



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VYUŽITÍ VÝPOČTOVÉHO PROSTŘEDÍ SALOME MECA PŘI ŘEŠENÍ ÚLOH MECHANIKY TĚLES

THE USAGE OF SALOME MECA WORKBENCH FOR TASK SOLUTION IN THE FIELD
OF SOLID MECHANICS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Tomáš Anděl

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Vosynek, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání bakalářské práce

| | |
|-------------------|--|
| Ústav: | Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky |
| Student: | Tomáš Anděl |
| Studijní program: | Strojírenství |
| Studijní obor: | Základy strojního inženýrství |
| Vedoucí práce: | Ing. Petr Vosynek, Ph.D. |
| Akademický rok: | 2015/16 |

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Využití výpočtového prostředí Salome Meca při řešení úloh mechaniky těles

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce je zaměřena na řešení úloh mechaniky těles pomocí metody konečných prvků v programovém prostředí Salome Meca. Student v práci využije dosavadní znalosti z předmětů mechaniky těles a bude je moci dále rozšířit tak, aby byl schopen posuzovat složitější geometrie nejen na úrovni prutů, ale i skořepin a objemů. Výstupem práce pak bude porovnání získaných výsledků s analytickým řešením z doporučené literatury, případně s výsledky jiného výpočtového prostředí (ANSYS nebo ANSYS Workbench).

Cíle bakalářské práce:

- základní orientace v prostředí Salome Meca
- tvorba výpočtových modelů základních úloh mechaniky těles
- analýza získaných výsledků s následnou verifikací
- popis tvorby výpočtových modelů a diskuze nad výsledky

Seznam literatury:

Aubury, J. P. (2013): Beginning with Code_Aster. A Practical Introduction to Finite Element Method Using Code_Aster, Gmsh and Salome. Framasoft

Rickard Andersson, EDF, www.code-aster.org, přístup 2. listopadu 2015

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne 30. 11. 2015

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na řešení základních úloh mechaniky těles pomocí konečno-prvkového open-source softwaru Salome Meca. V úvodní části práce jsou uvedeny obecné principy metody konečných prvků (MKP), vysvětlení klíčových termínů a stručný přehled dnes používaného softwaru, a to jak open-source, tak i komerčního. Následuje krátké seznámení se samotným výpočtovým prostředím Salome Meca, a potom již soubor jednotlivých úloh, řešených právě pomocí tohoto softwaru. Získané výsledky jsou posléze srovnány s numerickým řešením z jiné MKP platformy (ANSYS Workbench), popř. s analytickým řešením.

KLÍČOVÁ SLOVA

Metoda konečných prvků, open-source program, Salome Meca, Code_Aster.

ABSTRACT

Presented bachelor's thesis focuses on solving basics tasks in the field of solid mechanics by the finite-element open-source software Salome Meca. The theoretical background of finite element method (FEM), general explanation of basic expressions and brief summary of today's used open-source and commercial software too is introduced in the opening part of the thesis. The brief overview of Salome Meca computing environment and then file of individual tasks solved by using this software are followed. Acquired results are later compared with the other numerical software (ANSYS Workbench) or with analytical solutions.

KEYWORDS

Finite element method, open-source software, Salome Meca, Code_Aster.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ANDĚL, T. *Využití výpočtového prostředí Salome Meca při řešení úloh mechaniky těles*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 72 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Vosynek, Ph.D.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Petra Vosynka, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 27. května 2016

Anděl Tomáš

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych velice rád poděkoval především svému vedoucímu závěrečné práce, panu Ing. Petru Vosynkovi, Ph.D. za odborné postřehy a věcné připomínky, kterými mi hodnotně přispíval při přípravě této bakalářské práce, a také za jeho cenné rady při seznamování se softwarem *Salome Meca* respektive *Code_Aster*.

Dále bych chtěl poděkovat všem svým blízkým, přátelům, a také přítelkyni za častou pomoc a podporu během celého bakalářského studia, a v neposlední řadě taktéž rodině, že mi umožnila vzdělávání na vysoké škole.

OBSAH

| | |
|---|----|
| Úvod..... | 17 |
| 1 Základy teorie metody konečných prvků..... | 19 |
| 1.1 Úvod do metody konečných prvků | 19 |
| 1.2 Historie..... | 19 |
| 1.3 Základní principy, rovnice a veličiny..... | 20 |
| 1.3.1 Rovnice rovnováhy | 21 |
| 1.3.2 Geometrické rovnice..... | 21 |
| 1.3.3 Konstitutivní vztahy..... | 22 |
| 1.3.4 Okrajové podmínky | 23 |
| 2 Software využívající MKP..... | 25 |
| 2.1 Historický vývoj..... | 26 |
| 2.2 Komerční MKP software | 27 |
| 2.3 Open-source software..... | 27 |
| 3 Prostředí Salome Meca | 30 |
| 3.1 Požadavky, verze, sestava | 31 |
| 3.2 Základní orientace, moduly..... | 32 |
| 3.2.1 Modul Salome-Meca..... | 32 |
| 3.2.2 Modul Geometry..... | 33 |
| 3.2.3 Modul Mesh..... | 33 |
| 3.2.4 Modul Aster | 33 |
| 3.2.5 Modul Efficas..... | 34 |
| 3.2.6 Modul ParaViS | 35 |
| 3.2.7 Práce s jednotkami | 35 |
| 3.3 Vzorový příklad | 36 |
| 4 Soubor základních úloh | 41 |
| 4.1 Statická strukturální analýza | 41 |
| 4.2 Modální analýza | 57 |
| 4.3 Teplotní analýza | 60 |
| Závěr | 64 |
| Seznam použitých zdrojů..... | 66 |
| Seznam použitých zkratk a symbolů..... | 68 |
| Seznam obrázků..... | 70 |
| Seznam tabulek | 71 |
| Seznam příloh | 72 |

ÚVOD

Člověk se již od dávných dob snažil vymýšlet různé způsoby, které by mu zjednodušily, usnadnily, či jinak zpříjemnily život. Nejen proto, že člověk je od přírody zpravidla tvor líný, svoje vynálezy postupem času stále více zdokonaloval, vynalézal sofistikovanější metody rozvoje nových technologií. Historicky největší rozmach vývoje strojních součástí lze datovat do 19. století (století páry), což bylo způsobeno zdokonalováním parního stroje. Dalším významným dopingem technického postupu jsou bezesporu válečné konflikty. V moderních dějinách se jedná zejména o druhou světovou válku, kdy technologická převaha např. ve zbrojním či strojírenském průmyslu dávala nespornou výhodu na bitevním poli.

Dnes ve strojírenství a obecně v technice je velmi důležité, aby inženýr, popř. konstruktér při návrhu nebo posuzování dané součásti, stroje, zařízení apod., byl nějakým způsobem schopen predikovat chování v různých situacích za různých podmínek. Dobrý konstruktér musí učinit řadu rozmanitých výpočtů (v závislosti na složitosti daného zařízení), aby mohl dostatečně dimenzovat jednotlivé součásti nejen s ohledem na životnost, ale také se zřetelem např. na finanční náklady, obecně nízkou hmotnost, funkčnost, bezpečnost vůči různým mezním stavům, apod. Většinu inženýrských problémů ovšem nelze řešit analyticky¹, protože se jedná o velmi složité a časově náročné matematické operace, které člověk není schopen v reálném čase vyřešit. V současné době je velmi užitečné využívat systémy CAE (*Computer Aided Engineering*²), do kterých můžeme zahrnout právě metodu konečných prvků (dále jen MKP). [3].

Právě mezi tyto konečno-prvkové softwary patří i výpočtové prostředí známé pod názvem *Salome Meca*. Ačkoli může být tento program pro mnohé výpočtové inženýry, pohybujících se v oblasti MKP analýzy léta, poněkud neprobádanými vodami, v *Salome Meca* se skýtá obrovský potenciál právě pro tento typ analýzy. Největší předností tohoto prostředí je bezesporu cena licence, protože se jedná o program, který je možné využívat v plném rozsahu, bez omezení, zcela zdarma. Ceny komerčních softwarů podobného zaměření se pohybují v závislosti podle typu licence (v době psaní této práce) v desítkách někdy spíše i stovkách tisíců korun českých. Tuto výhodu nemusí ocenit pouze malé firmy, které se primárně nezabývají pevnostní a jinou analýzou, jako jsou např. malé konstrukční společnosti nebo projektové kanceláře, ale i konstruktéři pracující na zakázku, jako výhodnou pomůcku při navrhování svých součástí a sestav.

Zda lze potenciál výpočtového prostředí *Salome Meca* využít i z praktického hlediska, tím se bude zabývat tato práce. Úvodem bude čtenář seznámen se základními principy metody konečných prvků. Tento teoretický základ je nezbytný pro správné pochopení jednotlivých návazností. Dalším cílem je seznámení se samotným prostředím, základní orientací a tvorbou výpočtových modelů s následnou analýzou a verifikací výsledků s analytickým řešením. V neposlední řadě bude prostředí *Salome Meca* konfrontováno s komerčním softwarem *ANSYS Workbench*, kdy budou stejné úlohy řešeny pomocí obou prostředí s následným porovnáním nejen přesnosti získaných výsledků, ale např. i náročnosti tvorby výpočtových modelů nebo výpočetního času.

¹ hledání řešení pomocí známých vztahů a vzorců pomocí postupných úprav

² počítačem podporované inženýrství pro různé typy výpočtů a analýz

1 ZÁKLADY TEORIE METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

1.1 ÚVOD DO METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

Metoda konečných prvků je obecná numerická metoda³, která je využívána k řešení obrovského množství různorodých problémů. Vedle úloh klasické mechaniky se MKP běžně využívá např. pro modelování proudění tekutin, k analýze elektromagnetických polí, pro úlohy vedení tepla, záření, k simulování obráběcích procesů, piezoelektrických dějů⁴, crash-testů⁵ apod. Dnes má MKP mezi numerickými metodami (metoda sítí, Ritzova metoda, Galerkinova metoda, metoda hraničních prvků, metoda konečných objemů, atd.) zcela dominantní postavení. O MKP existuje obrovské množství publikací a koná se řada konferencí. Algoritmus metody se dá vysvětlit na jednoduché úloze. Dnes je MKP samostatným oborem obsahujícím část teoreticko-matematickou, počítačovou a inženýrsko-problémovou. [3, 4, 15].

Nesporné výhody této metody vyplývají z její relativně velké univerzálnosti a schopnosti popsat i značně rozsáhlé a komplikované problémy, u nichž je analytické řešení zdlouhavé, popř. nemožné. Tato metoda je také relativně snadno programovatelná. K určitým nevýhodám patří poměrně vysoká výpočetní náročnost, a proto MKP prakticky nelze využít bez výpočetní techniky (bez užití výpočetní techniky tato metoda ztrácí všechny svoje výhody), a to ani pro úlohy, které jsou řešitelné (např. při analytickém postupu řešení) ručním výpočtem. [4].

Hned úvodem je také nutno říci, že poněvadž MKP spadá do kategorie numerických metod, je metodou pouze přibližnou a nikdy nebude dosaženo absolutně přesných výsledků, které by bylo možno teoreticky získat analytickým řešením. V technické praxi je úkolem inženýra, aby minimalizoval vzniklé chyby do takové míry, kdy již z praktického hlediska nemají podstatný vliv na bezpečnost dané součásti, popř. dokázal určit, nakolik je jeho řešení nepřesné a jakýmsi postupným iteračním způsobem byl schopen úlohu vyladit a optimalizovat, aby bylo dosaženo uspokojivých výsledků. Dále je důležitý i určitý cit a jistá zkušenost inženýra, aby při řešení komplexnějších problémů dokázal odlišit nepodstatné skutečnosti (pouze zvyšující náročnost výpočtu) od velice důležitých detailů (např. umístění a typ vazeb, koncentrátoři napětí⁶ atp.).

