

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV ELEKTROTECHNOLOGIE

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC TECHNOLOGY

MĚŘENÍ A MODELOVÁNÍ SKUTEČNÝCH IMPEDANČNÍCH VÝSLEDKŮ
V ZÁVISLOSTI NA POLOZE SNÍMACÍCH ELEKTROD

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. JIŘÍ HAŇKA

BRNO 2015



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav elektrotechnologie

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Elektrotechnická výroba a management

Student: Bc. Jiří Haňka

ID: 133092

Ročník: 2

Akademický rok: 2014/2015

NÁZEV TÉMATU:

Měření a modelování skutečných impedančních výsledků v závislosti na poloze snímacích elektrod

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s problematikou keramických materiálů především z pohledu jejich struktury a s metodou impedanční spektroskopie pro sledování elektrochemických vlastností těchto materiálů. Popište modely a metody, které se používají k simulacím keramických materiálů. Zvolte vhodný model a metodu pro zjišťování vlivu polohy snímacích elektrod na přesnost měření. Provedte simulace a výsledky vyhodnoťte.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Podle pokynů vedoucího práce.

Termín zadání: 10.2.2015

Termín odevzdání: 28.5.2015

Vedoucí práce: doc. Ing. Vítězslav Novák, Ph.D.

Konzultanti diplomové práce:

doc. Ing. Petr Bača, Ph.D.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

ABSTRAKT

Obsah této práce je směřován na řešení problematiky měření impedančních charakteristik dielektrických materiálů, zejména keramik, za pomoci simulace připojení elektrod na měřený vzorek. V práci je popsáno měření impedancí se zaměřením na metodu impedanční spektroskopie. Cílem práce je seznámení s problematikou měření komplexní impedance a popsání parazitních jevů, vyskytujících se v materiálu. Dále jsou v práci popisovány současné možnosti simulací a simulačních softwarů jako je zejména ANSYS Maxwell. S využitím simulací tohoto softwaru jsou v práci řešeny impedanční charakteristiky vodivé keramiky a jejich závislost na poloze napájecích elektrod.

KLÍČOVÁ SLOVA

Dielektrické materiály, elektrická polarizace, impedanční spektroskopie, komplexní impedance, vodivé keramiky, ANSYS, metoda konečných prvků.

ABSTRACT

Content of this thesis is aimed to solutions of issues, created due measurement impedance characteristics of dielectric materials, mainly ceramics, using simulation electrode position by specific software. In thesis is described impedance measurement with focusing to impedance spectroscopy. Goal of this thesis is to get acquainted with issues of measurement complex impedance and explain parasitics effects in ceramics material. Further goals of thesis are described current possibilities of simulation software ANSYS Maxwell. Using this simulation software was solved impedance characteristics of conductive ceramics and their dependence of electrodes position.

KEYWORDS

Dielectric materials, electric polarization, impedance spectroscopy, complex impedance, conductive ceramics, ANSYS, finite element analysis.

HAŇKA, Jiří *Měření a modelování skutečných impedančních výsledků v závislosti na poloze snímacích elektrod*: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav elektrotechnologie, 2015. 58 s. Vedoucí práce byl doc. Ing. Vítězslav Novák, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Měření a modelování skutečných impedančních výsledků v závislosti na poloze snímacích elektrod“ jsem vypracoval(a) samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor(ka) uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil(a) autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl(a) nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom(a) následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno

.....

podpis autora(-ky)

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce panu doc. Ing. Vítězslavu Novákovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Dále bych chtěl poděkovat panu Ing. Petru Vyroubalovi za vedení a konzultaci simulací a v neposlední řadě panu prof. RNDr. Petru Vanýskovi, CSc. za podnětné konzultace a poskytnutí materiálů.

Brno

.....

podpis autora(-ky)

OBSAH

Úvod	9
1 DIELEKTRICKÉ MATERIÁLY	10
1.1 Dielektrické materiály ve statickém elektrickém poli	10
1.1.1 Polarizace z makroskopického hlediska	11
1.1.2 Polarizace z mikroskopického hlediska	11
1.1.3 Polarizační mechanismy	12
1.2 Dielektrické materiály ve střídavém elektrickém poli	14
1.2.1 Popis dielektrika ve střídavém elektrickém poli	14
1.2.2 Dielektrické ztráty	16
1.2.3 Použití elektrokeramik	18
2 METODA MĚŘENÍ	20
2.1 Impedanční spektroskopie	20
2.1.1 Náhradní obvody	20
2.1.2 Náhradní schéma měření reálného dielektrika	23
2.1.3 Modelování vnitřní struktury materiálu	24
2.1.4 Interpretace výsledků	26
3 MODEL A SIMULACE MĚŘENÍ	27
3.1 Simulace elektrického pole	27
3.2 Metoda konečných prvků	28
3.3 Obecný princip simulace metodou FEA	30
3.3.1 Operace výpočetního algoritmu	31
4 PRAKTICKÁ ČÁST - SIMULACE	33
4.1 ANSYS	33
4.1.1 ANSYS Maxwell	33
4.2 Návrh geometrie a materiálových vlastností	35
4.2.1 Experimentální ověření kompatibility výpočtů	37
4.2.2 Závislost velikosti elektrod	38
4.2.3 Změna polohy elektrod	41
4.2.4 Změna úhlu mezi elektrodami	44
4.2.5 Srovnání s reálným měřením	45
5 Závěr	48
Literatura	49

Seznam symbolů, veličin a zkratk	51
Seznam příloh	55
A Příloha 1.: Výsledky simulací	56
B Příloha 2.: Náhradní obvod	58

SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1	Příklady rozdílných funkcí odezvy v dielektrickém materiálu [4]	13
1.2	Fázorový diagram závislosti \vec{D} , \vec{E} a ε^*	14
1.3	Znázornění ztrátového úhlu δ při použití vektorů napětí a proudu [9]	18
2.1	Paralelní náhradní obvod s jeho fázorovým diagramem [11]	21
2.2	Sériový náhradní obvod s jeho fázorovým diagramem [11]	22
2.3	Náhradní obvod RC s ekvivalentní impedancí reálného dielektrika	23
2.4	Vnitřní struktura keramiky focená pod mikroskopem [2]	24
2.5	Náhradní model vnitřní struktury keramiky [1]	25
2.6	Náhradní obvod základní částice struktury vodivé keramiky	25
2.7	Nyquistův diagram pro brick-layer model upraveno podle [2]	26
3.1	Generovaná síť elementárních prvků tvořící celkový 3D model [8]	29
3.2	Základní tvary elementárních prvků při simulaci FEM [3]	29
3.3	Algoritmus numerických výpočtů systému ANSYS Maxwell [15]	30
3.4	Aproximace funkce ϕ_x soustavou lineárních rovnic v 1D prostoru [3]	32
3.5	Aproximace funkce ϕ_x soustavou lineárních rovnic v 2D rovině [3]	32
4.1	Základní geometrie použitých modelů	36
4.2	Základní geometrie použitých modelů	37
4.3	Grafické znázornění rozmítání elektrody na 3D modelu	39
4.4	Grafické znázornění závislosti komplexní impedance na velikosti elektrody	40
4.5	Funkce kapacity a impedance na velikosti elektrody	40
4.6	Relativní zobrazení procentuální změny hodnot impedance a kapacity v závislosti na a) přesah elektrod b) objem prostoru vytvořeného mezi elektrodami.	41
4.7	Závislost komplexní impedance modelu na posuvu elektrod	42
4.8	Funkce závislosti komplexní impedance na posuvu elektrod	42
4.9	Funkce simulovaných veličin závislých na posuvu elektrod v relativní míře	43
4.10	Funkce simulovaných veličin v závislosti na obsahu překryvu elektrod v relativní míře	43
4.11	Zobrazení modelu, použitému na simulaci náklonu elektrod	44
4.12	Graf závislosti komplexní impedance na úhlu mezi elektrodami	44
4.13	Zobrazení zkoumaného vzorku ve 3D a 2D pohledu	45
4.14	Naměřená impedanční charakteristika modelu keramiky TOSOH-TZ3YB	46
4.15	Simulace impedanční charakteristiky modelu keramiky TOSOH-TZ3YB	46
A.1	Rozložení indukce ve 3D modelu pro neposunuté elektrody	56
A.2	Vektory indukce ve 3D modelu pro neposunuté elektrody	56

A.3	Rozložení elektrické indukce ve 3D modelu pro posunuté elektrody . .	57
A.4	Vektory elektrické indukce ve 3D modelu pro posunuté elektrody . . .	57
B.1	Náhradní schéma měření impedanční spektroskopie zapůjčené z osob- ních podkladů prof. RNDr. Petra Vanýska, CSc.	58

ÚVOD

Dielektrické materiály byly, jsou a budou vždy jedním ze stavebních kamenů elektrotechnologie. V elektronice jsou využívány zejména jejich dobré izolační schopnosti, které jsou důsledkem jejich vysoké impedance. To jim dává skvělé předpoklady pro zajištění separace elektrického systému. Byly tedy vždy využívány jako bezpečnostní prvky, které zaručovaly dobrou spolehlivost přístrojů. Kromě těchto vlastností jsou dielektrika také využívána pro možnost akumulace a uchování náboje, což je uplatněno pro nepřeborné množství přístrojů. Dříve se tyto materiály používaly bez jakýchkoli důkladnějších testů a jejich spolehlivost byla velmi nízká. Postupem času s technologickým pokrokem bylo potřeba splnit stále se zvyšující požadavky na spolehlivost a bezpečnost elektroniky a tyto materiály se začaly zdokonalovat příměsími pro zlepšení vlastností. Materiály se začaly slučovat, aby se dosáhlo co nejlepších požadovaných parametrů. V současné době je používáno nepřeborné množství dielektrických materiálů a je potřeba co nejpresnějšího ověření požadovaných vlastností. Pro tuto diagnostiku využíváme několik způsobů k určení vlastností dielektrických materiálů. Tato diplomová práce se zabývá zejména moderní metodou impedanční spektroskopie a určením její chybovosti v závislosti na přesnosti umístění elektrod. Konkrétně jsou zde popsány základní děje probíhající při působení elektrického pole, přičemž měření a simulace jsou zaměřené na vodivé keramiky. Jelikož by bylo měření a vyhodnocování výsledků velice zdlouhavé, je k tomuto účelu využito simulačních programů k namodelování situace. K simulacím chování modelu v elektromagnetickém poli je nejlepší variantou využít dobře vybavený software ANSYS Maxwell. Simulace aplikujeme zejména na vysokoteplotní keramické substráty využívané v praxi. Výsledky simulací nám určí spolehlivost metody a závislost umístění elektrod na chybě měření. Z těchto výsledků bude možné vycházet při zdokonalování metody.

1 DIELEKTRICKÉ MATERIÁLY

Každý materiál je složen ze specifických elementárních částic, které navzájem interagují pomocí vázaných či volných nosičů elektrických nábojů. Ideální dielektrika neobsahují žádné volné nosiče náboje, avšak v reálných podmínkách toto dielektrikum neexistuje. Pod pojmem dielektrika si tedy lze představit materiál, který obsahuje vázané elektrické náboje a minimum volných elektrických nábojů. Díky tomuto jsou dielektrika materiály, které lze chápat jako materiály nevodivé, ovšem s minimální měřitelnou vodivostí. Dielektrikum je z pohledu zkoumání elektrické energie látka, která má po vložení do elektrického pole schopnost polarizace a tím vytvoření vlastního vnitřního elektrického pole. Dielektrika jsou proto hojně využívána pro uchovávání energie elektrického pole v separovaném systému pomocí polarizace vlastních částic látky.

1.1 Dielektrické materiály ve statickém elektrickém poli

Schopnost vytvoření vnitřního indukovaného elektrického pole, tedy schopnost materiálu vlastní polarizace, popisujeme pomocí dvou základních veličin dielektrik a to pomocí již zmíněné polarizace P a permitivity ε_s . Nejprve definujeme permitivitu, která nám popisuje vztah mezi vektorem elektrické indukce \vec{D} a vektorem intenzity elektrického pole \vec{E}

$$\varepsilon_s = \frac{\vec{D}}{\vec{E}} \text{ nebo také } \vec{D} = \varepsilon_s \vec{E}, \quad (1.1)$$

kde ε_s sestává ze dvou složek

$$\varepsilon_s = \varepsilon_0 \varepsilon_r. \quad (1.2)$$

Zde $\varepsilon_0 = 8,854187818 \cdot 10^{12} \text{ Fm}^{-1}$ představuje permitivitu vakua a ε_r relativní permitivitu charakteristickou pro každý materiál. Relativní permitivita je teplotně závislá veličina, popisující poměr kapacity kondenzátoru C_0 , mezi jehož elektrodami je pouze vakuum a kapacity C_x vzniklé vložení odlišného dielektrika

$$\varepsilon_r = \frac{C_x}{C_0}. \quad (1.3)$$

C_0 je též někdy nazývána jako geometrická kapacita, jelikož je počítána z rozměrů uvažovaného kondenzátoru. Vztah pro výpočet geometrické kapacity je uveden jako

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d}, \quad (1.4)$$

kde S je plocha elektrod a d je vzdálenost mezi nimi [5], [9].

1.1.1 Polarizace z makroskopického hlediska

Polarizaci lze chápat jako schopnost zkoumaného objektu určitého materiálu natočit své dipólové momenty (potenciály) ve směru působení elektrického pole. Čím je látka poddajnější vnějšímu působení elektrického pole, tím více je polární. Existují i možnosti nepolárních dielektrik, které se vnějším polem nepolarizují. K popsání těchto skutečností uvedme polarizaci dielektrik P , popisující velikost polarizace materiálu z makroskopického hlediska, jež je rovna rovnici [5], [9]

$$P = \kappa \varepsilon_0 E, \quad (1.5)$$

kde κ je dielektrická susceptibilita, která je vždy bezrozměrná, kladná a pro vakuum i pro vzduch přibližně rovna nule. Vztah mezi polarizací, elektrickou indukcí a intenzitou elektrického pole je popsán následující rovnicí

$$P = D - \varepsilon_0 E, \quad (1.6)$$

Pokud nyní dosadíme a upravíme rovnice 1.1, 1.5 a 1.7, dostaneme vyjádření pro vztah mezi relativní permitivitou a dielektrickou susceptibilitou materiálu

$$\kappa = \varepsilon_r - 1, \quad (1.7)$$

1.1.2 Polarizace z mikroskopického hlediska

Polarizace materiálu závisí ale zejména na množství a schopnosti polarizace částic v něm obsáhlých. V tomto případě lze tedy polarizaci popsat z pohledu vnitřní struktury materiálu

$$P = n \alpha_p E_{lok}, \quad (1.8)$$

kde n vyjadřuje počet polarizovatelných částic obsažených v materiálu, α_p značí polarizovatelnost neboli schopnost těchto částic se polarizovat a E_{lok} je intenzita lokálního elektrického pole uvnitř zkoumaného materiálu. Jestliže nyní vyjdeme z rovnic 1.5 a 1.8 lze stanovit vztah mezi relativní permitivitou materiálu a jeho polarizovatelností neboli Clausiovu-Mossotiho rovnicí [5], [9]

$$P_m = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{n\alpha}{3\epsilon_0}, \quad (1.9)$$

kde P_m značí poměrnou polarizaci. Počet částic v obecném množství materiálu ovšem lze jen těžko definovat, proto lze tento popis vztáhnout na objemovou jednotku měřeného materiálu za použití Avogadrovy konstanty N_A , měrné hustoty materiálu ρ a molární hmotnosti M

$$P_M = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \frac{M}{\rho} = \frac{N_A \alpha}{3\epsilon_0}. \quad (1.10)$$

