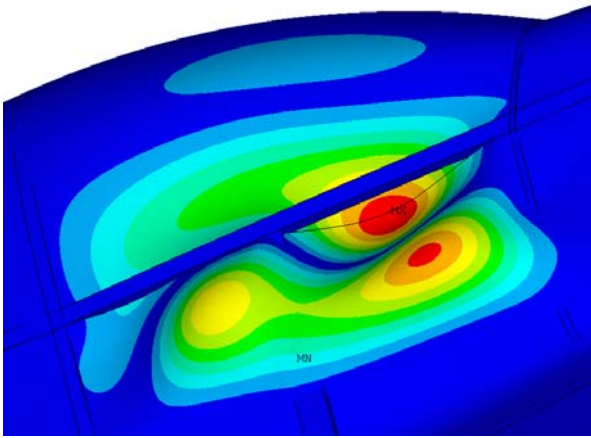
Jak už je z obr.6-1 patrné, model je velmi podrobný, obsahuje různé konstrukční detaily, které nejsou z hlediska akustických výpočtů tolik podstatné (matice, šrouby, drobné otvory), pouze by prodlužovaly čas výpočtu. Na druhou stranu ale model neobsahuje díly, jako jsou dveře a plexisklový překryt, které jsou pro výpočet hluku uvnitř kabiny nutné. Proto jsem konstrukci kabiny zjednodušil a domodeloval chybějící díly. Byly odstraněny odlehčovací otvory (obr.6-2), některé drobné rádiusy, fragment křidel, zadní část trupu aj.



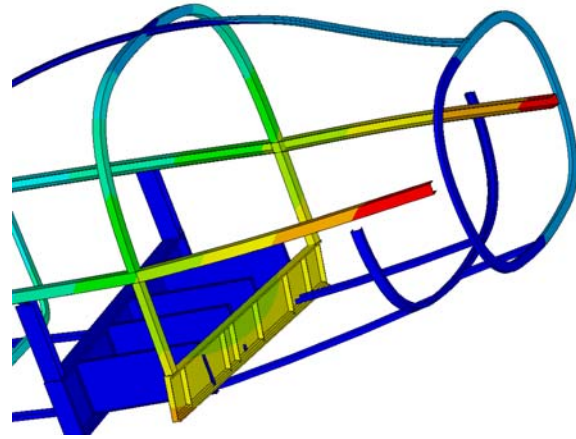
Obr.6-2 Díl nosníku CAD modelu, a) před úpravou, b) po úpravě

Dále jsme neuvažovali žádné vnitřní vybavení kabiny. Toto vnitřní vybavení, jako jsou sedadla, přístrojová deska, atd., sice ovlivňuje hluk uvnitř (odrážení vln, pohlcování, útlum), ale jeho domodelování a umístění nebylo vzhledem k časovým možnostem a dostupné výpočetní technice možné. Nezanedbatelný vliv na akustické vlastnosti má i obložení, zateplení a polstrování, které bude uvažováno formou přídatného tlumení na příslušný plošný díl.

Řešení modální analýzy a odezvy na harmonické buzení jsem prováděl v programu ANSYS 11, kde jsem vytvořil i konečnoprvkovou síť. Do Ansysu byla geometrie naimportována z Pro/E ve formátu IGES, která zachovává plošné i objemové díly. Výsledný import nebyl ideální, geometrie obsahovala mnoho nadbytečných ploch, vzniklých jako pomocné navrhování letadla a bylo nutné je odstranit. Ani zkušebně vytvořená volná konečnoprvková síť (freemesh) nebyla vhodná, protože obsahovala velké množství prvků různých velikostí (převážně tetrahedral elementy). Pro modální analýzu je lepší použít síť z prvků rovnoměrně rozložených po délce, resp. ploše. Největší problém byl ale v místě spojení výstužných nosníků kabiny a na rozhraní nosníků s plošnými díly pláště kabiny. Je nutné, aby uzly plechů a kostry z nosníku v místě spojení ležely na sobě, nebo alespoň velmi blízko sebe, aby se daly spojit příkazem MERGE. V případě, že tomu tak není, chová se síť jako rozpojená a při výpočtu se začnou plechy odchlípnout (obr.6-3), nebo se dokonce může celý model rozpadat (v případě, že nesedí nody na spojení jednotlivých nosníků – obr.6-4)

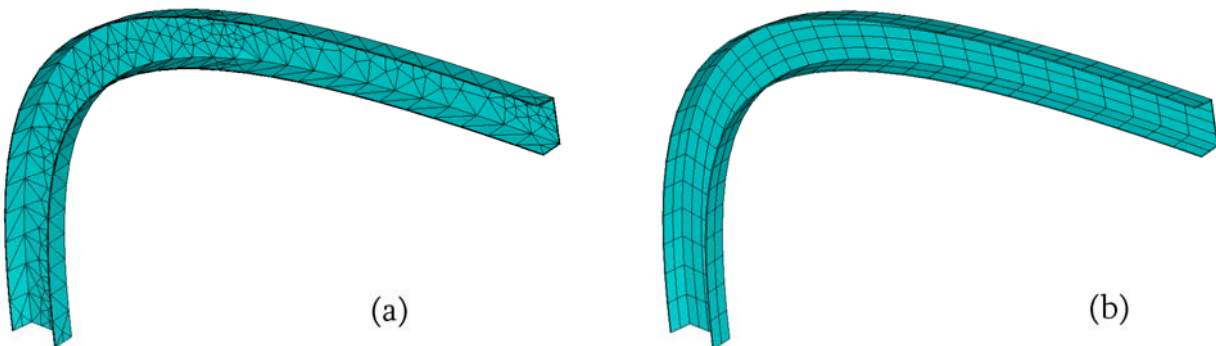


Obr. 6-3 Odchlipování plošných dílů



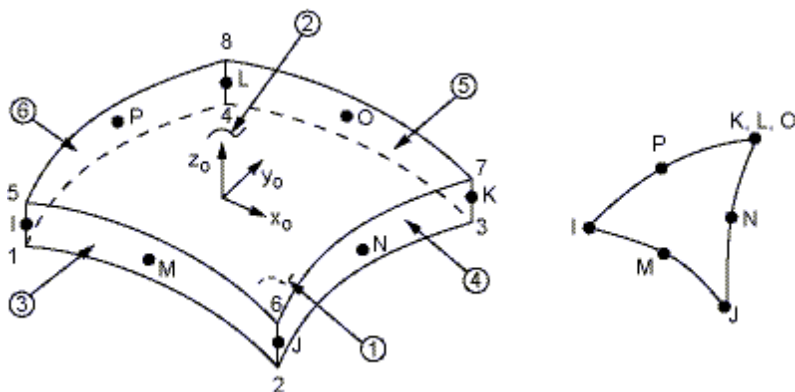
Obr. 6-4 Rozpad modelu

Proto jsem musel zvolit jiný postup tvorby sítě modelu. Nosníky, jež splňovaly prutové předpoklady, jsem nakonec neimportoval celé jako objemové díly, vyjma dvou, ale pouze jejich příčné průřezy a střednicovou čáru. Objem, společně se sítí, byl vytvořen až v Ansysu pomocí příkazu VDRAG, která vytáhne plochu do prostoru. V případě, že již máme předem hotovou síť na příčném průřezu, je vytvořena společně s objemem i objemová síť z prvků SOLID. Tato síť má menší počet rovnoměrně rozložených prvků (převážně hexahedral prvky) na rozdíl od volné sítě již naimportovaného objemu (obr 6-5). Trajektorií pro vytažení nosníku byla střednicová čára.



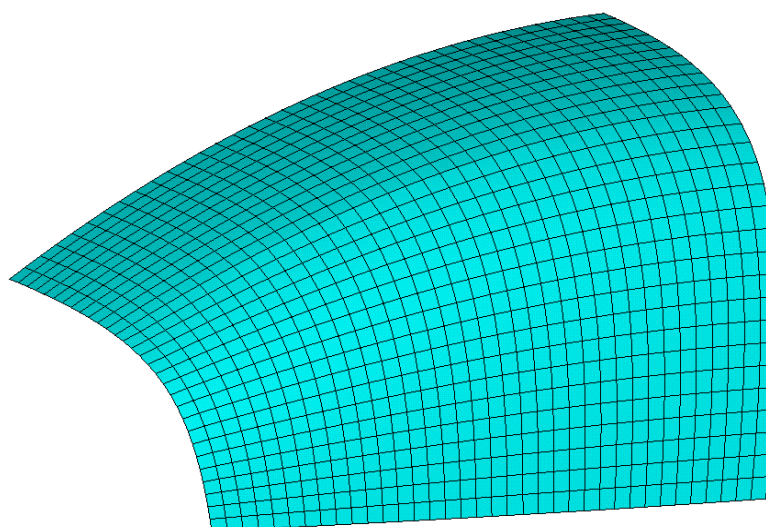
Obr. 6-5 diskretizace nosníku, a) volná síť, b) strukturovaná síť vytvořená příkazem VDRAG

Pro síť na průřezích nosníků bylo nezbytné použít jako pomocný prvek nejjednodušší skořepinový prvek SHELL 63, místo tradičního rovinného 2D prvku PLANE 42, protože průřezy byly různě pootočené vzhledem k souřadnému systému. Síť u plošných dílů byla vytvořena z elementů SHELL 93 (obr 6-6). Jedná se o skořepinový osmi-uzlový kvadratický element určený pro zakřivené plochy. Prvek je definován 8 uzly (4 v rozích a 4 ve středu stran) se šesti stupni volnosti (3 posuvy a 3 natočení), až čtyřmi hodnotami tloušťky skořepiny a materiálovými vlastnostmi ortotropního materiálu. U elementu může být také zadána přídatná hmotnost, vztažená na jednotku plochy.



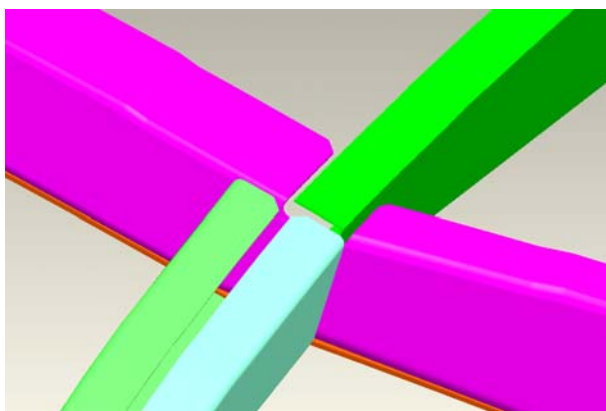
Obr. 6-6 Skořepinový prvek SHELL 93 [5]

Přesto že šlo o obecně zakřivené plochy, podařilo se mi vytvořit mapovanou síť, vhodnější pro výpočet (obr.6-7).

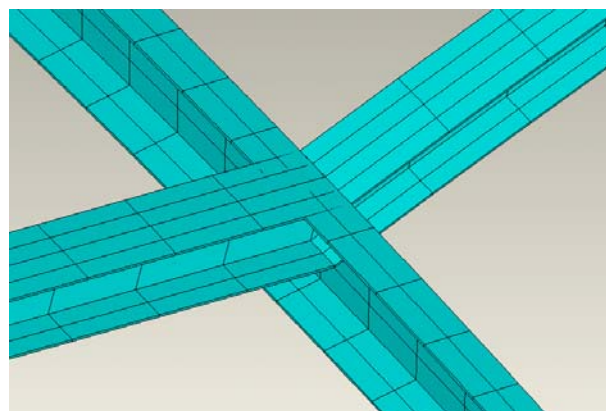


Obr.6-7 Mapovaná síť části překrytu kabiny

I přes rovnoměrnou síť byl stále problém v místě spojení nosníků (obr.6-8, 6-9).

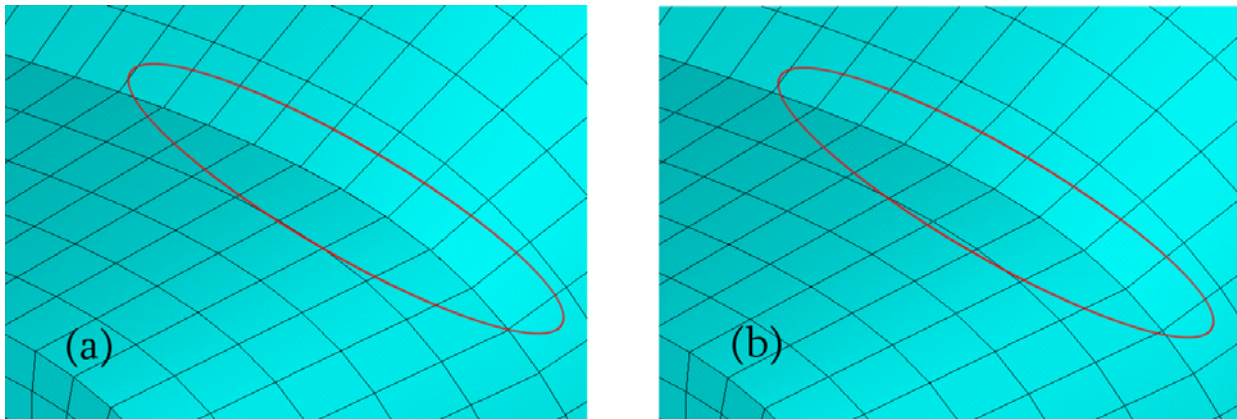


Obr. 6-8 Spojení nosníků – Pro/E



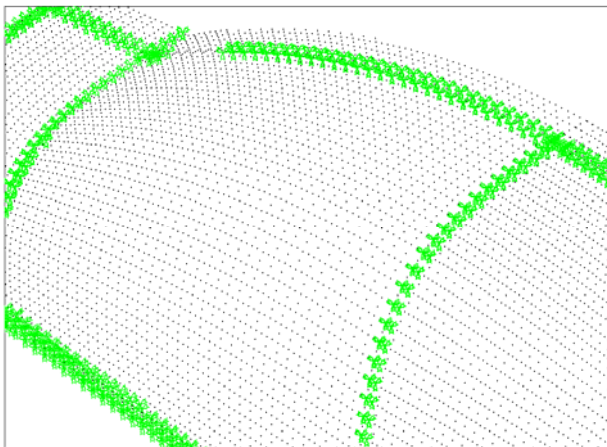
Obr. 6-9 Spojení nosníků – Ansys

Tento problém se částečně dá vyřešit příkazem NUMMRG, NODE, vzdálenost, což má za následek sloučení všech nodů v udávané vzdálenosti do jednoho (obr 6-10).

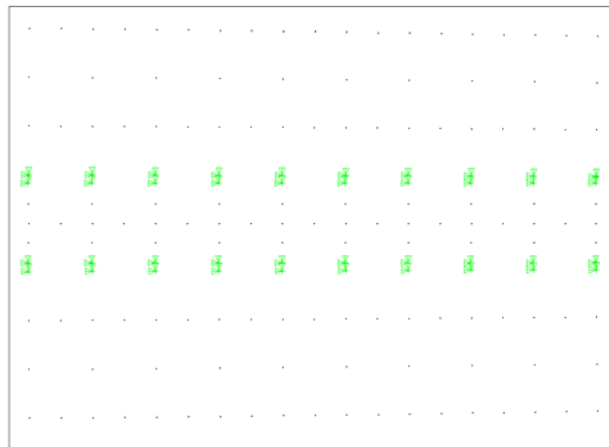


Obr. 6-10 Detail místa rozhraní dvou sítí na povrchu, a) před sloučením, b) po sloučení

Tato tolerance ovšem může být maximálně do velikosti šířky stěny nosníku, jinak by došlo ke zborcení prvků. Pro zbývající případy, kdy se sloučením sousedních nodů nepodařilo vyřešit dobře spojení nosníků, je ideální funkce tzv. coupling (spojení nodů). Tato funkce vytvoří na námi vybrané skupině uzlů jeden hlavní (master) a zbytek jemu podřízených uzlů. Podřízené uzly potom mají stejné velikosti posuvů ve vybraných směrech jako vedoucí uzel. V našem případě to budou všechny posuvy i natočení (alldof), protože se jedná o obecný pohyb. Takto vytvořené místo se potom chová, jako by bylo svařené. Stejný postup se výborně hodí i na problém spojení nosníků a plošných dílů, kde dostatečně nezafungovalo výše popsané sloučení příkazem NUMMRG. Funkcí coupling jsou svázány některé sousední uzly, jak na struktuře, tak na plošných dílech (celkem 2 až 4 uzly), což dobře vystihuje skutečný spoj vytvořený buď nýtováním, nebo bodovým svařováním (obr.6-11, 6-12).



Obr.6-11 Skupinky nodů svázané funkcí coupling



Obr.6-12 Detail místa zvažení nodů

Velikost prvků skořepinových dílů, od kterých se odvíjí i velikost ostatních elementů, jsem volil, při maximální řešené frekvenci 300Hz, dle vztahu pro rychlost ohybové vlny v deskách:

$$c_B = \left( \frac{4\pi^2 f^2 B}{\rho_S} \right)^{1/4} \quad (6-01)$$

kde jsou:  $\rho_S$  - plošná hustota materiálu

$f$  - frekvence

$B$  - ohybová tuhost desky, která má tvar

$$B = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (6-02)$$

kde  $h$  je tloušťka desky

pro díly z lexanu vychází  $B_{Lexan} = 28,0 \text{ Pa m}^3$ ,

pro díly z duralu vychází  $B_{Dural} = 11,8 \text{ Pa m}^3$

Dosažením do vztahu (6-01) nám vyjde

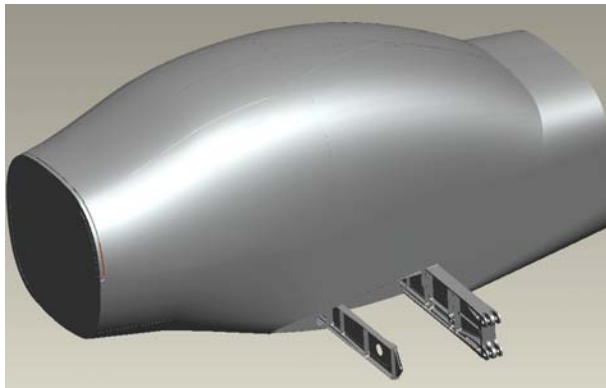
$$c_{B_{Lexan}} = 63,8 \text{ m/s}, \quad c_{B_{Dural}} = 62,5 \text{ m/s}$$

Maximální délku prvku zjistíme dosažením těchto rychlostí do vztahu (4-25), odkud nám vyjde

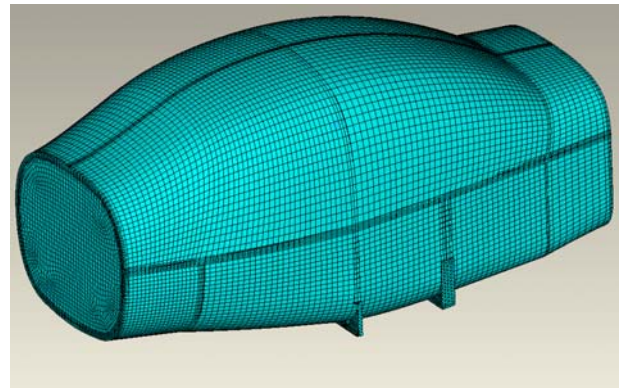
$$l_{MAX_{Lexan}} = 34,7 \text{ mm}, \quad l_{MAX_{Dural}} = 35,4 \text{ mm}$$

Volíme tedy jednotnou maximální velikost prvku 35mm.

Na následujících obrázcích (obr.6-13 až obr.6-16) je porovnání přepracovaného a zjednodušeného CAD modelu kabiny s diskretizovaným modelem vytvořeným Ansysu.