1.2 HISTORIE

Důraz na teoretické a praktické zvládnutí MKP je dán jejím zcela dominantním postavením mezi numerickými metodami v oblasti inženýrských výpočtů. Tohoto postavení bylo i vzhledem k široké škále užití metody dosaženo velmi rychle po jejím vzniku, které bývá často spojováno s rokem 1956 – jak uvádí zdroj [2] – podle data publikace článku [6].

³ přesně definovaný postup matematických operací pro řešení úlohy; popis jednotlivých po sobě jdoucích kroků označujeme jako algoritmus numerické metody [11]

⁴ schopnost krystalu generovat elektrické napětí při jeho deformaci [16]

⁵ forma destruktivního testování obvykle nových produktů a prototypů, které má obvykle za cíl ověřit bezpečnost v různých, přesně definovaných kritických situacích [12]

⁶ prvek tělesa způsobující zvýšení hodnoty napětí např. vrub, díra, tvarová změna atp.

Právě v 50. letech spojení těchto základů s rozvojem číslicového počítače vedlo již k dostatečně efektivnímu řešení větších soustav algebraických rovnic. Výsledkem byl ohromující rozvoj této metody. [2, 3].

Název této metody vznikl z anglické verze *The Finite Element Method* (FEM) v roce 1960, kde byl poprvé zmíněn v článku [8]. Jak už samotný název napovídá, základním kamenem metody je prvek konečných rozměrů, na rozdíl od klasické analytické pružnosti, kde prvek považujeme za nekonečně malý element. Později roku 1967 Prof. *Olgierd Cecil Zienkiewicz*⁷ vydal první knihu zabývající se MKP [7], která je v této oblasti stále nejčastěji citovaným zdrojem a i díky množství přepracovaných vydání si stále v odborné literatuře o MKP udržuje přední místo. [2, 3, 4, 21].

Za zmínku z tuzemských publikací určitě stojí za to uvést dílo vydané roku 1972 kolektivem brněnských autorů [22], které zejm. zásluhou profesorů VUT Zlámala a Ženíška dosáhlo mezinárodního věhlasu příspěvkem ke korektní matematické formulaci MKP. [2, 21].

Rozvoj MKP vedl přirozeně k současnému vzniku velkého množství programů, postavených na bázi algoritmu MKP a vyvíjených zpočátku především v univerzitních prostředích v souvislosti s řešením výzkumných úkolů. Již v průběhu 60. let se však stále častěji používalo vyvinutého softwaru k řešení inženýrských problémů, vycházejících přímo z požadavků průmyslové praxe. Zájem o nový výpočtový prostředek pak přirozeně vedl k rozvoji některých programů na čistě komerční bázi. [2, 21].

1.3 ZÁKLADNÍ PRINCIPY, ROVNICE A VELIČINY

Výchozím principem MKP je rozdělení (diskretizace⁸) řešeného objektu na konečný počet menších částí určitých rozměrů (odtud název metody konečných prvků). Složitější tvary se převedou na jednodušší (čtyřúhelníky, trojúhelníky atp.) Podstatnou výhodou takového rozdělení je fakt, že jednoduché tvary se matematicky popisují mnohem snadněji než ty komplexnější. Kromě rozdělení na jednoduché prvky je také charakteristický počet a poloha uzlů⁹. Uzly spolu s elementy (prvky) nám vytvářejí tzv. síť. Vyšší hustota sítě nám podstatně pozitivně ovlivňuje dosaženou přesnost výsledků na úkor vyšší výpočtové náročnosti, a tím i delšího výpočetního času. [3, 15].

Teoretickým základem MKP je tzv. Lagrangeův variační princip neboli deformační varianta. V obecné pružnosti-pevnosti při řešení prostorového tělesa hledáme řešení pro patnáct neznámých proměnných funkcí. Získáme tedy patnáct rovnic, které musí být doplněny okrajovými podmínkami – ty mohou být geometrické (deformační) anebo silové – přičemž se nikdy tyto rovnice neřeší současně. Pomocí vzájemného dosazování obecných rovnic pružnosti se postupně vyloučí nějaké neznámé funkce. Poté dostaneme vztahy, které v deformační variantě obsahují pouze neznámé posuvy, které počítáme ve všech uzlech vytvořené sítě. Z těchto posuvů se poté dopočítají přetvoření a následně napětí. Jedná se o tyto neznámé funkce:

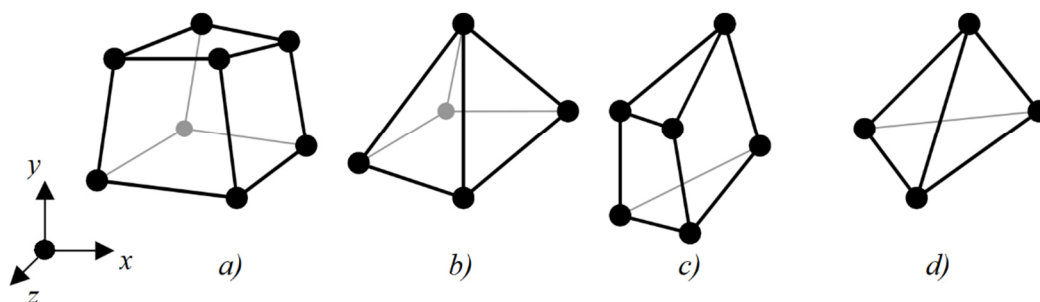
⁷ významný britský vědec, akademik, matematik a stavební inženýr polského původu, rodištěm Caterham, Anglie (18. 5. 1921 – 2. 1. 2009), držitel mnoha akademických vyznamenání a čestných ocenění [13]

⁸ náhrada spojitého prostředí (kontinua) systémem diskretních bodů, v nichž se soustředí fyzikální parametry popisující stav či vlastnosti příslušného místa kontinua [14]

⁹ body, v nichž jsou hledány neznámé parametry řešení [15]

- posuvy: u, v, w
- přetvoření: $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$
- napětí: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$

Tyto funkce jsou navzájem vázány systémem obecných rovnic pružnosti, které musí být splněny uvnitř řešené oblasti. Jsou to rovnice rovnováhy, geometrické rovnice a rovnice fyzikální neboli konstitutivní. Na hranici řešené oblasti musí pak být splněny předepsané okrajové podmínky. [2, 4, 5, 15].



Obrázek 1.1: Příklady různých 3D elementů sítě. [15].

1.3.1 ROVNICE ROVNOVÁHY

Tyto rovnice jsou podmínkami rovnováhy elementárního vnitřního prvku, na který kromě složek napětí působí vnější objemová síla [$N \cdot m^{-3}$] (např. odstředivá, gravitační) o složkách o_x, o_y, o_z . Představují vzájemnou vazbu mezi složkami napětí, která musí být splněna vždy bez ohledu na typ materiálu, velikost deformací, způsob zatěžování apod. Uvedené platí pro případ statického zatěžování:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + o_x = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + o_y = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + o_z = 0 \quad (1.3)$$

1.3.2 GEOMETRICKÉ ROVNICE

Jedná se o vztahy vytvářející vazbu mezi složkami posuvů. Rovnice v uvedeném tvaru platí v případě malých přetvoření ($< 10^{-2}$):

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.7)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.8)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.9)$$

1.3.3 KONSTITUTIVNÍ VZTAHY

Tyto rovnice vyjadřují vztah mezi deformací a napjatostí. Platí pro Hookovský materiál¹⁰, jehož vlastnosti jsou dány dvěma nezávislými materiálovými charakteristikami – modulem pružnosti v tahu¹¹ E a Poissonovým číslem¹² μ :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \mu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] \quad (1.10)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_z)] \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \quad (1.12)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy} \quad (1.13)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{yz} \quad (1.14)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{zx} \quad (1.15)$$

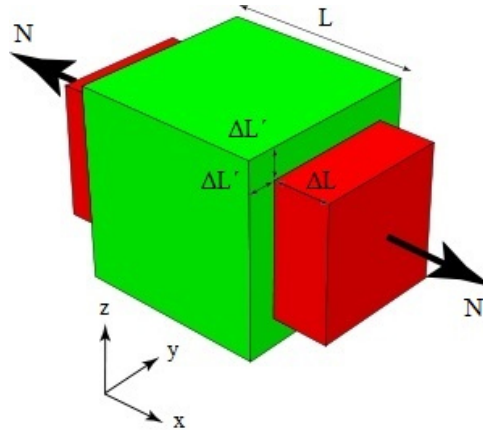
¹⁰ současně homogenní, izotropní materiál a ideálně pružný materiál, tj. má v každém bodě respektive směru stejné fyzikální vlastnosti a po odlehčení se vrací do původního stavu

¹¹ též Youngův modul je definován jako podíl napětí a jím vyvolané deformace $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ [Pa]

¹² převrácená hodnota podílu relativního prodloužení tyče k jejímu relativnímu příčnému zkrácení, definici lze jednoduše pochopit viz *Obrázek 1.2* nebo ze vztahu (1.17) [17]

kde G je modul pružnosti ve smyku, který není nezávislou veličinou a lze jej určit ze vztahu:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (1.16)$$



Obrázek 1.2: Definice Poissonova čísla. [17].

Na krychli z izotropního, lineárně pružného materiálu o straně L působí tah N ve směru osy x . Zelená krychle označuje původní stav, zatímco červená je natažená ve směru osy x o ΔL a zúžená ve směru os y a z o $\Delta L'$. [17].

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right| = \left| \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \right| = \left| \frac{\frac{\Delta L'}{L}}{\frac{\Delta L}{L}} \right| = \left| \frac{\Delta L'}{\Delta L} \right| \quad (1.17)$$

1.3.4 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Výše uvedený systém rovnic je obvykle nutné doplnit okrajovými podmínkami, které jsou dvojího druhu:

- geometrické (deformační)
- silové

V daném bodě a směru na povrchu tělesa Ω je možno předepsat pouze jednu z uvedených podmínek. Geometrické okrajové podmínky vyjadřují zadání posuvů na částech povrchu tělesa Γ_v (viz *Obrázek 1.3*). Tyto posuvy jsou známy předem, protože vyplývají z charakteru uložení tělesa, z posuvů okolních těles apod., jsou označovány \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} , potom platí:

$$\Gamma_v: \quad u = \bar{u}, v = \bar{v}, w = \bar{w}, \quad (1.18)$$

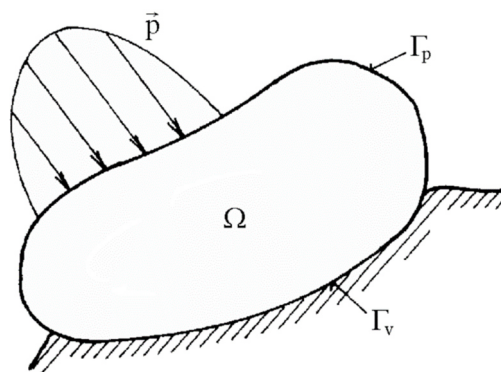
Častým případem je situace, kdy všechny posuvy jsou nulové ($\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$), potom hovoříme o tzv. homogenních geometrických podmínkách.