1.1.3 Polarizační mechanismy

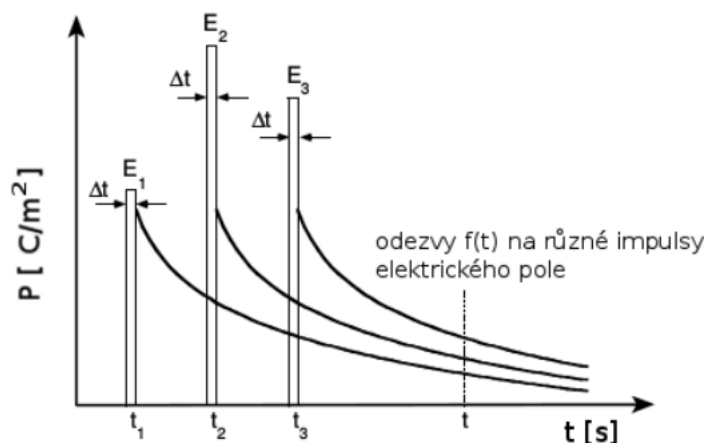
Jak jsme již uvedli, dielektrika obsahují vázané náboje, které se po přiložení elektrického pole polarizují a vychylují ve směru jeho působení. Tyto náboje jsou ovšem vázány na částice, rovnoměrně rozložené v celém objemu materiálu. Jsou především rozdílné svou silou vazby. Z toho plyne skutečnost, že po přiložení elektrického pole se náboje polarizují s rozdílnými časovými intervaly. Proto dělíme tyto děje na rychlé (pružné) mechanismy, zapříčiněné zejména silně vázanými elektrony a ionty a mechanismy relaxační, jenž mají určitou dobu ustálení. Elastická polarizace tedy probíhá prakticky okamžitě po umístění materiálu do elektrického pole, odezva relaxačního mechanismu je delší, zapříčiněna přeskupením slabě vázaných nábojů, které se vlivem tepelného pohybu vyskytují se stejnou pravděpodobností rovnoměrně rozmístěny v celém objemu materiálu. V reálném dielektriku se vyskytuje velmi mnoho relaxačních mechanismů, které se navzájem překrývají, přičemž každý z nich má jinou dobu odezvy. Pokud bychom uvažovali pouze jediný polarizační mechanismus reagující na přiložené elektrické pole, mohli bychom charakterizovat jeho polarizaci $P_{simple}(t)$ jako časově závislou odezvu následující rovnicí [4], [9]

$$P_{simple}(t) = \epsilon_0 E \Delta t f(t), \quad (1.11)$$

kde Δt je délka působení elektrického pole a $f(t)$ je časově závislá funkce, charakterizující odezvu vybraného polarizačního mechanismu. Pro definici celkové polarizace $P(t)$ je za předpokladu superpozice jednotlivých funkcí odezvy a počtu těchto funkcí jdoucího do nekonečna možné tyto děje integrovat v čase

$$P(t) = \varepsilon_0 \int_0^{\infty} f(\tau) E(t - \tau) d\tau. \quad (1.12)$$

Zde τ je časová konstanta odpovídající délce působení elektrického pole. Kromě počtu a délek působení relaxačních dějů v materiálu má každý materiál také charakteristickou funkci popisující tvar odezvy materiálu. Tedy pro každý materiál je vhodný jiný popis odezvy jeho polarizačních dějů.



Obr. 1.1: Příklady rozdílných funkcí odezvy v dielektrickém materiálu [4]

Dielektrika s konstantní relativní permitivitou $\Delta\varepsilon$ lze charakterizovat dielektrickou funkcí odezvy popsanou klasickým Debyeho exponenciálním modelem [4]

$$f(t) = \frac{\Delta\varepsilon}{\tau} e^{-t/\tau}. \quad (1.13)$$

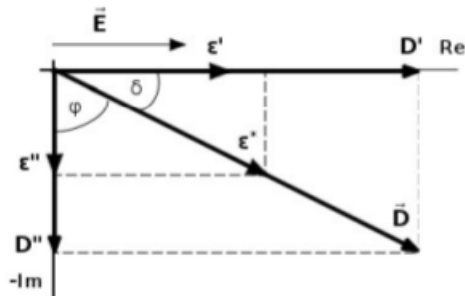
Bohužel tento model odpovídá pouze malé části používaných reálných dielektrických materiálů. Zejména se využívá pro polární kapaliny. Pro pevná dielektrika je mnohem častěji využíván mocninný Curie-von Schweidlerův model, který splňuje použití pro dielektrika s nekonstantní relativní permitivitou [4]

$$f(t) = A \cdot t^{-b}. \quad (1.14)$$

Zde A je teplotně závislá konstanta a parametr b se volí jako korekce časové funkce odezvy. Pokud tento parametr zvolíme ($b > 1$), potom výsledek bude divergovat k nulovému času, což by znamenalo, že se v systému nic nestalo. Jestliže bude naopak ($b < 1$), bude integrál reprezentující náboj uchovaný v systému také divergovat, což je fyzikálně nemožné. Z těchto dvou podmínek plyne podmínka, že model nelze aplikovat na extrémně krátké ani na extrémně dlouhé relaxační děje. Přesto lze jeho popis aplikovat na většinu známých dielektrických materiálů [4]

1.2 Dielektrické materiály ve střídavém elektrickém poli

Elektrické náboje obsažené v dielektrických materiálech mají schopnost se polarizovat a vychýlit ve směru působení tohoto pole ze svých rovnovážných poloh. Ve stacionárním neměnném poli se tyto náboje přeskupí a po určité době ustálí v rovnovážné poloze, dokud není působení vnějšího elektrického pole změněno. Pokud ale uvažujeme proměnlivost vnějšího pole, je nutné se zaměřit také na kinetické vlastnosti částic. Při změnách velikosti nebo polarity pole se částice musí neustále přeskupovat a sledovat jeho působení. Při tomto ději se musí vzít v potaz setrvačná síla částic při ustalování relaxačních mechanismů, která je příčinou zpoždění a fázového posunu vektoru elektrické indukce \vec{D} za vektorem elektrického pole \vec{E} , díky čemuž dochází v materiálech ke ztrátám.



Obr. 1.2: Fázorový diagram závislosti \vec{D} , \vec{E} a ϵ^*

1.2.1 Popis dielektrika ve střídavém elektrickém poli

Ve střídavém elektrickém poli dochází k rychlým změnám působících sil a dielektrikum je proto mnohem více namáháno než při poli statickém. Pro popis závislosti

indukce na střídavém elektrickém poli do rovnice 1.1 zahrneme zpoždění, neboli fázový posun δ , společně s úhlovou frekvencí ω , vyjadřující rychlost změny působícího elektrického pole [9]

$$\vec{D}_m e^{j(\omega t - \delta)} = \varepsilon_0 \varepsilon^*(j\omega) \vec{E}_m e^{j\omega t}, \quad (1.15)$$

kde \vec{D}_m je amplituda vektoru indukce, \vec{E}_m amplituda vektoru intenzity elektrického pole a ε^* se změnil na relativní frekvenčně závislou komplexní permitivitu, jenž popisuje kapacitní a ztrátové složky ve střídavém elektrickém poli

$$\varepsilon^*(j\omega) = \varepsilon' - j\varepsilon''. \quad (1.16)$$

Zde reálná část ε' popisuje kapacitní vlastnosti materiálu vyjádřené vlastní relativní permitivitou a imaginární část $j\varepsilon''$ znázorňuje ztrátové číslo, vyjadřující ztráty v dielektriku vlivem změn střídavého elektrického pole. Mezi těmito dvěma veličinami vzniká stejně jako mezi indukcí a intenzitou elektrického pole posuv o fázový úhel δ , který lze vidět na obrázku 1.3. Rovnicí lze tento posuv popsat pomocí goniometrické funkce jako

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}. \quad (1.17)$$

kde $\tan \delta$ je tzv. ztrátový činitel materiálu. Zanedbáme-li ztráty způsobené vodivostí dielektrika, lze vyjádřit komplexní permitivitu pomocí limitních hodnot jejích složek

$$\varepsilon'(\omega \rightarrow 0) = \varepsilon_s \quad \varepsilon'(\omega \rightarrow \infty) = \varepsilon_\infty. \quad (1.18)$$

$$\varepsilon''(\omega \rightarrow 0) = 0 \quad \varepsilon''(\omega \rightarrow \infty) = 0. \quad (1.19)$$

kde ε_s značí statickou relativní permitivitu a ε_∞ teoretickou optickou permitivitu při frekvenci blížící se nekonečnu. Po zavedení těchto veličin lze pro polární dielektrika odvodit podle Debye vztah, popisující komplexní permitivitu jako

$$\varepsilon^*(j\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}. \quad (1.20)$$

Zde τ vyjadřuje relaxační dobu popisovaného polarizačního mechanismu. Tato rovnice sice popisuje komplexní permitivitu ve střídavém elektrickém poli, ale je velmi specifická, jelikož je nutné pro její platnost dodržet množství podmínek [9]:

- nosiče dipólových momentů jsou na sobě nezávislé
- jediná specifická relaxační doba
- stejné vnitřní a vnější elektrické pole
- nižší použitá frekvence než frekvence tepelných kmitů dielektrika

Tady lze vidět, že Debayeho rovnice je sice pravdivá, ale využitelná jen pro malou skupinu materiálů, ve kterých se uplatňuje malé množství rozdílných relaxačních dějů. S rostoucím počtem těchto dějů totiž roste i chyba výpočtu. Pro zanesení více relaxačních mechanismů do rovnice je nutné uplatnit princip superpozice na všechny relaxační doby podílející se na polarizaci v intervalu od nuly do nekonečna a provést v tomto rozmezí jejich integraci

$$\varepsilon^*(j\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot \int_0^\infty \frac{y(\tau) \cdot d\tau}{1 + j\omega\tau}. \quad (1.21)$$

Zde $y(\tau)$ vyjadřuje distribuční funkci, která specifikuje podíl dipólů, jejichž relaxační doby jsou zahrnuty v intervalu τ a $\tau + d\tau$. Debayeho vztah byl později několikrát zjednodušen a modifikován konstantami pro praktičtější využití, jelikož integrace a stanovení distribuční funkce bylo značně složité. Jedna z podob konečného vztahu vyjadřujícího komplexní permitivitu ve střídavém poli i pro složitější materiály je Havriliaki-Negamiho vztah [5], [9]

$$\varepsilon^*(j\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{(1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha})^\beta}. \quad (1.22)$$

Parametr α s rozmezím $0 < \alpha < 1$ v tomto vztahu modifikuje šířku relaxačního spektra a β s rozmezím $0 < \beta < 1$ charakterizuje rozložení relaxačních dob v distribuční funkci.

1.2.2 Dielektrické ztráty

dielektrických materiálech vlivem složitých nestacionárních vlivů dochází k mnoha elektrickým ztrátám, projevujícím se zejména přeměnou elektrické energie na energii parazitní, jako je například tepelná či mechanická. K těmto nechtěným jevům přispívají v proměnném poli zejména pomalé polarizační mechanismy, které nestačí sledovat změny elektrického pole. K popisu polarizačních ztrát z Debayeho vztahu

je možné po úpravách vyjádřit samostatně reálnou a imaginární část komplexní permitivity (rozložení lze provést i pro integrální tvar)

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega^2\tau^2}, \quad \varepsilon'' = \frac{\omega\tau \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + j\omega^2\tau^2} \quad (1.23)$$

Z těchto vztahů představuje imaginární část ztráty způsobené polarizací materiálu. Do vyjádření celkových ztrát způsobených specifickým polarizačním mechanismem je důležité do komplexní permitivity zavést i ztráty vlivem vlastní parazitní vodivosti γ , způsobené volnými náboji ve zkoumaném materiálu [5]

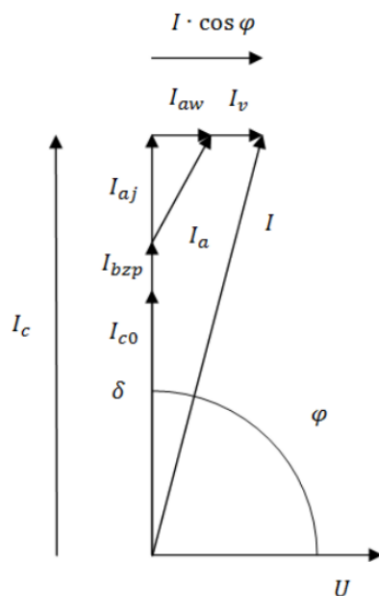
$$\varepsilon'' = \varepsilon_{pol} + \frac{\gamma}{\omega\varepsilon_0}. \quad (1.24)$$

Tyto příspěvky ztrátové vodivosti jsou způsobeny zejména vodivostí elektronovou, zapříčiněnou volnými elektrony vlastního dielektrika a iontovou vodivostí, danou nečistotami či poruchami krystalické mřížky reálných pevných dielektrických materiálů. Dále je tato vodivost blíže popsána v následující kapitole konduktivita vodivých elektrokeramik. V praxi jsou celkové ztráty materiálu mezi měřícími elektrodami o ploše S a vzdálenosti l obvykle hodnoceny pomocí již zmíněného ztrátového činitele nebo přepočteny a vyjádřeny jalovým výkonem P_z , který je důsledkem nevyužité energie elektrického pole

$$P_z = \frac{U^2\omega C \tan\delta}{lS}. \quad (1.25)$$

Tato rovnice je ekvivalentní ztrátám vyjádřeným v komplexní permitivitě. Zde se pro výpočet uplatní měřené napětí U a celková kapacita C zkoumaného dielektrika. Ze vztahu je patrné, že výsledný jalový výkon je závislý také na velikosti působícího pole a jeho frekvenci.

Reálné materiály i přes veškerou snahu vždy obsahují nečistoty a nehomogenity, ve kterých je materiál mnohem více namáhán. Energie, která se nestačí naindukovat do systému, je nejčastěji přeměněna na Jouleovo teplo a vyzářena do okolí. Pokud není teplo dostatečně dobře odváděno, přirozené nehomogenity se znásobují a v krajních mezích dochází k deformaci či k průrazu dielektrikem. Ztráty lze tedy aplikací ztrátového činitele uvést i jako výkon spotřebovaný na parazitní jevy. V tomto případě je ztrátový výkon přepočten z tangenty úhlu, svírajícího vektor měřeného proudu a napětí, jak bylo naznačeno v rovnici 1.25. Dále jsou v následujícím rozkreslení vidět složky výsledného vektoru proudu se specifickým úhlem δ .



Obr. 1.3: Znázornění ztrátového úhlu δ při použití vektorů napětí a proudu [9]

Konkrétně se jedná o I_{c0} , značící proud dodaný k nabití geometrické kapacity dielektrika ($C_0 = \varepsilon_0(S/l)$), kde S je plocha elektrod kondenzátoru a l je jejich vzdálenost. Dále I_{bjp} popisují proud při rychlých polarizacích, I_{aj} je bezztrátová složka absorpčního proudu I_a značící nabití kapacity C_x , která naroste oproti geometrické kapacitě v důsledku polarizace. Jalová složka absorpčního proudu I_{aw} , vyjadřující ztráty relaxačními polarizacemi a složka I_v , udávající ztráty vlastní vodivosti. Fázeový diagram odpovídá skutečnosti, že ztrátový činitel je ovlivňován polarizacemi a vlastní vodivostí, jak jsme již zmínili při definici ztrátové imaginární části u komplexní permitivity.

1.2.3 Použití elektrokeramik

Keramikou využíváme v průmyslu k mnoha aplikacím, díky jejím jedinečným vlastnostem, jako je například pevnost, tvrdost, odolnost vůči teplotě nebo nízká elektrická vodivost. V elektronice se tedy uplatňuje zejména poslední jmenovaná vlastnost. Tato práce je zaměřena především na působení nízkých intenzit elektrického pole na anorganická pevná dielektrika, jako jsou vodivé keramiky, kde je vodivost dána volnými náboji iontového či elektronového charakteru. V běžně využívaných pevných dielektrických materiálech, při použití intenzit elektrického pole $E < 10$ kV/mm², se uplatní spíše ionizační charakter vodivosti dielektrika. Popis vnitřní vodivosti γ v pevných dielektrik je složitý, ale dá se vycházet z pohyblivosti iontů podílejících se na vedení proudu dielektrikem a pomocí modelu dvojité potenciálové

jámy odvodit rovnici [9]

$$\gamma_v = \frac{n f_0 q^2 l^2}{6kT} \cdot e^{-W/kT}. \quad (1.26)$$

této rovnici je n koncentrace iontů, f_0 frekvence tepelných kmitů, q elementární náboj iontu, l vzdálenost rovnovážných poloh, k Boltzmanova konstanta ($1,381 \cdot 10^{-23}$ J/K), T termodynamická teplota a W výška potenciálové bariéry.