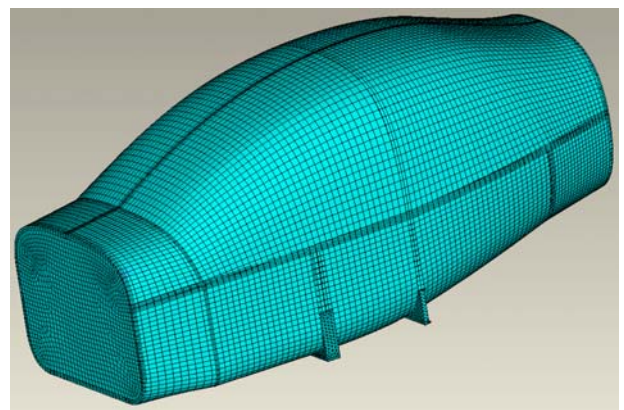
Obr. 6-13 Výsledný zjednodušený CAD model



Obr. 6-14 Diskretizovaný model geometrie



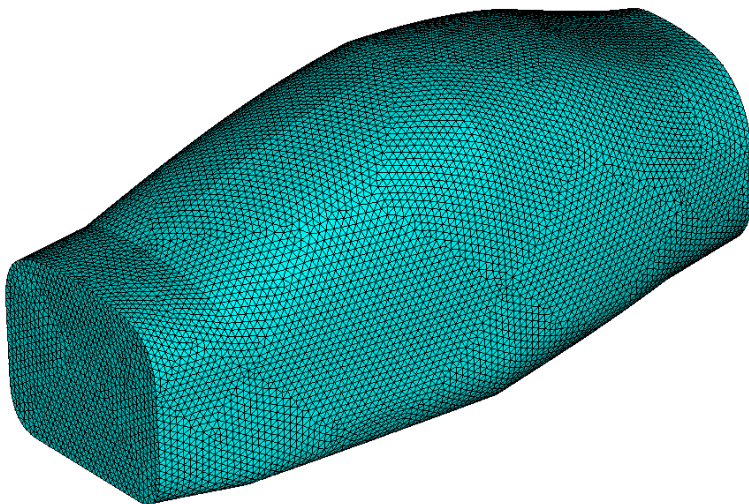
Obr. 6-15 Výsledný zjednodušený CAD model



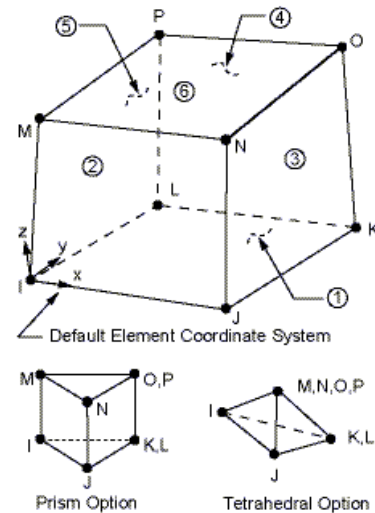
Obr. 6-16 Diskretizovaný model geometrie

### 6.1.2. Model geometrie akustického prostředí

Jedná se o model vzdušného prostředí uzavřeného uvnitř kabiny. Tvar fluidního objemu byl vytvořen pomocí zakřivených ploch tvořících plášť kabiny. Diskretizace akustického prostředí (obr.6-17) je tvořena prvky FLUID30, který se používá pro řešení akustických výpočtů. Prvek je definován osmi uzly v rozích. Z materiálových parametrů se zadávají: hodnotou referenčního tlaku (implicitně  $20 \times 10^{-6}$  Pa), rychlost zvuku (SONC), hustota fluidu (DENS) a absorpce prostředí je započítána pomocí tzv. boundary admittance (MU), která nabývá hodnot 0 až 1 (0 -> žádná absorpce, 1 -> úplná absorpce). V případě, že počítáme pouze fluid bez struktury (structure absent) mají uzly pouze 1 stupeň volnosti a to tlak. Pokud ale uvažujeme i strukturu (structure present), mají pro prvky v uzlech na hranici se strukturou jako stupně volnosti posuvy v osách x, y a z a v uzlech v kontaktu s akustickým prostorem pak akustický tlak (obr.6-18) [5].



Obr. 6-17 Konečnoprvková síť akustického prostoru



Obr. 6-18 Prvek FLUID30 [5]

Typy prvků a jejich počty jsou v následující tabulce 6-1.

	Typ prvků	Velikost prvků	Počet prvků	Počet uzlů
Akustický prostor	FLUID 30	35 mm	88 000	152 000
Rám kabiny	SOLID 95	35 mm	30 000	82 000
Plošné díly	SHELL 93	35 mm	15 000	46 000
Celá kabina	-	-	45 000	128 000

Tab. 6-1 Typy a počty prvků

## 6.2. Model materiálů

Uvažujeme model ideálního izotropního, elastického materiálu, který je popsán danými charakteristikami.

### 6.2.1. Model materiálů struktury

U modelu materiálu pro strukturní část jsme vycházeli z údajů dodaných fi. Evektor.

Materiály použité v modelu struktury a jejich materiálové charakteristiky:

- dural (rám z profilů, plechy a přepážka)

$$E = 72,0 \text{ GPa}, \quad \mu = 0,33, \quad \rho = 2850 \text{ kg/m}^3$$

- lexan (okna)

$$E = 2,3 \text{ GPa}, \quad \mu = 0,38, \quad \rho = 1200 \text{ kg/m}^3$$

- nerezocel 17240.4 (protipožární přepážka)

$$E = 210,0 \text{ GPa}, \quad \mu = 0,33, \quad \rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

### 6.2.2. Model materiálů akustického prostředí

Jak již bylo popsáno výše, vzduch je uvažován jako neproudící, nerotující, neviskózní, s proměnnou hustotou po prostoru, popsán vztahy (4-02), (4-03) a následujícími charakteristikami:

$$\text{hustota vzduchu } \rho = 1,205 \text{ kg/m}^3$$

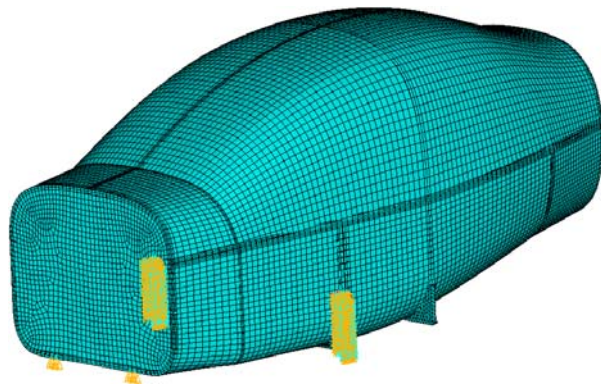
$$\text{rychlost šíření zvuku } c = 340 \text{ m/s}$$

### 6.3. Model vazeb a zatížení

Pro řešení výpočtovým modelováním je nutné mít model jasně uchycen v prostoru tak, aby to co nejvíce odpovídalo realitě. Toto nám zajistí předepsání vhodných okrajových podmínek. Uvažujeme, že letadlo stojí v klidu na betonové ploše (obr.6-19) a vazba mezi letadlem a plochou je realizována prostřednictvím podvozku. Optimální by bylo zjistit experimentálně tuhost v daných místech a předepsat ji pomocí tří pružin pro každý směr posuvu a tří spirálních pružin pro všechna tři natočení. Tyto tuhosti ale neznáme, proto si model zjednodušíme pomocí vetknutí pro každou podvozkovou nohu. Podvozek už náš model neobsahuje, proto jsme tedy vetknutí předepsali na oba konce hlavního nosíku, každé pro jednu podvozkovou nohu. Navíc jsme ještě zamezili pohybu ve všech směrech části uzlů na předním nosníku, reprezentující přední otočnou podvozkovou nohu (obr.6-20).

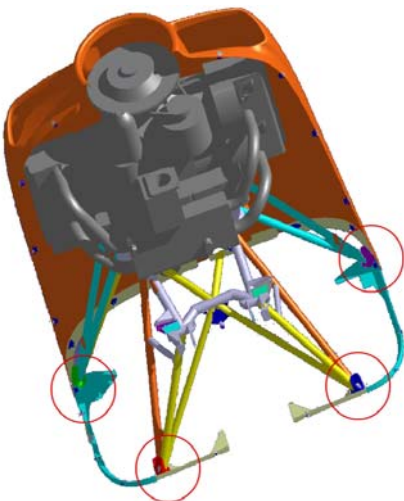


Obr. 6-19 Letadlo VUT 100 na ploše [10]  
(modře označena je řešená část letadla)

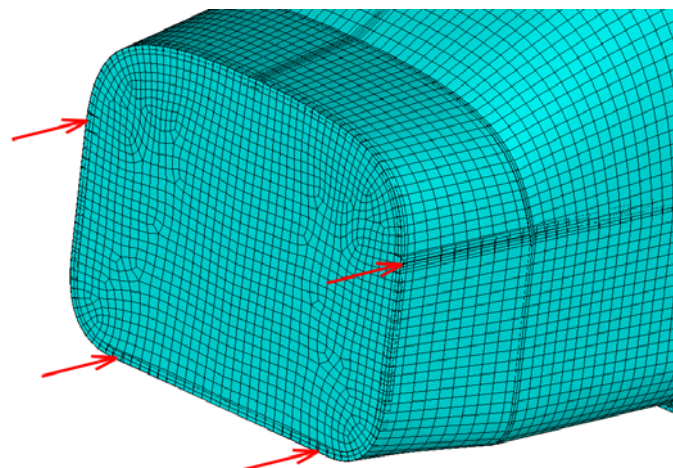


Obr. 6-20 Realizace modelu vazeb

Aktivací modelu jsou vibrace od běžícího motoru, které zatěžují rám kabiny a plošné díly. Toto dynamické zatížení je na výpočtovém modelu realizováno pomocí čtyř sil (obr.6-22), situovaných v místě spojení motorového lože a protipožární desky (obr.6-21). Protože neznáme z experimentálního měření konkrétní průběh a amplitudy výchylek v místě spojení, uvažujeme jednotkovou velikost síly 100N a harmonický průběh zatížení.



Obr. 6-21 Místa uchycení motoru [10]



Obr. 6-22 Realizace modelu zatížení

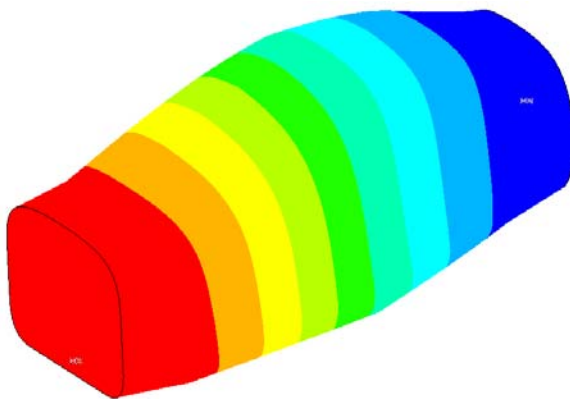
## 7. REALIZACE VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ

### 7.1. Modální analýza

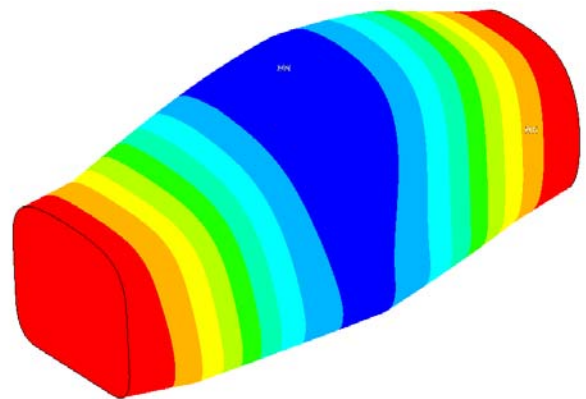
Analýza vlastních tvarů a frekvencí je velmi důležitá pro pochopení dynamického chování modelu. Vlastní řešení bylo provedeno v programu Ansys 11 za použití Block Lanczosovi metody. Jedná se o variantu Lanczosovi metody pro hledání vlastních hodnot, kde se řeší celý blok vektorů, oproti jednomu vektoru v případě klasické metody. Hodí se pro řešení rozsáhlých, symetrických, ale řídkých matic. V této oblasti patří mezi nejefektivnější řešiče s dobrou konvergencí, i když v případě většího počtu stupňů volnost (řádově statisíce) má velké nároky na paměť počítače [5]. Byly hledány vlastní frekvence do 300Hz.

#### 7.1.1. Modální analýza akustického prostoru

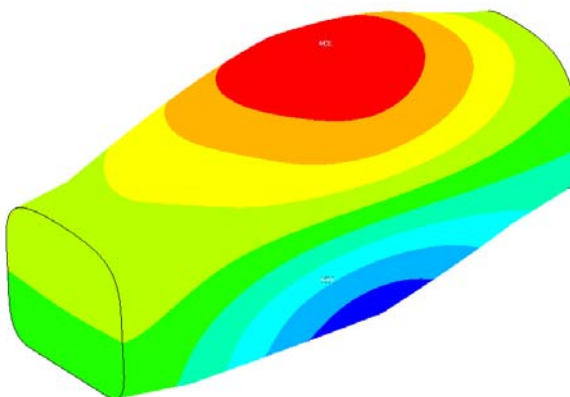
Vlastní tvary a frekvence akustických prostor jsou definovány pohybovou rovnicí akustického systému. Tvary kmitů zobrazují rozložení akustických tlaků. Okrajovou podmínkou pro modální analýzu akustického prostoru jsou tuhé, dokonale akusticky odrazivé, stěny pláště kabiny. Vybrané vypočtené vlastní frekvence a příslušné tvary:



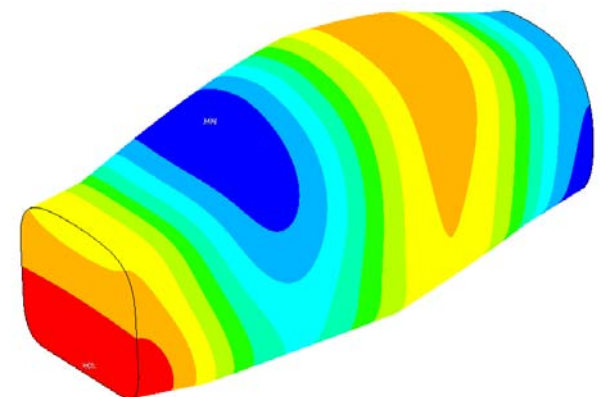
Obr.7-1 1. tvar, frekvence **62,8 Hz**



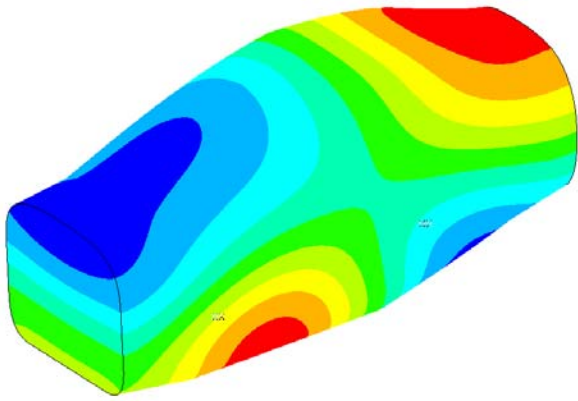
Obr.7-2 2. tvar, frekvence **113,0 Hz**



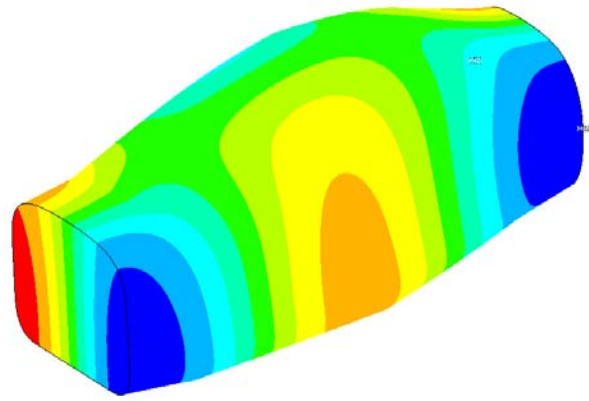
Obr.7-3 4. tvar, frekvence **146,6 Hz**



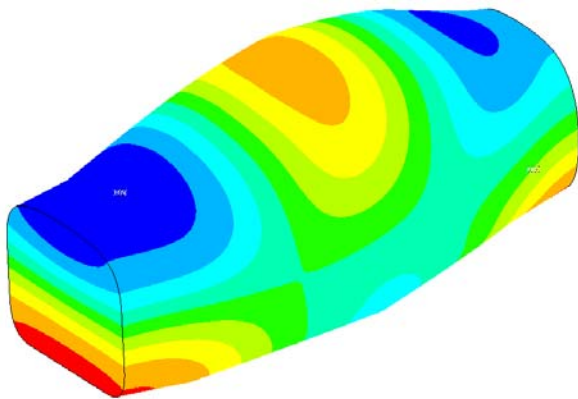
Obr.7-4 5. tvar, frekvence **165,5 Hz**



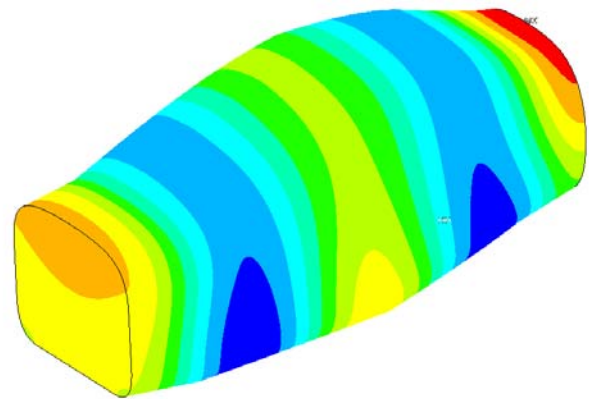
Obr.7-5 7. tvar, frekvence 182,5 Hz



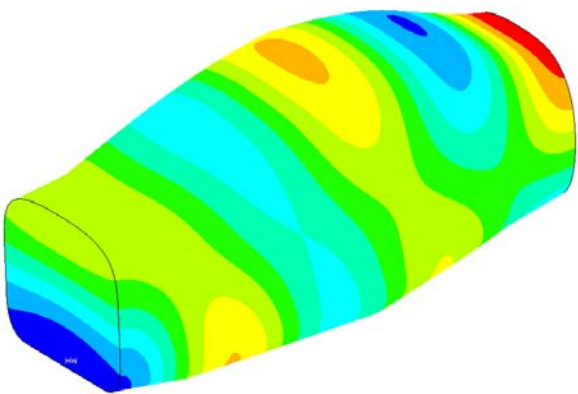
Obr.7-6 8. tvar, frekvence 191,7 Hz



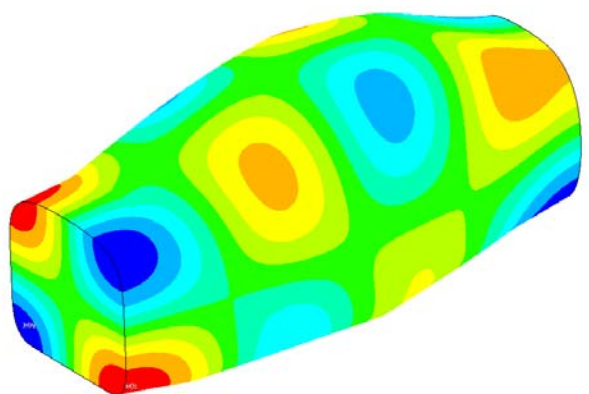
Obr.7-7 9. tvar, frekvence 207,0 Hz



Obr.7-8 11. tvar, frekvence 221,8 Hz



Obr.7-9 17. tvar, frekvence 272,6 Hz

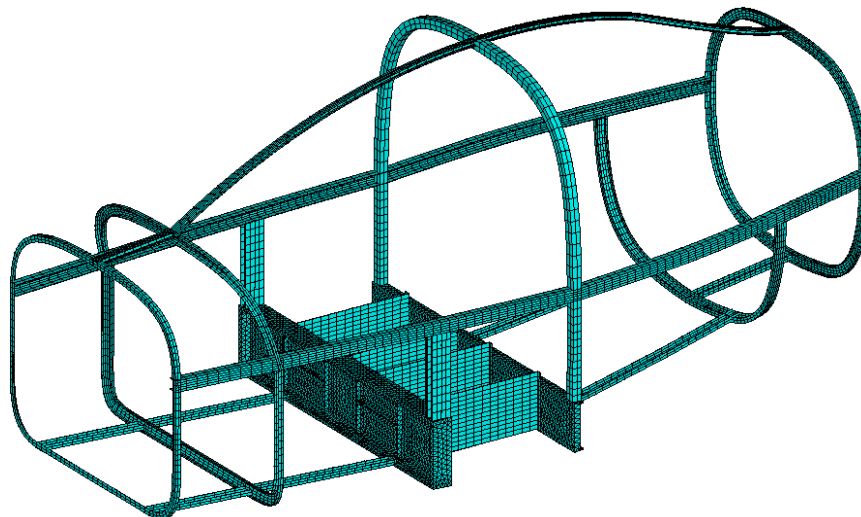


Obr.7-10 22. tvar, frekvence 299,1 Hz

Do frekvence 300Hz bylo nalezeno celkem 22 vlastních tvarů. Jak je z obrázků patrné, vlastní tvary jsou podobné, jaké by měl akustický prostor tvaru kvádrů. To je dáno jednak podobnou geometrií kabiny a dále absencí vnitřního vybavení, např. sedaček, což by mělo za následek výraznou změnu rozložení akustických tlaků. Všechny vypočtené vlastní frekvence jsou v příloze č.1.

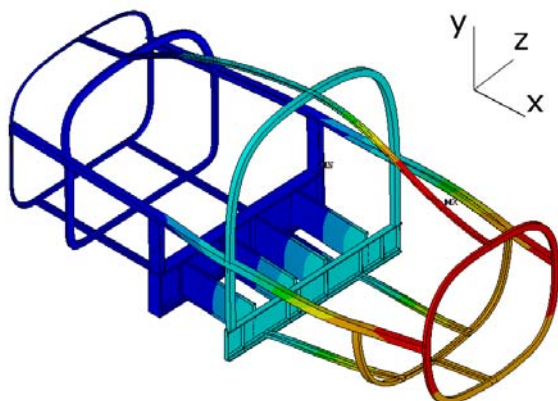
### 7.1.2. Modální analýza rámu kabiny

Před řešením celé kabiny provedeme modální analýzu rámu (obr.7-11), abychom poznali chování nosníků, které fungují jako výztuž kabiny a přenáší se přes ně vibrace na plošné díly.