Silové okrajové podmínky vyjadřují rovnováhu mezi vnitřními a vnějšími silami elementárního prvku, ležícího na hranici řešené oblasti Γ_p (viz *Obrázek 1.3*). Je-li na Γ_p zadáno vnější plošné zatížení $\bar{p} = p_x, p_y, p_z$ a jednotkový vektor normály k povrchu má složky n_x, n_y, n_z , potom lze zapsat:

$$\Gamma_p: p_x = \sigma_x \cdot n_x + \tau_{xy} \cdot n_y + \tau_{zx} \cdot n_z \quad (1.19a)$$

$$p_y = \tau_{xy} \cdot n_x + \sigma_y \cdot n_y + \tau_{yz} \cdot n_z \quad (1.19b)$$

$$p_z = \tau_{zx} \cdot n_x + \tau_{yz} \cdot n_y + \sigma_z \cdot n_z \quad (1.19c)$$



Obrázek 1.3: Obecně zatížené těleso. [15].

Na části povrchu, kde nejsou předepsány žádné geometrické okrajové podmínky, je v úlohách, řešených deformační variantou MKP, implicitně zadána homogenní silová okrajová podmínka. Normálové i smykové napětí na tomto povrchu by mělo být (při „přesném“ řešení) nulové.

U statických strukturálních úloh se numericky řeší soustavy algebraických rovnic (lineárních nebo nelineárních) pomocí konečného počtu neznámých hodnot, a tím se nahrazuje řešení parciálních diferenciálních rovnic. Pomocí diskretizace se pak v jednotlivých uzlech sítě řeší neznámé posuvy pomocí následující rovnice:

$$K \cdot U = F \quad (1.19)$$

kde K je matice tuhosti, U potom matice neznámých posuvů a F matice vnějších silových účinků.

Poznámka 1:

Obsah kapitol 1.3.1 – 1.3.4 je čerpán z následujících zdrojů: [2, 3, 4, 5, 15, 17].

2 SOFTWARE VYUŽÍVAJÍCÍ MKP

Jak již bylo vysvětleno výše, metoda konečných prvků je prakticky nevyužitelná bez výpočetní techniky, a proto má smysl se bavit o použití této metody pouze ve spojení s určitým druhem počítačové podpory. Software využívající MKP se dá rozdělit podle hned několika kritérií:

Dle základního typu licence:

- komerční (placený)
- open-source (obvykle zdarma)

Dle druhu programu:

- řešič (solver)
 - určen pouze k řešení matematických problémů
 - obvykle bez vlastního grafického rozhraní
 - často součástí nadstavbových prostředí (workbench)
- knihovna (library)
 - prostředí, v němž je implementován soubor určitých příkazů a funkcí
- toolbox, toolkit
 - podobně jako u knihoven se jedná o systém různých nástrojů a funkcí
 - rozdíl spočívá ve způsobu zadávání příkazů¹³
 - obvykle s vlastním grafickým rozhraním

Dle platformy:

- Windows
- GNU/Linux
- Macintosh
- UNIX
- a další...

Dle vhodnosti použití:

- statické a kvazistatické¹⁴ úlohy
- dynamické úlohy
- proudění kapalin a plynů
- vedení tepla, záření
- elektromagnetismus, akustika
- mechanika hornin
- a další...

¹³ při používání knihoven zpravidla hovoříme o „klasickém programování“ (tedy ruční psaní jednotlivých příkazů), kdežto práce s toolboxy je obvykle řešena pomocí průvodců, vyskakovacích oken a kontextových nabídek

¹⁴ pseudostatické, zdánlivě statické, čas nemá podstatný význam; např. kontaktní úlohy

2.1 HISTORICKÝ VÝVOJ

V *Tabulce 2.1* je uveden přehled nejznámějších programových systémů MKP. Je zřejmé, že prakticky všechny mají své počátky v dobách sálových počítačů a děrných štítků, a že je obtížné v současné době prorazit se zcela novým produktem, který za sebou nemá dlouhou historii postupného budování. [2, 3].

Výjimkou v tomto směru budiž systém *Pro/MECHANICA*, který přichází až v průběhu 90. let s novou koncepcí základního algoritmu MKP. [2, 21].

Tabulka 2.1: Programové systémy MKP do roku 1990. [2].

| Rok | Název softwaru | Autoři, vývojáři | Webová adresa |
|------|----------------|---|------------------------|
| 1965 | ASKA (PERMAS) | IKOSS GmbH, (INTES), GER | www.intes.de |
| | STRUDL | MCAUTO, USA | www.gtstrudl.gatech.ed |
| 1966 | NASTRAN | MacNeal-Schwendler Corp., USA | www.macsch.com |
| 1967 | BERSAFE | CEGB, UK; (restrukturováno v roce 1990) | |
| | SAMCEF | University. of Liege, BEL | www.samcef.com |
| 1969 | ASAS | Atkins Res.&Devel., UK | www.wsasoft.com |
| | MARC | MARC Anal. Corp., USA | www.marc.com |
| | PAFEC | PAFEC Ltd, UK; dnes SER Systems | |
| | SESAM | DNV, NOR | www.dnv.no |
| 1970 | ANSYS | Swanson Anal. Syst., USA | www.ansys.com |
| | SAP | NISEE, University. of California, Berkeley, USA | www.eerc.berkeley.edu |
| 1971 | STARDYNE | Mech. Res. Inc., USA | www.reiusa.com |
| | TITUS (SYSTUS) | CITRA, France; ESI Group | www.systus.com |
| 1972 | DIANA | TNO, NED | www.diana.nl |
| | WECAN | Westinghouse R&D, USA | |
| 1973 | GIFTS | CASA/GIFTS Inc., USA | |
| 1975 | ADINA | ADINA R&D, Inc., USA | www.adina.com |
| | CASTEM | CEA, FRA | |
| | FEAP | NISEE, University. of California, Berkeley, USA | www.eerc.berkeley.edu |
| 1976 | NISA | Eng. Mech. Res. Corp., USA | www.emrc.com |
| 1978 | DYNA2D, DYNA3D | Livermore Software Technology. Corporation., USA | www.lstc.com |
| 1979 | ABAQUS | Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., USA | www.abaqus.com |
| 1980 | LUSAS | FEA Ltd., UK | www.lusas.com |
| 1982 | COSMOS/M | Structural Res. & Anal. Corp., USA | www.cosmosm.com |
| 1984 | ALGOR | Algor Inc., USA | www.algor.com |

2.2 KOMERČNÍ MKP SOFTWARE

V současné době je na trhu k dostání relativně velké množství různého softwaru využívajícího MKP, který se liší např. svým primárním zaměřením, druhem licencování, anebo cenou. Nutno říci, že celou škálu těchto programů lze vyzkoušet zdarma (*demo, trial*¹⁵), anebo jsou uvolňovány tzv. studentské verze, mnohdy doplněny o užitečné výukové materiály a tréninkové úlohy. V *Tabulce 2.2* je uveden zestručněný abecední seznam některých komerčních programů používající MKP podle zdroje [26]:

Tabulka 2.2: Seznam komerčního MKP softwaru. [26].

| | | | | | |
|-----------------------------|------------------------|----------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------------|
| • <i>Abaqus</i> | • <i>Creo Elements</i> | • <i>FENSAP-ICE</i> | • <i>LINKpipe</i> | • <i>NEi Software</i> | • <i>RFEM</i> |
| • <i>ADINA</i> | • <i>Diana</i> | • <i>FlexPDE</i> | • <i>LS-DYNA</i> | • <i>NISA</i> | • <i>SAMCEF</i> |
| • <i>Advance Design BIM</i> | • <i>Diffpack</i> | • <i>Flux</i> | • <i>LUSAS</i> | • <i>PAK</i> | • <i>SAP2000</i> |
| • <i>ALGOR</i> | • <i>Falcon2.0</i> | • <i>Genie</i> | • <i>MADYMO</i> | • <i>Plaxis</i> | • <i>STRAND7</i> |
| • <i>Altair HyperWorks</i> | • <i>FEFLOW</i> | • <i>HydroGeoSphere</i> | • <i>MSC.Marc</i> | • <i>PZFlex</i> | • <i>StressCheck</i> |
| • <i>ANSA</i> | • <i>FEM</i> | • <i>HyperSizer</i> | • <i>Nastran</i> | • <i>Quickfield</i> | • <i>Vector Fields</i> |
| • <i>ANSYS</i> | • <i>Femap</i> | • <i>Infolytica MagNet</i> | • <i>Nastran /EM</i> | • <i>Radioss</i> | • <i>Vflo</i> |
| • <i>COMSOL</i> | • <i>FEMtools</i> | • <i>JMAG</i> | • <i>Nautics 3D Beam</i> | • <i>Range Software</i> | • <i>Zébulon</i> |

Na základě sledování současného vývoje se zdá, že postupně dojde k omezení počtu komerčně nabízených systémů, mezi nimiž se nakonec uplatní jen několik nejsilnějších firem. Pokud budeme usuzovat z analýzy citací databáze *Makebase* [10], jak je uvedeno ve zdroji [2], potom mezi nejúspěšnější za období 1985 – 1999 určitě budou patřit systémy *ABAQUS*, *ADINA*, *ANSYS* a *NASTRAN*. [2].

2.3 OPEN-SOURCE SOFTWARE

Výraz open-source software (OSS) lze volně přeložit do češtiny jako program na bázi otevřeného kódu, což znamená nejen legální dostupnost, ale při splnění určitých podmínek také možnost editace zdrojového kódu. Nezaměňovat s *freeware*¹⁶ licenci. Fakt, že programy na bázi otevřeného kódu jsou volně k dispozici, může být obrovská výhoda, jak pro malé firmy, tak i pro studenty, protože se zde neplatí žádná licence. Další výhodou tohoto programu je, že každý uživatel si může tento kód otevřít, různě „poupravit“ a přizpůsobit svým potřebám, popřípadě ho může za jistých podmínek dále volně šířit. [3, 9, 19]

¹⁵ zdarma zkušební verze jinak placeného softwaru, zpravidla má omezené některé funkce, často i dobu užívání (obvykle 30 dní)

¹⁶ druh softwaru, který je zpravidla zdarma pouze k užívání (jeho zdrojový kód není dostupný), ovšem někdy s určitým omezením jako např. zákaz použití ke komerčním účelům

Programy na bázi otevřeného kódu jsou vytvářeny menšími skupinami lidí nebo jednotlivců z výzkumných ústavů, univerzit apod. Ovšem nevýhodou je ta skutečnost, že některé programy neobsahují celou sadu nástrojů v jednom balíku. K provedení analýzy je tedy potřebné jednotlivé aplikace doplnit v jiných dostupných volně šiřitelných programech. [3, 9, 18, 19].

V dnešní době si na internetu můžeme vybrat z velkého množství MKP programů, které jsou na bázi otevřeného kódu. Většinou se nejedná o programy, které obsahují vše potřebné pro výpočet, ale jen určité části programu, jako např. vytváření geometrie, sítě konečných prvků, nebo různé matematické řešiče, knihovny apod. V *Tabulce 2.3* je uveden zestručněný, ucelený přehled některého softwaru na bázi open-source, který vytvořil autor [3]. [3].