Konduktivita elekticky vodivých keramik

Jednoduché vysvětlení elektronové vodivosti v keramice spočívá ve vedení proudu keramickým materiálem díky volným elektronům. V čisté keramice ovšem v běžné pokojové teplotě není výskyt těchto volných elektronů velký, jelikož atomy keramiky drží pohromadě a odtrhnutí elektronu a následné vakance či jiné mřížkové defekty neumožňují. Reálná keramika obsahuje bohužel nečistoty, které mají rozdílnou vazbu a vytváří tím centra pro generaci těchto defektů. Působí tedy jako donory či akceptory a keramika získává vlastní elektrickou vodivost. Tyto nečistoty mohou být vytvořeny i uměle dle potřeby a využití keramiky. Keramiky jsou pro zvýšení vodivosti dotovány příměsemi, což vede k vytvoření speciální struktury a vlastností keramiky. Společně s poruchami a generací elektronu dochází i ke vzniku iontů s různými vazbami a potenciály. Tyto ionty se poté rekombinacemi pohybují materiálem a tvoří rychlou iontovou vodivost. Za normálních podmínek je těchto iontů v materiálu poměrně málo. Ovšem s narůstající teplotou se energetické stavy atomů zvyšují a dochází k větší pravděpodobnosti vzniku iontů. Iontová vodivost se využívá například pro plynové senzory, baterie a palivové články. Typickým příkladem zkoumaným i v následné diplomové práci je ZrO_2 dotovaný ionty yttria Y^{3+} nebo vápníku Ca^{2+} , čímž se tvoří vakance iontů oxidu O^{2-} , které se s narůstající teplotou stávají vysoce mobilními [10].

2 METODA MĚŘENÍ

Nyní bychom měli být obeznámeni se základními procesy vyskytujícími se v dielektrických materiálech ovlivňovaných elektrickým polem. V praxi kromě samotného měření dielektrických vlastností potřebujeme také tyto vlastnosti matematicky zformulovat pro další využití. Jak je již známo, každé dielektrikum má své specifické vlastnosti a specifické polarizační mechanismy. V praxi existují zobecněné vztahy popisující homogenní jednoduchá dielektrika. Ovšem v reálném světě většinou dielektrika nejsou jednoduchá ani homogenní. Proto je pro popis složitějších systémů nutné převést tyto složité děje do zjednodušených formulací.

2.1 Impedanční spektroskopie

Metoda impedanční spektroskopie nám umožňuje popsat elektrické vlastnosti složitějších materiálů prostřednictvím interpretace jejich komplexních impedančních složek. Metodu je možné aplikovat dvěma způsoby. Buď přivedením konstantního napětí se superponovaným střídavým napěťovým signálem o nízké amplitudě na měřicí elektrody a měření výstupní proudové odezvy, nebo je na elektrody obráceně zaveden střídavý proudový signál a měřena změna potenciálu. Oba zmíněné postupy se opírají o empirický vztah Ohmova zákona, pomocí kterého se určí odporové vlastnosti materiálu. V případě střídavého elektrického pole jsou odporové vlastnosti systému interpretovány jako impedanční komplexní odezva na frekvenční spektrum vstupního signálu [14]

$$Z^*(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{I(j\omega)} = Z'(\omega) \cdot jZ''(\omega). \quad (2.1)$$

Obvykle nastavovaný frekvenční rozsah při měření bývá od mHz do Mhz. Měření může být prováděno buď jednotlivě, v každém kroku změny kmitočtu (metoda "single-sine"), což vede k vyšší přesnosti, jelikož se následná měření tolik neovlivňují. V tomto případě se čeká na odeznění relaxací, což je výhodou při měření vyšších frekvencí. Nebo je využíváno superponace více frekvencí najednou (metoda "multi-sine"), ovšem to vede ke snížení použitelného frekvenčního rozsahu [2], [6], [14].

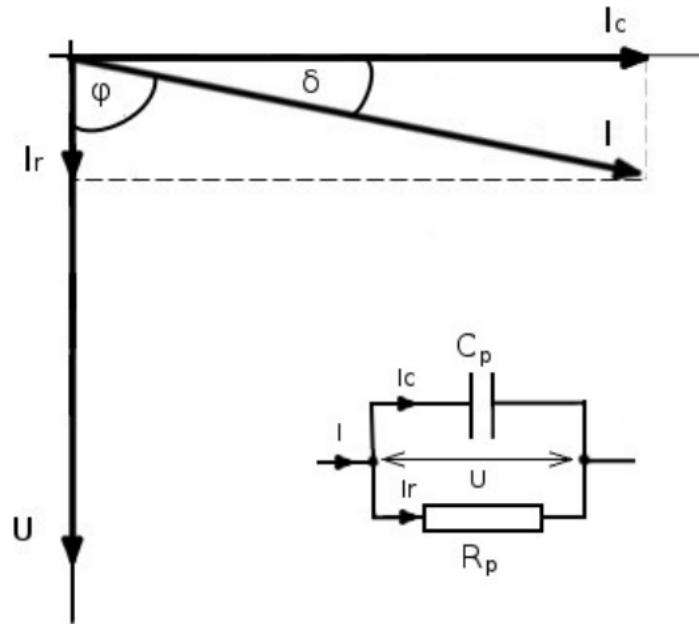
2.1.1 Náhradní obvody

Po naměření celého impedančního spektra se dále snažíme nalézt obvod, který by měl ekvivalentní impedanční charakteristiku jako naměřené hodnoty. Ekvivalentní

obvody musí být co nejjednodušší, ale s nejdůležitějšími vlastnostmi měřeného materiálu, aby bylo možné dále schémata kombinovat a simulovat využitím počítačové techniky. Pro modelování polarizačních dějů se využívají modely kombinující zejména ideální kondenzátor, představující kapacitní složky systému a rezistor, jenž popisuje parazitní vodivost reálného dielektrika. Nezákladnějšími náhradními obvody s těmito prvky jsou sériové nebo paralelní zapojení.

Paralelní náhradní obvod

Toto RC zapojení modeluje elektrody, mezi které je vložen materiál specifický svou vlastní vnitřní vodivostí. Toto zapojení interpretuje klesající ztrátové číslo a ztrátový činitel při zvyšujícím se kmitočtu. Níže je zakresleno schéma náhradního obvodu společně s fázorem a příslušnými vztahy [7], [12]



Obr. 2.1: Paralelní náhradní obvod s jeho fázorovým diagramem [11]

$$Z^*(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + j\omega C_p} = j\omega C_0 \varepsilon^*, \quad \tan \delta = \frac{1}{\omega C_p R_p} \quad (2.2)$$

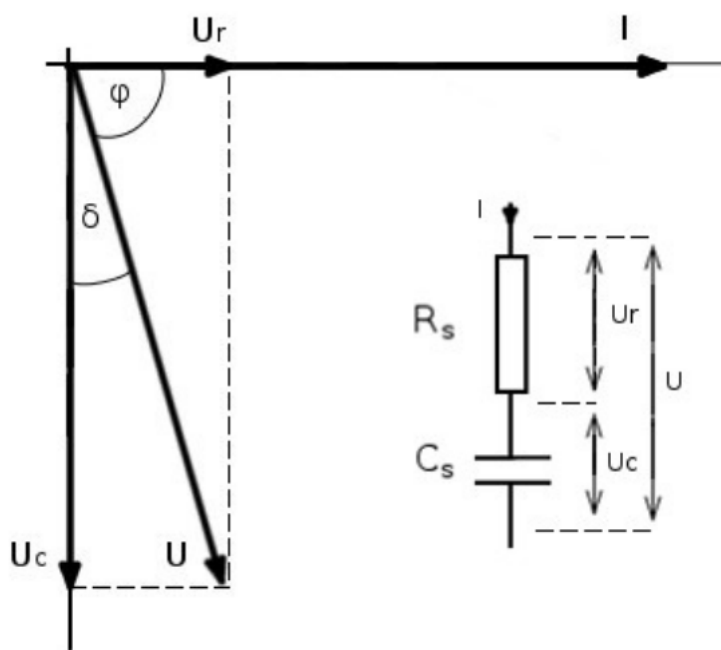
Zde C_p a R_p jsou prvky náhradního obvodu znázorněného na obr 2.1. Pro výpočet hodnot těchto prvků lze využít jejich geometrii a základních tabulkových veličin dielektrika, jako je jeho vodivost γ nebo relativní permitivita ε_r

$$R_p = \frac{d}{\gamma S}, \quad C_p = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}. \quad (2.3)$$

kde d je vzdálenost elektrod a S jejich plocha.

Sériový náhradní obvod

Zapojení RC v sérii se pro tento účel používá méně. Svoji podstatou vystihuje ztráty vzniklé přívodem elektrod a přechodovým odporem. Schéma společně s fázory a odpovídajícími vztahy je naznačeno níže [7], [12]



Obr. 2.2: Sériový náhradní obvod s jeho fázorovým diagramem [11]

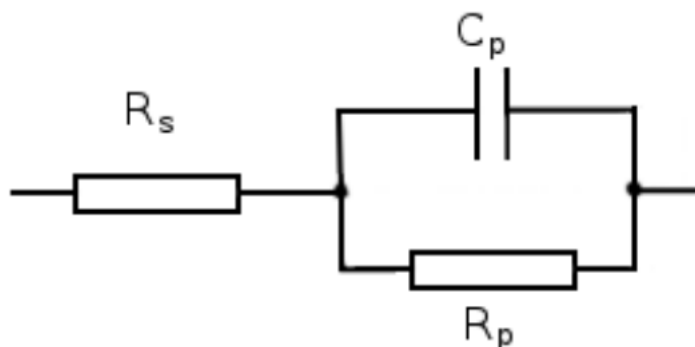
$$Z^*(j\omega) = \frac{1}{R_s + \frac{1}{j\omega C_s}} = j\omega C_0 \varepsilon^*, \quad \tan \delta = \omega C_s R_s. \quad (2.4)$$

Zde C_s a R_s jsou prvky náhradního obvodu znázorněného na obr 2.2. K výpočtu hodnot těchto součástí lze využít předešlé hodnoty paralelního náhradního obvodu [5]

$$R_s = R_p \frac{\tan^2 \delta}{1 + \tan^2 \delta}, \quad C_s = C_p (1 + \tan^2 \delta). \quad (2.5)$$

2.1.2 Náhradní schéma měření reálného dielektrika

Z předchozí části již máme možnost modelovat základní vlastnosti nejjednoduššího dielektrického materiálu, složeného pouze z jedné stejnorodé látky specifické permittivity či vodivosti. Pokud požadujeme popis složitějších nehomogenních materiálů, je potřebné náhradní obvody kombinovat nebo modifikovat, abychom dosáhli chtěných výsledků. Dále musíme uvažovat chybu měření, způsobenou vnesením parazitních hodnot samotnými měřicími přístroji. Pokud dodržíme tyto podmínky, je možné, vcelku přesně interpretovat komplikovanější strukturu produktů, jako jsou například i vodivé keramiky nebo polymery. Měření kondenzátoru s reálným dielektrikem je také závislé na vlastní vodivosti systému. Modelování systému pouze jedním ze základních náhradních schémat bohužel nepokryje současně relaxační ztráty i ztráty způsobené vodivostí, která se uplatňuje především při limitních hodnotách frekvence $\omega \rightarrow 0$ a $\omega \rightarrow \infty$. Při těchto kmitočtech není systém již závislý na kapacitanci, ale v jeho náhradním popisu se uplatňuje pouze již zmíněná impedance vodivostního charakteru. Tato impedance se v náhradním modelu značí sériovou rezistivitou R_s před paralelní kombinací RC, jak je značeno níže.



Obr. 2.3: Náhradní obvod RC s ekvivalentní impedancí reálného dielektrika

Pro $\omega \rightarrow 0$ se v dielektriku nevyskytují polarizační změny, tedy impedance je stanovena pouze složkou odporu elektrod včetně jejich přechodové rezistivity a odporu způsobeného vodivostí dielektrika. V obvodu na obrázku 2.3 tyto vlastnosti vystihuje kondenzátor C_p , neboť kondenzátor při nulovém kmitočtu tvoří nekonečný odpor a impedance je rovna $Z(j\omega) = R_s + R_p$. Systém se tedy nachází ve statickém elektrickém poli. Pokud naopak $\omega \rightarrow \infty$, systém nedokáže sledovat změnu polarity působícího elektrického pole a C_p vytvoří zkrat. Impedance je v tomto případě rovna $Z(j\omega) = R_s$. Pro všechny ostatní kmitočty je impedance měřeného systému závislá na relaxačních ztrátách, ve schématu značených RC obvodem. V Nyquistově diagramu se tato skutečnost projeví posunutím křivky ve směru osy reálné impedance.

Výslednou impedanci modelu na obrázku 2.3 charakterizují následující vztahy. Pro názornost, s možností pozdější interpretace formou grafu, jsou komplexní složky impedance rozděleny na imaginární a reálnou [12]

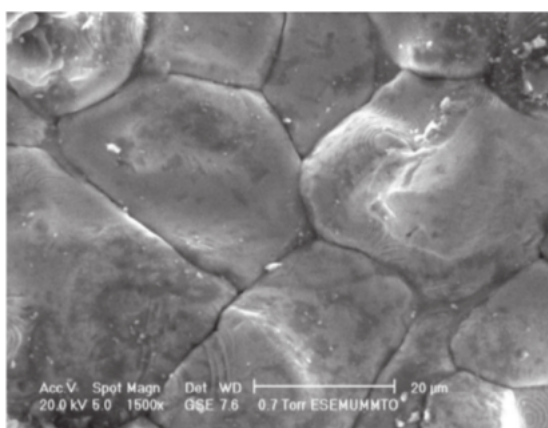
$$Z_{re} = R_s \frac{R_p}{\omega^2 R_p^2 C_p^2}, \quad (2.6)$$

$$Z_{im} = -\frac{\omega R_p^2 C_p}{1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2}, \quad (2.7)$$

S odkazem na tyto rovnice lze popsat měřené dielektrikum. Při měření dále dochází k připojení parazitních odporů a kapacit, které má na vstupu samotný měřicí přístroj společně s dalšími nechtěnými vloženými hodnotami vyskytujícími se mezi měřícím přístrojem a měřeným systémem. Přehled experimentálně zjištěných vložených parazitních prvků je nastíněn na kompletním náhradním obvodu měřeného systému v příloze č. B.

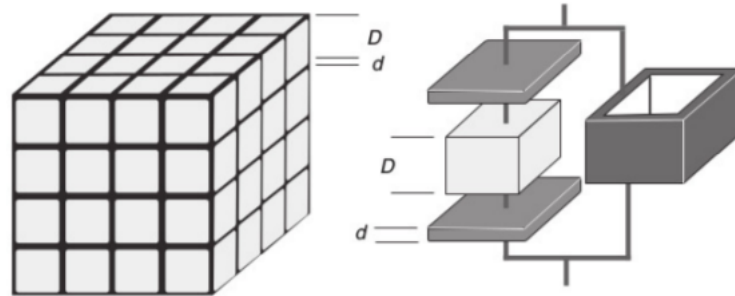
2.1.3 Modelování vnitřní struktury materiálu

Jak bylo již uvedeno, zde se zabýváme zejména pevnými dielektrickými materiály, konkrétně vodivou keramikou používanou v elektrotechnické praxi. Tyto materiály nejsou homogenní a jejich struktura je složena z více než jedné látky. Pokud by keramika byla zkoumána při vysokém rozlišení mikroskopem, byly by vidět přechody mezi jednotlivými zrny keramického materiálu, tvořené především oxidy. Příklad reálné struktury lze vidět na následujícím obrázku.



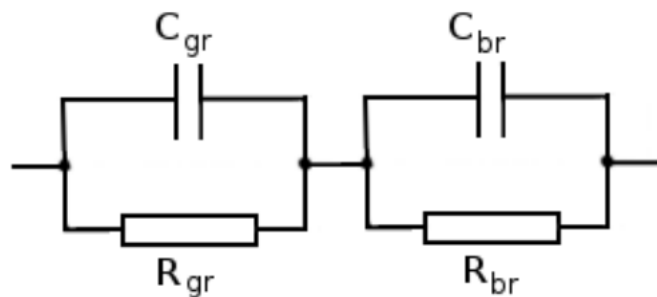
Obr. 2.4: Vnitřní struktura keramiky focená pod mikroskopem [2]

Každá z těchto stavebních částic má svoji vlastní permitivitu a kapacitanci. Je proto vhodné při popisu a simulaci keramického celku na něj pohlížet jako na mikrostrukturu, tvořenou více částmi elementárních stavebních buněk.