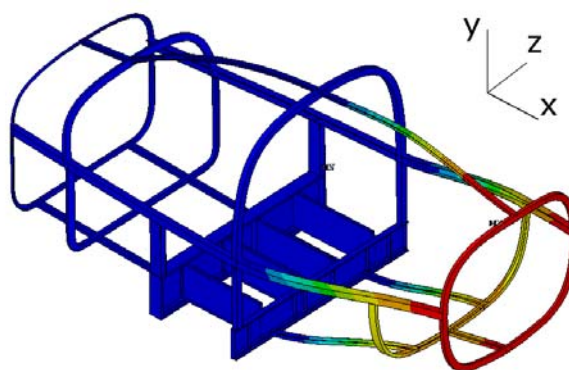


Obr.7-11 Diskretizovaný model rámu kabiny

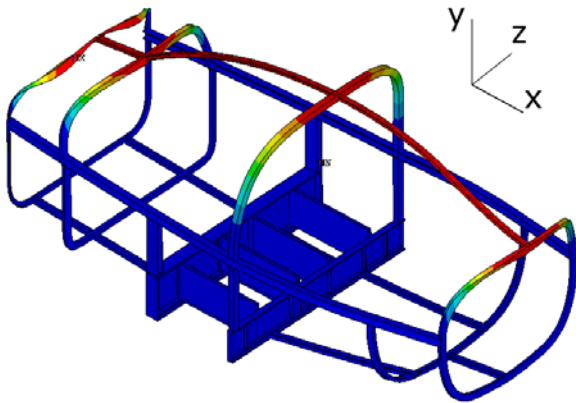
Pro názornost je přiloženo několik ilustrativních obrázků vlastních tvarů. První vlastní tvary se objevují deformace rámu jako celku. Na obr.7-12 je první vlastní tvar při frekvenci 27,5 Hz, který se projevuje ohýbáním zadní část kabiny kolem osy  $y$ . Také druhý tvar (obr.7-13) při 29,8 Hz je ohybový, tentokrát se zadní část ohýba kolem osy  $z$ . Výrazným ohybem celé horní část kabiny se projevuje třetí vlastní tvar (obr.7-14) při frekvenci 31,2 Hz. I u následujících frekvencí převládají ohybové tvary, např. pátý tvar (obr.7-15). První torzní tvary se vyskytují od 10. frekvence (obr.7-17). Počínaje 7. a 8. tvarem (obr.7-16) se začínají objevovat i lokální deformace jednotlivých nosníků. Tyto deformace jednotlivých nosníků převládají i u vyšších frekvencí (obr.7-18, 7-19). Lokální deformace, ať už ohybové či torzní, postupně zaujímají většinu nosníků, jak je patrné z obr.7-20 a obr. 7-21.



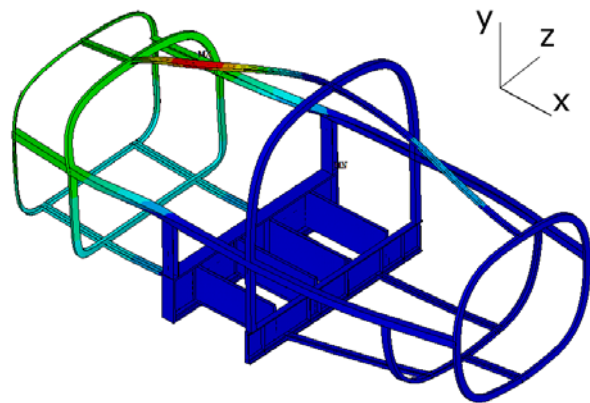
Obr.7-12 1.tvar, frekvence 27,5 Hz



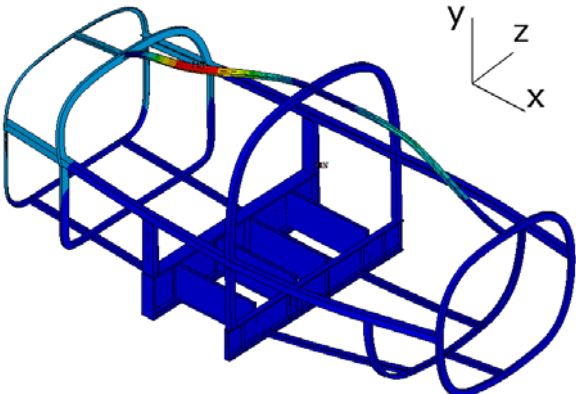
Obr.7-13 2.tvar, frekvence 29,8 Hz



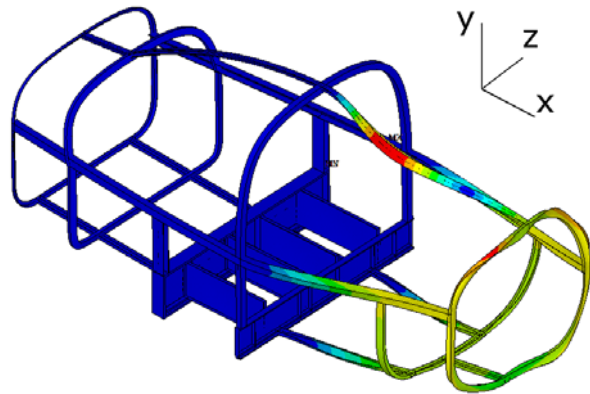
Obr.7-14 3.tvar, frekvence 31,2 Hz



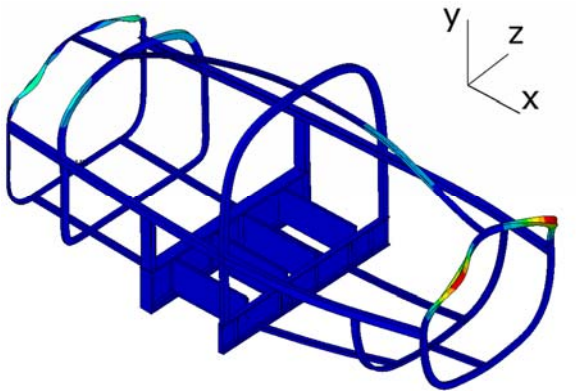
Obr.7-15 5.tvar, frekvence 48,2 Hz



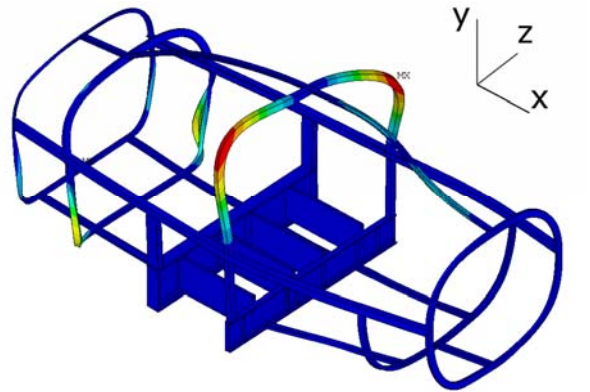
Obr.7-16 8.tvar, frekvence 50,7 Hz



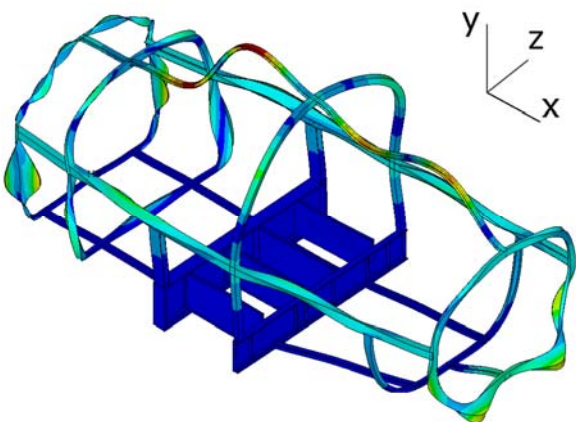
Obr.7-17 10.tvar, frekvence 60,5 Hz



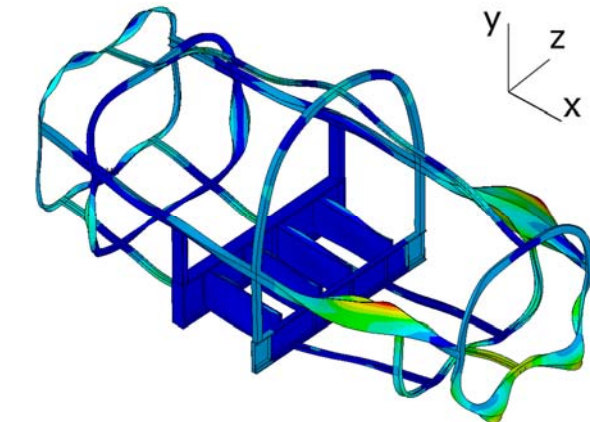
Obr.7-18 34.tvar, frekvence 131,4 Hz



Obr.7-19 44.tvar, frekvence 153,8 Hz



Obr.7-20 66.tvar, frekvence 218,3 Hz

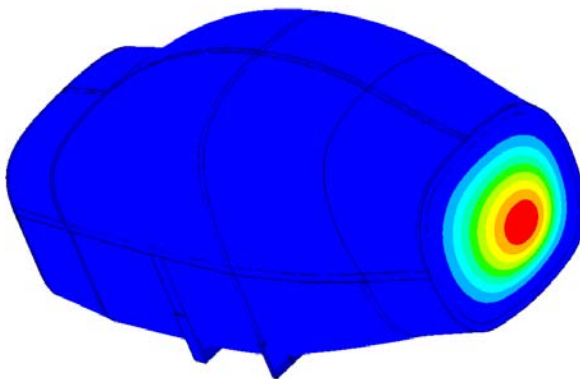


Obr.7-21 85.tvar, frekvence 254,8 Hz

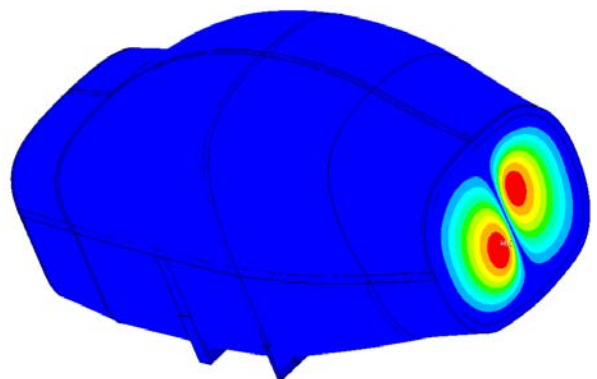
Do frekvence 300Hz bylo nalezeno celkem 99 vlastních tvarů. Všechny vypočtené vlastní frekvence jsou v příloze č.2.

### 7.1.3. Modální analýza kabiny

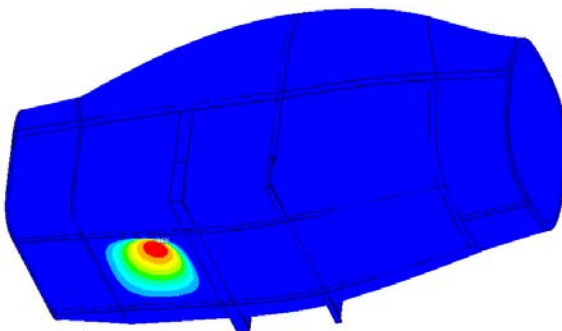
Modální analýza kabiny je důležitá jednak pro znázornění chování kabiny jako celku, složeného z jednotlivých plošných spojených s rámem, ale také jako základ při odezvě na harmonické buzení. Pro představu je přiloženo několik ilustrativních obrázků vlastních tvarů. První vlastní tvary se projevují na plošných dílech. Jedním z největších plechů je zadní přepážka (obr.7-22), kde vidíme při 10,9 Hz tvar podobný prvnímu tvaru kruhové desky po obvodu vetknuté (tzv. umbrella shape – deštníkový tvar). I druhý vlastní tvar na zadní přepážce (obr.7-23), při 20,3Hz, odpovídá druhému tvaru kruhové desky. Třetí tvar se projevuje také lokálně, konkrétně na jednom z plechů podlahy (obr.7-24), při blízké frekvenci předchozího módu, 20,4 Hz. Podobně i další tvary, jako např. 8. tvar (obr.7-25), se projevují jako nejnižší módy jednotlivých plošných dílů pláště kabiny. Při některé frekvenci se sejde i více vlastních tvarů jednotlivých plechů (obr.7-26). S dalším vzrůstem frekvence se postupně deformace objevují i na horní části kabiny, kde jsou okenní díly z lexanu (obr.7-27 a 7-28). U frekvencí nad cca 100Hz je už vidět několik vyšších tvarů jednotlivých plechů na různých místech kabiny záraz (obr.7-29). Spolu s průhybem plechů, či oken se deformují i nosníky rámu (obr.7-30 a 7-31). Při frekvencích nad zhruba 200Hz se vysoké vlastní tvary objevují takřka po celé ploše (obr.7-32 a 7-33), ale i nosnících, vyjma dvou hlavních nosníků a protipožární přepážky, která se vzhledem ke své tloušťce téměř nedeformuje



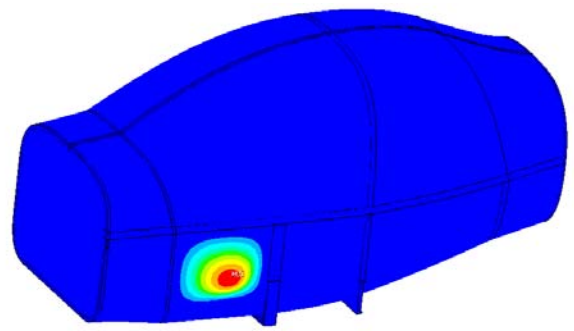
Obr.7-22 1.tvar, frekvence 10,9 Hz



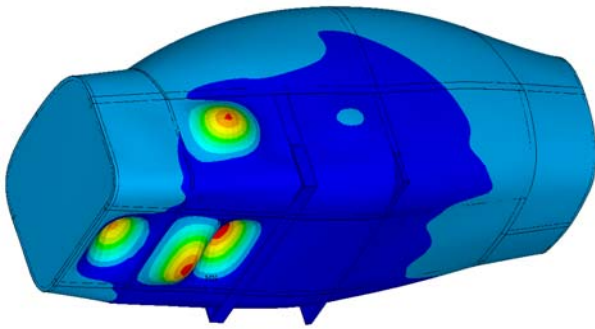
Obr.7-23 2.tvar, frekvence 20,3 Hz



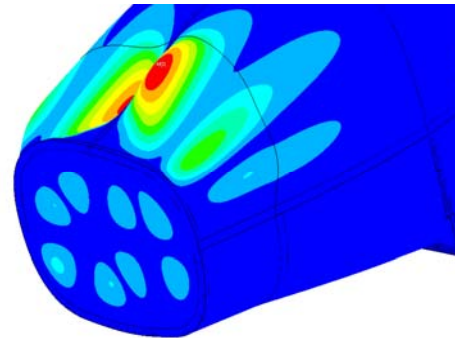
Obr.7-24 3.tvar, frekvence 20,4 Hz



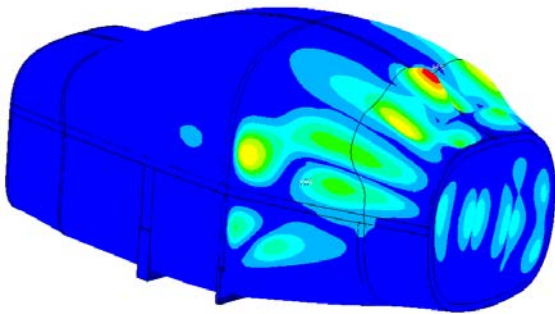
Obr.7-25 8.tvar, frekvence 36,4 Hz



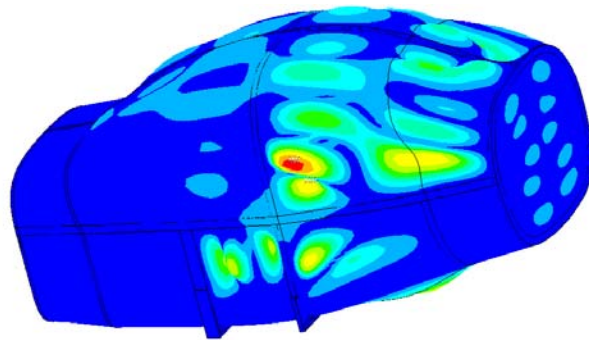
Obr.7-26 11.tvar, frekvence 43,4 Hz



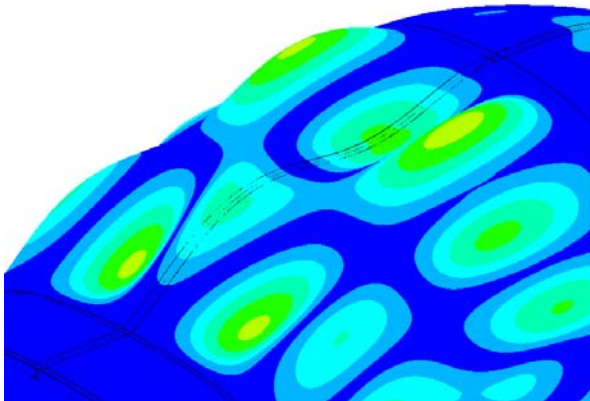
Obr.7-27 32.tvar, frekvence 71,4 Hz



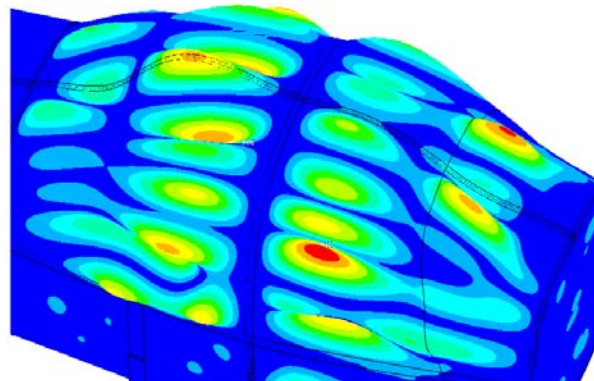
Obr.7-28 87.tvar, frekvence 108,4 Hz



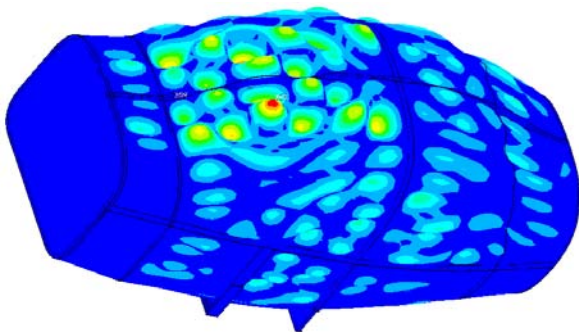
Obr.7-29 99.tvar, frekvence 117,8 Hz



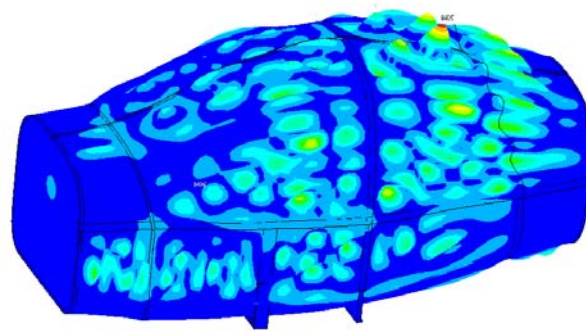
Obr.7-30 111.tvar, frekvence 126,7 Hz



Obr.7-31 137.tvar, frekvence 140,3 Hz



Obr.7-32 354.tvar, frekvence 235,2 Hz

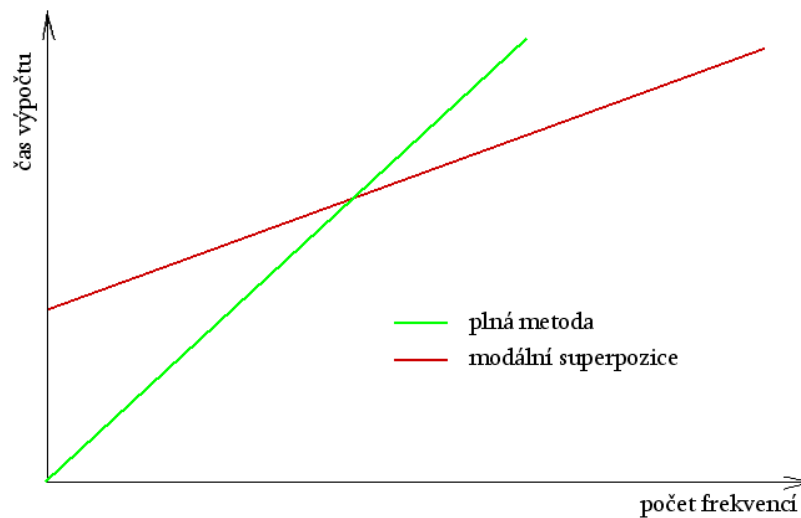


Obr.7-33 466.tvar, frekvence 279,4 Hz

Do frekvence 300Hz bylo nalezeno celkem 520 vlastních tvarů. Všechny vypočtené vlastní frekvence jsou v příloze č.3.

## 7.2. Odezva na harmonické buzení – MKP (Ansys)

Pro řešení odezvy harmonické buzení jsme v Ansysu vybírali ze dvou metod. Buďto řešení plnou (FULL) metodou, anebo metodou modální superpozice (MSUP). Volba metody závisí na složitosti modelu a hlavně na počtu řešených frekvencí. Jak je z obr.7-34 patrné, v případě modální superpozice je na začátku nutný určitý čas pro výpočet vlastních hodnot, které jsou u této metody podkladem pro řešení odezvy na buzení. Po výpočtu vlastních hodnot je ale každý frekvenční krok rychlejší než u plné metody. Vzhledem k tomu, že jsme již v předchozí kapitole určily vlastní tvary a frekvence struktury kabiny, je pro nás nejlepší zvolit právě modální superpozici.



Obr.7-34 Srovnání metod řešení odezvy na harmonické buzení

Model a okrajové podmínky jsou shodné jako při modální analýze. Buzení je realizováno v místech uchycení rámu k přední přepážce silou s jednotkovou velikostí 100N (obr.6-22), protože reálná síla není experimentálně zjištěna.