Tabulka 2.3: Přehled open-source softwaru využívající MKP. [3].

| Název softwaru | Typ | Operační systém | Typ analýzy | Webová adresa |
|---------------------|-----|-----------------|--------------|--|
| Aladdin | t | Lin | S, D | www.isr.umd.edu/~austin/aladdin.html |
| CalculiX | s | Win | S, E, T | www.calculix.de www.dhondt.de |
| Deal.II | l | Win, Lin | S, T | www.dealii.org |
| Elmer | s | Win, Lin, Mac | S, E, T, CFD | www.csc.fi/english/pages/elmer |
| Felib | l | Win, Lin | S | ccpforge.cse.rl.ac.uk/gf/project/felib |
| FEMM | s | Win, Lin | E | www.femm.info |
| Felt | s | Win, Lin | S, T | felt.sourceforge.net |
| Fenics | s | Lin, Mac | S, T, CFD | fenicsproject.org |
| FreeFem++ | PDE | Win, Lin, Mac | S, E, T | www.freefem.org/ff++/index.htm |
| Getfem ++ | l | Win, Lin | S, E, T | download.gna.org/getfem/html/homepage/# |
| Gmsh | s | Win, Lin, Mac | S, E, T | www.geuz.org/gmsh |
| Impact | s | Win, Lin | D | www.impact-fem.org |
| libMesh | l | Lin | S, T | libmesh.github.io |
| ModuleF | l | Win, Lin | S, E, T | www-rocq.inria.fr/modulef/english.html |
| Ofeli | l | Win, Lin | S, E, T, CFD | www.ofeli.net |
| OOFEM ¹⁷ | l | Lin | S, CFD | www.oofem.org |
| OpenFOAM | l | Lin | S, T | www.openfoam.com |
| Open CASCADE | s | Win, Lin | S | www.opencascade.org |
| NGSolve | l | Win, Lin | S, E, T | www.hpfem.jku.at/ngsolve |
| Salome | s | Lin | S, T, CFD | www.salome-platform.org |
| SLFFEA | s | Lin | E, CFD | slffea.sourceforge.net |
| Z88 | s | Win, Lin, Mac | S | www.en.z88.de |

¹⁷ projekt OOFEM je aktivně vyvíjen od roku 1997 na katedře mechaniky Stavební fakulty ČVUT [20]

Poznámka 2:

Vysvětlení použitých zkratk v *Tabulce 2.3:*

Tabulka 2.4: Legenda k přehled open-source softwaru využívající MKP. [3].

| Druh popisku | Popisek | Význam |
|-----------------|---------|--|
| Typ (programu) | s | řešič (solver) |
| | l | knihovna (library) |
| | t | toolbox, toolkit |
| | PDE | řešič parciálních diferenciálních rovnic (Partial differential equation) |
| Operační systém | Win | Windows |
| | Lin | Linux |
| | Mac | Macintosh (Mac OS X) |
| Typ analýzy | S | statická strukturální |
| | D | dynamická |
| | E | elektromagnetismus |
| | T | přenos tepla |
| | CFD | proudění kapalin a plynů |

3 PROSTŘEDÍ SALOME MECA

SALOME je open-source platforma sloužící k pre- a post-processingu¹⁸ pro numerické simulace. Je založeno na otevřené a uživatelsky přizpůsobivé struktuře složené z více sekundárních komponentů. *SALOME* je distribuováno jako open-source software pod licenčními podmínkami *GNU LGPL*¹⁹, které jsou volně ke stažení webových stránek [23]. Program je možné používat jako samostatnou aplikaci pro tvorbu CAD modelů, vytváření sítí pro numerické operace nebo pro čisté prohlížení výsledků, stejně jako pro integraci zdrojových kódů aplikací třetích stran, za účelem získání plnohodnotného softwaru „uší-tého na míru“ pro specifické použití v různých oblastech analýzy. [1, 9, 23, 24].

SALOME slouží především k:

- tvorbě/modifikování/úpravě CAD modelů,
- importu/exportu CAD modelů (formáty *IGES*, *STEP*, *BREP*)
- síťování modelů (vytváření sítí)
- editaci/kontrolu sítí
- importu/exportu sítí (formáty *MED*, *UNV*, *DAT*, *STL*)
- přiřazování fyzikálních vlastností jednotlivým geometrickým tělesům
- provádění výpočtů pomocí externích řešičů
- zobrazování výsledků výpočtů
- organizaci jednotlivých studií
- a další...

Software je napsán v programovacím jazyku *Python*, přičemž dokonce samotné prostředí nabízí přístup ke všem funkcím pomocí příkazové konzole. *SALOME* dále nabízí i jistý vývojářský tutoriál, který – stejně jako samotné prostředí, dokumentaci a mnoho dalšího – lze stáhnout přímo z webových stránek [23]. [1, 23, 24].

Výše uvedené specifikace dělají ze *Salome Meca* potenciálně velice silný nástroj pro provádění různých analýz pomocí MKP. Největší předností tohoto programu je bezesporu cena a možnost úpravy zdrojového kódu. Naopak nevýhodou potom může být prakticky žádná oficiální podpora nebo slabá jazyková integrace (*ANG*, *FRA*, *JAP*).

Poznámka 3:

V zadání této bakalářské práce se vyskytuje slovní formulace *Salome Meca*, která je dle webových stránek [24] používána ve spojení s MKP řešičem *Code_Aster*. Samotné prostředí jako takové je distribuováno pod názvem *SALOME*. [1, 23, 24].

¹⁸ pre-processing je fáze zpracování vstupních dat (příprava modelu, diskretizace – tvorba sítě); zatímco post-processing je fáze zobrazování a interpretace výsledků

¹⁹ *Lesser General Public License* – druh licence, který je kompatibilní s licencí GPL (*General Public License*), umožňuje nalinkování LGPL knihovny i do programu který není distribuován pod GPL [9]

3.1 POŽADAVKY, VERZE, SESTAVA

Vzhledem k rychlému vývoji hardwaru lze dnes *SALOME* používat prakticky na jakémkoliv počítači opatřeném operačním systémem *Linux*. Pro uživatele *Windows* je samozřejmě možné (např. pomocí virtualizačních programů) užívat toto prostředí i pod jejich oblíbenou platformou, ovšem přímé interakci s *Linuxem* se i tak nevyhnou. Samozřejmě obecně platí čím vyšší výpočetní výkon sestavy, tím nižší doba výpočtu.

Tabulka 3.1: Hardwarové požadavky *SALOME 7.7.1*. [24].

| | Minimální konfigurace | Doporučená konfigurace |
|----------------|-----------------------|------------------------|
| Procesor | Pentium IV | Dual or Quad Core |
| RAM | 512 MB | 4 GB |
| Místo na disku | 2 GB | 5 GB |
| Grafická karta | 64 MB | 512 MB |

Při tvorbě této bakalářské práce jsem pracoval na následující sestavě:

Notebook *ASUS X550VB*:

procesor: *Intel i5 3230M 2,6 GHz*
 grafická karta: *nVidia GT 740M 2 GB*
 RAM: *8 GB*
 pevný disk: *SSD Crucial MX200 250 GB*
 operační systém: *Windows 10 64bit*

Poněvadž jsem uživatel *Windows*, bylo využito virtualizace počítače pomocí volně stažitelného softwaru *Oracle VM VirtualBox* ve verzi *5.0.14*, kde bylo přiděleno virtuálnímu stroji *4 GB* RAM a *2* jádra procesoru.

Jakožto operační systém byl do virtuálního počítače nainstalován softwarový balík *CAE-Linux 2013*²⁰, běžící na platformě *Xubuntu* ver.: *15.10 64bit*. Tento soubor inženýrských aplikací obsahuje mj. i *Salome Meca* ve verzi *2013.1 (SALOME 6)*, ovšem pro všechny výpočty v této práci bylo použito prostředí *Salome Meca* ver.: *2015.2 (SALOME 7)*, dostupné z webových stránek [24].

Poznámka 4:

Novější verze je dle mého názoru mnohem stabilnější (ve verzi *2013.1* docházelo k častému padání programu, především potom při práci v modulu *Geometry*, na druhou stranu v novější verzi chybí modul *Post-Pro*, který je nahrazen modulem *ParaViS* (součástí i verze *2013.1*), ovšem právě *ParaViS* nabízí mnohem širší škálu funkcí a možností k interpretaci získaných výsledků.

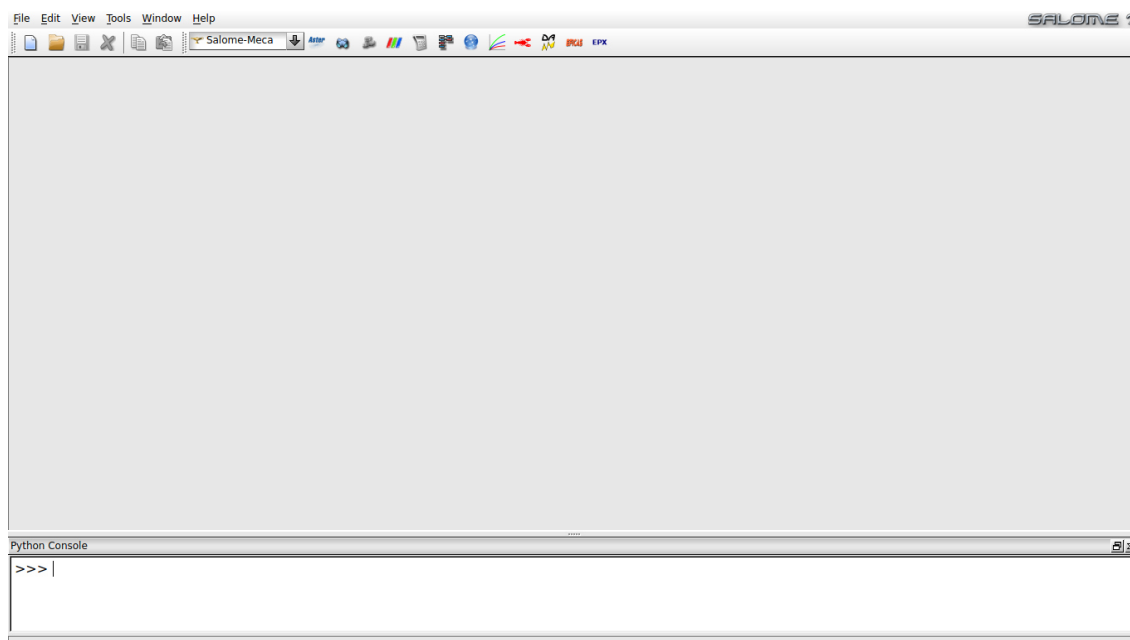
²⁰ soubor inženýrských aplikací a programů, jež je implementovaný přímo do operačního systému *Xubuntu*, volně ke stažení na webových stránkách [25]

3.2 ZÁKLADNÍ ORIENTACE, MODULY

Jak již bylo naznačeno výše, samotné prostředí *Salome Meca* se skládá z několika různých pracovních modulů, mezi kterými se dá jednoduše přepínat. Každý z nich nabízí jiné možnosti modelování a obsahuje odlišné funkce, které v ostatních modulech nejsou zpřístupněny. Systém neumožňuje nastavování fyzikálních jednotek, a proto napříč celým prostředím uživatel musí zohlednit tento fakt při zadávání jednotlivých parametrů. V této kapitole jsou přiblíženy (a logicky seřazeny) nejdůležitější z těchto modulů pro řešení základních problémů mechaniky těles:

3.2.1 MODUL SALOME-MECA

Po spuštění samotného prostředí *Salome Meca* je zobrazen právě tento stejnojmenný modul, který je jako takový z praktického hlediska nezajímavý. Slouží především k načítání a ukládání jednotlivých projektů (studií) ve formátu *HDF*.