Obr. 2.5: Náhradní model vnitřní struktury keramiky [1]

Na výše uvedeném obrázku je znázorněn model pro popis této vnitřní struktury, někdy nazývaný také "brick-layer (cihlově vrstvený) model", kde velikost zrna je D a vzdálenost prostorové hranice mezi zrny d . Z těchto informací lze usoudit, že pro popis elementární částice měřeného materiálu je dobré separovaně popsat impedanci zrna a impedanci přechodové mezery. Každá z těchto částí se bude vyznačovat svou vlastní odlišnou vodivostí a permitivitou. Jelikož je cílem této práce simulovat prostorové elektrické pole a impedanci materiálu v závislosti na změně tohoto pole v prostoru, využijeme vyznačený model, který nám pomůže matematicky popsat měřený materiál. Jestliže je splněna podmínka $d \ll D$ pro elementární částice materiálové struktury znázorněné na obrázcích 2.4 a 2.5, je možné využít náhradního obvodu [1].



Obr. 2.6: Náhradní obvod základní částice struktury vodivé keramiky

Obvod se rozdělil na dva sériově řazené paralelní obvody charakterizující specifickou část stavební částice materiálu. Imaginární a reálná složka impedance takto popsaného modelu je nyní [2]

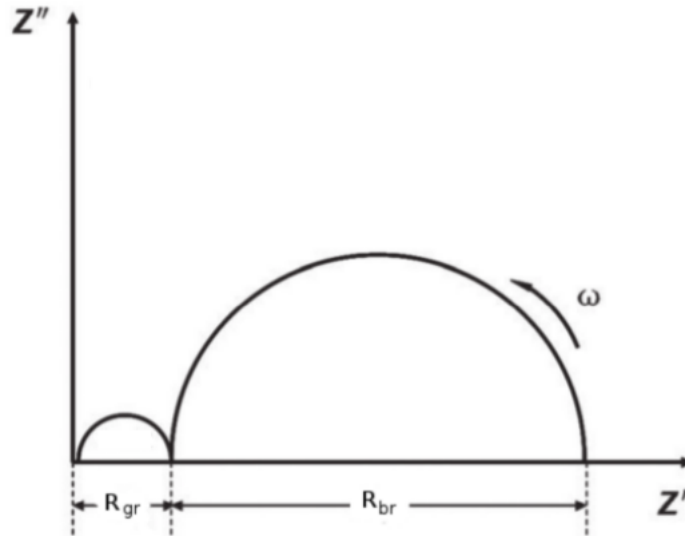
$$Z_{re} = \frac{R_{gr}}{1 + (\omega R_{gr} C_{gr})^2} + \frac{R_{br}}{1 + (\omega R_{br} C_{br})^2}, \quad (2.8)$$

$$Z_{im} = \frac{\omega R_{gr}^2 C_{gr}}{1 + (\omega R_{gr} C_{gr})^2} + \frac{\omega R_{br}^2 C_{br}}{1 + (\omega R_{br} C_{br})^2}, \quad (2.9)$$

kde R_{gr} a C_{gr} představuje odpor a kapacitu zrna a R_{br} a C_{br} odpor a kapacitu přechodové mezery mezi zrny. Jestliže budeme znát velikosti těchto částí, lze odpory a kapacity spočítat využitím rovnice 2.3.

2.1.4 Interpretace výsledků

Z výsledných naměřených nebo spočtených komplexních impedancí se stanoví grafické výstupy. Kromě mnoha dalších interpretací se ke grafickému porovnání nejčastěji používá Nyquistův diagram. Zobrazuje závislost reálné a imaginární složky impedance a současně vypovídá o frekvenční závislosti těchto složek. Pro námi specifikovaný layer-bridge model stavební částice je pro představu naznačen níže.



Obr. 2.7: Nyquistův diagram pro brick-layer model upraveno podle [2]

Ačkoliv graf obsahuje kromě závislosti komplexní impedance i informaci o frekvenci, je odečtení frekvence v tomto grafu obtížné. Proto k tomuto grafu doplňujeme ještě Bodeův graf, který je interpretován samostatně jako závislost absolutní hodnoty impedance na frekvenci. Díky těmto grafům lze rychle a spolehlivě interpretovat rozdíly měření komplexních impedancí.

3 MODEL A SIMULACE MĚŘENÍ

Jak již bylo řečeno, cílem práce je stanovit vliv polohy měřících elektrod na přesnost měření impedance zkoumaného materiálu. Experimentální ověřování je náročné, a proto se v praxi využívají simulační metody, využívající matematických a geometrických modelů měřených struktur. V předchozí části byly popsány a objasněny jevy, vyskytující se v materiálech při působení vnějšího elektrického pole. Simulační programy využívají těchto popisů materiálu, společně s popisy šíření elektrického pole, k numerickému a grafickému výstupu. Výhodou těchto simulací je flexibilita a rychlost dosažení výsledku díky vytvoření virtuálního modelu zkoumaného prvku.

3.1 Simulace elektrického pole

Jestliže jsou simulovány elektrické vlastnosti dielektrika formou prostorových změn materiálu, je vhodné nejprve definovat popis změn elektrického pole, které jsou v těchto simulacích využívány. K tomu lze vycházet z Maxwellových rovnic, vysvětlujících vzájemné souvislosti elektrických veličin v diferenciálním i integrálním tvaru. Základem této teorie jsou čtyři následující formulace chování elektromagnetismu společně s rovnicí kontinuity proudové hustoty [citeboldis13](#).

1. Ampérův zákon celkového elektrického proudu

Někdy též nazýván jako zákon magnetoelektrické indukce, který popisuje přeměnu rotace vektoru magnetické intenzity H po křivce l , opisující plochu S , na indukovaný elektrický proud I , tekoucí kolmo touto plochou

$$\oint H \cdot dl = I + \frac{d\psi}{dt}, \quad \nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (3.1)$$

Zde J definuje proudovou hustotu a člen $\partial D/\partial t$ je tzv. posuvný Maxwellův proud, kde ψ je tok elektrického pole plochou S . Rotace vektoru magnetické intenzity je zde pro diferenciální tvar rovnice zapsána v symbolicko-komplexním tvaru pomocí operátoru nabla (∇). Tento operátor slouží pro zjednodušenou interpretaci základních diferenciálních operátorů jako je div, rot nebo grad ve vektorové analýze a v základním tvaru tento operátor představuje vektor parciálních derivací.

2. Faradayův indukční zákon

Někdy též nazýván zákon elektromagnetické indukce, jenž vystihuje vztah mezi působením cirkulace vektoru E po křivce l a záporně vzatou časovou derivací magnetického toku Φ , procházejícího plochou vytyčenou křivkou l

$$\oint E \cdot dl = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \nabla \times E = \frac{\partial B}{\partial t}. \quad (3.2)$$

Zde B je magnetická indukce.

3. Gaussův zákon elektrostatiky

Tento zákon specifikuje prostup vektoru indukce D pomyslnou kulovou plochou obklopující celkový náboj Q , obsažený v objemu V této pomyslné koule. Divergence vektoru indukce D je rovna hustotě objemového náboje ρ

$$\oint D \cdot dS = Q, \quad \nabla \cdot D = \rho. \quad (3.3)$$

4. Zákon kontinuity magnetické indukce

Ten popisuje skutečnost, že výtok indukce B z uzavřené plochy je vždy nulový

$$\oint B \cdot dS = 0, \quad \nabla \cdot B = 0. \quad (3.4)$$

Rovnice kontinuity proudové hustoty

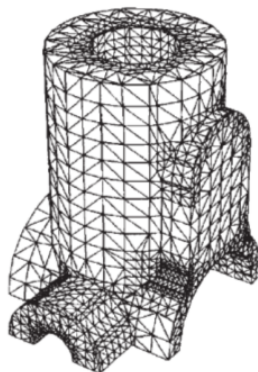
Tato rovnice nám k předchozím Maxwellovým vztahům upřesňuje zákon zachování náboje. Tedy dokazuje že pro změnu náboje v určitém místě je nutné uvažovat proudový tok, vedoucí ke změně náboje v jiném místě, aby bylo zajištěno, že náboj nikde nevzniká nebo nezaniká samovolně.

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.5)$$

3.2 Metoda konečných prvků

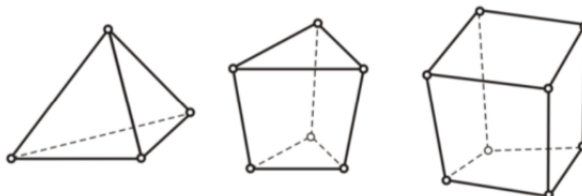
Počítání jevů vyskytujících se v dielektriku analytickými metodami má výhodu interpretace výsledků spojitých po celém prostoru zkoumaného systému. Ovšem toto platí pouze za podmínky homogenního systému, na který lze analytickou metodu aplikovat. V běžné praxi se ovšem vyskytují převážně nehomogenní, složité materiály. K propočtu jevů vyskytujících se ve složitějších systémech se stále více využívá

analýza metodou konečných prvků (Finite Element Analysis - FEA). Využívá přitom převedení komplikovaných diferenciálních rovnic na numerickou analýzu pomocí rozdělení celku spojitého materiálu na konečný počet elementárních prvků. Jednotlivé diskrétní prvky jsou vrstveny vedle sebe a jsou vzájemně propojeny uzlovými body. V každém z těchto bodů se při simulaci řeší přestup energie mezi sousedními elementy, kde se diferenciální rovnice nahrazují algebraickými soustavami rovnic a počítají přestupy energie mezi těmito prvky s využitím Maxwellových diferenciálních rovnic. FEA je založena na rozdíl od analytických metod na aproximaci funkcí na krátkém intervalu, pomocí nejjednodušších aproximačních polynomů, nejčastěji lineárních funkcí. S nástupem CAD softwarů se tato metoda ještě vylepšila a zjednodušila, neboť 3D modely vytvořené těmito programy je možné s pomocí FEA snadněji diskretizovat. Diskretizovanou síť elementárních prvků spojených uzlovými body v těchto programech nalezneme pod pojmem MESH.



Obr. 3.1: Generovaná síť elementárních prvků tvořící celkový 3D model [8]

Čím hustější je síť a tedy čím menší jsou velikosti konečných prvků, tím menší je interval mezi jednotlivými uzly a tím i přesnější aproximace. V simulačních programech jako jsou ANSYS, SOLIDWORKS, COMSOL aj. se nejvíce využívá tvarů čtyřstěnu nebo šestistěnu, avšak setkat se můžeme i s jinými geometrickými tvary.

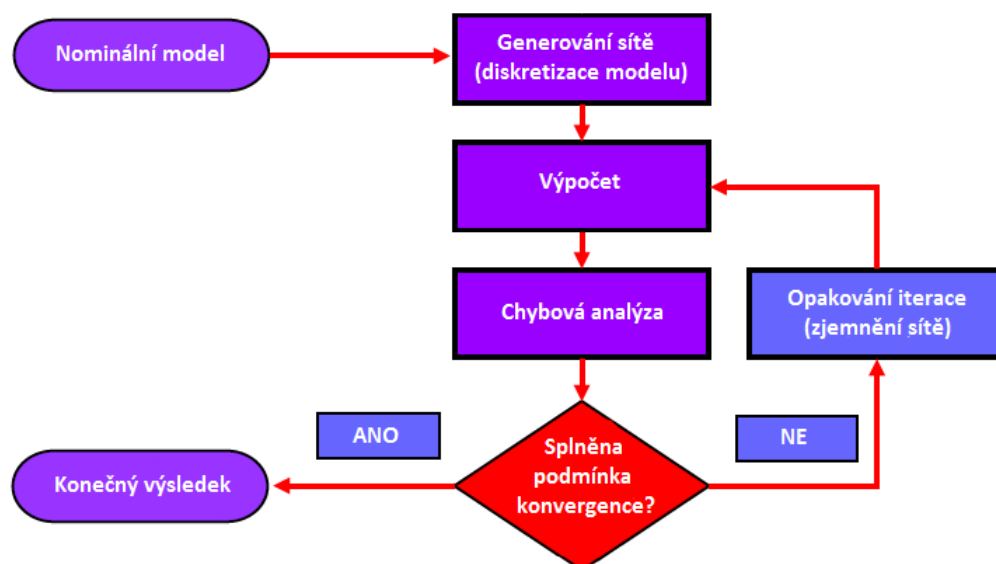


Obr. 3.2: Základní tvary elementárních prvků při simulaci FEM [3]

Pro vytvoření modelu zkoumaného systému je nejjednodušší variantou využít program SOLIDWORKS, který nabízí oproti dalším softwarům snadné intuitivní chování. Bohužel v základní verzi tohoto programu není zahrnut modul pro simulaci elektromagnetického pole, který je možné aktivovat až rozšířením o verzi Electro MagneticWorks. Vytvořený model je proto vhodné přenést do prostředí programu ANSYS, který má mnohem robustnější základ k simulování procesů elektromagnetického pole a je využitelný v rámci verze vlastněné fakultou elektrotechniky VUT v Brně, popřípadě vytvořit jednodušší model přímo v ANSYSU.

3.3 Obecný princip simulace metodou FEA

Jestliže dokážeme model správně diskretizovat a vytvořit tím základ pro numerickou analýzu, můžeme přikročit k samotným automatizovaným výpočtům. Proces, provázející každou iteraci je znázorněn na následujícím algoritmu



Obr. 3.3: Algoritmus numerických výpočtů systému ANSYS Maxwell [15]

Z tohoto algoritmu je patrné, že při každé iteraci systém kontroluje zadaná kritéria konvergence. Ty jsou zadávány před každou simulací a společně s určením základní jemnosti sítě ovlivňují přesnost, ale také náročnost výpočtů. Algoritmus při hledání vhodné aproximace hledá takovou funkci, která má chybu menší než je uživatelem definována při počátečním nastavování simulace (kritéria konvergence). Tato celková chyba je složena z chyb simulace na jednotlivých prvcích diskretizované sítě [15]

$$PEE = \frac{LRE}{TE} \cdot 100 \quad (3.6)$$

kde PEE je percent energy error (celková procentuální chyba), LRE Local residual energy (lokální odchylka od skutečné energie na prvku) a TE je total energy (celková energie systému).