Vzhledem k tomu, že jsme modální analýzou prověřovali oblast do 300Hz, můžeme řešit odezvu na harmonické buzení metodou modální superpozice jen asi do 140Hz, protože se zohledňují i příspěvky vyšších modů. Kdybychom počítat i vyšší frekvence, než je zhruba polovina nejvyšší frekvence z modální analýzy, výsledky by už byly zatíženy velkou chybou.

Pro řešení MKP jsme uvažovali dvě varianty výpočtu:

- bez tlumení
- se strukturálním tlumením

V Ansysu má matice tlumení v nejobecnější formě tvar [5]:

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{M} + (\beta + \beta_c) \mathbf{K} + \sum_{j=1}^{N_m} \left[ \left( \beta_j^m + \frac{2}{\Omega} \beta_j^\xi \right) \mathbf{K}_j \right] + \sum_{k=1}^{N_e} \mathbf{C}_k + \mathbf{C}_\xi \quad (7-01)$$

kde jsou:

<b>B</b> - strukturní matice tlumení	<b>M</b> - strukturní matice hmotnosti
<b>K</b> - strukturní matice tuhosti	$\Omega$ - budící úhlová frekvence
$\alpha$ - koeficient matice hmotnosti	<b>K<sub>j</sub></b> - část matice tuhosti závislá na materiálu
$\beta$ - koeficient matice tuhosti	$N_e$ - počet elementů s předepsaným tlumením
$\beta_c$ - variabilní koeficient matice tuhosti	<b>C<sub>k</sub></b> - matice tlumení k-tého elementu
$N_m$ - počet materiálů užitých v modelu	<b>C<sub>ξ</sub></b> - frekvenčně závislá matice tlumení
$\beta_j^m$ - koeficient matice tuhosti závislý na materiálu	
$\beta_j^\xi$ - konstantní (frekvenčně nezávislý) koeficient matice tuhosti závislý na materiálu	

V našem případě kdy byla odezva konstrukce na harmonické buzení počítána pomocí modální superpozice, bylo tlumení zadáno pomocí frekvenčně závislé matice tlumení **C<sub>ξ</sub>**, která se určí předepsáním poměru mezi skutečným tlumením  $\xi^d$ . Pro i-tý vlastní tvar kmitání pak platí vztah

$$2\xi_i^d \omega_i = \Phi_i^T \mathbf{C}_\xi \Phi_i \quad (7-02)$$

kde jsou:

- $\Phi_i$  - tvar i-tého módu
- $\omega_i$  - vlastní uhlová frekvence i-tého vlastního tvaru
- $\xi_i^d$  - poměr mezi skutečným a kritickým tlumením i-tého vlastního tvaru, který je kombinací

$$\xi_i^d = \xi + \xi_i^m \quad (7-03)$$

kde jsou:

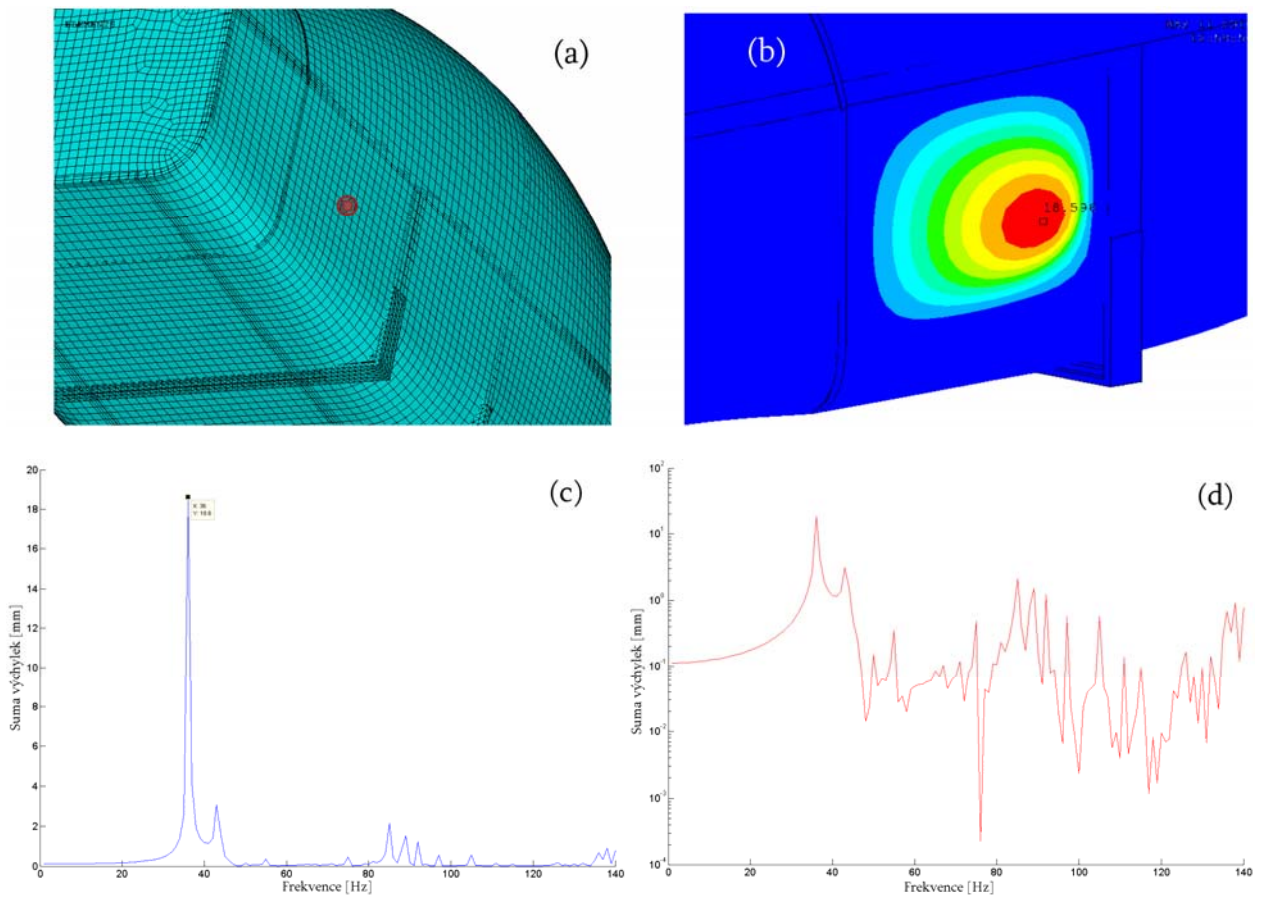
- $\xi$  - konstantní část poměru tlumení
- $\xi_i^m$  - poměr tlumení i-tého vlastního tvaru

My budeme uvažovat pouze konstantní poměr tlumení všech módů, tedy ze vztahu (7-03) pouze konstantní část poměru tlumení  $\xi$ , modální část - koeficient  $\xi_i^m$  bude nulový. U kovových materiálů použitých v modelu bývá poměr mezi skutečným a kritickým tlumením uvažován v hodnotách 1-3 % [2], proto jsme zvolili hodnotu 2 %  $\xi = 0,02$ .

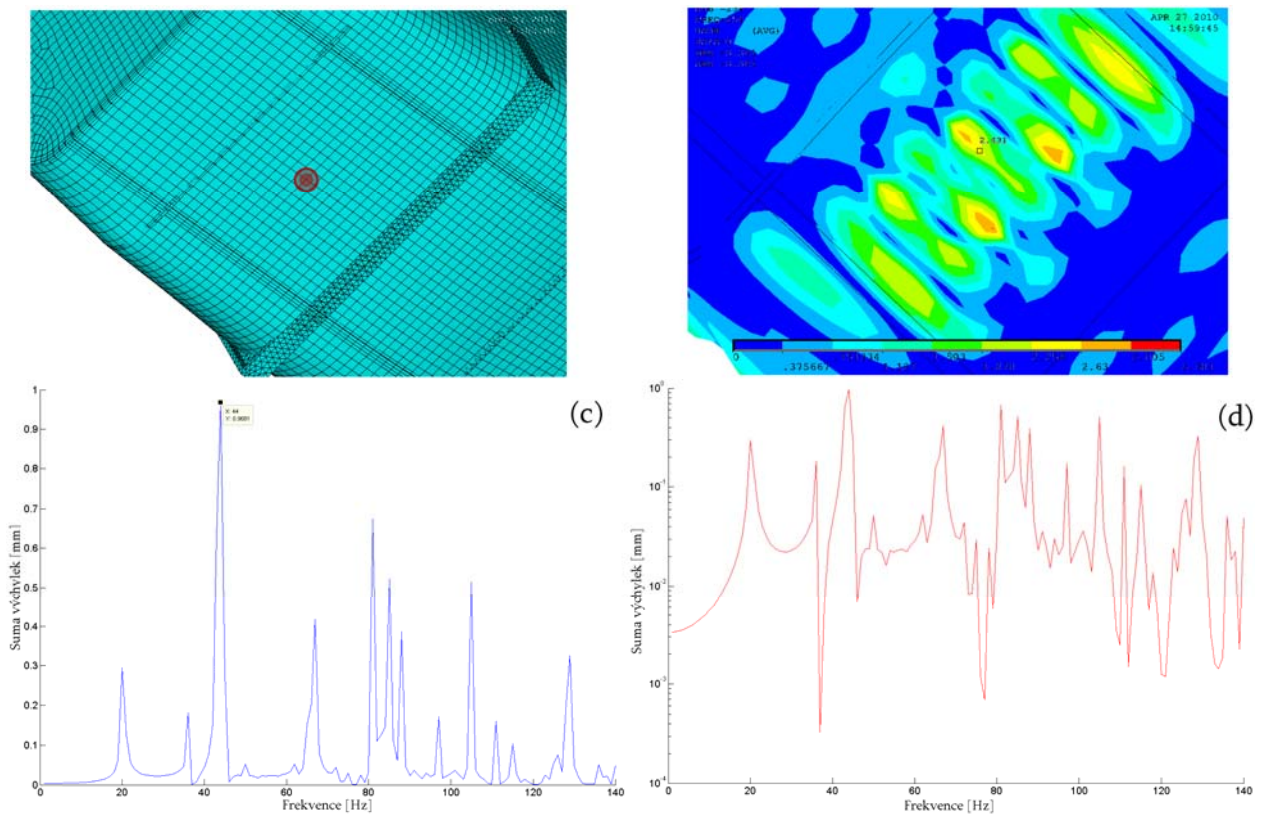
### 7.2.1. Výsledky odezvy - bez tlumení

Na následujících obrázcích (obr.7-35 až 7-40) jsou zobrazeny výsledky harmonické analýzy v několika vybraných bodech kabiny. Vlevo nahoře (označeno **(a)**) je vždy vyznačeno místo, kde jsme výchylky vyhodnocovali. Vpravo nahoře (označeno **(b)**) je ukázka deformace daného místa, vlevo dole (označeno **(c)**) je amplitudo-frekvenční charakteristika daného uzlu s lineární stupnicí sumy výchylek (v osách x, y a z). Konečně vpravo dole

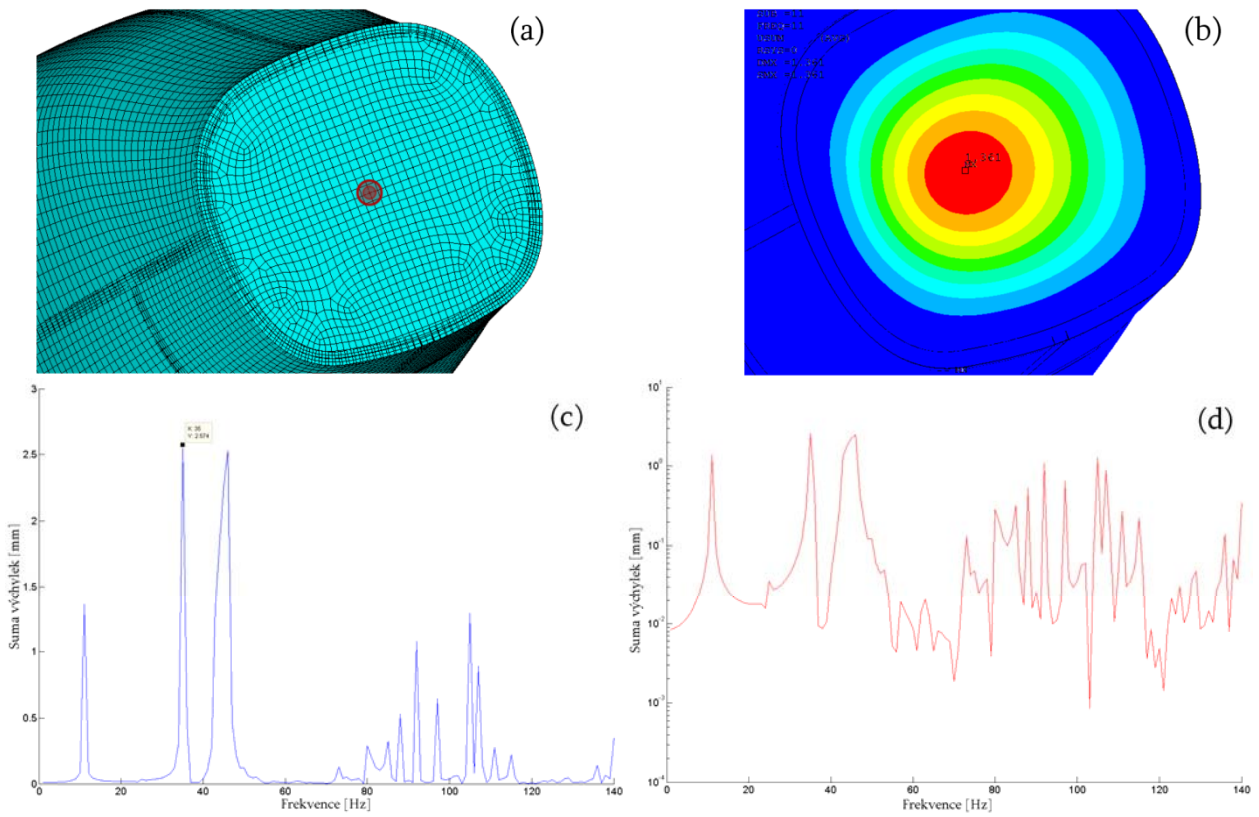
(označeno **(d)**) je také amplitudo-frekvenční charakteristika, tentokrát s logaritmickou stupnicí u amplitudy



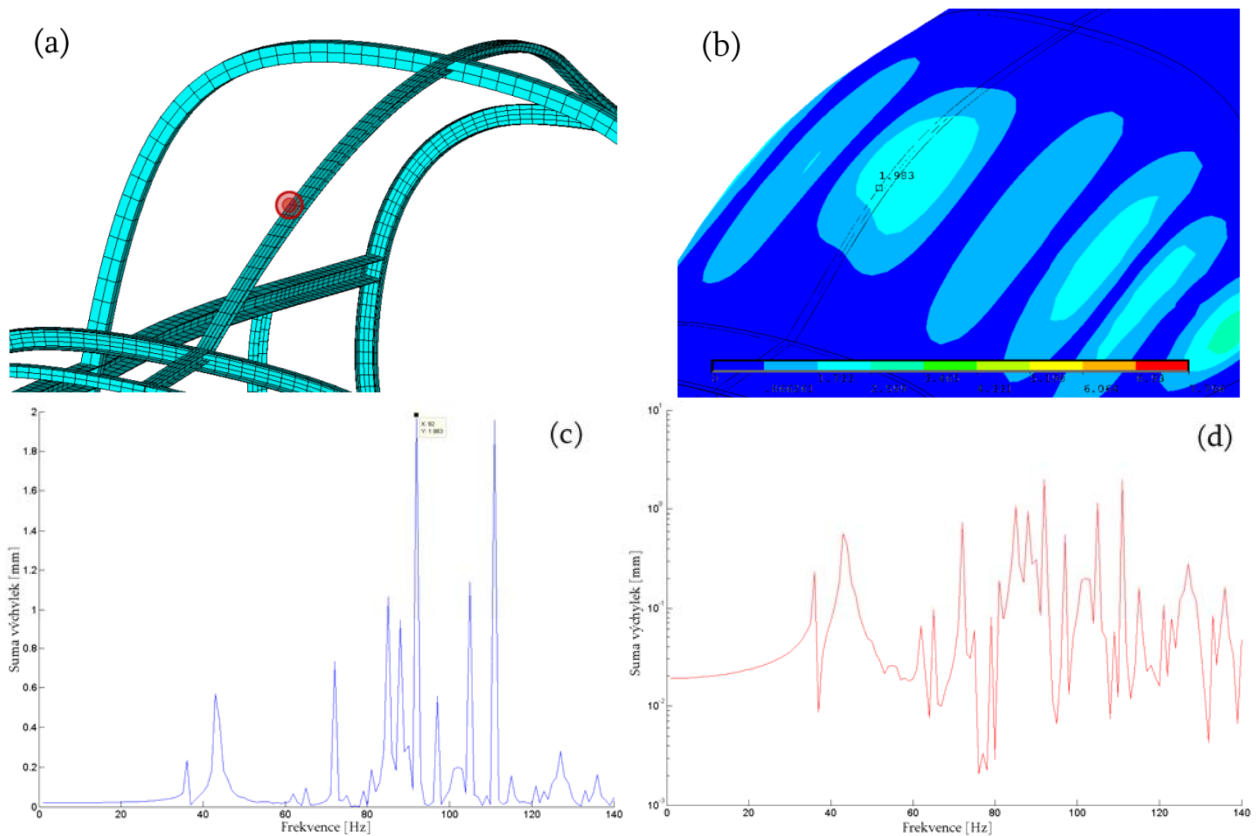
Obr.7-35 Uzel (63379) na pravém bočním plechu, nejvyšší amplituda při 36Hz.



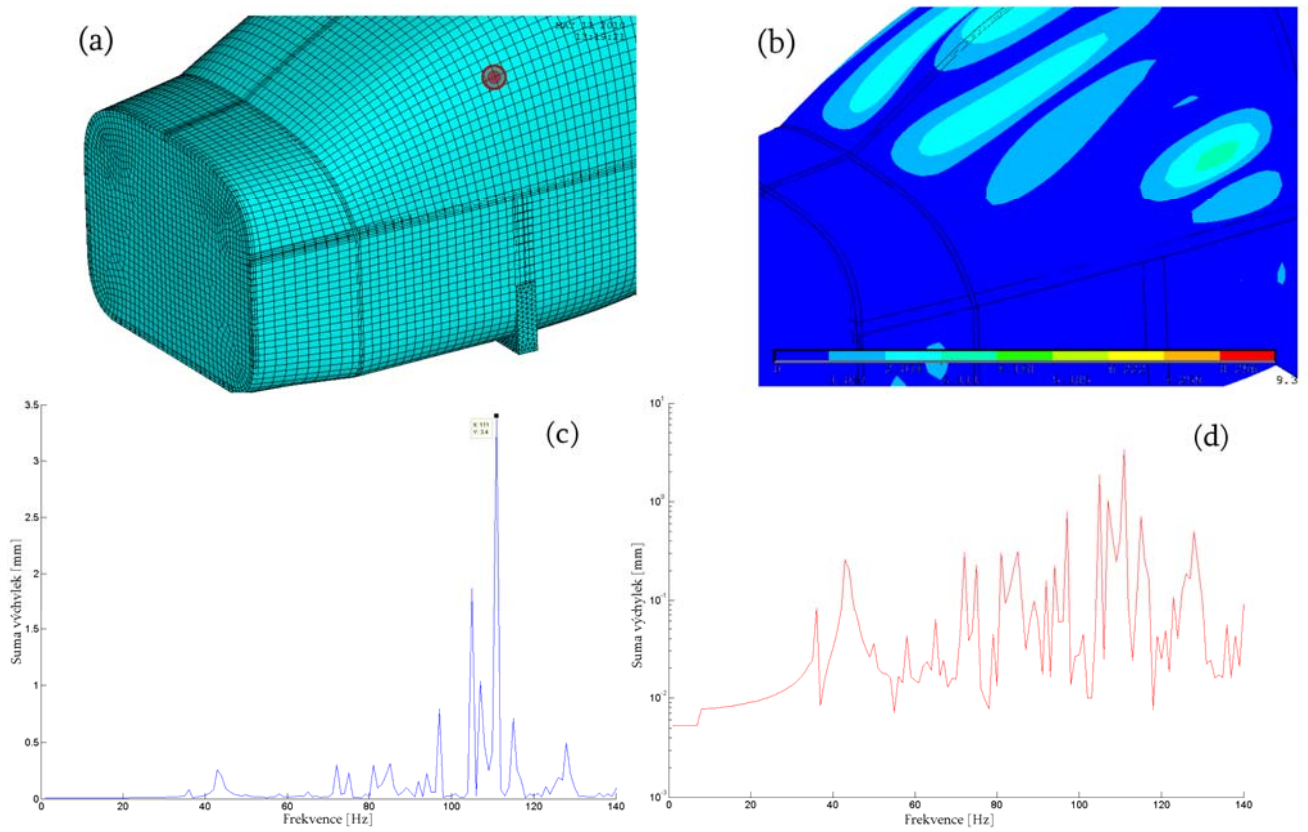
Obr.7-36 Uzel (45264) na plechu podlahy, nejvyšší amplituda při 44Hz.