Obrázek 3.1: Modul *Salome-Meca*.

Na hlavním panelu nástrojů je možné vidět mj. rozbalovací nabídku s jednotlivými moduly, vedle které jsou ty stejné moduly zastoupeny svými ikonami (byť trochu nelogicky uspořádány). Dole potom nechybí *Python* příkazový řádek.

Pro všechny moduly v prostředí *Salome Meca* obecně platí, že veškeré panely nástrojů a funkcí, informační okna, stromy apod. lze libovolně zobrazovat, skrývat a přesouvat. Implicitní pozice těchto panelů je až na výjimky stejná jak ve verzi 2015.2, tak i pro 2013.1. V případě, že uživatel bude chtít využívat všechny tyto nabídky, pro pohodlnou a produktivní práci vřele doporučuji pracovat na monitorech větších uhlopříček s rozlišením *FullHD*.

3.2.2 MODUL GEOMETRY

Další připravený modul je mnohem zajímavější a užitečnější. Modul *Geometry* – jak již název napovídá – slouží zejm. k tvorbě a úpravě geometrie. Nicméně, modelář samotný je dle mého názoru poměrně složitý a neintuitivní, uživatelsky nepřívětivý a naučit se v tomto prostředí orientovat a produktivně pracovat zabere značné úsilí i za použití různých video-tutoriálů. Na druhou stranu nabízí obrovskou škálu funkcí a možností, a proto si myslím, že je možné v tomto prostředí vymodelovat téměř jakoukoliv složitou geometrii. Samozřejmě je zde možnost importu geometrie z vlastního souboru (formáty *BREP*, *STEP*, *IGES*, *STL*, *XAO*), avšak převod souborů je zpravidla doprovázen určitým počtem nepřesností, a proto se nelze vyhnout práci v tomto modeláři. Není-li použita možnost exportu (formáty stejné jako při importu plus navíc *VTK*) vytvořená geometrie se ukládá pouze do stejného souboru jako samotný projekt (formát *HDF*).

Modul *Geometry* je zobrazen na *Obrázku 3.4*. Horní část panelu nástrojů je stejná jako v předešlém modulu *Salome-Meca*, dále je tento panel obohacen o různé funkce vázající se právě ke tvorbě geometrie, což pokročilejšímu uživateli značně urychluje práci tím, že není nucen se probírat hlavními nabídkami (úplně nahoře), ovšem pro začátečníky vyhledání kýžené funkce přes hlavní nabídky může být výhodou, protože veškeré funkce jsou zde k nalezení a navíc jsou logicky uspořádány. V levé části se nachází klasický strom vytvořených objektů (ve verzi 2013.2 lze záložkovým způsobem přepnout do editoru uživatelských proměnných nebo do informačního okna parametrů a jejich hodnot). Dole nechybí *Python* příkazový řádek. A konečně v hlavní části prostředí se rozléhá pracovní plocha obohacená o řádek příkazů upravující pohled a natočení kamery.

3.2.3 MODUL MESH

Obvykle dalším krokem při řešení MKP úlohy je tvorba sítě a právě k tomuto účelu je připraven modul *Mesh* viz *Obrázek 3.5*. V tomto prostředí lze jednoduše vytvářet a editovat různé druhy sítí popř. jejich skupiny pomocí široké škály algoritmů a hypotéz pro tvorbu sítí, dále opravovat a zhušťovat sítě, a v neposlední řadě taktéž např. posuzovat kvalitu jednotlivých sítí a prvků (popř. velikosti prvků). Myslím, že toto prostředí je o něco uživatelsky přívětivější než předchozí modelář geometrie, což je možná dáno i díky menšímu objemu funkcí, nicméně k dokonalosti ještě nějaký ten krůček chybí. I zde je možnost importu vlastních sítí (formáty *UNV*, *MED*, *STL*, *CGNS*, *SAUV*, *GMF*), ovšem tato možnost nebyla mnou vyzkoušena. I zde není-li použita možnost exportu (formáty *DAT*, *MED*, *UNV*, *STL*, *CGNS*, *SAUV*, *GMF*), vygenerovaná síť se ukládá do stejného souboru jako samotný projekt (formát *HDF*).

Modul *Mesh* – co se týče rozložení jednotlivých panelů – je prakticky totožný jako předchozí modul *Geometry*, samozřejmě s tím rozdílem, že na hlavním panelu nástrojů se nachází funkce sloužící pro práci se sítěmi a nikoli s geometrií.

3.2.4 MODUL ASTER

Modul *Aster* (viz *Obrázek 3.7*) neslouží pouze k nastavování řešiče a spouštění již finální výpočtové fáze, nýbrž právě pomocí tohoto prostředí lze relativně jednoduše vytvořit textový *COMM* soubor, sloužící jako vstup do MKP solveru *Code_Aster*. Když opominu

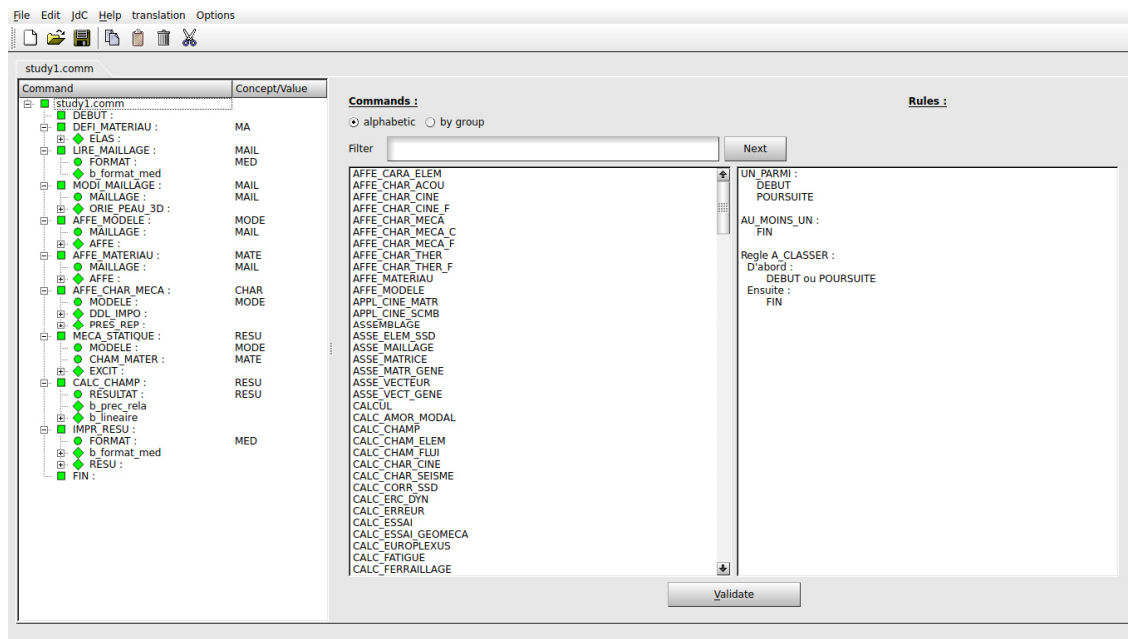
nadmíru neefektivní způsob psaní skriptu přímo do prázdného souboru v kterémkoli textovém editoru, zůstávají dva, prakticky mnohem produktivnější a jednodušší způsoby: buďto lze využít prostředí *Eficas* (viz další odstavec), anebo je možné si vypomoci jedním ze čtyř připravených průvodců umístěných na hlavním panelu nabídek přímo v modulu *Aster*, které jsou určeny pro:

1. lineárně elastickou strukturální analýzu
2. modální analýzu
3. lineární teplotní analýzu
4. lomovou analýzu (šíření trhlin)

Nicméně tento způsob je značně omezený (např. pro lineárně elastickou analýzu lze do silových okrajových podmínek zadat pouze tlak na plochu ve směru normály plochy), a proto se uživatel v drtivé většině případů neobejde bez ruční editace kódu pomocí textového editoru nebo právě modulu *Eficas*.

3.2.5 MODUL EFICAS

Pro komplexnější úlohy je výhodné používat právě toto prostředí, sloužící k tvorbě nových a editaci již vytvořených skriptů v programovacím jazyku *Code_Aster*. Modul *Eficas* se spouští v samostatném okně (viz *Obrázek 3.2*) a nabízí strom jednotlivých příkazů s integrovanou kontrolou syntaxe a rozsáhlou knihovnu funkcí, a proto je toto prostředí velice intuitivní. Mnohem nepříjemnější je fakt, že samotný jazyk *Code_Aster* vychází z francouzštiny, a tudíž pro nefrankofonního uživatele je zprvu význam většiny příkazů a funkcí skryt.



Obrázek 3.2: Modul Eficas.

3.2.6 MODUL PARAVIS

Po kalkulaci úlohy MKP řešičem *Code_Aster* je vygenerována řada souborů s hodnocením výpočtu a výsledky. Nejdůležitějším z nich pro post-processing je soubor *RMED*, který slouží jako vstup právě pro modul *ParaViS*.

*ParaView*²¹ jako takový, je open-source, multi-platformový, autonomní nástroj sloužící k analýze a vizualizaci extrémně velkých datových souborů (jako jsou např. právě výsledky z MKP řešičů). Toto prostředí obsahuje nepřeberné množství funkcí a nástrojů pro interpretaci výsledků z nejrůznějších typů analýz. *ParaView* podporuje práci na více monitorech i zobrazování na 3D panelech. I zde je připravena *Python* konzole pro zadávání příkazů právě v tomto programovacím jazyce. [25].

Zde se vyhnu popisu jednotlivých panelů a funkcí, neboť toto prostředí je velice rozsáhlé a propracované (viz *Obrázek 3.9*). Pro podrobnější seznámení s *ParaView* doporučuji příručky dostupné z [25]. Zobrazené výsledky je možné ukládat ve formátu *CSV*.

3.2.7 PRÁCE S JEDNOTKAMI

Vzhledem k tomu, že v prostředí *Salome Meca* (podobně jako i u dalších MKP softwarů) není možné nastavování fyzikálních jednotek a přepínání mezi nimi. Proto obecně platí jednoduché pravidlo: „v jakých jednotkách uživatel pracuje, v takových dostává výsledky“. Je doporučeno zadávat jednotlivé parametry v jednotkách SI, nebo – pro někoho je možná přívětivější systém – *mm MPa N*. Vzhledem k tomu, že nemálokdy je chyba výpočtu způsobena právě špatným zadáním jednotek, respektive mylným převedením hodnot, je uvedena následující tabulka, která udává jednoduchý návod, v jakých jednotkách zadávat příslušné parametry, za účelem eliminace právě těchto chyb. [1].

Tabulka 3.2: Jednotky. [1].

| | Označení | SI | Alternativní |
|--------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Délka | l | [m] | [mm] |
| Hmotnost | m | [kg] | [t] |
| Čas | t | [s] | [s] |
| Teplota | T | [K] | [K] |
| Úhel | φ | [rad] | [rad] |
| Frekvence | f, | [Hz] | [Hz] |
| Síla | F | [N] | [N] |
| Tlak, napětí | p, σ , τ | [Pa] | [MPa] |
| Hustota | ρ | [kg·m ⁻³] | [t·mm ⁻³] |

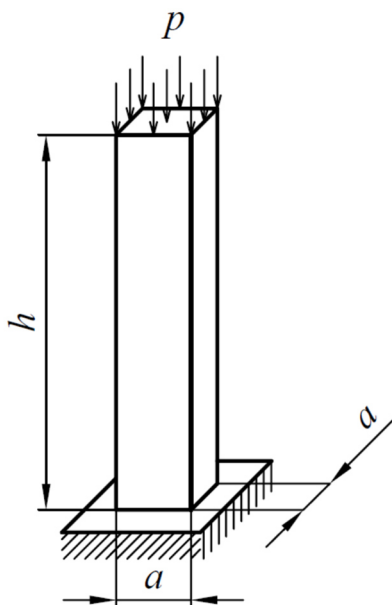
²¹ *ParaView* je autonomní software implementovaný do *SALOME* pod modulem s názvem *ParaViS*

3.3 VZOROVÝ PŘÍKLAD

Na úvod je dopodrobna rozepsán postup vytváření modelu při řešení jednoduché úlohy.