3.3.1 Operace výpočetního algoritmu

Abychom lépe porozuměli možnostem modelování elektrického pole za použití počítačové aparatury, vysvětleme si tuto simulaci na simulaci elektrostatického pole v materiálu. Zde systém ANSYS dosazením známých okrajových podmínek, což je v našem případě potenciál elektrod ϕ_e , převede rovnici Gausova zákona elektrostatiky 3.1

$$\operatorname{div}D = \operatorname{div}\epsilon E = \rho \quad (3.7)$$

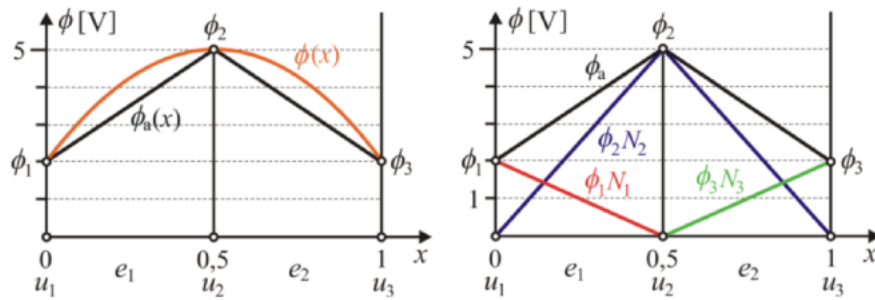
na tvar Poissonovy rovnice [3]

$$-\Delta\phi = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (3.8)$$

kde $\Delta = \operatorname{div} \operatorname{grad}$ značí tzv. Laplaceův operátor a kde $-\operatorname{grad}\phi$ zastupuje elektrickou indukci E . Jestliže namísto divergence využijeme numerické derivace, lze tento matematický model počítat pomocí hledání vhodných aproximačních funkcí, k čemuž je možné využít některou z numerických aproximačních metod, jako je například metoda nejmenších čtverců. Pro pochopení aproximačních metod systémů využívajících MKP uvažujme pouze jednorozměrný prostor, například vymezený úsek nebo také interval, kde nenulové potenciály na obou koncích úseku budou tvořit počáteční podmínky. Tento interval rozdělme na dvě části vymezené třemi uzlovými body. Jestliže je znám potenciál okrajových bodů ϕ_1 , ϕ_2 , díky určení počátečních podmínek, lze neznámý potenciál ϕ_3 ve třetím uzlovém bodu dopočítat pomocí součtu lineárních aproximačních funkcí [3]

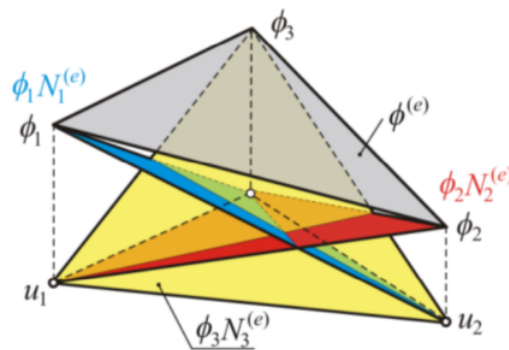
$$\phi_a = \phi_1 N_1 + \phi_2 N_2 + \phi_3 N_3 \quad (3.9)$$

Zde N_1 , N_2 , N_3 jsou hledané aproximační funkce. Sestavení těchto aproximačních funkcí se odvodí z rovnice přímky ($N_i(x) = ax + b$). Ilustrace aproximace intervalu v jednodimenzionálním prostoru je na následujícím obrázku



Obr. 3.4: Aproximace funkce ϕ_x soustavou lineárních rovnic v 1D prostoru [3]

V praxi ovšem potřebujeme k potřebným simulacím aproximovat ve dvou a třírozměrných prostorech. Pro 2D simulace se postupuje dle téměř stejných principů, ovšem k popisu aproximační funkce potenciálu se vychází z rovnice roviny $N_i^{(e)}(x, y) = ax + by + c$, kde tato rovina má tři uzlové body. Při výpočtu aproximační funkce pro konkrétní uzel je hodnota potenciálu v tomto uzlu rovna "1" a u ostatních dvou se rovná "0". Aproximace je tedy počítána po ploše směřující k oběma těmto bodům



Obr. 3.5: Aproximace funkce ϕ_x soustavou lineárních rovnic v 2D rovině [3]

K výpočtu aproximačních funkcí 3D prostoru se poté využívá alespoň nejjednodušší lineární čtyřstěn, tvořený nejméně čtyřmi uzlovými body. Aproximační funkce pro prostor je vypočtena lineární tvarovou funkcí $N_i^{(e)}(x, y, z) = ax + by + cz + d$. Výpočet potenciálu dvou a vícerozměrných polí vede vždy na soustavu lineárních rovnic. Počet těchto rovnic přímo ovlivňuje potřebnou výpočetní kapacitu a čas na dosažení výsledků. Detailnější informace o numerických metodách lze najít v literatuře [3] a [8], ze které bylo čerpáno i při psaní této práce.

4 PRAKTICKÁ ČÁST - SIMULACE

V této části práce si rozebereme využití počítače pro nasimulování elektromagnetického pole a jeho vlivu na vložený třírozměrný model. Pro vytvoření takového modelu se dá využít téměř jakýkoli samostatný CAD software, je ovšem výhodnější z hlediska kompatibility, když je model utvářen ve stejném programu, ve kterém se poté simulují elektromagnetické změny. V této oblasti je v současnosti k dispozici několik simulačních programů, které mají možnost těchto simulací, avšak liší se způsoby numerických výpočtů i specializací na řešení vybraných problémů. Jedním z nejlépe propracovaných výpočetních softwarů je program ANSYS, který je kromě jiného uzpůsoben na simulace elektromagnetického pole. Jelikož se v praxi velice často využívá také proměnného elektrického pole, byl pro tento účel řešení dále vyvinut specializovaný produkt ANSYS Maxwell, který umožňuje rozšíření základní verze a tím řešení i složitějších praktických problémů, jaké jsou řešeny například v této práci.

4.1 ANSYS

Jak již bylo zmíněno je ANSYS v základní verzi všestranným inženýrským nástrojem, sloužícím k modelování a simulaci složitých reálných multi-fyzikálních situací prakticky ve všech průmyslových odvětvích. V základní verzi zahrnuje několik simulačních "řešičů" (numerických algoritmů), využívajících metodu konečných prvků a numerickou aproximaci k simulování nejrůznějších druhů přestupu energie. Součástí programu je i grafické rozhraní pro tvoření kompatibilního 3D CAD modelu, čímž se program stává uživatelsky přátelským a umožňuje rychlé a pohodlné vytváření všestranných simulací. Velkou výhodou takto navrženého modelu je možnost přímé definice jeho materiálu a materiálových vlastností. Limitace analýz a simulací je dána především hardwarovým výkonem stroje, na kterém je program provozován, avšak ke zvýšení výkonu lze využívat několika jader procesoru, nebo spouštět program nad serverem společným několika přístrojů.

4.1.1 ANSYS Maxwell

K dosažení cílů této práce, což je simulace vlivu posuvu elektrod na změnu chování elektrostatického pole s využitím harmonické analýzy, je vhodné využít pro práci rozšiřující nástroje programu ANSYS Maxwell. Ty jsou uzpůsobeny pro přímé simulování a řešení změn v materiálu při působení vnějšího statického či proměnného elektrického pole. Program je dělen z pohledu simulace zkoumaného modelu především pro návrh 3D simulace nebo 2D simulace, kde lze dále vybrat souřadnicový

system kartézský nebo rotačně symetrický. Každá z částí programu zpřístupňuje své specifické druhy simulací, ačkoliv velká část těchto simulací je společná pro obě prostorové dimenze. K výpočtu statického, frekvenčně závislého nebo časově proměnného pole využívá program několika odlišných řešičů. Jak již bylo zmíněno výše, tyto řešiče nejsou podporovány ve všech geometrických prostorech. Z tohoto důvodu bylo pro lepší přehlednost využití těchto řešičů dále upřesněno a rozděleno do skupin dle podpory geometrie.

Podpora 3D geometrie

- **Magnetické řešiče**

- **Magnetostatický** - Určený pro výpočet statického magnetického pole (síla, moment, indukce) v lineárních i nelineárních materiálech.
- **Eddy current** - Využití k výpočtu sinusově proměnného magnetického pole, způsobeného AC proudy a oscilacemi vnějšího magnetického pole.
- **Transient (proměnné pole)** - Určeno pro simulaci změn magnetického pole v časové oblasti, v reakci na příchozí zdrojový signál (přechodové děje).

- **Elektrické řešiče**

- **Elektrostatický** - Využití pro výpočet síly, momentu, kapacity nebo rozložení náboje v materiálu umístěném v elektrostatickém poli.
- **Stejnoseměrný - DC** - Určeno k simulaci rozložení napětí, proudu a rezistivity materiálu v závislosti na buzení stejnosměrným potenciálem elektrického pole.
- **Transient (proměnné pole)** - Určeno pro simulace změn elektrického pole v časové oblasti. Buzeno časově proměnným napětím, rozložením náboje, nebo aktuální excitací v nehomogenních materiálech.

Podpora 2D geometrie

- **Magnetické řešiče**

- **Magnetostatický** - Počítá hodnoty a rozložení statického magnetického pole, které existuje ve struktuře dané rozdělením stejnosměrných proudů a permanentních magnetů.
- **Eddy current** - Určeno k výpočtu hodnot a rozložení magnetického pole, daného buzením střídavých proudů.
- **Transient (proměnné pole)** - Využití při simulaci znázornění magnetického pole v časové oblasti, s možností simulace pohybu vlivem změn tohoto pole.

- **Elektrické řešiče**

- **Elektrostatický** - Využití pro výpočet síly, momentu, kapacity nebo rozložení náboje v materiálu umístěném v elektrostatickém poli.
- **Stejnoseměrný - DC** - Využívá se pro výpočet DC proudu proudícím ztrátovým dielektrikem.
- **Střídavý - AC** - Simuluje napěťové a proudové změny v materiálu, který je buzen vnějším střídavým elektrickým napěťovým signálem. Výsledkem mohou být admitanční matice nebo elektrický proud.

Jak je vidět z předchozích popisů, nejlepší možností pro simulaci metody impedanční spektroskopie je simulace za použití AC řešiče. V ideálním případě by pro naše řešení bylo využítí 3D střídavého řešiče, avšak naneštěstí pro 3D návrh není tento řešič podporován a musíme se tedy omezit na 2D návrh. V dalších kapitolách bude tedy popsáno vytvoření a optimalizace návrhu pro simulaci reálného 3D modelu za použití 2D geometrie.

4.2 Návrh geometrie a materiálových vlastností

Geometrie potřebná k našemu využití byla značně jednoduchá, jelikož v základní verzi obsahovala pouze kruhový disk, materiálově definovaný jako reálná keramická sloučenina oxidu zirkoničitého ZrO_2 , dotovaného oxidem yttritým Y_2O_3 . Konkrétně se jednalo o ZrO_2 8 mol. %- Y_2O_3 . Kompletní tabulku s veškerými použitými parametry můžete vidět níže.

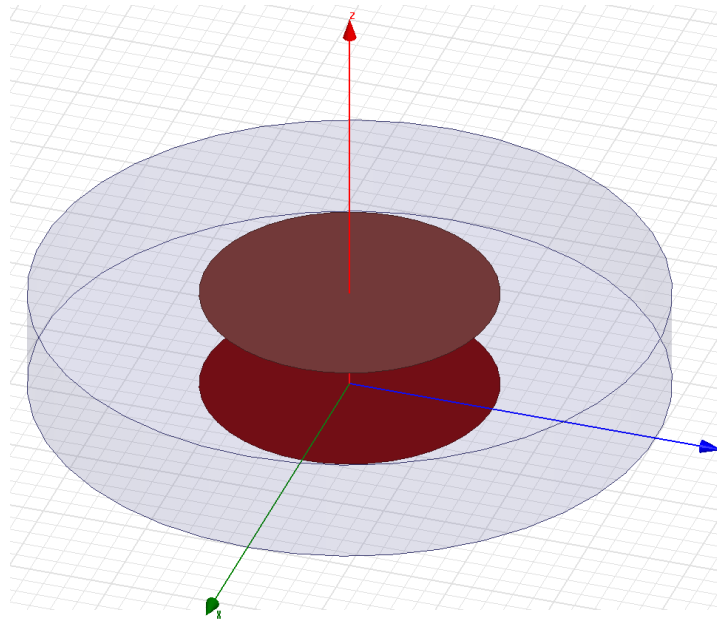
Tab. 4.1: Základní materiálové vlastnosti pro simulaci

Parametr	Hodnota
Permitivita ε [F/m]	38
Vodivost σ [S/m]	0,016
$\text{tg}\delta$ [-]	0,006
Hustota ρ [kg/m ³]	6100

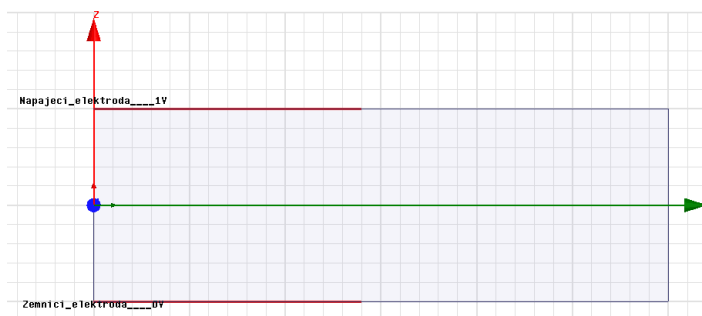
Parametr	Hodnota
Nominální r disku [mm]	15
Nominální tloušťka [mm]	5
Nominální r elektrod [mm]	7

* r - poloměr

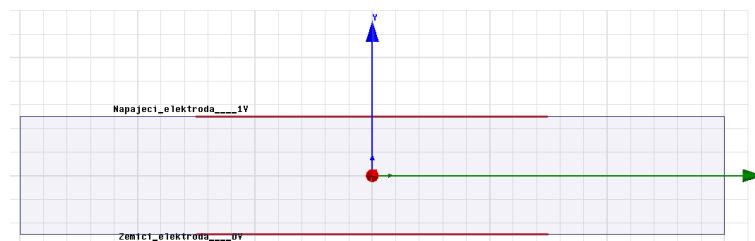
Parametry byly zvoleny dle nalezených specifikací, aby nejlépe vystihovaly reálné chování zkoumaného modelu. Pro zjednodušení simulace nebyly v prvních modelech uvažovány žádné materiálové parametry elektrod a aplikovaný potenciál byl tedy přikládán přímo na měřený vzorek. Model byl namodelován ve třech provedeních, sloužících pro jednotlivé ověření výsledku a to jak ve 2D tak 3D prostoru. Základní použité modely jsou znázorněny na následujících obrazcích.



(a) 3D geometrie



(b) 2D rotačně symetrická geometrie



(c) 2D klasická geometrie

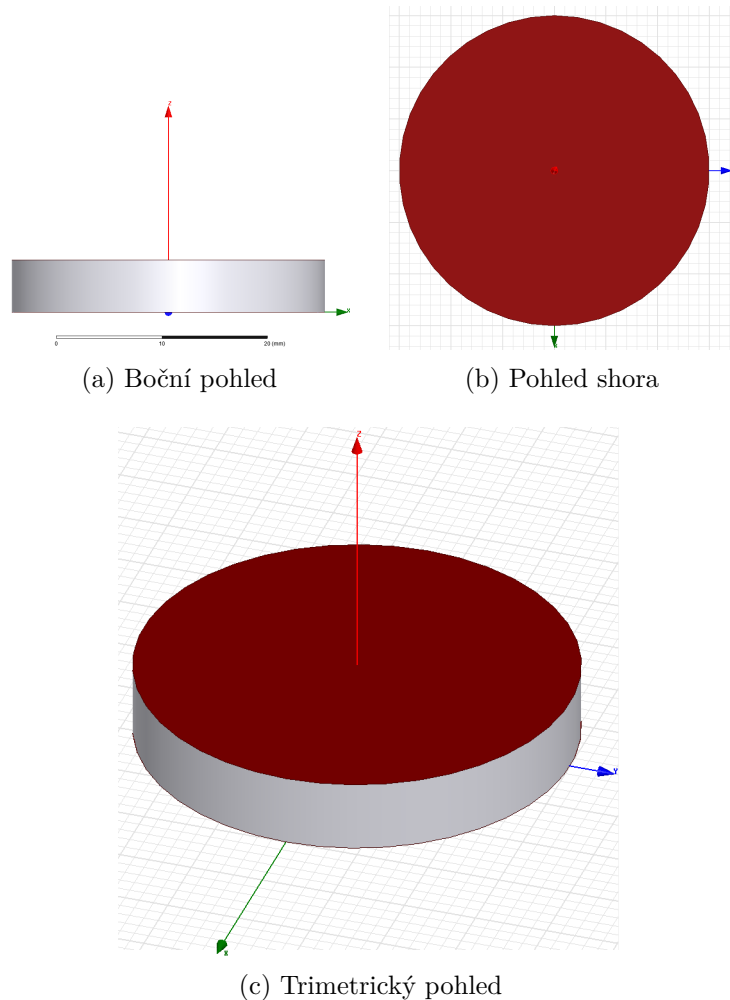
Obr. 4.1: Základní geometrie použitých modelů

Všechny předešlé modely v základní konfiguraci představují stejný model a umožňují změnu velikosti elektrod, takže bylo možno provést srovnání dosažených výsledků pro aplikaci proměnné velikosti elektrody. Dále rotační symetrie, na rozdíl od kartézského systému, poskytuje výsledky již pro celkový disk, což je přesnější a uživatelsky pohodlnější. Problém ovšem nastává při posunu elektrody ve směru po ploše disku, protože v rotační symetrii tato volba není možná. Proto bylo v dalších

pokusech nutné omezit se pouze na klasický kartézský souřadnicový systém.