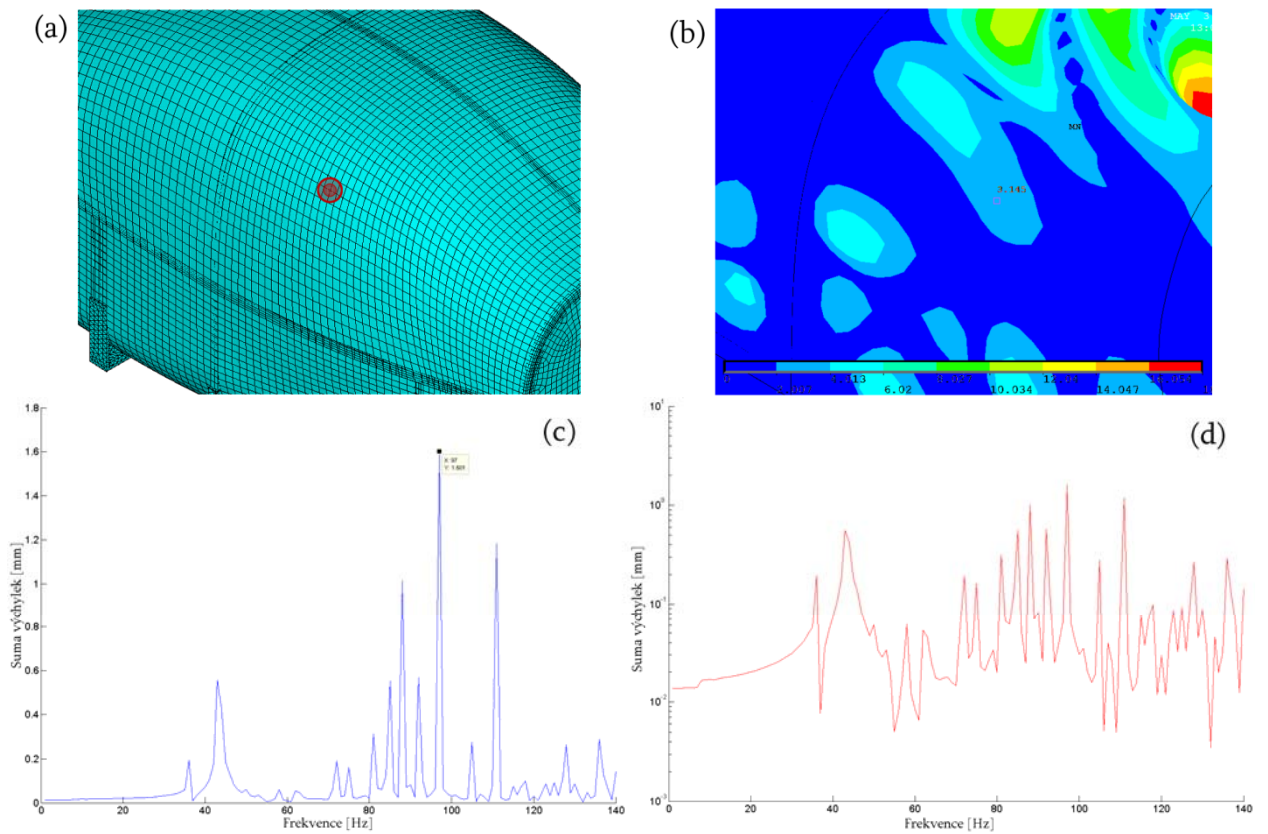
Obr.7-37 Uzel (52118) na zadní přepážce, nejvyšší amplituda při 35Hz.



Obr.7-38 Uzel (14053) na horním nosníku, nejvyšší amplituda při 92Hz.

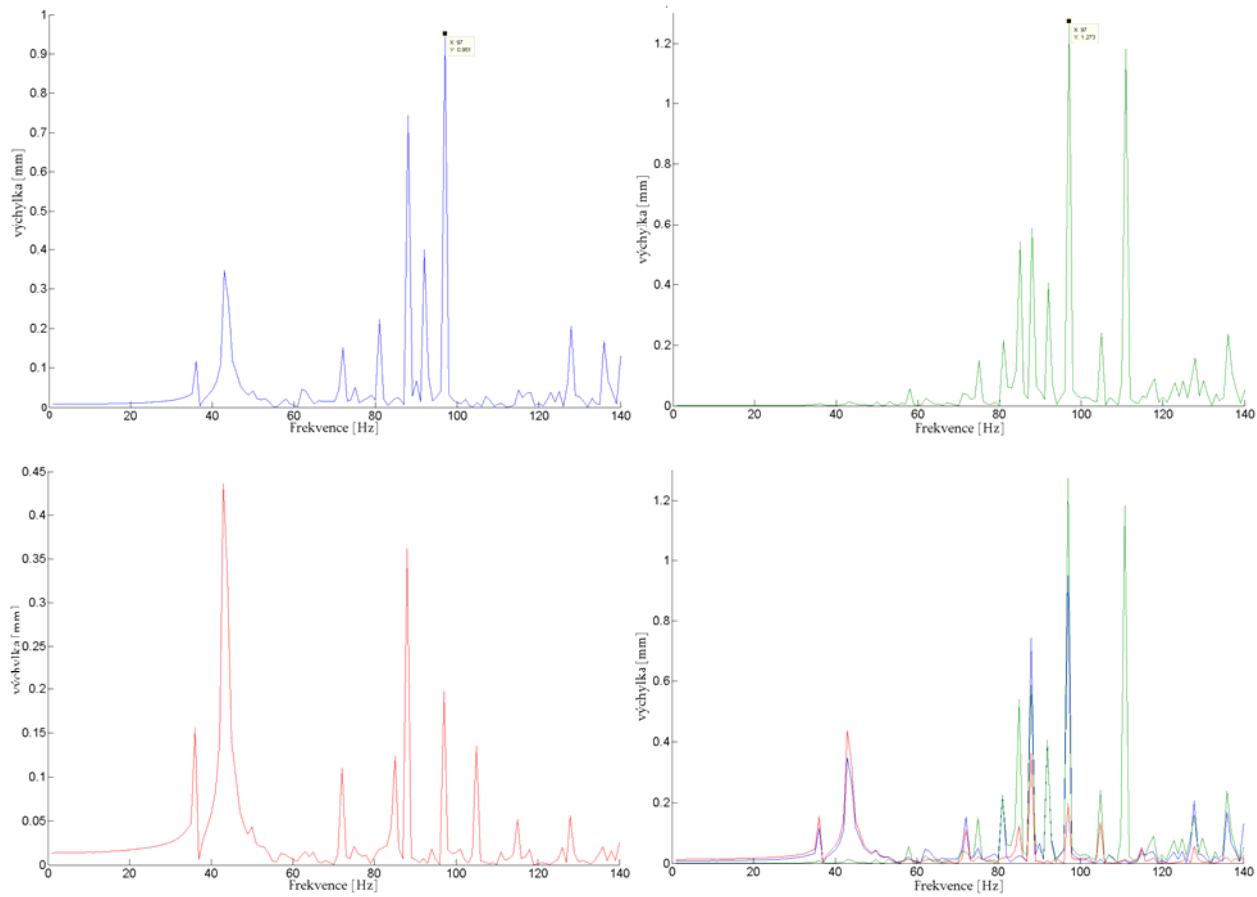


Obr.7-39 Uzel (43429) na předním okně, nejvyšší amplituda při 111Hz.



Obr.7-40 Uzel (68130) na zadním okně, nejvyšší amplituda při 97Hz.

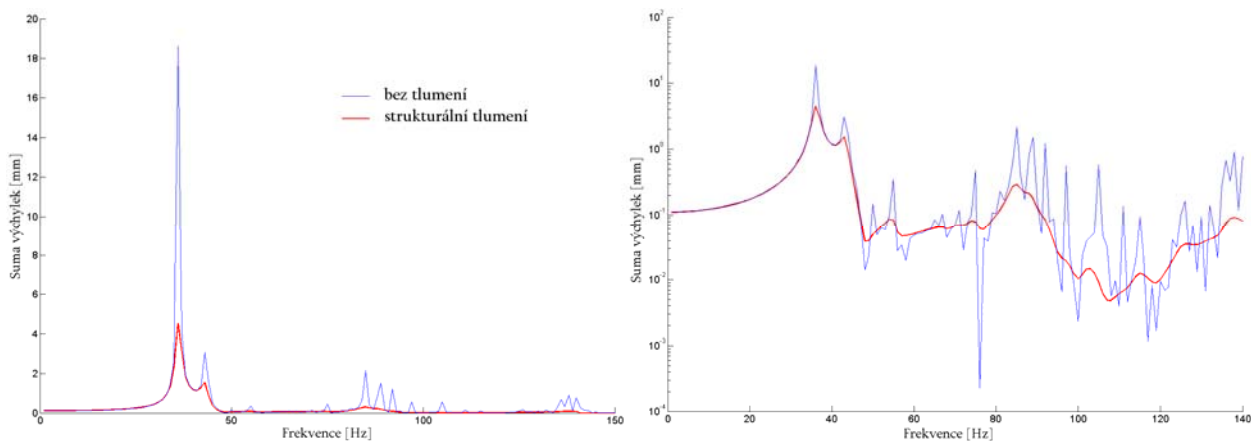
Pro názornost jsou ještě zobrazeny výchylky v jednotlivých osách  $x$ ,  $y$  a  $z$  u poslední řešeného uzlu 68130 (obr.7-41). Vlevo nahoře je výchylka v ose  $x$ , vpravo nahoře je výchylka v ose  $y$ , vlevo dole výchylka v ose  $z$  a vpravo dole jsou výchylky ve všech osách dohromady.



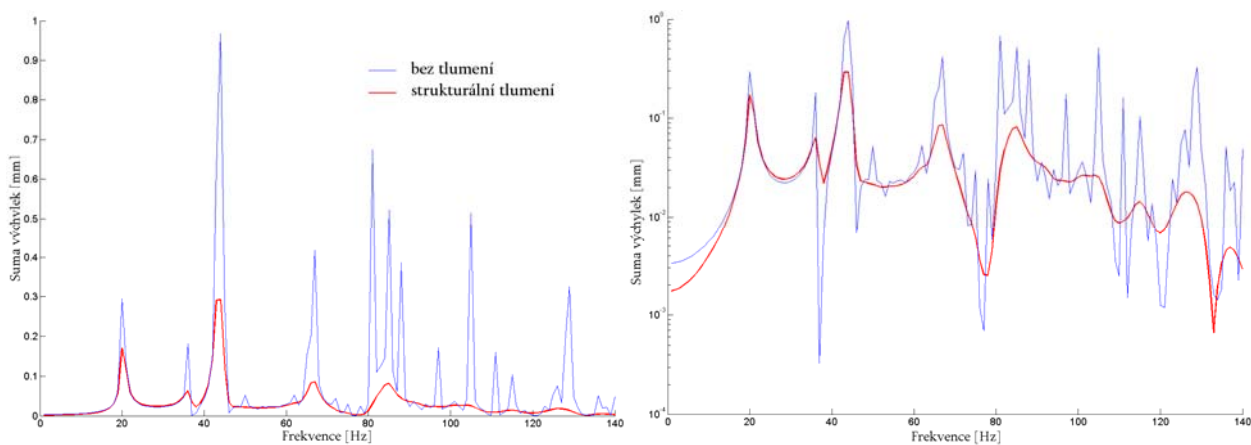
Obr. 7-41 Výchylky pro jednotlivé směry  $x$ ,  $y$  a  $z$  v uzlu 63379

## 7.2.2. Výsledky odezvy - se strukturálním tlumením

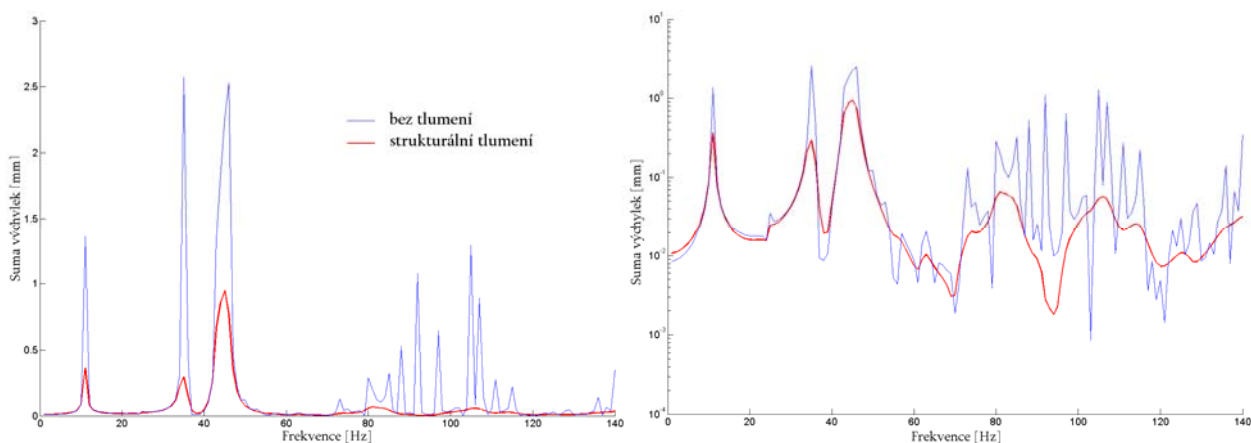
Pro porovnání s variantou bez tlumení, jsme amplitudo-frekvenční charakteristiky vyhodnocovali ve stejných uzlech, jako v kapitole 7.2.1. Na následujících obrazech (Obr.7-42 až 7-47) je vlevo je vždy odezva s lineární stupnicí pro výchylku a vpravo s logaritmickou.



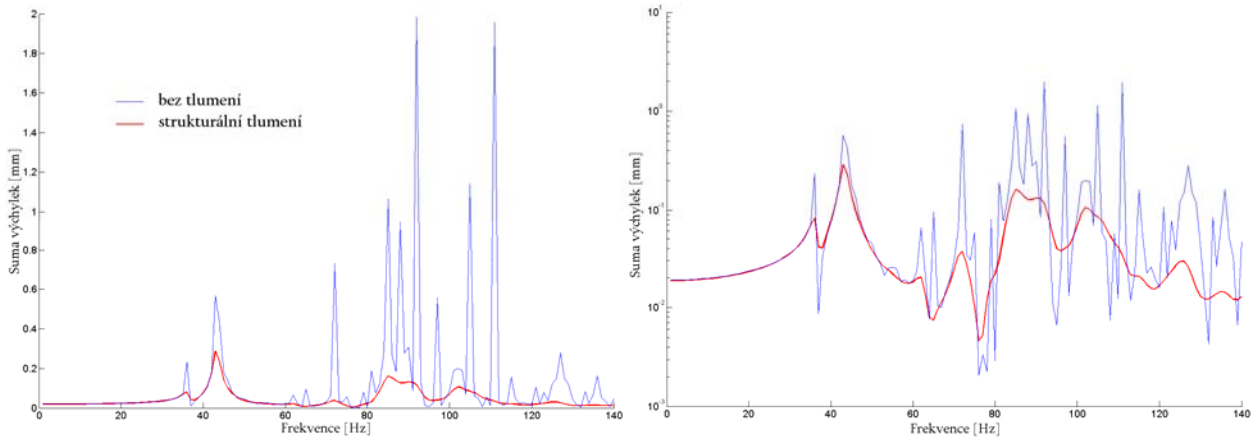
Obr. 7-42 Porovnání odezvy s tlumením a bez tlumení v uzlu 63379 (obr. 7-35)



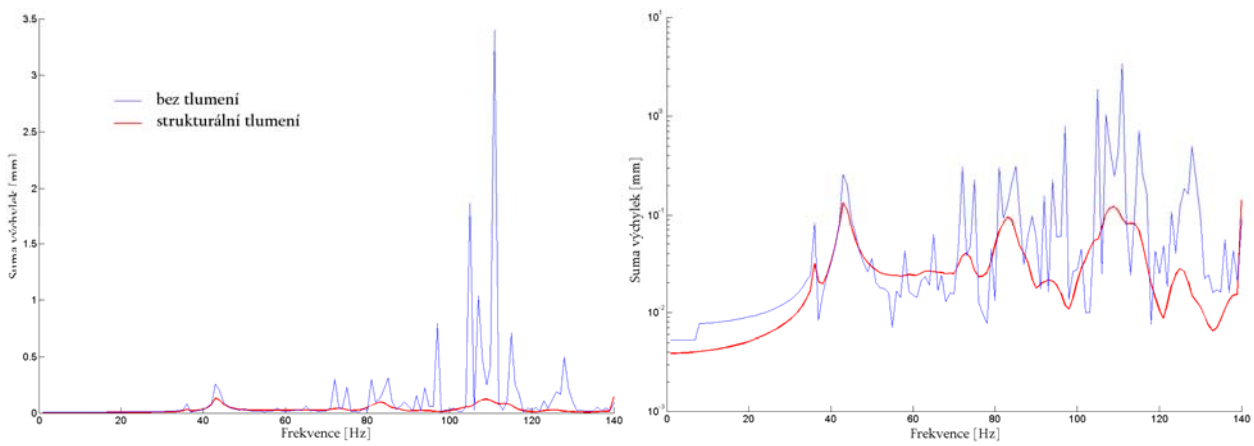
Obr. 7-43 Porovnání odezvy s tlumením a bez tlumení v uzlu 45264 (obr. 7-36)



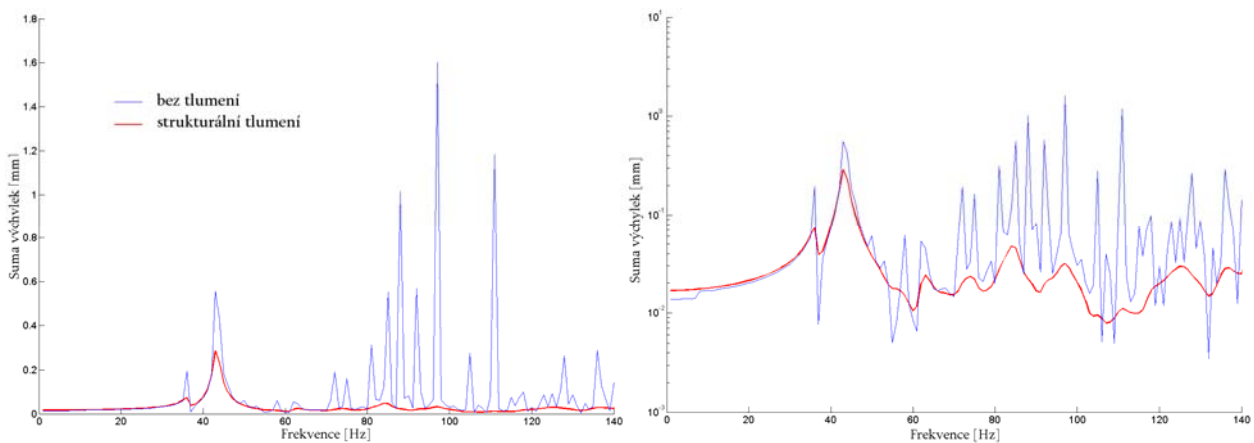
Obr. 7-44 Porovnání odezvy s tlumením a bez tlumení v uzlu 52118 (obr. 7-37)



Obr. 7-45 Porovnání odezvy s tlumením a bez tlumení v uzlu 14053 (obr. 7-38)



Obr. 7-46 Porovnání odezvy s tlumením a bez tlumení v uzlu 43429 (obr. 7-39)



Obr. 7-47 Porovnání odezvy s tlumením a bez tlumení v uzlu 68130 (obr. 7-40)

Jak je z charakteristik patrné, u frekvencí vyšších než cca 70 Hz došlo k velmi výraznému útlumu výchylek. Také jednotlivé oddělené ostré vrcholy odpovídající jednotlivým vlastním modům se začínají překrývat a „slívají se“ do širších vrcholů s menší amplitudou. I u nižších frekvencí došlo k mírnějšímu snížení amplitud, jednotlivé vrcholy už se ale neshlívají, protože jsou od sebe více vzdáleny. Na obrázcích 7-44 až 7-46 vidíme podobná spektra, protože všechny tři body leží na horní části kabiny.

### 7.3. Odezva na harmonické buzení – MHP (Sysnoise)

Jak bylo uvedeno v kapitole 4.5.1., u MHP rozlišujeme metodu přímou a nepřímou. Přímá metoda hraničních prvků je rychlejší v sestavení systému rovnic než nepřímá, která používá časově náročnější numerickou integraci. Při vlastním řešení soustavy rovnice je ale rychlejší metoda nepřímá, protože počítá s plnými, avšak symetrickými maticemi na rozdíl od plných nesymetrických matic u metody přímé. Z tohoto tedy vyplývá, že výhodnější bude použít přímou metodu v případě, kdy je rozhodující čas na sestavení rovnic. Tam kde je dominantní čas na výpočet, je lepší použít metodu nepřímou. U přímé metody lze zadávat okrajové podmínky do uzlů, nebo na elementy.

V případě MHP je ještě možné zvolit mezi vázaným problémem (coupled), anebo nevázaným (uncoupled). V praxi je vždy odezva struktury ovlivněna přítomností tekutiny a samozřejmě i naopak. V mnoha případech je ale vliv fluidu malý a úlohy lze řešit odděleně. Účinky tekutiny na odezvu struktury je nutné zahrnout v případech kdy:

- tekutina obklopující strukturu má velkou hustotu a viskozitu
- struktura je velmi poddajná
- vlastní hodnoty akustického prostředí jsou blízké vlastním hodnotám struktury

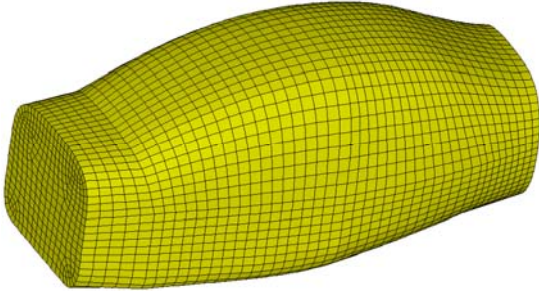
Jako nejvýhodnější možnost řešení našeho modelu z hlediska času, dle testovací úlohy podle Začala [10], se jeví výpočet přímou metodou jako nevázaný problém (BEM Direct Uncoupled). Vzduch příliš strukturu neovlivňuje a také vlastní hodnoty akustického prostoru a struktury jsou rozdílné. Srovnání časů výpočtu pro odezvu na harmonické buzení testovacího modelu různými metodami je uvedeno v tabulce 7-1.