Příklad 1:

Mějme vespod vetknutý ocelový hranol o rozměrech $a = 20 \text{ mm}$; $h = 100 \text{ mm}$, zatížený tlakem podle Obrázku 3.3 o velikosti $p = 600 \text{ MPa}$. Úkolem je ověřit průběh velikosti normálových napětí ve všech směrech. Modul pružnosti v tahu $E = 210000 \text{ MPa}$, Poissonův poměr $\mu = 0,3$.



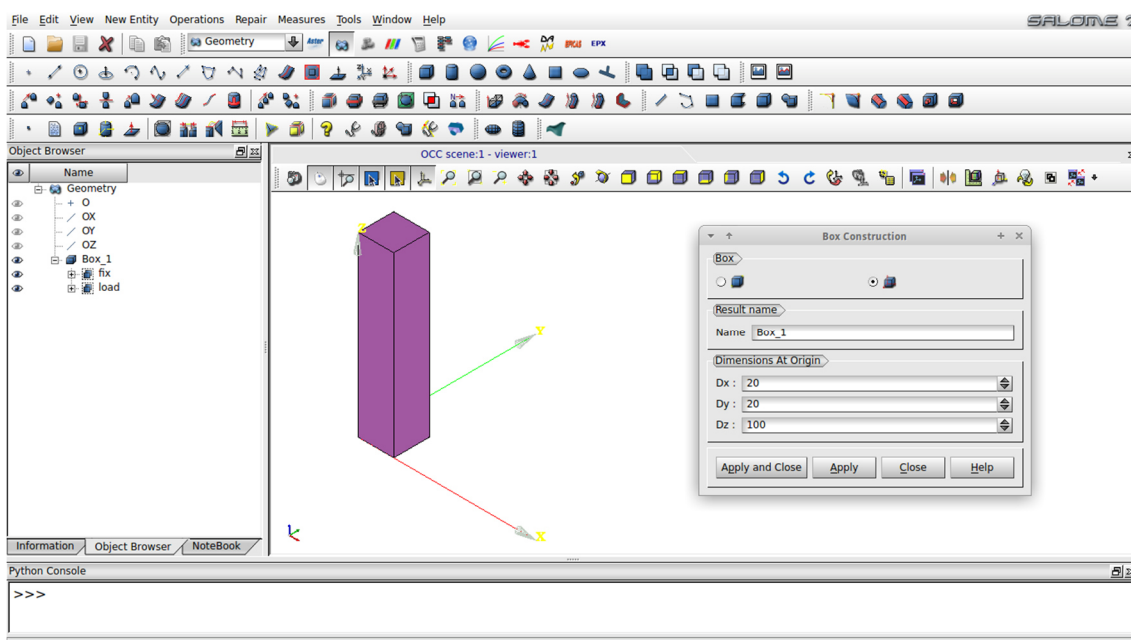
Obrázek 3.3: Příklad 1.

GEOMETRIE

Vytvoření geometrie je v tomto případě velice snadné. Z nabídky *Primitives* se zvolí funkce *Box* a pomocí dialogového okna se zadají požadované rozměry. Dále je vhodné si vždy „předpřipravit“ skupiny geometrických entit (v tomto případě pojmenované jako *fix* a *load*), na které budeme posléze předepisovat počáteční podmínky.

V případě eventuálních budoucích změn geometrie je vhodné zavedení parametrů pro jednotlivé rozměry a při editaci samotné geometrie upravovat právě pouze hodnoty těchto parametrů, poněvadž jiná možnost editace rozměrů není v tomto prostředí možná.

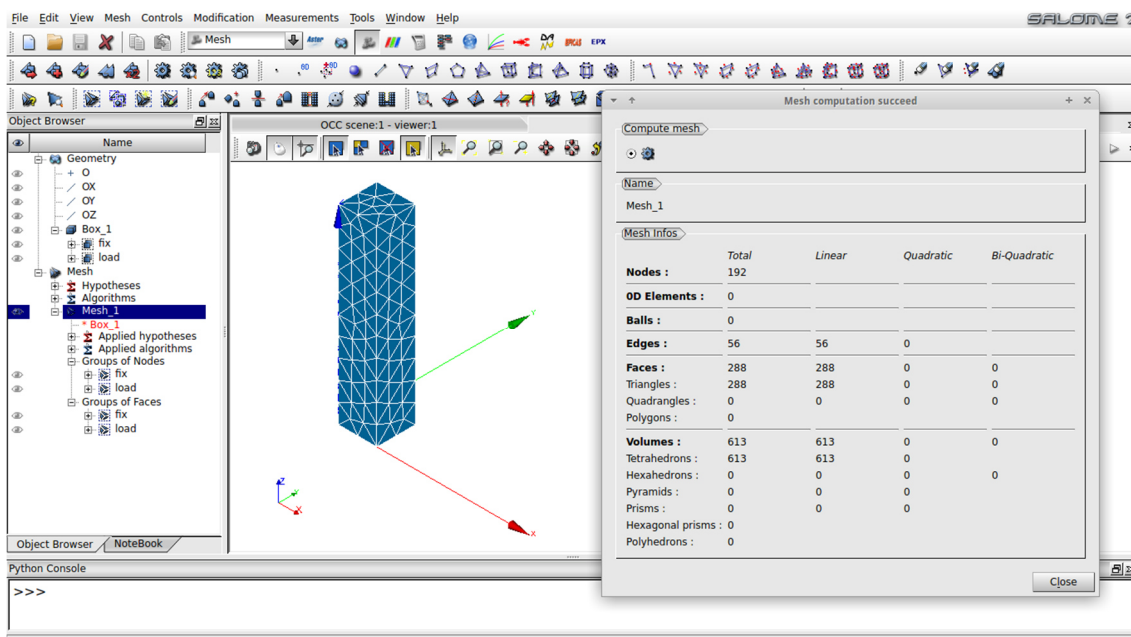
Možnost importování geometrie z jiného CAD souboru byla několikrát vyzkoušena (ne v tomto konkrétním případě). Nutno říci, že vše funguje jak má, nikdy nenastal nějaký zásadnější problém s importem geometrie, který by znemožňoval tento úkon, ač někdy nastane problém s jednotkami (viz dále v této práci).



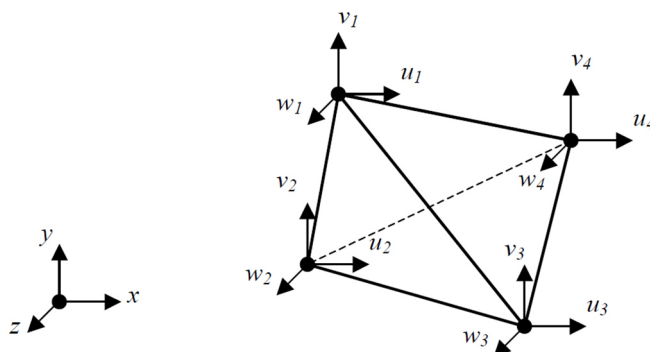
Obrázek 3.4: Modul Geometry.

Síť

Tvorba sítě znovu nebyla žádný problém. Po přepnutí do modulu Geometry byl vybrán ve stromě objektů náš hranol *Box_1*. Po spuštění funkce *Create Mesh*, byl vybrán typ sítě, prvků a algoritmus generování (v tomto případě 3D tetraedrické prvky, automatický algoritmus s maximální velikostí prvků *10 mm*). I zde je vhodné vytvoření skupin (uzlů i stěn) právě z těch předpřipravených geometrických (pod stejnými názvy).



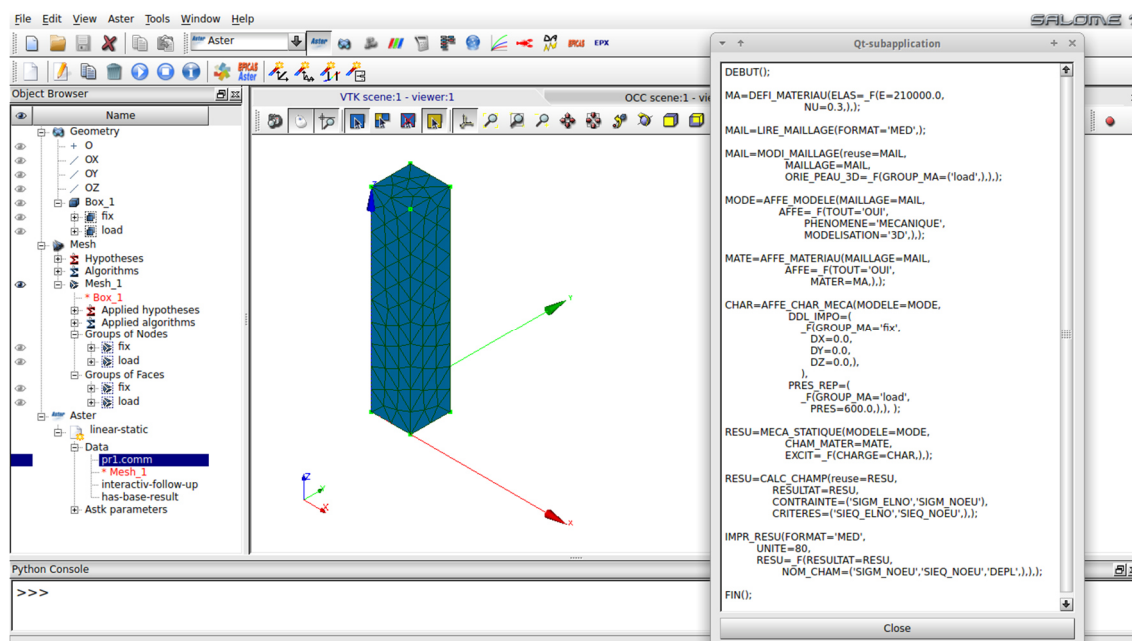
Obrázek 3.5: Modul Mesh.



Obrázek 3.6: 3D tetraedrický prvek. [2].