4.2.1 Experimentální ověření kompatibility výpočtů

Jelikož bylo důležité zajistit správnost a ekvivalentnost 2D geometrie ke skutečnému modelu, byla v prvních simulacích provedena experimentální analýza kapacity pro všechny tři modely. K tomuto účelu byla vytvořena geometrie, kde elektrody byly nastaveny přes celou plochu vrchní i spodní strany disku. Frekvenční krok vždy volen logaritmicky alespoň s 20ti hodnotami na dekádu. Výsledný model je zobrazen níže.



Obr. 4.2: Základní geometrie použitých modelů

Analýza kapacity byla zvolena z důvodu podpory elektrostatického řešiče ve všech třech geometrických módech. Tedy pro 3D geometrii a 2D geometrii rotační soustavy (RS) i kartézské soustavy (KS). Numerický výpočet byl zkontrolován i analyticky podle obecně známého vztahu 2.3. Výsledky všech simulací i analytického výpočtu jsou vypsány v následující tabulce.

Tab. 4.2: Srovnání výsledků kapacity jednotlivých simulací

Metoda	Výsledná hodnota kapacity modelu [pF]
Analytická	47,5658
3D model	47,481
2D model - RS	47,566
2D model - KS	60,564

Jak můžeme vidět ve výsledcích, hodnota kapacity vyšla pro všechny zkoumané modely přibližně stejně, z čehož lze usuzovat, že modely ve 2D geometrii, kde jsou dostupny AC řešiče, jsou ekvivalentní modelu ve 3D geometrii. To nám umožňuje simulovat frekvenčně rozmítané charakteristiky v závislosti na umístění elektrody. Dále si všimněme, že hodnota kapacity pro 2D model v kartézských souřadnicích měla rozdílnou hodnotu oproti dalším modelům. To je dáno geometrií, neboť simulace tohoto modelu je řešena pro čtvercovou elektrodu a nikoli pro kruhovou. Tato simulace vrací hodnotu měrné kapacity $C_{MXY} = 2,0188 \cdot 10^{-9}$, kterou když vynásobíme délkou elektrody, tak získáme kapacitu kondenzátoru se čtvercovými elektrodami o délce 30 mm. Tedy kapacitu, která je uvedena v tabulce 4.2. Pokud bychom chtěli získat kapacitu pro kruhové elektrody, jako je tomu u ostatních modelů, je nutné přepočíst obsah čtverce na obsah kruhu. Toho lze docílit integrací výsledku po kružnici

$$\int_0^{\pi r} \frac{C_{MXY}}{2} dx, \quad (4.1)$$

kde r značí poloměr elektrody a C_{MXY} hodnotu měrné kapacity, která nám vyšla v simulaci. Pokud tedy dosadíme tyto obdržené hodnoty kapacity, dostaneme stejný výsledek jako v případě dalších modelů

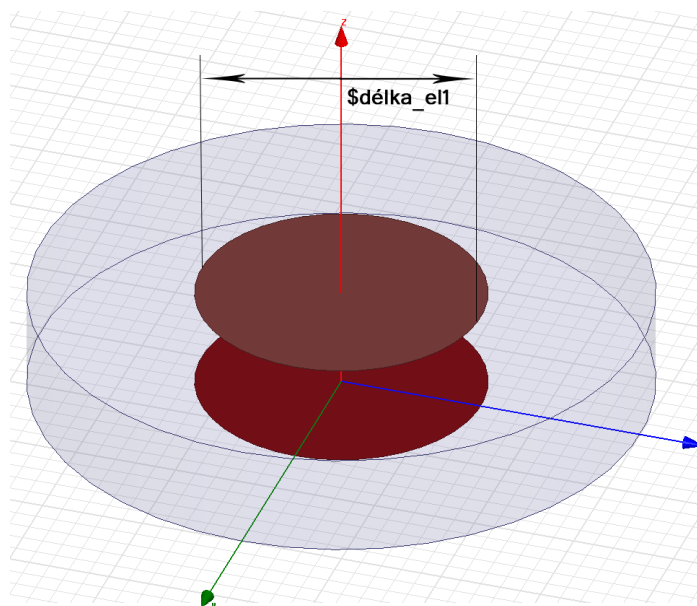
$$\int_0^{\pi \cdot 0,015} \frac{2,0188 \cdot 10^{-9}}{2} dx = 47,5669 pF. \quad (4.2)$$

Vidíme, že kapacita vyšla stejně, a proto lze po přepočtu kapacity využít AC řešiče i pro simulaci posunu elektrod.

4.2.2 Závislost velikosti elektrod

V této části byl zkoumán vliv nesouměrnosti a velikosti elektrod na celkovou kapacitu a dále na impedanční charakteristiku zkoumaného elektrodového systému. K tomuto účelu byl při konstantních materiálových hodnotách rozmítán poloměr

napájecí elektrody r_{ne} od 2,5 mm (shodný rozměr elektrod s tloušťkou materiálu) až po poloměr vzorku jak je naznačeno na následujícím modelu.

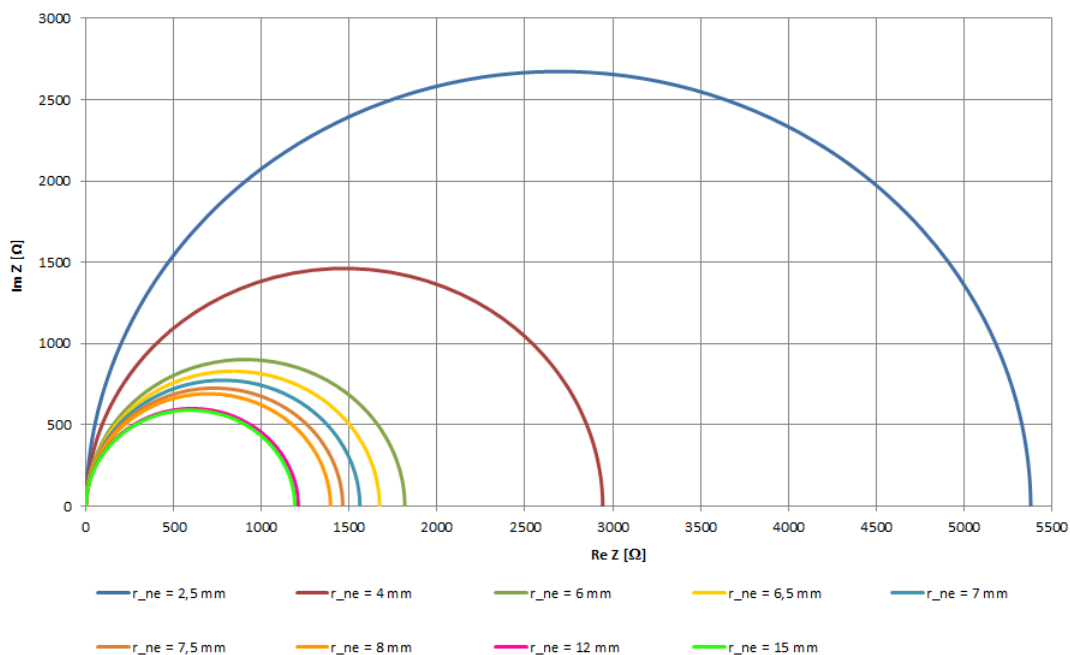


Obr. 4.3: Grafické znázornění rozmítání elektrody na 3D modelu

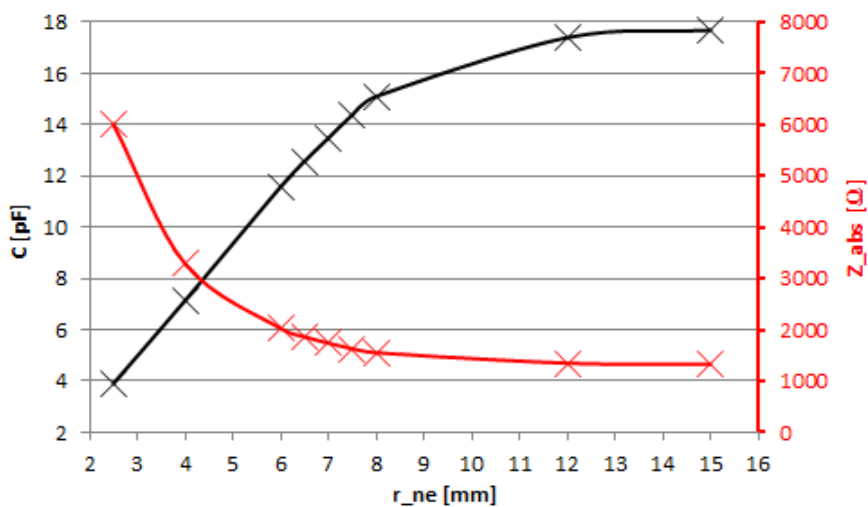
Zemnicí elektroda zůstávala konstantní s poloměrem 7 mm. K simulaci bylo využito 2D modelu v rotačně symetrickém souřadnicovém systému, jelikož tuto geometrii podporuje a nabízí nejjednodušší získání požadovaných výsledků bez nutnosti přepočtu geometrie. Srovnání těchto výsledků simulací poskytuje tabulka níže nebo dále pro lepší přehlednost grafické znázornění.

Tab. 4.3: Výsledné hodnoty simulace nesouměrnosti elektrod

r_{ne} [mm]	Kapacita modelu [pF]	Z_{re-max} [Ω]	Z_{im-max} [Ω]
2,5	3,908	5380,6	2673,1
4	7,146	2943,0	1462,1
6	11,5818	1815,67	902,0
6,5	12,578	1671,8	830,6
7	13,482	1559,8	774,9
7,5	14,382	1462,2	726,4
8	15,104	1392,3	691,7
12	17,397	1208,7	600,5
15	17,685	1189,0	590,7



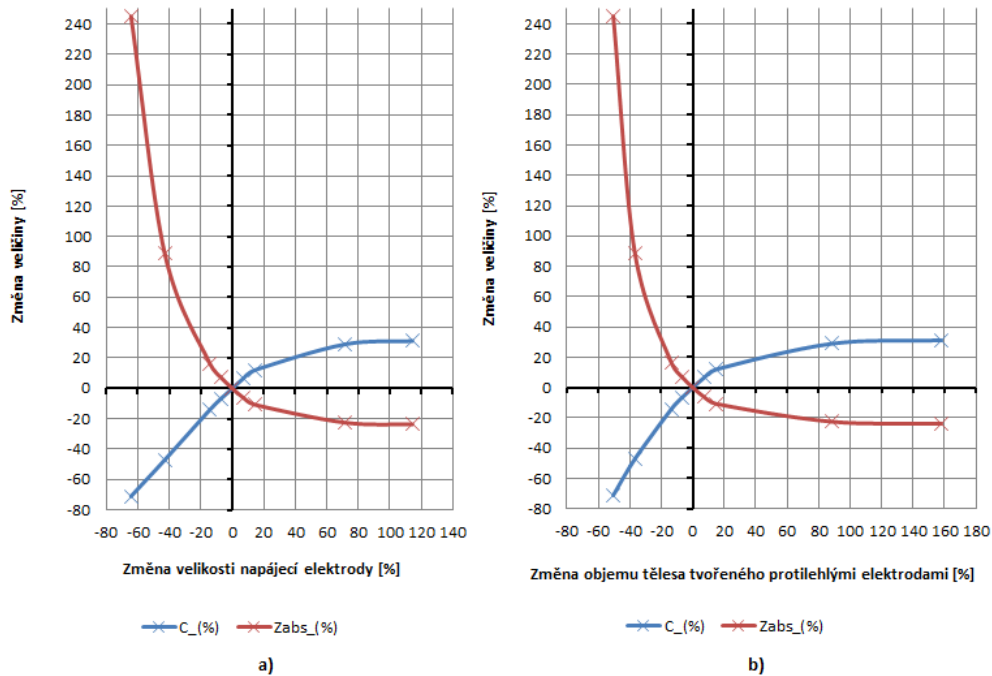
Obr. 4.4: Grafické znázornění závislosti komplexní impedance na velikosti elektrody



Obr. 4.5: Funkce kapacity a impedance na velikosti elektrody

Z naměřených výsledků vidíme, že kapacita modelu se zvyšuje s rostoucím poměrem elektrody. Dle teoretických předpokladů lze tuto změnu očekávat, jelikož dochází ke zvětšení plochy elektrod. Tím se naopak zmenší i výsledná impedance měřeného systému, jelikož impedance kondenzátoru je nepřímo úměrná jeho kapacitě. Změna přesahu elektrody o 0,5 mm představuje přibližně 7% změnu impedance. Kompletní závislost v absolutních hodnotách lze vidět na obrázku č. 4.5. Pro lepší přehlednost byla tato závislost velikosti elektrody převedena do relativní stupnice

vztažené k nominální hodnotě, tedy ke stejné velikosti elektrod 7mm. Dále byly tyto závislosti v relativních hodnotách vztaženy ke změně objemu tvaru prostoru, vytvořeného mezi napájecí a zemnicí elektrodou.



Obr. 4.6: Relativní zobrazení procentuální změny hodnot impedance a kapacity v závislosti na a) přesah elektrod b) objem prostoru vytvořeného mezi elektrodami.

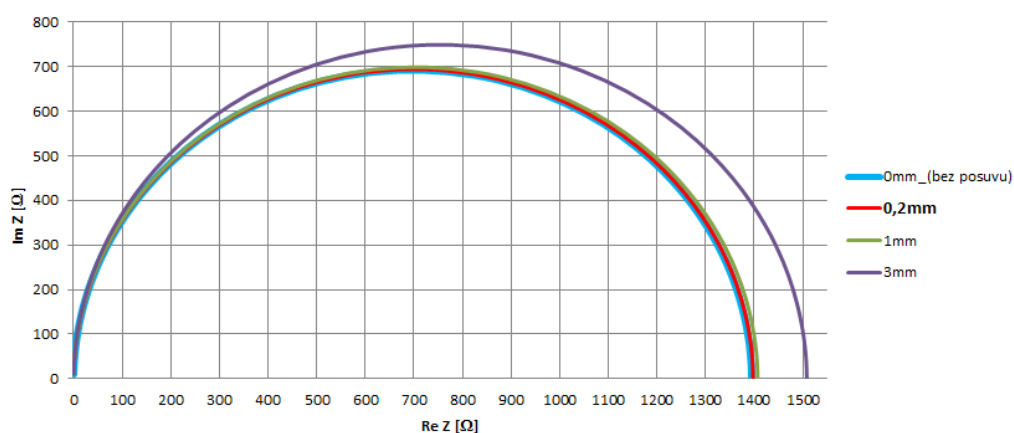
Na předchozích grafech lze vidět, že vztah mezi plochou a simulovanými veličinami nebo objemem a simulovanými veličinami nelze vyjádřit jednoduchou lineární funkcí, pomocí které by bylo možné tyto hodnoty simulací počítat přímo analyticky. Simulace ve výpočtech zahrnují složitější algoritmy zahrnující větší počet vlivů.

4.2.3 Změna polohy elektrod

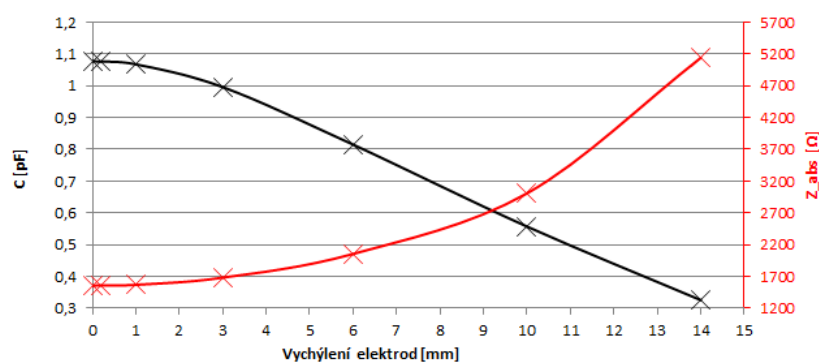
V následující sekci se dostáváme k hlavnímu bodu této práce, kde byl prozkoumán vliv vychýlení elektrod ve směru osy "x". Bylo opět využito parametrizace úlohy, kdy jsme rozmítali vychýlení elektrod od středové osy. Nejprve byla vychýlena napájecí elektroda o posun w_{e1} , poté i zemnicí elektroda do opačného směru o posun w_{e2} . Pro tuto simulaci jsme byli nuceni zvolit 2D model v kartézské soustavě, který jako jediný podporoval tento geometrický posun spolu s AC řešičem. Bohužel výstupními hodnotami simulace v tomto modelu byly pouze hodnoty měrné admitance, což bylo nejprve experimentálně vyzkoušeno porovnáním s rotačně symetrickým modelem. Bylo zjištěno, že reciproká hodnota těchto výsledků vynásobená délkou elektrody poskytovala dostatečně přesné výsledky pro naše simulace.