	Struktura FEM Ak.pr. FEM Coupled	Struktura FEM Ak.pr. BEM Direct Uncoupled	Struktura FEM Ak.pr. BEM Direct Uncoupled (BEM s hrubší sítí)
Počet prvků	FEM struktura 14801 FEM ak.pr. 637080	FEM 14801 BEM 14801	FEM 14801 BEM 2340
Čas výpočtu jedné frekvence	-	26 h	55 s
Čas potřebný pro 300 frekvencí	-	780 h	5 h
Velikost databází	-	FEM 900 MB BEM 1100 MB	FEM 930 MB BEM 110 MB
Poznámka	pro velký počet akustických prvků výpočet neproběhl	odezva struktury počítána modální superpozicí	odezva struktury počítána modální superpozicí

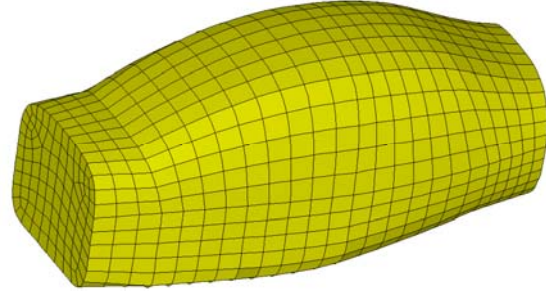
Tab.7 Srovnání časů výpočtu pro různé metody řešení [10]

Jak je z tabulky patrné, výpočetní čas je nejvíce vázán na velikost hraniční (BEM) sítě. Se vzrůstajícím počtem BEM elementů roste čas výpočtu exponenciálně. K výpočtu odezvy akustického prostoru jsme proto použili hrubší hraniční síť. Protože Sysnoise 5.5 nemá vlastní preprocesor na tvorbu sítí, byla konečnoprvková síť pro hraniční elementy vytvořena v Ansysu a vyexportována ve formátu cdb do Sysnoise. Hraniční síť je vytvořena jako obálka FEM sítě, tedy pouze ze skořepinových prvků obklopujících kabinu. Výpočet s původně zamýšlenou hrubší sítí (obr.7-48), s dvojnásobnou velikostí prvků oproti FEM síti, se ukázal z časových důvodů jako nereálný. Při 3800 prvcích a 11000 uzlech trval výpočet

jedné frekvence něco přes hodinu (dvou jádrový procesor, 4GB RAM) - pro 140 počítaných frekvencí by tedy trval cca 150h. Bylo tedy nutné udělat ještě hrubší BEM síť a to se čtyřnásobnou velikostí prvků oproti FEM síti. Takto hrubá síť (obr.7-49), s maximální velikostí prvku 160mm, je použitelná při splnění podmínky (4-25) až do frekvence 270Hz.



Obr. 7-48 BEM síť s 3800 prvky a 11000 uzly



Obr. 7-49 BEM síť s 1100 prvky a 3200 uzly

Protože je BEM síť hrubší než FEM síť, neleží uzly na sobě. Před výpočtem se použije interpolační algoritmus pro přepočítání rychlostí vibrací v uzlech sítě na povrchu. Rychlost v uzlech hrubší sítě je vážený aritmetický průměr z uzlů jemnější sítě podle vztahu (7-02).

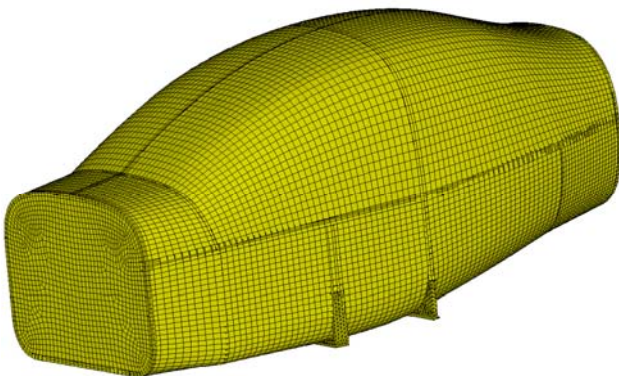
$$\bar{x} = \left( \sum_{i=1}^n v_i x_i \right) / n \quad (7-02)$$

kde jsou:  $n$  – počet uzlů

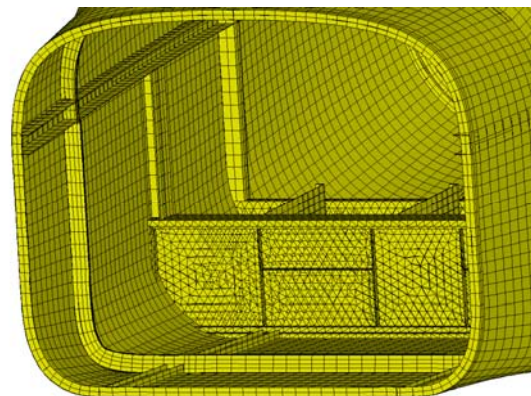
$v_i$  - vzdálenost  $j$ -tého uzlu jemnější sítě od uzlu hrubší sítě

$x_i$  - rychlost vibrací v  $j$ -tém uzlu jemnější FEM sítě

Jako podklad pro harmonickou odezvu v Sysnoise jsou použity výsledky harmonické odezvy řešené v Ansysu, načtené ve formátu rst. Spolu s výsledky je neimportována i FEM síť (obr.7-50, 7-51), jejíž elementy si Sysnoise převede na svoje strukturální prvky QUAD8 (odpovídají ansysovským skořepinovým prvkům SHELL92), a TETR4, a HEXA8 (odpovídající objemovým prvkům).

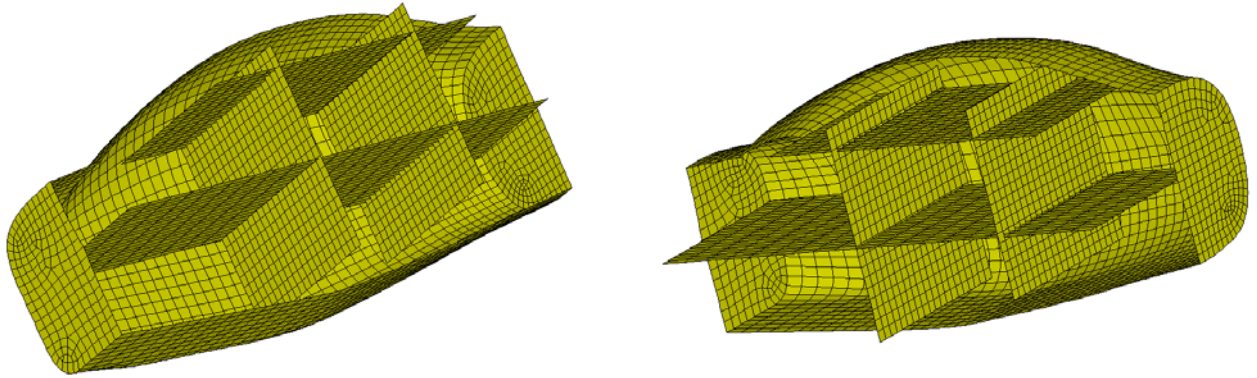


Obr. 7-50 Naimportovaná síť do Sysnoise



Obr. 7-51 Detail sítě v Sysnoise

U silově buzené struktury se vyřeší posuvy a z nich rychlosti kmitání uzlů na povrchu, kde obě sítě přiléhají na sebe. Z rychlostí v uzlech struktury se vypočítají odpovídající akustické tlaky a tlakové gradienty v uzlech hraniční sítě. Z těchto veličin je potom možné vyhodnotit velikosti akustického tlaku, resp. hladiny akustického tlaku v libovolném bodě prostoru uvnitř kabiny (v případě přímé metody), nebo i vně kabiny (v případě nepřímé metody). Lze také vyhodnotit izolacie a izoplochy těchto veličin na zvolených rovinách, označovaných v Sysnoise jako Field Point Mesh (FPM). V našem případě jsme zvolili celkem čtyři tyto FPM, dvě vertikální a dvě horizontální, dle obr.7-52.



Obr.7-52 Umístění vyhodnocovacích FPM v kabině

Podobně jako v předchozí kapitole, kdy jsme řešily odezvu struktury na harmonické buzení metodou konečných prvků, i zde uvažujeme dvě varianty tlumení:

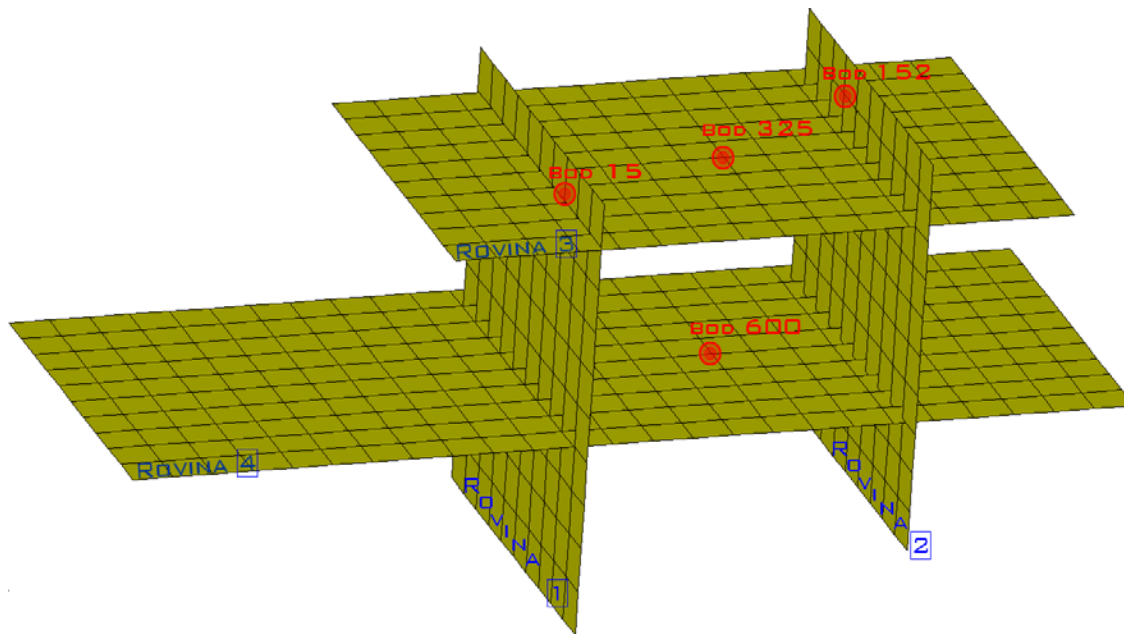
- strukturální tlumení,  $\eta = 0,02$  (stejně jako u MKP)
- strukturální tlumení,  $\eta = 0,02$  + tlumení akustického prostředí

Tlumení akustického prostředí se zadává pomocí pohltivosti (normálové impedance) na vybraná místa vnitřních částí kabiny. Byly uvažovány tyto hodnoty [11]

- podlaha (položený koberec) –  $ZL = 0.9 \times 10^6 \text{ Kg.m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
- boční plechy a strop (obložení zvukopohltivým materiálem – molitan + tkanina)  
-  $ZL = 0.07 \times 10^6 \text{ Kg.m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
- přední a zadní přepážka (obložení zvukopohltivým materiálem – minerální vata + tkanina) –  $ZL = 0.1 \times 10^6 \text{ Kg.m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$

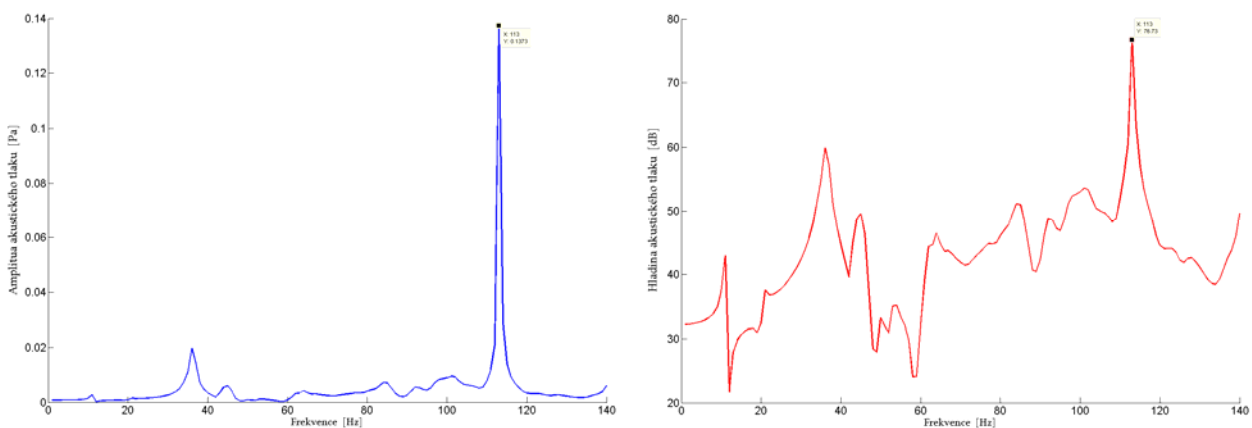
### 7.3.1. Výsledky odezvy při strukturálním tlumení

Pro vyhodnocení akustických veličin uvnitř kabiny jsme si na každé ze čtyř FPM (obr.7-53) zvolili jeden reprezentativní bod, v němž bude vyhodnocen akustický tlak [Pa] v závislosti na frekvenci a hladina akustického tlaku [dB] také v závislosti na frekvenci. První bod (číslo **15**) byl zvolen na rovině **1** přibližně v místě hlavy prvního pilota. Druhý bod (číslo **152**) je umístěn na rovině **2** zhruba v místě hlavy cestujícího. Následující bod (číslo **352**) leží přibližně uprostřed na horizontální rovině **3**, která je ve výšce hlav posádky. Poslední bod (číslo **600**) je umístěn na nižší horizontální rovině **4** přibližně pod předchozím bodem č.352.

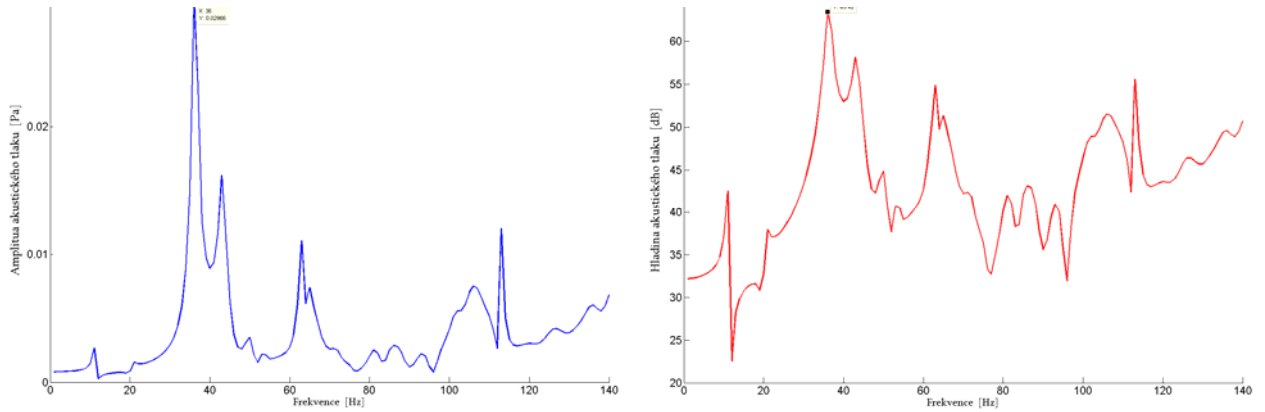


Obr.7-53 Field Point Mesh s vyznačenými vyhodnocovanými body

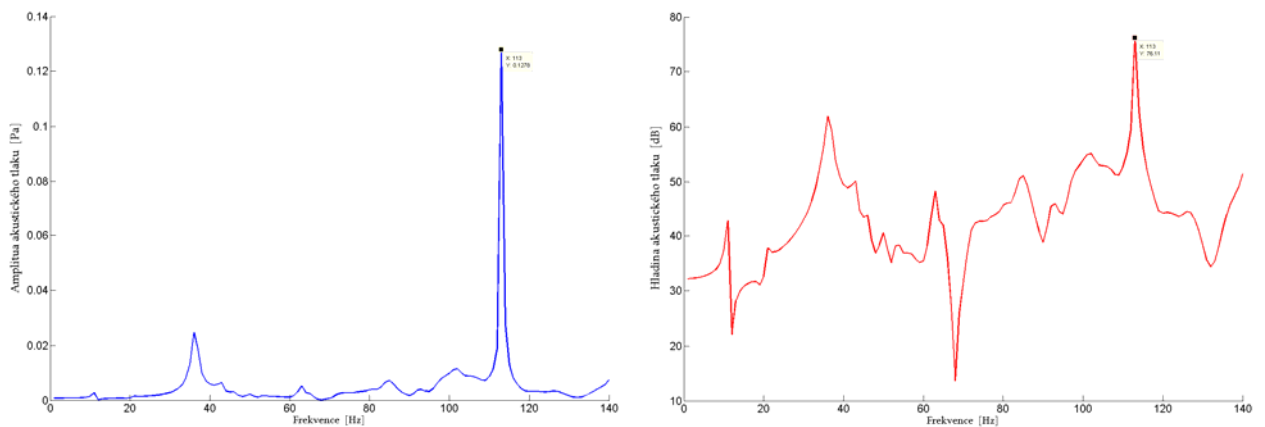
Na následujících obrázcích (Obr.7-54 až 7-57) je vždy vlevo velikost akustického tlaku v závislosti na frekvenci a vpravo hladina akustického tlaku v závislosti na frekvenci bez uvažování pohltivosti stěn.



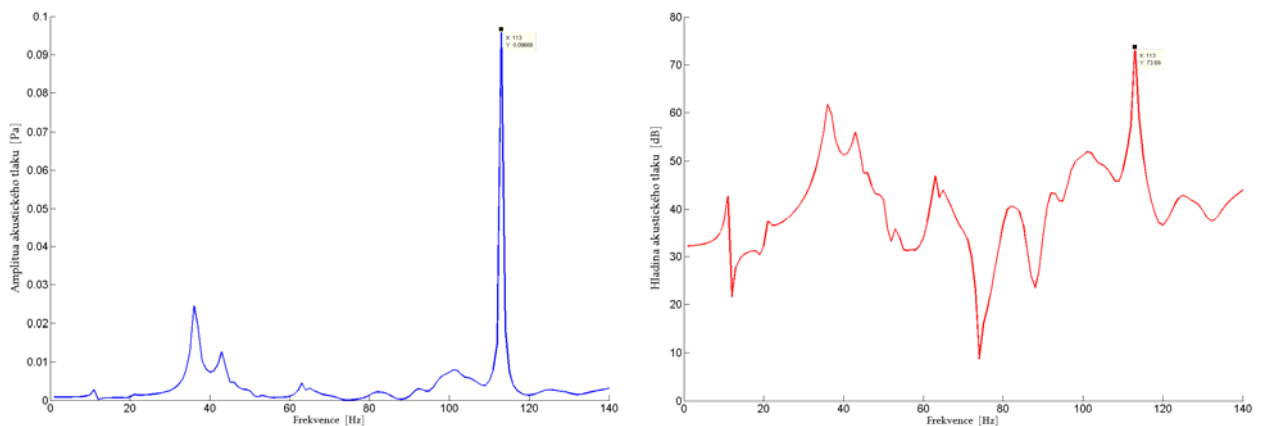
Obr.7-54 Průběh akustického tlaku a hladina akustické tlaku v bodě 15



Obr.7-55 Průběh akustického tlaku a hladina akustické tlaku v bodě 152



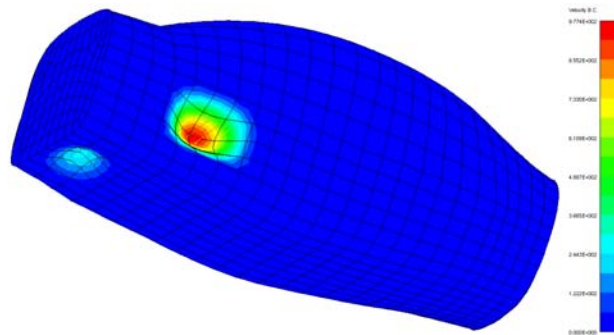
Obr.7-56 Průběh akustického tlaku a hladina akustické tlaku v bodě 325