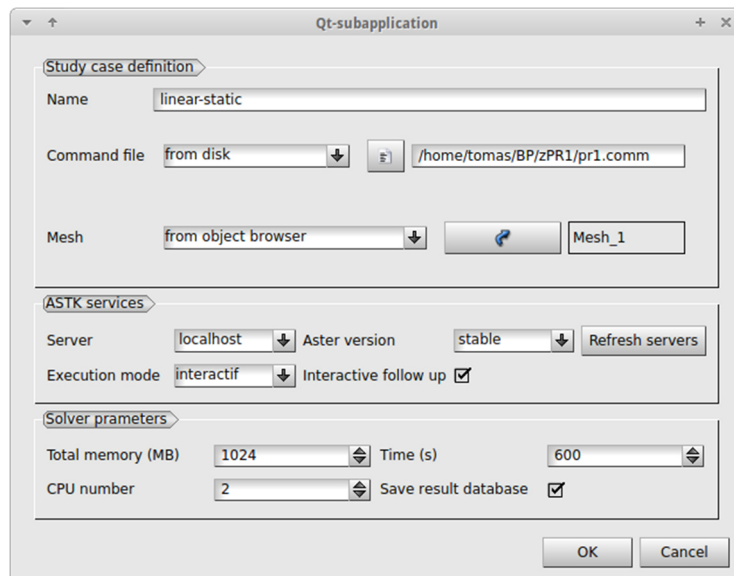
PŘÍPRAVA COMM SOUBORU

Po vytvoření sítě je nutné aplikovat okrajové podmínky (OP) a materiálové charakteristiky. V tomto jednoduchém případě si lze vystačit s připraveným průvodcem v modulu *Aster*. Po spuštění průvodce *Linear elastic* je zvolen typ úlohy (3D), načtena vygenerovaná síť s možností aplikací OP na geometrické skupiny, dále se zadají materiálové charakteristiky a samotné okrajové podmínky. Vytvořený soubor je uložen ve formátu *COMM*.

Obrázek 3.7: Modul Aster s náhledem COMM skriptu²².

Modul *Aster* také skýtá možnost nastavení základních parametrů řešiče (viz Obrázek 3.8). Po vypočtení úlohy (přes tlačítko *Run*) se vygeneruje mnoho souborů výsledků, z nichž dále budeme pracovat se souborem ve formátu *RMED*.

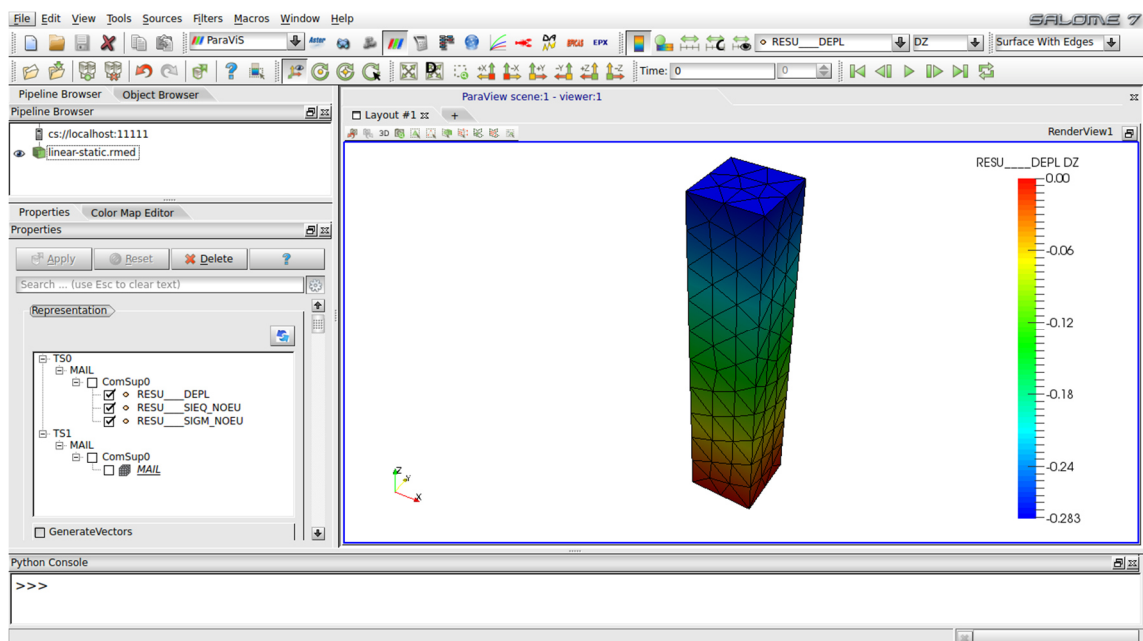
²² na Obrázek 3.2 je ten samý *COMM* soubor, pouze zobrazen pomocí modulu *Eficas*



Obrázek 3.8: Možnosti nastavení řešiče Code_Aster.

VIZUALIZACE VÝSLEDKŮ

Vykreslení výsledků se efektivně provádí pomocí modulu *ParaViS*. Nejprve je nutné načíst vypočtená data z řešiče (*RMED* soubor). Po tomto úkonu je možno zobrazovat a vykreslovat veškeré výsledky (napětí, deformace) s bohatými možnostmi nastavení. Na *Obrázku 3.9* je vykreslena deformace v ose *z*.

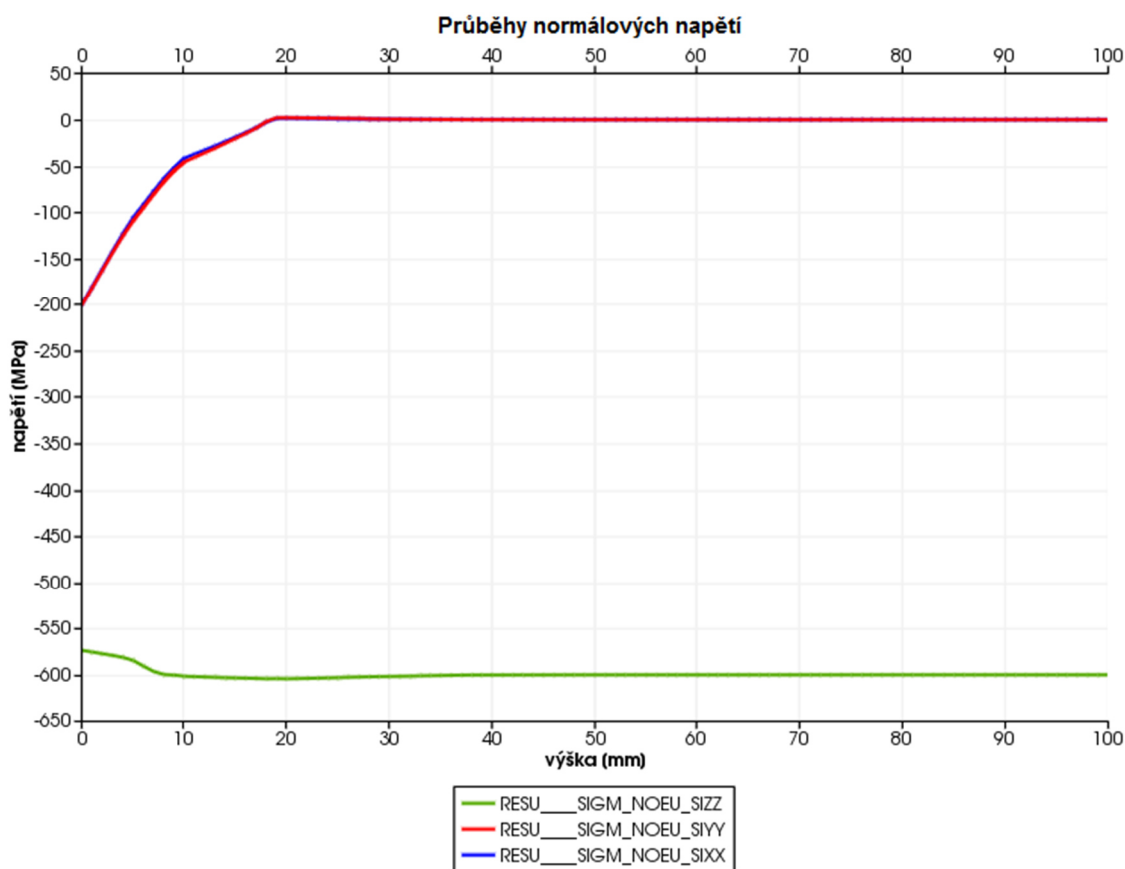


Obrázek 3.9: Modul ParaViS.

ANALÝZA VÝSLEDKŮ

Při řešení této úlohy je evidentní, že napětí v tělese vznikne pouze v záporném směru osy *z* (tlak), přičemž jeho průběh musí být konstantní, roven tlaku ze zadání $p = 600 \text{ MPa}$.

V ostatních směrech musí být napětí nulové. Z Obrázku 3.10 jasně vyplývá, že v našem případě napětí ve směru osy z lze vyhodnocovat až od výšky přibližně 10 mm od vetknutí. Do této vzdálenosti jsou výsledky znehodnoceny (viz Příloha II) vlivem aplikace okrajové podmínky. Dále ze stejného důvodu nelze vyhodnocovat napětí v ostatních směrech do výšky přibližně 20 mm od vetknutí, kde by mělo být po celé délce hranolu napětí nulové. Průběhy vzniklých smykových napětí se nachází v Příloze III. V inženýrské praxi je nutné brát na zřetel, že aplikací každé okrajové podmínky vnášíme do modelu určitou nepřesnost, a vědět, respektive dokázat odhadnout, v jakém místě nesmíme vyhodnocovat průběhy napětí, tj. kde jsou hodnoty napětí ovlivněny např. geometrickou singularitou, jako v tomto případě.



Obrázek 3.10: Příklad 1 – průběhy normálových napětí.

4 SOUBOR ZÁKLADNÍCH ÚLOH

V následujícím souboru úloh již nebude tak detailně popisován postup tvorby výpočtových modelů, jako tomu bylo ve vzorovém příkladu, nýbrž bude upozorňováno na ne-standardní kroky, odlišující se od klasického postupu (viz *Příklad 1*).

4.1 STATICKÁ STRUKTURÁLNÍ ANALÝZA

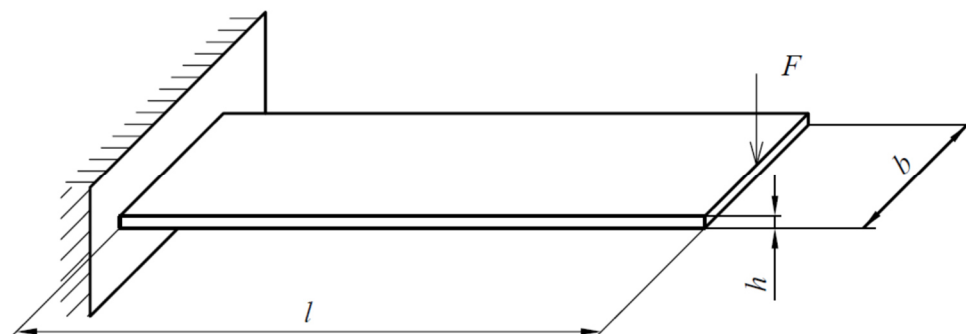
Tento typ analýzy patří mezi ty nejzákladnější. Slouží kupříkladu k posouzení bezpečnosti součásti (např. vzhledem k meznímu stavu pružnosti (MSP)), k vyšetřování napjatosti nebo k zjištění a posuzování deformovaných tvarů po zatížení. Statická strukturální analýza by měla být provedena vždy při návrhu nové součásti.

V obecné pružnosti-pevnosti, jak při analytickém tak i v konečno-prvkovém řešení, se s výhodou užívají zjednodušené geometrické a výpočetní modely (pruty, skořepiny, rovinné napjatosti, rovinné deformace, osové symetrie, rotační symetrie atd.). Při analytickém řešení používáme tyto modely, protože člověk není schopen řešit tak obsáhlé a komplexní úlohy, podobně u MKP řešení používáme tato zjednodušení za účelem nižší výpočtové náročnosti na hardware, a tím i nižšího výpočtového času řešení. Při práci s takovými modely je nutné stále mít na paměti, která zjednodušení a teorie jsme aplikovali a podle toho následně kriticky posuzovat získané výsledky a s rozumem je přenášet do praxe.