Tab. 4.4: Výsledné hodnoty simulace posuvu elektrod

w_{e1} [mm]	w_{e2} [mm]	Kapacita modelu [nF/m]	Z_{re-max} [Ω]	Z_{im-max} [Ω]
0	0	1,0769	1394,72	692,91
0,2	0	1,0760	1397,63	694,35
1	0	1,0674	1407,18	699,10
3	0	0,9592	1508,20	749,29
6	0	0,8152	1842,53	915,38
7	3	0,5574	2694,78	1338,79
7	7	0,2630	4603,26	2286,95



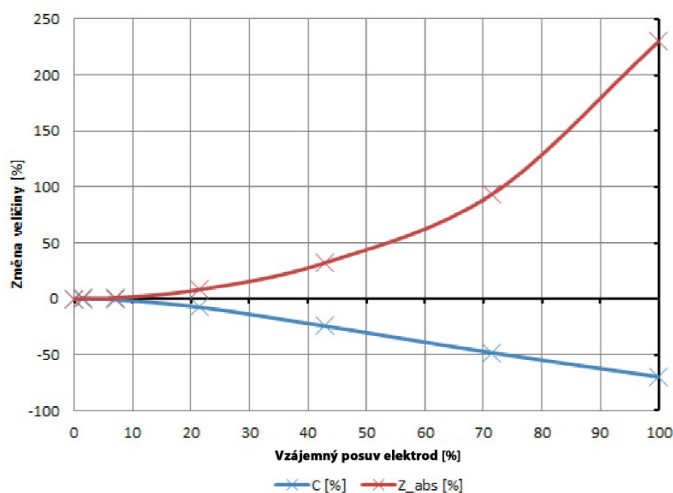
Obr. 4.7: Závislost komplexní impedance modelu na posuvu elektrod



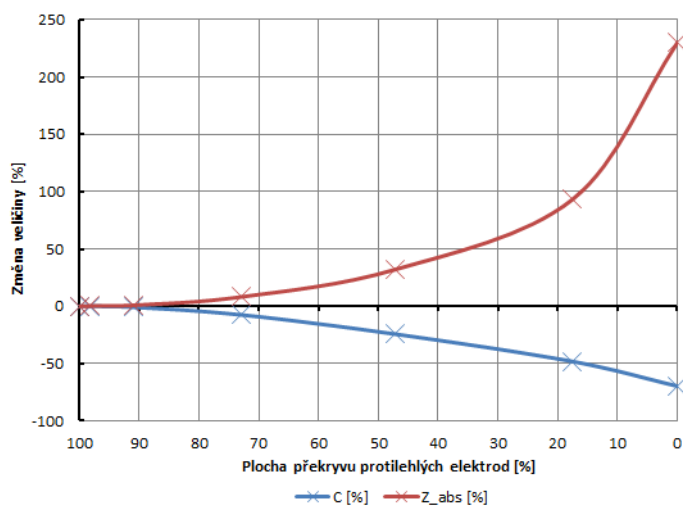
Obr. 4.8: Funkce závislosti komplexní impedance na posuvu elektrod

Z výsledných grafických závislostí vidíme, že s rostoucím rozdílem vychýlení elektrod v podélném směru osy "x" rostla impedance systému přibližně exponenciálně. Avšak při malém vyosení byla tato chyba velmi nízká, a proto lze při vyosení zhruba

do 1 mm tuto chybu zanedbat, jelikož tato chyba tvoří necelé 1%. Výsledky jsou dle teoretických předpokladů správně, jelikož při vzájemném posuvu se prodlužuje i vzdálenost mezi elektrodami, čímž se snižuje kapacita a tím dojde ke zvýšení impedance. Tyto závislosti stejně jako v předchozí části byly přepočteny na relativní míru délky elektrod a dále také vztaženy k velikosti překryvu elektrod v procentuální míře. Pro obě tyto procentuální měřítka byla výchozí hodnota simulace při zcela se překrývajících elektrodách (bez přesahu).



Obr. 4.9: Funkce simulovaných veličin závislých na posuvu elektrod v relativní míře



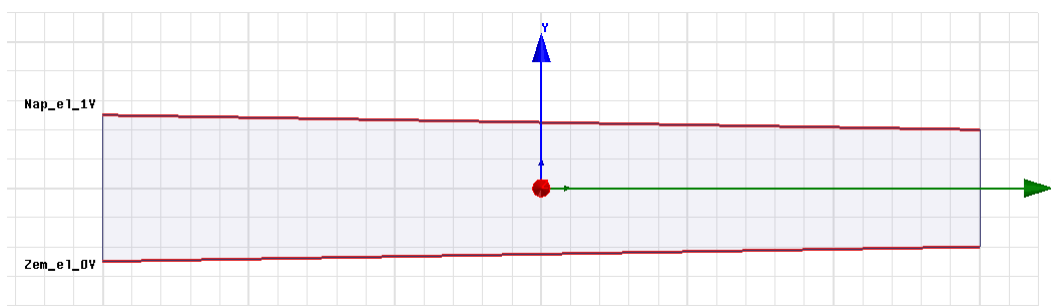
Obr. 4.10: Funkce simulovaných veličin v závislosti na obsahu překryvu elektrod v relativní míře

Jak vidíme, ani z těchto funkcí nelze specifikovat přímo vztah mezi impedancí či kapacitou a obsahem překryvu elektrodového systému. K tomuto měření bylo dále

pro názornost nasimulováno rozložení vnitřního pole elektrické intenzity a elektrické indukce, což je přehledně vyobrazeno v příloze č. A. Toto pole je vyobrazeno v konfiguraci, kde elektrody jsou proti sobě i při vyosení elektrod přesně o svůj poloměr.

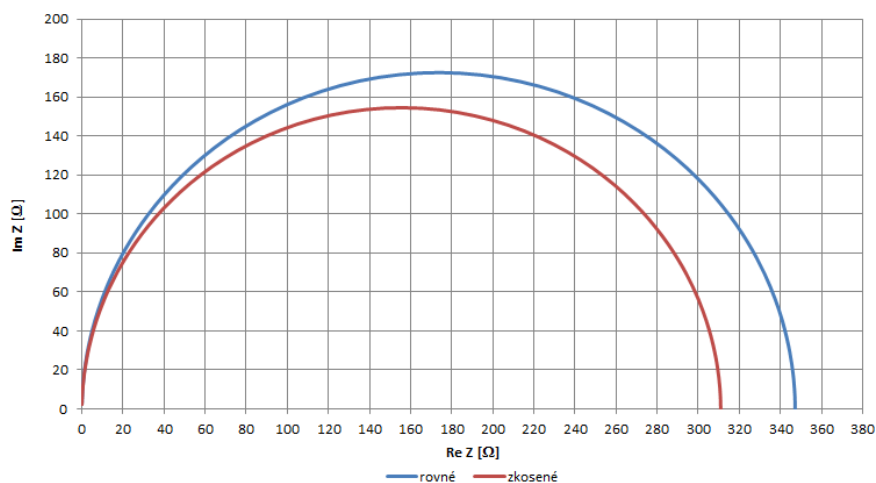
4.2.4 Změna úhlu mezi elektrodami

Jelikož se při vytváření měřeného vzorku nedá zaručit přesně symetrický disk s naprosto rovnoběžnými elektrodami, byla v dalších simulacích provedena zkouška zkosení takového modelu. Konkrétně na délce 30 mm byl pro tento účel model zkosen na každé straně o 0,5 mm. Tím pádem elektrody vůči sobě svíraly úhel přibližně $\varphi = 1,9^\circ$, jak je znázorněno níže



Obr. 4.11: Zobrazení modelu, použitému na simulaci náklonu elektrod

Výsledné charakteristiky této simulace jsou znázorněny níže



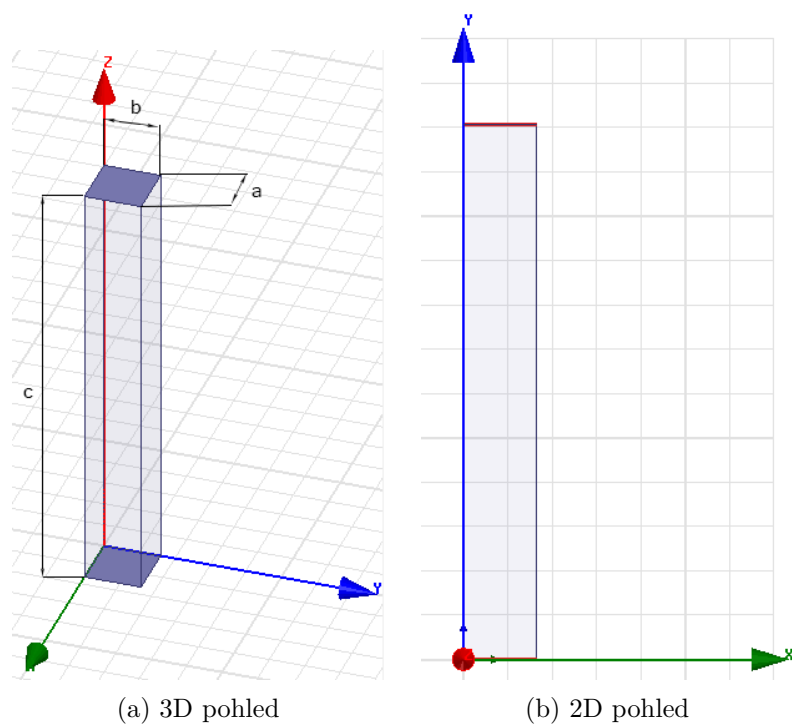
Obr. 4.12: Graf závislosti komplexní impedance na úhlu mezi elektrodami

Pro tento výpočet jsme pro srovnání použily rovinný symetrický model č. 4.1c, kde elektrody zakrývají celou plochu vzorku, jak již bylo použito při simulaci kapacity elektrostatickým řešičem. Při zkosení vzorku směrem ke středu se elektrody

prodlužují, což bylo potlačeno přepočtem šířky vzorku na takovou hodnotu, aby se plocha elektrod nezměnila. Tímto postupem tedy lze dosáhnout snížení efektivní šířky vzorku (vzdálenost mezi elektrodami) nakloněním elektrod o definovaný úhel. Z výsledných grafických závislostí lze vypožorovat snížení komplexní impedance při naklonění elektrod vůči sobě o určitý úhel. Dle teoretických předpokladů je to způsobeno snížením již zmiňované efektivní šířky kondenzátoru, čímž vzroste kapacita a sníží se impedance.

4.2.5 Srovnání s reálným měřením

Aby tato práce měla přínos pro praktické využití, byl do simulace namodelován také již proměřený vzorek reálné keramiky. Tento vzorek tvaru čtyřbokého hranolu byl vytvořen z prášku zirkonia stabilizovaného yttriem společnosti TOSOH. Konkrétně se jednalo o produkt TOSOH-TZ3YB (ZrO_2 3 mol. %- Y_2O_3). Ke srovnání byla simulace nastavena dle parametrů pro teplotu zhruba 388°C , jelikož v této teplotní oblasti byly impedanční charakteristiky reálného vzorku nejlépe proměřeny a znázorněny viz následující výsledné impedanční charakteristiky. Specifikaci a materiálové vlastnosti tohoto produktu byly čerpány z externě naměřených materiálů [16], které jsou společně s vyobrazením použitého modelu a jeho impedančními charakteristikami vyznačeny v následující tabulce.

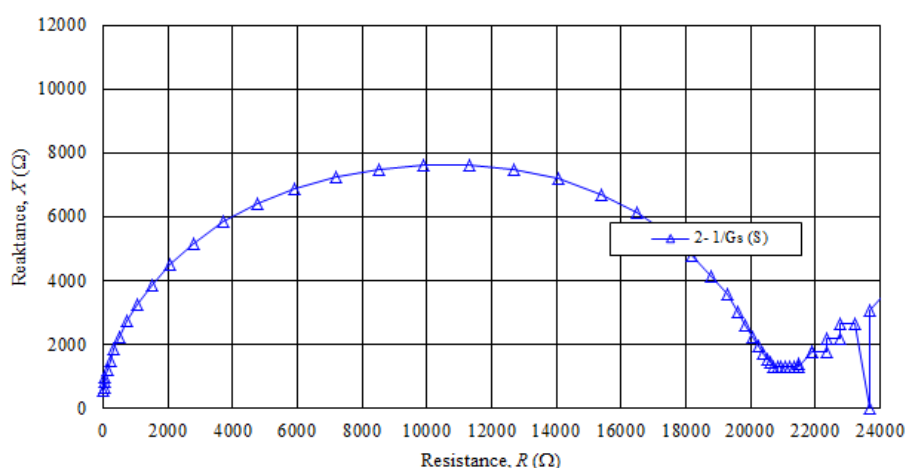


Obr. 4.13: Zobrazení zkoumaného vzorku ve 3D a 2D pohledu

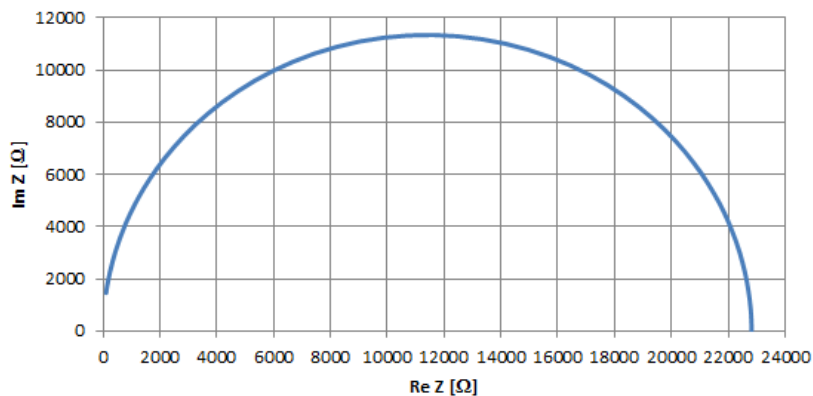
Tab. 4.5: Nominální konfigurace pro simulaci reálného modelu

Parametr	Hodnota
Permitivita ϵ [F/m]	38
Vodivost σ [S/m]	0,1
$\text{tg}\delta$ [-]	0,006
Hustota ρ [kg/m ³]	6000

Parametr	Hodnota
Nominální výška "v"[mm]	24,1
Nominální šířka "a"[mm]	3,3
Nominální šířka "b"[mm]	3,2



Obr. 4.14: Naměřená impedanční charakteristika modelu keramiky TOSOH-TZ3YB



Obr. 4.15: Simulace impedanční charakteristiky modelu keramiky TOSOH-TZ3YB

Po vynesení impedančních charakteristik vidíme, že matematický model použitý pro simulaci se velmi podobá reálnému vzorku naměřenému experimentálně. Bohužel jsou patrné menší odchylky, které jsou způsobené především nízkou přesností použitých materiálových vlastností, jelikož tyto hodnoty byly odečteny z naměre-

ných grafických závislostí a tudíž nebyly přesně definovány. Dále jsou tyto odchylky tvořeny nezahrnutím vlivu nanesených elektrod, které mají v systému také své specifické vlastnosti ovlivňující konečné křivky. Pro dosažení lepších výsledků by bylo nutné použít autentické parametry zahrnující i parametry elektrodového přechodu, což by bylo mnohem složitější.