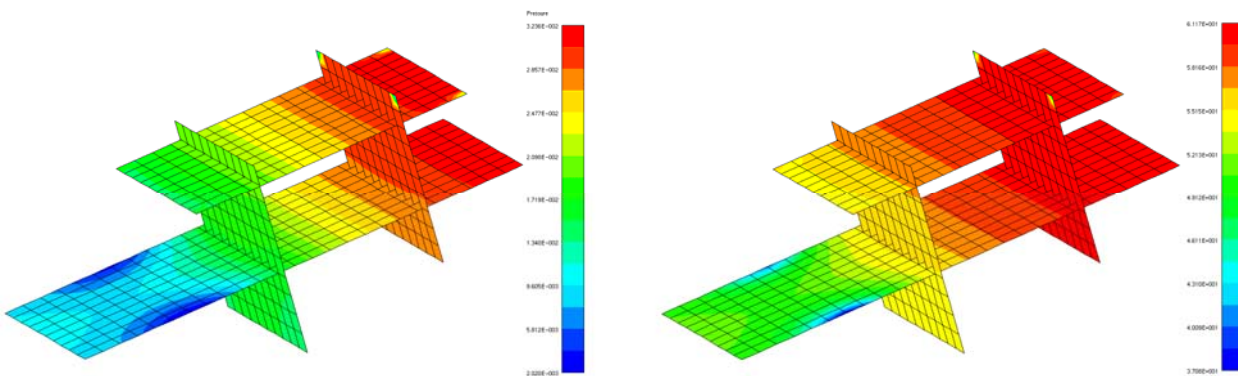
Obr.7-57 Průběh akustického tlaku a hladina akustické tlaku v bodě 600

Z předešlých charakteristik jsou viditelné tři resp. čtyři ostré vrcholy. První ostrý pík je při frekvenci 36Hz. Porovnáním s modální analýzou kabiny zjistíme, že je nejspíše způsoben kmitáním bočních plechů (obr.7-25), které dosahují v blízkosti rezonance větších deformací (obr.7-35). Podobně tomu je u dalšího vrcholu při 43Hz, která může být následkem kmitání hned několika plechu, s blízkou rezonancí (obr.7-26). Na vrcholech u frekvencí 63Hz a 113Hz je patrná souvislost s vlastními tvary samotného akustického prostoru uvnitř kabiny. Jak je vidět na obr. 7-1 a obr. 7-2, při téměř 63Hz je první vlastní tvar akustického prostoru a druhý tvar je právě při 113Hz. Lze tedy říci, že dohází k rezonanci akustického subsystému a proto jsou tak vysoké amplitudy akustického tlaku. Pro lepší

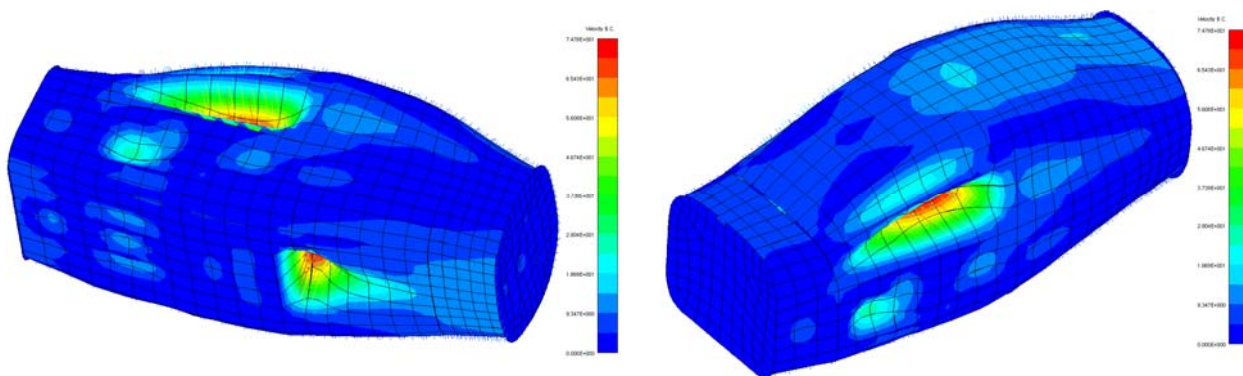
názornost si ukážeme, jak při těchto frekvencích (36Hz, 63Hz a 113Hz) vypadají průběhy rychlostí na povrchu kabiny a izolinie akustického tlaku na nadefinovaných FPM (obr.7-53)



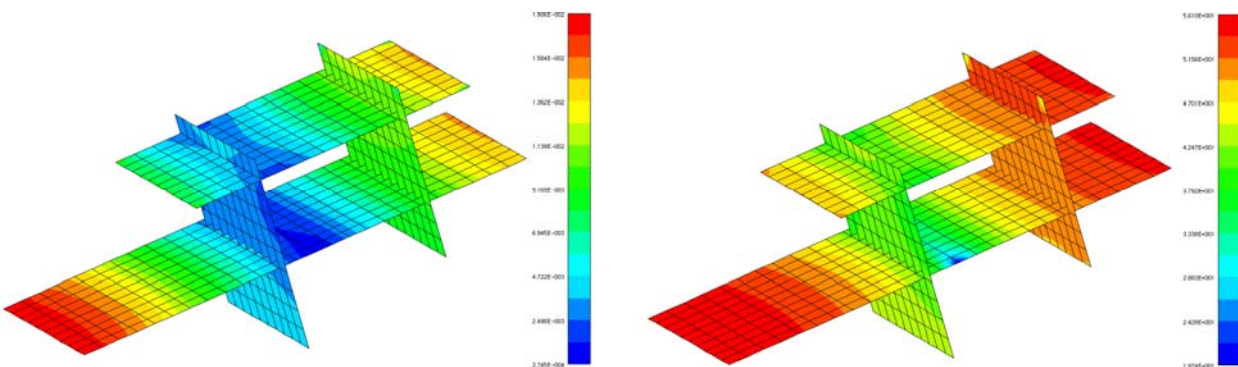
Obr.7-58 Průběh rychlostí na povrchu kabiny, frekvence **36Hz**



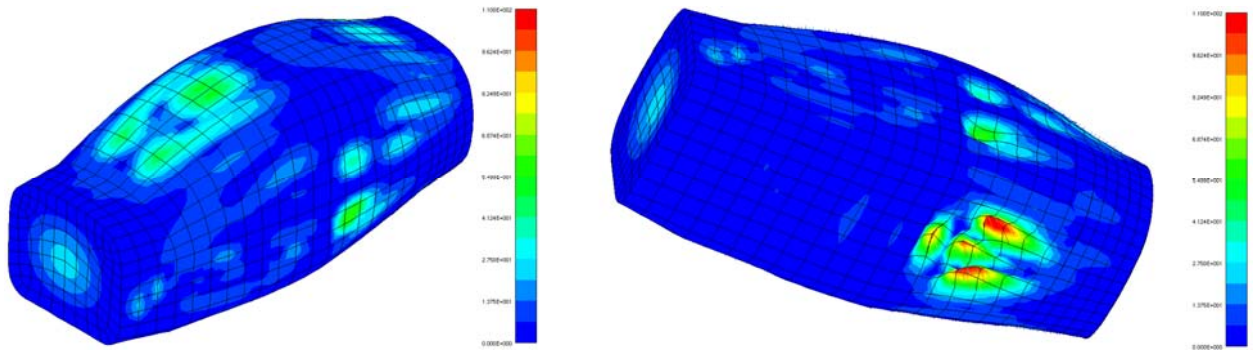
Obr.7-59 Průběh akustického tlaku [Pa] vlevo, a hladiny akustické intenzity [dB], frekvence **36Hz**



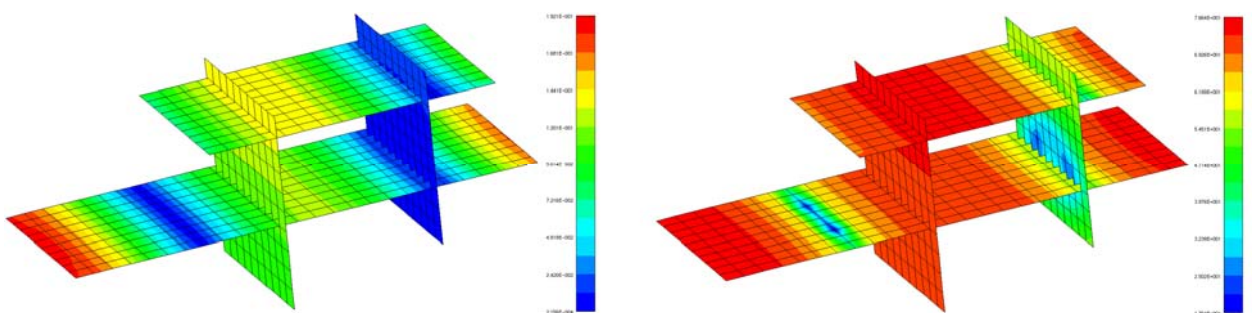
Obr.7-60 Průběh rychlostí na povrchu kabiny, frekvence **63Hz**



Obr.7-61 Průběh akustického tlaku [Pa] vlevo, a hladiny akustické intenzity [dB], frekvence **63Hz**



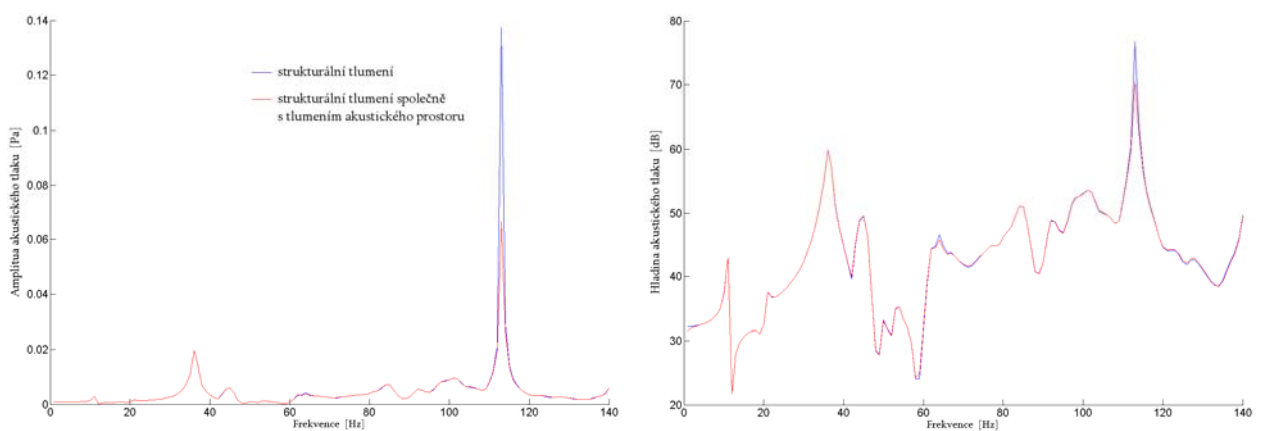
Obr.7-62 Průběh rychlostí na povrchu kabiny, frekvence 113Hz



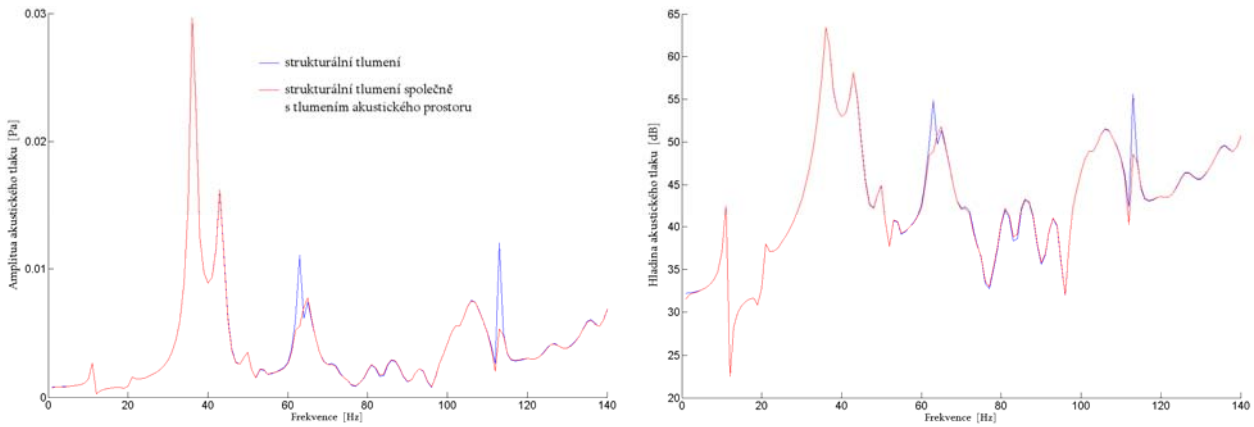
Obr.7-63 Průběh akustického tlaku [Pa] vlevo, a hladiny akustické intenzity [dB], frekvence 113Hz

### 7.3.2. Výsledky odezvy při strukturálním tlumení společně s tlumením akustického prostředí

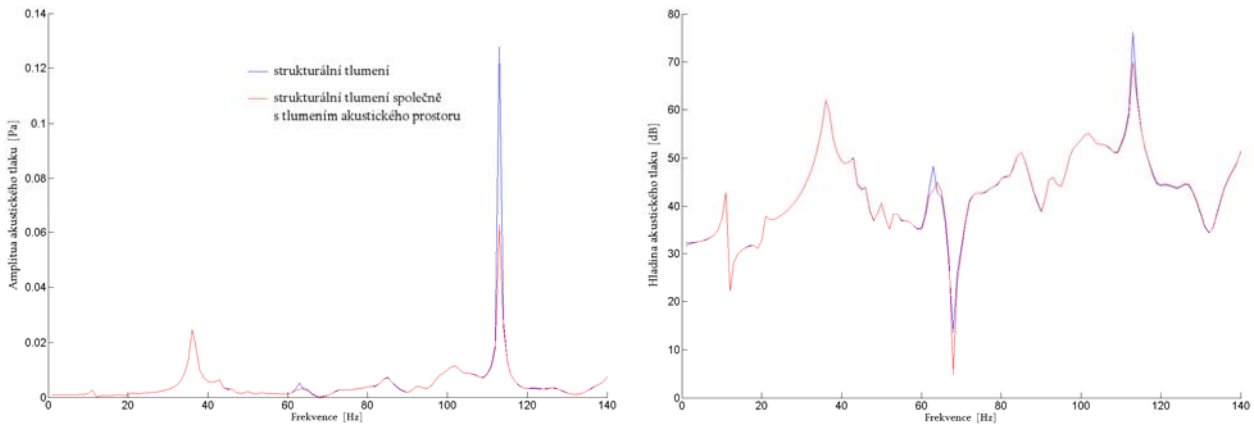
Pro porovnání s variantou, kde bylo uvažováno pouze strukturální tlumení, jsou charakteristiky vyhodnocovány ve stejných bodech FPM, jako v kapitole 7.3.1.



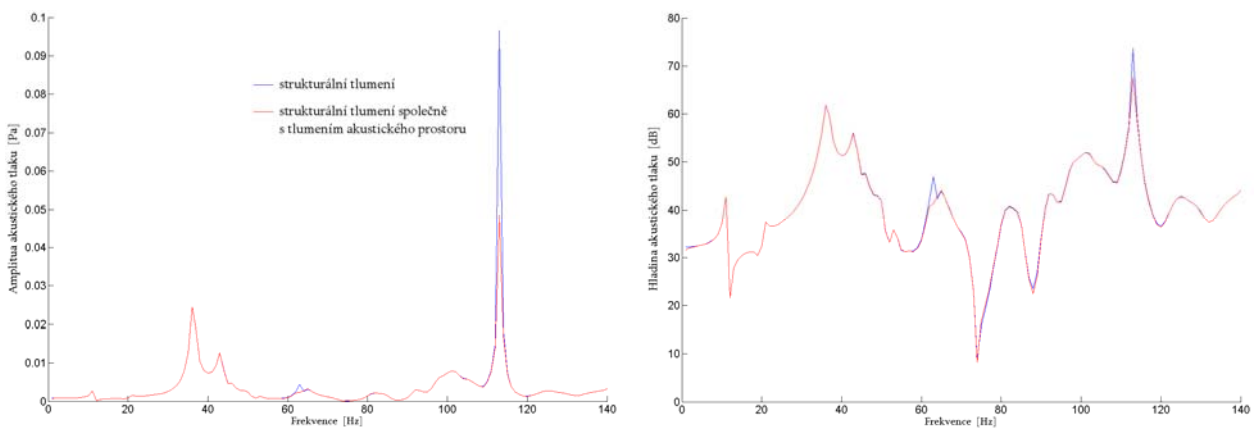
Obr.7-64 Srovnání charakteristik obou variant v bodě 15



Obr.7-65 Srovnání charakteristik obou variant v bodě 152



Obr.7-66 Srovnání charakteristik obou variant v bodě 325

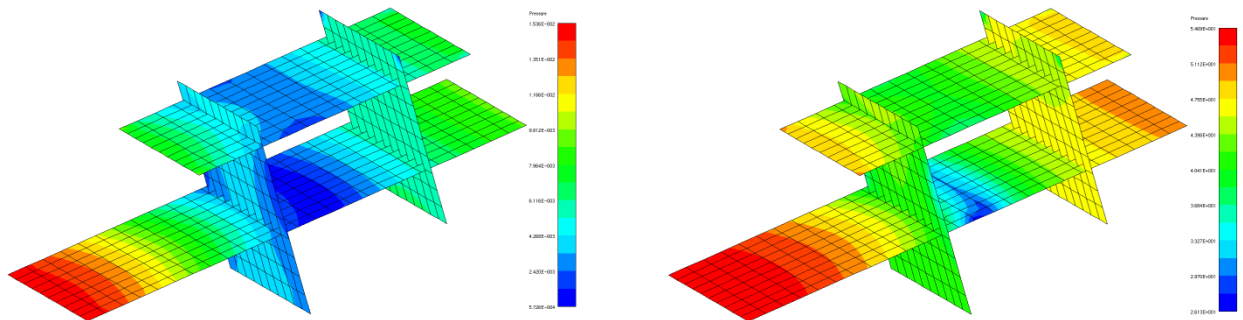


Obr.7-67 Srovnání charakteristik obou variant v bodě 600

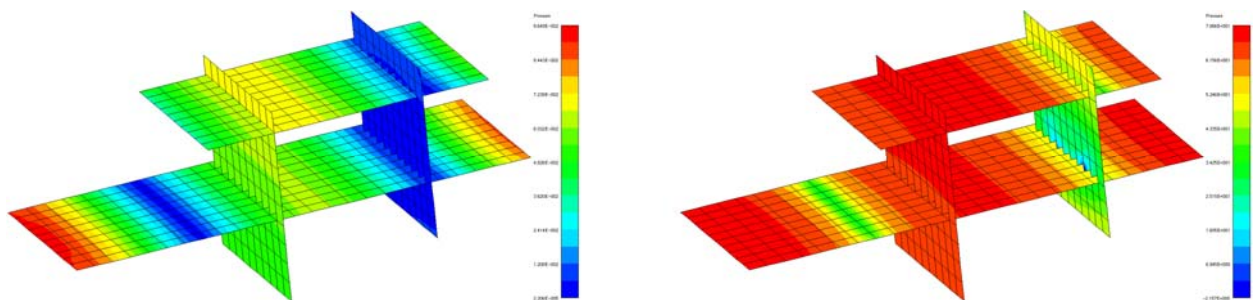
Je patrné, že při započítání tlumení akustického prostoru skutečně dojde ke snížení nejvyšších amplitud akustického tlaku. Pouze v případě výchylek u frekvence 36Hz, resp. 43Hz, které jsou způsobeny kmitáním plechů, nedojde ke snížení hodnot. V bodě 152, v místě hlavy cestujícího, tedy zůstává maximální hodnota hladiny akustického tlaku 63,4dB.

U frekvencí 63Hz a 113Hz, spjatých s vlastními tvary akustického prostoru, došlo k výraznému snížení výchylek akustického tlaku, tedy i hladiny akustického tlaku. V bodu 15, situovaného do místa hlavy pilota, došlo ke snížení hluku ze 76,7dB na 70,4dB. V místech bodů 325 a 600 umístěných na vodorovných FPM také klesla hladina hluku a to ze 76,1dB na 70,0dB, resp. ze 73,7dB na 67,7dB.

Pro ilustraci jsou přiloženy obrázky změněných průběhu tlaků na definovaných FPM při frekvencích 63Hz a 113Hz.



Obr.7-68 Průběh akustického tlaku [Pa] vlevo, a hladiny akustické intenzity [dB], frekvence **63Hz**



Obr.7-69 Průběh akustického tlaku [Pa] vlevo, a hladiny akustické intenzity [dB], frekvence **113Hz**

## 8. ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo analyzovat nízkofrekvenční hluk v kabině letadla VUT 100 Cobra a také ověřit možné metody pro modelování hluku v této frekvenční oblasti.

Tato oblast nízkých frekvencí (pro náš případ do přibližně 300Hz) se dá dobře analyzovat pomocí deterministických metod, jako je metoda konečných prvků (MKP) a metoda hraničních prvků (MHP). Pro frekvence nad 2000Hz je vhodnější použít některou ze statistických metod, např. statistickou energetickou analýzu (SEA). Určitým problémem zůstává oblast středních frekvencí, pro kterou se v současnosti vyvíjejí metody založené na kombinaci MKP a SEA. U deterministických metod je limitující podmínkou použití minimálně šesti až osmi prvků na vlnu. To by při frekvenci 2000Hz znamenalo v našem případě prvek o maximální délce 20mm. Při rozměrnějších modelech, jakým je například námi řešená kabina letadla, by byl počet elementů obrovský, což by kladlo značné požadavky na čas a hardwarové vybavení.

V kapitole 6 jsme si připravili jednotlivé dílčí modely. Model geometrie byl vytvořen z podrobného CAD modelu (obr.6-1), který nám poskytla fi. Evektor, stejně jako informace o materiálech dílů kabiny, nutné pro realizaci modelu materiálů. Některé chybějící díly (okna a dveře) bylo třeba domodelovat, jiné díly, resp. konstrukční detaily bylo naopak nutné z důvodu zjednodušení odstranit, aby se výpočet zbytečně neprodlužoval. Také vnitřní vybavení, jako jsou sedačky či palubní deska, nejsou v modelu geometrie zahrnuty. Pro model okrajových podmínek jsme uvažovali letadlo stojící na betonové ploše, což bylo realizováno zamezením všech posuvů a natočení na okrajích hlavního nosníku a na části předního nosníku, kde by byla uchycena střední podvozková noha. Aktivací modelu zatížení jsou vibrace od motoru, idealizované, pro potřeby výpočtového modelování, jako jednotkové síly v místě spojení motorového lože s kabinou.