5 ZÁVĚR

V této práci byly nejprve nastíněny teoretické informace o dějích, vyskytujících se v dielektriku, neboť cílem práce je simulace jevů vzniklých průchodem elektrického pole dielektrickými materiály. Před samotnou simulací je nezbytné pochopit funkci a chování měřených materiálů. Jelikož v práci byly simulace aplikovány na vodivostní keramiky, práce obsahuje stručný popis vlastností těchto materiálů, které se promítnou do měřených nebo simulovaných výsledků. Dále práce zahrnuje popis a vysvětlení měřící metody impedanční spektroskopie, společně se základními i modifikovanými náhradními modely, které lze využít k popisu modelované struktury zkoumaného keramického vzorku. Ve třetí části této práce byly rozebrány numerické metody, které se využívají k simulaci působení elektrického pole v moderních simulačních softwarech, jako jsou ANSYS, COMSOL MULTIPHYSICS aj. Jelikož jsou tyto numerické metody aplikovány na popis změn elektrického a magnetického pole, jsou v práci nastíněny matematické popisy tohoto pole pomocí Maxwellových rovnic v integrálním i diferenciálním tvaru. Pomocí simulačního programu ANSYS Maxwell bylo vytvořeno několik modelů, na něž byla aplikována simulace proměnného elektrického pole. Pro tento účel nebyla nalezena žádná publikace, která by popisovala simulaci impedančních charakteristik s využitím MKP, a proto byla v této práci metoda simulace proměnného elektrického pole optimalizována na 2D model zkoumaného dielektrika. Z výsledných charakteristik jsou patrné závěry, které jsou uvedené vždy pod grafickým znázorněním simulace. Simulované výsledky vycházely dle teoretických předpokladů pramenících z analytických rovnic a již známých funkcí. Hlavním cílem této práce bylo ověření vlivu posuvu a geometrických změn elektrody, zejména při velmi malých změnách, které se mohou vyskytnout při výrobě reálných vzorků jako rozměrová odchylka. Závislost pohybu elektrod byla téměř exponenciální, avšak při malých rozměrových změnách, řádově do 5% rozměru vzorku, byla změna impedanční charakteristiky velice malá, a proto je tuto chybu možné při těchto malých posuvech zanedbat. Odlišné výsledky jsme dostali pro změnu velikosti plochy elektrody, kde změna kolem 7% vyvolala podobnou procentuální změnu i pro absolutní míru impedance. Proto je nutné při nesouměrnosti ploch tuto chybu uvažovat. Výsledné charakteristiky simulací byly dále porovnány s reálným vzorkem, kde jsme dosáhli téměř stejného výsledku. Při tomto měření nebyly v simulovaném systému uvažovány elektrody ani další součásti systému, tudíž jsme nedostali naprosto totožnou grafickou závislost. Tímto bylo dokázáno, že tento model s dosud nepříliš používanou metodou počítačové simulace tedy lze využít jako další doplňkovou možnost měření reálných vzorků. Na výsledek této práce lze navázat při simulaci komplexnějšího modelu se složitější vnitřní strukturou nebo s detailnějším modelem okolního elektrodového systému působícího na dielektrikum.

LITERATURA

- [1] BONANOS, Nikolaos, Polycarpus PISSIS a J. Ross MACDONALD. *Impedance Spectroscopy of Dielectrics and Electronic Conductors. Characterization of Materials*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley, 2002-10-15, roč. 2012, 25 JUN. DOI: 10.1002/0471266965.com121. Dostupné z: <<http://doi.wiley.com/10.1002/0471266965.com121>>.
- [2] CHAOUCHI, Ahcéne a Sadia KENNOUR. *Impedance spectroscopy studies on lead free (Ba0.85Ca0.15)(Ti0.9Zr0.1)O3 ceramics. Processing and Application of Ceramics*. 2012, vol. 6, issue 4, s. 201-207. DOI: 10.2298/PAC1204201C. Dostupné z: <<http://www.doiserbia.nb.rs/Article.aspx?ID=1820-61311204201C>>.
- [3] DĚDKOVÁ, Jarmila a Tomáš KŘÍŽ. *Modelování elektromagnetických polí (MMEM): přednášky : počítačová cvičení*. Vyd. 1. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav teoretické a experimentální elektrotechniky, 2012, 98 s. ISBN 978-80-214-4401-0.
- [4] HELGESON, Anders. *Analysis of dielectric response measurement methods and dielectric properties of resin-rich insulation during processing*. Stockholm: Institutionen för elkraftteknik, 2000. 210 s. ISSN 1100-1593.
- [5] JIRÁK, J., LIEDERMANN, K., SEDLAŘÍKOVÁ, M., AUTRATA, R., ROZSÍVALOVÁ, Z. *Materiály v elektrotechnice, elektronické texty ETE004*. Materiály v elektrotechnice. Brno: 2002.
- [6] KIDNER, Neil J., Nicola H. PERRY, Thomas O. MASON a Edward J. GARBOCZI. *The Brick Layer Model Revisited: Introducing the Nano-Grain Composite Model*. Journal of the American Ceramic Society. 2008, vol. 91, issue 6, s. 1733-1746. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2008.02445.x. Dostupné z: <<http://doi.wiley.com/10.1111/j.1551-2916.2008.02445.x>>.
- [7] LASIA, Andrzej. *Electrochemical impedance spectroscopy and its applications*. New York: luwer Academic/Plenum Publishers, 1999, pages cm. ISBN 978-146-1489-320.
- [8] LO, S H. *Finite element mesh generation and adaptive meshing. Progress in Structural Engineering and Materials*. 2002, vol. 4, issue 4, s. 381-399. DOI: 10.1002/pse.135. Dostupné z: <<http://doi.wiley.com/10.1002/pse.135>>.

- [9] MACDONALD, J. Ross. *Impedance spectroscopy*. Annals of Biomedical Engineering. 1992, vol. 20, issue 3, s. 289-305. DOI: 10.1007/BF02368532. Dostupné z: <<http://link.springer.com/10.1007/BF02368532> >.
- [10] MASON, Thomas O. *Ceramic composition and properties*. [online]. 2014, XII, č. 08 [cit. 2014-12-08]. Dostupné z: <<http://www.britannica.com/EBchecked/topic/103137/ceramic-composition-and-properties/76556/Brittleness> >.
- [11] MENTLÍK, V. *Dielektrické proky a systém*. 1. vyd. Plzeň: BEN – technická literatura, 2006. 235 s. ISBN 80-7300-189-6.
- [12] PLIETH, W. *Electrochemistry for materials science*. 1st ed. Amsterdam: Elsevier, 2008, xxi, 410 s. ISBN 978-0-444-52792-9.
- [13] POLJAK, František. *Dielektriká: Izolanty*. 1. vyd. Bratislava: ALFA, 1983. ISBN 9788022705868.
- [14] TATARKOVIČ Michal, BRONCOVÁ Gabriela a KRONĎÁK Martin. *elektroimpedanční spektroskopie a její využití v chemické analýze*. Chemické listy [online]. 2011, č.106, s. 1067-1074, 2.12.2011. Dostupné z: <http://www.chemicke-listy.cz/docs/full/2012_11_1067-1074.pdf >.
- [15] ANSYS Inc. *Maxwell 2D User's Guide* [online]. 2012, REV6.0, s. 628, 13.3.2012. Dostupné z: <http://ansoft-maxwell.narod.ru/en/CompleteMaxwell12D_V15.pdf >.
- [16] SAUTI Godfrey. *Electrical conductivity and permittivity of ceramics and other composites* [online]. 2005, s. 383, M.S.thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg, South Africa. Dostupné z: <<http://wiredspace.wits.ac.za/jspui/bitstream/10539/1752/1/Sauti-Thesis.pdf> >.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

Seznam zkratek

CAD	Software pro tvorbu 3D modelů (Computer-Aided Design)
FEA	Analýza metodou konečných prvků (Finite Element Analysis)
MESH	Diskretizovaná síť elementů tvořících model materiálu v CAD softwarech

Seznam symbolů

A	Konstanta Curie-von Schweidlerova modelu
f_{vz}	vzorkovací kmitočet
B	Magnetická indukce
b	Konstanta Curie-von Schweidlerova modelu
C	Kapacita zkoumaného dielektrika
C_0	Geometrická kapacita
C_{br}	Kapacita mezery mezi zrny stavebních částic materiálu
C_{gr}	Kapacita zrna stavební částice materiálu
C_p	Kondenzátor v paralelním zapojení
C_s	Kondenzátor v sériovém zapojení
C_x	Kapacita kondenzátoru odlišná od vakua
\vec{D}	Vektor elektrické indukce
\vec{D}_m	Amplituda vektoru elektrické indukce
d	Vzdálenost elektrod
\vec{E}	Vektor intenzity elektrického pole
E_{lok}	Intenzita lokálního elektrického pole materiálu
\vec{E}_m	Amplituda vektoru intenzity elektrického pole

$f(t)$	Časově závislá funkce odezvy
f_0	Kmitočet tepelných kmitů částic
H	Intenzita magnetického pole
I	Elektrický proud
I_a	Absorpční proud
I_{aj}	Bezeztrátová složka absorpčního proudu
I_{aw}	Ztrátová složka absorpčního proudu
I_{bzp}	Proud rychlých polarizací
I_c	Proud kondenzátorem
I_{c0}	Proud dodaný k dobytí geometrické kapacity
I_r	Proud rezistorem
I_v	Proud způsobený vlastní vodivostí
J	Proudová hustota
k	Bolzmannova konstanta
l	Vzdálenost rovnovážných poloh, vzdálenost elektrod
M	Molární hmotnost
N_i	Aproximační funkce
N_A	Avangardova konstanta
n	Počet polarizovatelných částic, koncentrace iontů
Q	Elektrický náboj
q	Elementární náboj
P	Polarizace
P_m	Poměrná polarizace
P_{simple}	Polarizace konkrétního polarizačního mechanismu
P_Z	Ztrátový výkon

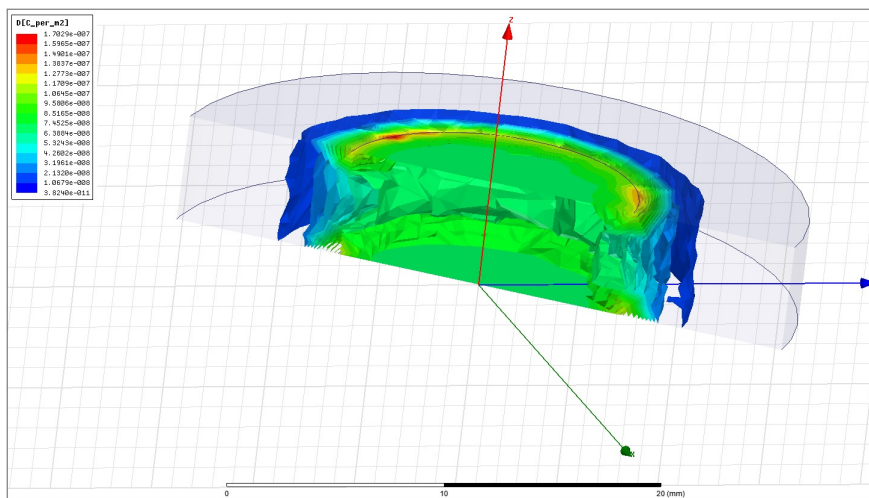
R_{br}	Odpor mezery mezi zrny stavebních částic materiálu
R_{gr}	Odpor zrna stavební částice materiálu
R_p	Rezistor v paralelním zapojení
R_s	Rezistor v sériovém zapojení
S	Plocha
T_0	Termodynamická teplota
$\tan\delta$	Ztrátový činitel
U	Měřené napětí
U_c	Měřené napětí na kondenzátoru
U_r	Měřené napětí na rezistoru
W	Výška potenciálové bariéry
$y(\tau)$	Distribuční funkce dipólů
α	Parametr Debyeho vztahu
α_p	Polarizovatelnost
β	Parametr Debyeho vztahu
γ	Vodivost
δ	Ztrátový úhel fázového posuvu
Δ_t	Délka působení elektrického pole
Δ_ε	Průměr relativních permitivit popisovaných relaxačních mechanismů
ε_0	Permitivita vakua
ε_r	Relativní permitivita
ε_*	Komplexní permitivita
ε'	Reálná část komplexní permitivity
ε''	Imaginární část komplexní permitivity
ε^∞	Teoretická optická permitivita

κ	Susceptibilita
τ	Časová konstanta
Φ	Magnetický tok
ϕ	Elektrický potenciál
ρ	Měrná hustota materiálu, hustota objemového náboje
ψ	Tok elektrického pole plochou
ω	Úhlová frekvence

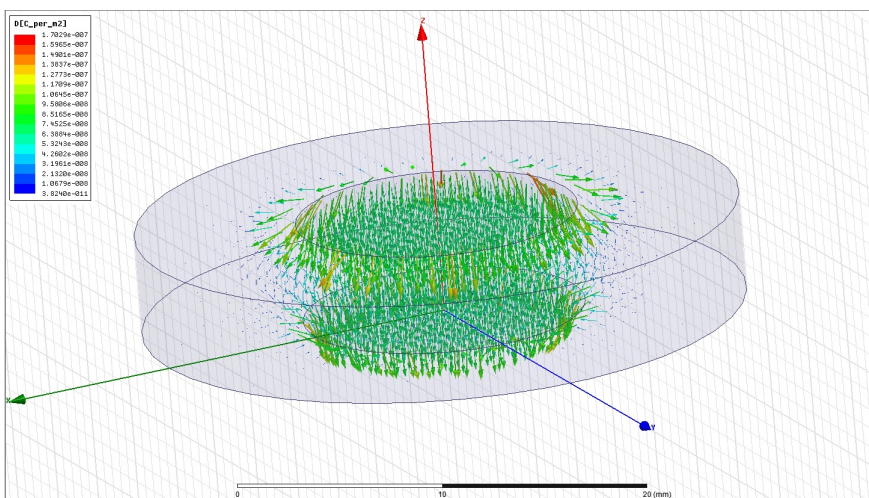
SEZNAM PŘÍLOH

A Příloha 1.: Výsledky simulací	56
B Příloha 2.: Náhradní obvod	58

A PŘÍLOHA 1.: VÝSLEDKY SIMULACÍ

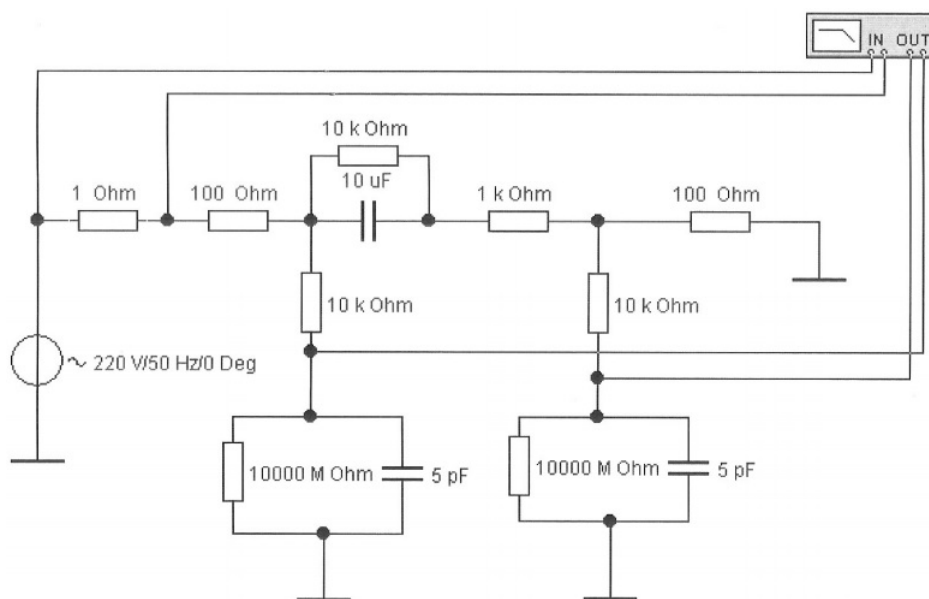


Obr. A.1: Rozložení indukce ve 3D modelu pro neposunuté elektrody



Obr. A.2: Vektory indukce ve 3D modelu pro neposunuté elektrody

B PŘÍLOHA 2.: NÁHRADNÍ OBVOD



Obr. B.1: Náhradní schéma měření impedanční spektroskopie zapůjčené z osobních podkladů prof. RNDr. Petra Vanýska, CSc.