V další kapitole se zabýváme samotnou realizací výpočtového modelování. Nejdříve byly počítány pomocí metody konečných prvků v programu Ansys vlastní tvary a frekvence akustického prostředí uzavřeného uvnitř kabiny. Bylo nalezeno celkem 22 vlastních hodnot do řešené frekvence 300Hz, přičemž první tvar vyšel při nulové frekvenci-vypustit. Následovala modální analýza rámu kabiny a kabiny jako celku (rám + plášť). Výsledky modální analýzy celé kabiny byly také podkladem při řešení odezvy na harmonické buzení, kde jsme zvolili jako časově nejvýhodnější metodu modální superpozice. Uvažovali jsme dvě varianty odezvy, jedna bez tlumení a druhá se strukturálním tlumením s užitím konstantního poměru mezi skutečným a kritickým tlumením  $\xi = 0,02$ . Obě tyto varianty byly porovnány v různých bodech kabiny. Z amplitudo-frekvenčních charakteristik je zřejmé, že v případě použití strukturálního tlumení došlo k výraznému poklesu amplitud výchylek prvních vlastních tvarů. Při frekvencích vyšších než cca 70Hz můžeme vypořadovat několikanásobné snížení amplitud a celkové vyhlazení průběhu výchylek.

Výsledné napočítané rychlosti na povrchu kabiny, u varianty se strukturálním tlumením, byly vstupem pro odezvu akustického prostoru na harmonické buzení řešenou metodou hraničních prvků v programu Sysnoise. I zde jsme uvažovali dvě varianty odezvy. První varianta byla se strukturálním tlumením, stejná jako v MKP. Druhá varianta počítala s dvěma typy tlumení společně - strukturální tlumení a tlumení akustického prostředí. V Sysnoise jsme k řešení vybrali přímou metodu řešenou jako nevázaný problém (BEM Direct Uncoupled), která se jevila jako časově nejvýhodnější při použití hrubší hraniční sítě. Tuto hraniční síť bylo ale nutné ještě přepracovat, zvětšit velikost prvků až na 160mm, abychom snížili čas výpočtu jedné frekvence z původních 70 minut na výsledných 65 sekund. Tato síť (velikost prvku 160mm) při podmínce osmi prvků na popis jedné vlny vyhovuje do frekvence 270Hz, což je pro uvažovaný rozsah řešení 0-140 Hz dostatečné. Výpočet všech 140 hledaných frekvencí nám tak zabral necelé 2,5 hodiny. Výpočet s původní hraniční sítí s 3800 prvky o velikosti 80mm by trval zhruba 150 h.

Pro hodnocení akustiky jsme si zvolili uvnitř kabiny čtyři vyhodnocovací plochy, tzv. Field Point Mesh. Na těchto plochách jsme vybrali čtyři reprezentativní body pro porovnání obou řešených variant. Z výsledků vyplývá, že ve frekvenčním rozsahu řešení se v průběhu akustického tlaku vyskytují celkem čtyři výrazná maxima. První dvě, při frekvenci 36Hz a 42Hz, jsou způsobena kmitáním některých poddajných plechů pláště kabiny, druhá dvě, 63Hz a 113Hz odpovídají prvním dvěma vlastním tvarům akustického prostoru. To vyvolává rezonanční stav a tím i vysoké výchylky. U varianty, s přidaným tlumením akustického prostředí, realizovaným předepsáním normálových impedancí na vybrané plochy kabiny, došlo k poklesu amplitud způsobených rezonancí akustického prostoru. Vyhodnocením hladiny akustického tlaku jsme zjistili, že v bodě 15, situovaném v místě pilotovy hlavy, došlo ke snížení maximální hodnoty o více než 6dB, ze 76,7dB na 70,4dB. Podobně tomu bylo i v místě bodů č.325 a 600, kde došlo také ke snížení maxima o 6dB. Pouze v místě hlavy cestujícího zůstala hodnota hladiny akustického tlaku stejná, 65dB, protože zde byly dominantní akustické tlaky způsobené kmitáním bočních plechů. Pro snížení těchto špiček akustického tlaku by bylo potřeba přeladit nejvíce kmitající plechy pláště kabiny na jiné vlastní frekvence.

Všechny napočítané hodnoty jsou samozřejmě jen teoretické, bylo by třeba je ověřit experimentálním měřením. Změřené hodnoty by se nejspíše lišily, protože jsme v naší práci uvažovali různá zjednodušení. V modelu geometrie jsme neuvažovali konstrukční detaily a vnitřní vybavení, které má svůj vliv na hluk uvnitř kabiny. Také jsme do výpočtů zahrnuli pouze část letadla, optimální by bylo řešit problém na celém letadle. Strukturální tlumení bylo zadáno jako stejné pro všechny módy, ve skutečnosti by jednotlivé módy měly rozdílné hodnoty tlumení. Okrajové podmínky byly modelovány jako tuhé vetknutí. V reálu ovšem má každá z částí určitou poddajnost, která by se musela zjistit experimentálně, stejně jako skutečné silové buzení od běžícího motoru, jež jsme idealizovali pomocí jednotkových sil s harmonickým průběhem. I přes všechna uvedená zjednodušení se domnívám, že tato práce nastínila cestu, jak se dá výpočtově modelovat nízkofrekvenční hluk pomocí MKP a MHP a částečně i přispěla k pochopení mechanismů vzniku, šíření a projevu hluku uvnitř kabiny letounu.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

$B$	[Pa m <sup>3</sup> ]	ohybová tuhost
$\mathbf{B}$	[-]	matice tlumení
$c$	[m/s]	rychlost šíření vlnění, akustických vln
$c_L$	[m/s]	rychlost šíření příčného vlnění
$c_T$	[m/s]	rychlost šíření příčného vlnění
$c_B$	[m/s]	rychlost šíření ohybového vlnění
$E$	[Pa]	modul pružnosti materiálu v tahu
$f$	[Hz]	frekvence vlnění
$G$	[Pa]	modul pružnosti ve smyku
$h$	[m]	tloušťka desky
$I$	[W/m]	akustická intenzita
$K$	[Pa]	modul objemové pružnosti kapaliny
$\mathbf{K}$	[-]	matice tuhosti
$l_{MAX}$	[mm]	maximální délka elementu
$\mathbf{M}$	[-]	matice hmotnosti
$L_I$	[dB]	hladina akustické intenzity
$L_p$	[dB]	hladina akustického tlaku
$L_W$	[dB]	hladina akustického výkonu
$p$	[Pa]	akustický tlak
$p_0$	[Pa]	amplituda akustického tlaku
$p_b$	[Pa]	barometrický tlak
$p_{ef}$	[Pa]	efektivní hodnota akustického tlaku
$p_s$	[Pa]	atmosferický tlak
$R$	[J/kgK]	plynová konstanta

$S$	$[\text{m}^2]$	plocha
$T, t$	$[\text{°K}], [\text{°C}]$	teplota vzduchu
$V$	$[\text{m}^3]$	objem kapaliny
$v$	$[\text{m/s}]$	rychlost kmitání částic
$v_{ef}$	$[\text{m/s}]$	efektivní hodnota akustického tlaku
$u$	$[\text{m}]$	přemístění částic
$W$	$[\text{W}]$	akustický výkon
$\rho$	$[\text{kg/m}^3]$	hustota
$\rho_s$	$[\text{kg/m}^2]$	plošná hustota
$\mu$	$[-]$	Poissonovo číslo
$\lambda$	$[\text{m}]$	vlnová délka
$\varphi$	$[-]$	fázový posuv
$\omega$	$[\text{s}^{-1}]$	úhlová frekvence
$\nabla$	$[-]$	Laplaceův operátor

MKP, FEM	Metoda konečných prvků (Finite Element Method)
MHP, BEM	Metoda hraničních prvků (Boundary Element Method)
FPM	Field Point Mesh
FDD	Finite Difference Method

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Nový, R.: *Hluk a chvění*, Vydavatelství ČVUT Praha, 2009
- [2] Mišun, V.: *Vibrace a hluk*, skriptum FSI VUT Brno, 1998
- [3] Smetana, C. a kolektiv: *Hluk a vibrace*, Sdělovací technika Praha, 1998
- [4] SYSNOISE user manual, LMS International
- [5] ANSYS manual, Ansys Inc.
- [6] Zajiček, V.: *Srovnání FEM A BEM*, bakalářská práce, VUT 2009
- [7] Kotoul, M.: *Metoda hraničních integrálních rovnic*, texty přednášek, 2009
- [8] Zapletal, J.: *Aplikace metody hraničních prvku na řešení Dirichletovy-Neumanovy okrajové úlohy*, VŠB Ostrava, 2009
- [9] Janiček, P.: *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky - hledání souvislostí I*, CERM, 2007
- [10] Začal, M.: *Analýza hluku uvnitř kabiny letadla VUT 100 Cobra*, diplomová práce, 2007
- [11] Onda Corporation.: *Tables of acoustic properties of materials*, Onda, 2007
- [12] Brüel & Kjær.: *Měření zvuku*, Brüel & Kjær, 1984
- [13] Netter, F.H.: *Atlas d'anatomie humaine*, Novartis, 2000

## Příloha č.1 Vypočtené vlastní tvary a frekvence akustického prostoru

tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]
1	0,00	26	315,61	51	415,25	76	485,38
2	62,81	27	322,22	52	419,60	77	489,07
3	112,97	28	323,05	53	420,35	78	491,20
4	145,73	29	329,51	54	422,40	79	492,11
5	146,57	30	329,92	55	425,08	80	492,74
6	165,55	31	331,93	56	430,77	81	497,11
7	165,91	32	337,69	57	435,99	82	502,75
8	182,52	33	349,05	58	437,18	83	504,15
9	191,74	34	358,29	59	437,94	84	506,47
10	206,98	35	358,63	60	440,32	85	507,76
11	218,86	36	361,71	61	441,26	86	509,10
12	221,82	37	364,58	62	451,20	87	516,02
13	226,94	38	367,89	63	452,67	88	516,27
14	237,52	39	369,52	64	453,63	89	517,95
15	249,95	40	375,46	65	457,24	90	518,89
16	261,84	41	384,80	66	462,94	91	522,65
17	268,10	42	387,33	67	463,33	92	525,95
18	272,58	43	389,55	68	464,13	93	527,01
19	274,47	44	393,74	69	464,93	94	528,23
20	277,60	45	397,50	70	468,65	95	528,65
21	290,31	46	400,48	71	473,28	96	529,27
22	291,70	47	404,74	72	476,36	97	532,14
23	299,05	48	410,33	73	479,83	98	534,87
24	312,80	49	413,51	74	483,03	99	538,19
25	315,02	50	414,90	75	484,18	100	540,85

## Příloha č.2 Vypočtené vlastní tvary a frekvence rámu kabiny

tvár	frekvence [Hz]	tvár	frekvence [Hz]	tvár	frekvence [Hz]	tvár	frekvence [Hz]
1	27,54	26	121,15	51	183,67	76	232,80
2	29,84	27	122,55	52	186,23	77	233,86
3	31,20	28	123,27	53	186,45	78	235,11
4	45,51	29	123,41	54	189,97	79	236,83
5	48,18	30	124,29	55	195,17	80	242,53
6	50,74	31	124,70	56	199,41	81	242,83
7	55,38	32	125,69	57	199,98	82	244,34
8	60,46	33	126,83	58	206,40	83	248,84
9	66,14	34	131,43	59	206,57	84	249,13
10	70,04	35	135,70	60	207,32	85	254,83
11	70,37	36	137,47	61	207,46	86	260,38
12	82,52	37	151,42	62	211,64	87	262,36
13	83,73	38	151,95	63	214,18	88	263,49
14	84,94	39	152,80	64	217,46	89	266,24
15	93,03	40	152,81	65	217,74	90	267,26
16	96,12	41	152,82	66	218,32	91	275,24
17	100,20	42	152,82	67	220,31	92	277,93
18	101,07	43	153,15	68	223,06	93	283,78
19	104,75	44	153,79	69	223,94	94	285,24
20	106,52	45	158,31	70	224,85	95	288,95
21	108,75	46	165,33	71	225,94	96	289,78
22	111,66	47	166,10	72	227,73	97	292,66
23	113,50	48	167,98	73	230,52	98	296,27
24	114,94	49	174,99	74	231,74	99	299,58
25	120,92	50	175,33	75	232,53	100	303,68

## Příloha č.3 Vypočtené vlastní tvary a frekvence kabiny

tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]
1	10,94	51	88,85	101	119,32	151	146,43	201	172,87	251	191,52
2	20,29	52	90,26	102	120,82	152	146,83	202	173,55	252	192,22
3	20,29	53	90,87	103	121,46	153	147,73	203	174,12	253	192,62
4	24,70	54	91,85	104	121,61	154	148,29	204	174,62	254	192,80
5	34,57	55	91,91	105	121,67	155	149,07	205	174,72	255	193,86
6	34,95	56	92,07	106	123,18	156	149,12	206	175,17	256	194,25
7	36,16	57	92,67	107	123,62	157	149,89	207	175,31	257	194,36
8	36,36	58	93,04	108	125,12	158	150,40	208	175,50	258	194,62
9	37,30	59	93,26	109	125,57	159	151,09	209	175,62	259	195,20
10	38,30	60	93,87	110	125,86	160	151,33	210	175,63	260	195,58
11	43,46	61	94,08	111	126,65	161	152,20	211	176,06	261	195,80
12	44,61	62	97,04	112	126,77	162	152,25	212	176,29	262	196,19
13	45,66	63	97,53	113	127,25	163	152,78	213	176,74	263	196,33
14	49,87	64	97,56	114	127,75	164	152,81	214	177,48	264	196,65
15	49,98	65	98,62	115	127,98	165	152,82	215	177,76	265	197,52
16	50,17	66	98,74	116	128,75	166	152,82	216	178,06	266	198,10
17	52,62	67	100,49	117	128,85	167	153,43	217	178,50	267	199,10
18	52,76	68	100,65	118	129,73	168	153,48	218	178,78	268	199,41
19	53,14	69	101,37	119	130,38	169	154,55	219	179,27	269	200,46
20	54,17	70	102,00	120	131,37	170	155,46	220	179,51	270	200,63
21	55,17	71	103,85	121	131,72	171	156,46	221	179,79	271	201,17
22	56,16	72	103,92	122	132,46	172	156,60	222	180,18	272	202,01
23	57,93	73	104,64	123	132,90	173	159,18	223	180,44	273	202,04
24	58,19	74	104,77	124	133,41	174	159,93	224	181,30	274	202,32
25	62,34	75	104,93	125	133,61	175	160,25	225	181,66	275	202,50
26	62,57	76	105,41	126	133,73	176	161,64	226	181,84	276	203,19
27	65,03	77	105,48	127	134,64	177	162,27	227	181,93	277	203,60
28	66,67	78	105,71	128	135,03	178	162,29	228	182,32	278	203,85
29	67,29	79	105,90	129	136,22	179	162,91	229	183,02	279	204,24
30	69,56	80	106,10	130	137,02	180	163,33	230	183,67	280	204,60
31	71,23	81	106,38	131	137,19	181	163,50	231	184,35	281	204,96
32	71,44	82	106,49	132	138,13	182	164,57	232	184,84	282	205,16
33	71,93	83	106,86	133	138,39	183	164,96	233	185,32	283	205,80
34	73,13	84	106,96	134	138,75	184	165,16	234	185,65	284	205,83
35	75,13	85	107,52	135	139,39	185	165,69	235	186,08	285	206,06
36	77,54	86	107,58	136	140,19	186	165,88	236	186,67	286	206,27
37	77,78	87	108,43	137	140,29	187	166,36	237	187,55	287	206,60
38	78,12	88	108,92	138	140,94	188	166,51	238	187,75	288	207,23
39	78,98	89	109,58	139	141,48	189	167,44	239	187,91	289	207,97
40	79,07	90	109,80	140	142,28	190	167,59	240	187,99	290	208,60
41	79,36	91	110,15	141	142,46	191	168,05	241	188,45	291	209,03
42	80,40	92	110,98	142	143,07	192	169,72	242	188,91	292	209,12
43	81,10	93	111,61	143	143,27	193	170,00	243	189,01	293	209,38
44	81,25	94	111,68	144	143,53	194	170,65	244	189,32	294	209,88
45	82,46	95	114,30	145	144,34	195	171,03	245	189,52	295	210,25
46	83,54	96	115,24	146	144,47	196	171,11	246	189,66	296	210,59
47	84,76	97	116,73	147	144,61	197	171,37	247	189,83	297	210,69
48	85,19	98	117,49	148	145,04	198	171,75	248	190,52	298	210,87
49	86,37	99	117,83	149	145,62	199	172,52	249	190,77	299	211,76
50	88,01	100	118,75	150	146,05	200	172,69	250	190,90	300	212,41

tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]	tvar	frekvence [Hz]
301	212,69	351	234,60	401	251,60	451	272,02	501	292,63	551	310,91
302	213,00	352	234,94	402	251,67	452	272,26	502	292,89	552	311,30
303	213,53	353	235,09	403	251,86	453	272,71	503	293,03	553	311,70
304	213,83	354	235,22	404	252,82	454	273,56	504	293,69	554	311,73
305	214,59	355	235,33	405	253,19	455	273,95	505	293,84	555	312,40
306	215,11	356	235,80	406	253,71	456	274,54	506	294,06	556	312,50
307	216,07	357	236,23	407	253,82	457	275,01	507	294,37	557	312,62
308	216,66	358	236,41	408	255,46	458	275,62	508	295,29	558	312,69
309	217,47	359	236,44	409	255,97	459	275,93	509	295,30	559	312,91
310	217,61	360	236,63	410	256,33	460	276,06	510	295,63	560	313,40
311	217,88	361	237,13	411	256,60	461	276,17	511	295,80	561	313,60
312	218,22	362	237,41	412	257,43	462	276,64	512	296,46	562	314,05
313	218,44	363	237,94	413	257,72	463	277,16	513	296,71	563	314,15
314	218,97	364	238,16	414	258,56	464	278,34	514	296,93	564	314,33
315	219,27	365	238,31	415	258,85	465	278,97	515	297,39	565	314,51
316	220,03	366	238,70	416	258,95	466	279,44	516	297,67	566	314,82
317	220,45	367	238,94	417	259,62	467	279,86	517	299,30	567	315,22
318	220,92	368	239,40	418	260,25	468	279,95	518	299,44	568	315,46
319	221,26	369	239,93	419	260,46	469	280,49	519	299,61	569	315,96
320	222,13	370	240,28	420	261,09	470	281,10	520	299,69	570	316,27
321	222,27	371	240,41	421	261,59	471	281,40	521	300,00	571	316,48
322	222,38	372	240,81	422	261,86	472	281,69	522	300,60	572	316,69
323	223,27	373	241,16	423	262,38	473	281,85	523	300,67	573	317,00
324	223,77	374	241,51	424	262,68	474	282,35	524	301,25	574	317,09
325	224,37	375	241,70	425	262,97	475	283,12	525	302,03	575	317,31
326	224,76	376	242,84	426	263,09	476	283,25	526	303,40	576	317,42
327	225,07	377	243,26	427	263,99	477	283,94	527	303,88	577	317,68
328	225,19	378	243,51	428	264,14	478	284,23	528	303,99	578	317,92
329	225,50	379	243,66	429	264,39	479	284,30	529	304,50	579	318,27
330	226,04	380	243,92	430	264,88	480	284,77	530	304,88	580	318,50
331	226,13	381	244,24	431	264,95	481	285,24	531	305,16	581	318,74
332	226,22	382	244,38	432	265,40	482	285,72	532	305,39	582	319,37
333	226,93	383	244,53	433	265,56	483	285,81	533	306,05	583	319,50
334	227,07	384	245,30	434	265,67	484	285,93	534	306,10	584	320,49
335	227,49	385	245,66	435	265,70	485	286,49	535	306,12	585	321,20
336	228,06	386	245,85	436	266,07	486	286,92	536	306,12	586	321,43
337	228,80	387	245,99	437	266,37	487	287,75	537	306,13	587	321,64
338	229,17	388	246,22	438	266,96	488	287,82	538	306,40	588	321,88
339	229,93	389	246,48	439	267,02	489	288,18	539	306,90	589	322,51
340	230,51	390	247,06	440	267,67	490	288,97	540	307,27	590	322,92
341	230,58	391	247,29	441	267,71	491	289,26	541	307,54	591	323,59
342	230,83	392	248,01	442	267,99	492	289,54	542	307,93	592	324,23
343	231,14	393	248,18	443	268,06	493	289,92	543	308,43	593	324,37
344	232,11	394	248,55	444	269,50	494	290,12	544	308,44	594	325,32
345	232,56	395	248,83	445	269,83	495	290,81	545	308,71	595	325,97
346	232,74	396	249,76	446	270,53	496	290,95	546	308,96	596	326,15
347	233,45	397	250,19	447	270,81	497	291,18	547	309,36	597	326,46
348	233,89	398	250,62	448	270,88	498	291,49	548	310,21	598	326,65
349	233,95	399	250,88	449	271,36	499	292,11	549	310,49	599	326,72
350	233,98	400	250,94	450	271,53	500	292,21	550	310,55	600	327,00