Příklad 2:

Ocelový plech daných rozměrů je vetknut podle Obrázku 4.1 a zatížený na volném konci silou F na ohyb. Úkolem je určit průhyb volného konce. Modul pružnosti v tahu $E = 210000 \text{ MPa}$, Poissonův poměr $\mu = 0,3$.

$$\begin{aligned} l &= 1000 \text{ mm} \\ b &= 500 \text{ mm} \\ h &= 20 \text{ mm} \\ F &= 5 \text{ kN} \end{aligned}$$



Obrázek 4.1: Příklad 2.

ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ

Při analytickém řešení vyjdeme z prutové teorie, tudíž celý ocelový plát nahradíme pouze střednicí. Z uvolnění vyplývá, že vznikne pouze jeden interval, na kterém zjistíme průběh ohybového momentu:

$$M_{ol} = -F \cdot x; \text{ pro } x \in (0;l) \quad (4.1)$$

Pro výpočet průhybu volného konce prutu použijeme Castiglianovu větu pro náš případ ve tvaru:

$$w = \frac{\partial W}{\partial F} = \int_0^l \frac{M_{ol}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{ol}}{\partial F} \cdot dx \quad (4.2)$$

kde kvadratický moment pro obdélníkový průřez:

$$J_y = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (4.3)$$

Po parciální derivaci ohybového momentu, dosazení do rovnice (4.2) a následné integraci, dostáváme kýžený průhyb volného konce prutu:

$$w = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J_y} = 23,81 \text{ mm} \quad (4.4)$$

Právě tuto hodnotu, vypočtenou ze vztahu (4.4), budeme považovat za přesnou a vůči ní budeme srovnávat a verifikovat výsledky získané pomocí konečno-prvkového řešení s různými prvky (beam, plane, shell, solid).

MKP ŘEŠENÍ POMOCÍ SALOME MECA

Tuto úlohu vyřešíme hned několikrát, kdy daný problém budeme počítat postupně v 1D (jako prutové těleso), ve 2D²³ (pomocí rovinné napjatosti (RN) a rovinné deformace (RD)) a ve 3D jako skořepinové a objemové těleso, čímž si vyzkoušíme použití různých prvků, které máme k dispozici.

Obecně se dá předpokládat, že tvorba veškerých modelů v prostředí *SALOME* bude o poznání uživatelsky nepřívětivější, než je tomu v komerčních softwarech jako je např. *ANSYS Workbench* a nejinak je tomu ve většině úloh v této práci. Tvorba geometrie je v tomto konkrétním příkladu ještě relativně jednoduchá, kdy byly vytvořeny charakteristické entity pro jednotlivé geometrie (úsečka pro prutovou teorii; plocha $500 \times 20 \text{ mm}$; pro RN a RD, plocha $1000 \times 500 \text{ mm}$ pro skořepinu a objemové těleso pro prostorové prvky).

Sít' byla generována pro první tři geometrie (prut, rovinná napjatost, skořepina) relativně jednoduše, kdy byla zadána velikost elementu a byla užita mapovaná síť (obdélníkové prvky pro 2D a skořepinu). U prostorového tělesa, kde byly použity tetraedrické prvky

²³ chceme-li úlohu řešit ve 2D (např. rovinná napjatost, deformace, popř. osová symetrie apod.) je nutné, stejně jako v prostředí *ANSYS Workbench* mít geometrii namodelovanou v rovině xy

(nakonec čtyři elementy po tloušťce) bylo nutné výpočet několikrát opakovat na různých sítích, protože nebylo dosaženo dostatečně přesných výsledků podobně jako u RN a RD.

Tvorba příkazového *COMM* soboru naopak pro 3D těleso byla jednodušší (byl využit připravený průvodce v modulu *Code_Aster*), s následným aplikováním okrajových podmínek v *Eficas*. To ve zbylých třech případech musel být zdrojový kód vytvořen prakticky „z ničeho“ pomocí prostředí *Eficas*, což je pro člověka, který neoplývá francouzštinou a dělá takový úkon poprvé, poměrně náročná operace. Samozřejmě bylo ještě nutné pro prut, respektive RN, RD a skořepinu zadat parametry příčného průřezu, respektive třetí rozměr (tloušťku).

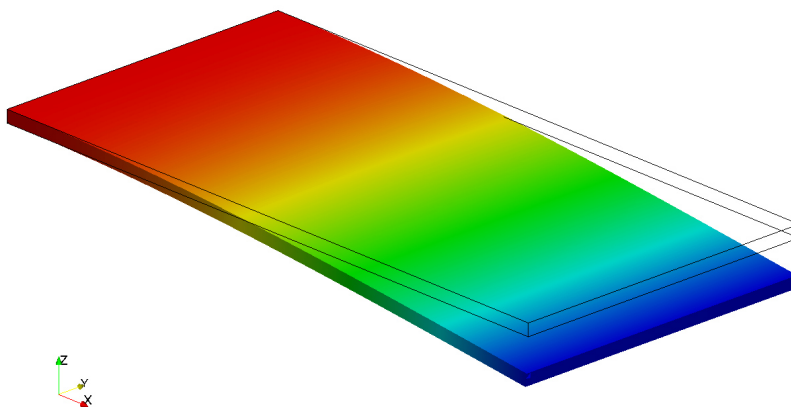
MKP ŘEŠENÍ POMOCÍ ANSYS WORKBENCH

V prostředí *Workbench* je tvorba výpočtových modelů pro všechny typy prvku o poznání jednodušší především díky nenutnosti editace zdrojových kódů pro výpočet. I zde byly v modeláři vytvořeny jednotlivé geometrie podobně jako v prostředí *Salome Meca*. Samotný výpočet byl proveden pouze pro prut, rovinnou napjatost, skořepinu a prostorové těleso.

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Ač síť v prostředí *SALOME* byla pro prostorové těleso mnohokrát modifikována, zjemňována a zkoušena s různými prvky (co se týče geometrie) a různými parametry, nebylo dosaženo dostatečně přesných výsledků. U RN a RD bylo taktéž nutno několikrát editovat síť, navíc zde pravděpodobně není možné zadat třetí rozměr (v naší úloze šířka b) (tady *SALOME* používá jednotkovou tloušťku), a proto jsem si vypomohl tím, že zatěžující síla byla zmenšena v poměru k šířce. Naopak při užití prutové nebo skořepinové teorie jsou výsledky velice přesné, srovnatelné s analytickým řešením a (co do přesnosti) i s komerčním softwarem *ANSYS*.

Při zvyšování počtu prvků (v našem případě se zvyšováním dimenze úlohy) by se mělo MKP řešení zpřesňovat. Tento fakt bezesporu platí při užití prostředí *Workbench*, pro *Salome Meca* tento trend můžeme pozorovat (v naší úloze) pouze u skořepiny, pro kterou byl výpočet proveden na dvou sítích (viz *Tabulka 4.1*).



Obrázek 4.2: Příklad 2 – kontrola deformovaného tvaru (5krát zvětšeno)

Tabulka 4.1: Příklad 2 – porovnání výsledků.

| | Software | Počet uzlů | Počet prvků ²⁴ | Maximální deformace | Odchylka |
|---------------------------------|-----------------|------------|---------------------------|---------------------|----------|
| Analyticky | - | - | - | 23,81 mm | 0,00 % |
| Prut | Salome Meca | 101 | 100 | 23,82 mm | 0,04 % |
| Rovinná napjatost ²⁵ | | 1506 | 1764 | 28,02 mm | 17,48 % |
| Rovinná deformace ²⁶ | | 1506 | 1764 | 25,40 mm | 6,68 % |
| Skořepina | | 441 | 480 | 22,96 mm | 3,57 % |
| | | 2601 | 2700 | 23,10 mm | 2,98 % |
| Prostorové těleso | | 23823 | 136935 | 15,00 mm | 37,00 % |
| Prut | ANSYS Workbench | 201 | 100 | 25,01 mm | 5,04 % |
| Rovinná napjatost | | 288 | 57 | 24,97 mm | 4,87 % |
| Skořepina | | 231 | 200 | 24,02 mm | 0,88 % |
| Prostorové těleso | | 1272 | 162 | 23,85 mm | 0,17 % |

Dále z *Tabulky 4.1* vyplývá, že softwaru *ANSYS Workbench* „stačí“ menší počet prvků při stejné, v některých případech dokonce lepší přesnosti. Předpokládám, že tento fenomén může být způsoben tím, že *ANSYS* při generaci konečno-prvkové používá lepší algoritmy, a dále že užívá nějakým způsobem „vylepšené“ i samotné elementy (např. pro prostorové těleso a RN jsou to kvadratické prvky).

Vysoká nepřesnost řešení pomocí RN a prostorových prvků by teoreticky mohla poukazovat na špatnou aplikaci okrajových podmínek, ovšem tento jev byl prověřen ať už kontrolou deformovaného tvaru (rozložení pole vektorů deformace), kontrolou průběhu napětí nebo vylisováním rekčních sil ve vazbě (vetknutí).

Jelikož v této úloze byly výsledky získané pomocí prostorových prvků relativně nepřesné (lépe řečeno i pomocí RN, ale prostorové prvky jsou z praktického hlediska mnohem důležitější a využitelnější), následující úloha bude zaměřena právě na validaci 3D elementů, kdy budou testovány různé sítě s různým nastavením a s odlišnými prostorovými prvky. Výsledky následně budou srovnány s řešením získaného z programu *ANSYS Workbench* a především znovu s „přesným“ analytickým řešením.

²⁴ všechny sítě jsou tvořeny lineárními prvky, kromě sítí pro RN a prostorové těleso generované v *ANSYS*.

²⁵ RN:

- obsahuje složky napětí pouze v rovině xy
- těleso se může deformovat ve směru osy z
- ve směru osy z je nulové napětí

²⁶ RD:

- obsahuje složky deformace pouze v rovině xy
- těleso se nemůže deformovat ve směru osy z
- ve směru osy z je nenulové napětí

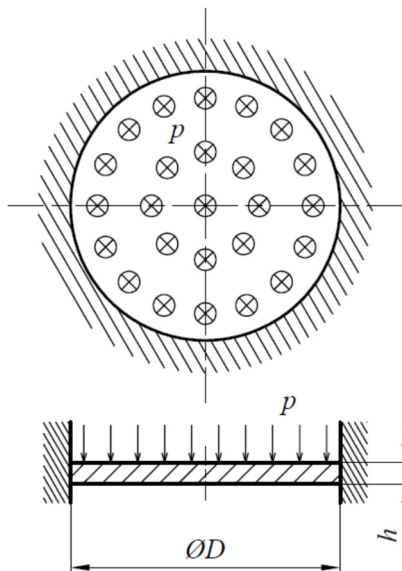
Příklad 3:

Litinná kruhová deska zadaných rozměrů je po obvodu vetknuta a zatížena tlakem p podle Obrázku 4.3. Naším úkolem bude určit maximální průhyb desky. Modul pružnosti v tahu $E = 80000 \text{ MPa}$, Poissonův poměr $\mu = 0,21$.

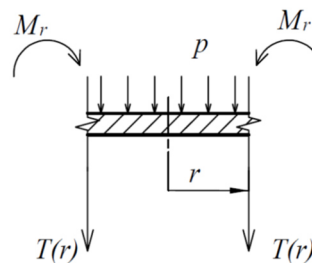
$$\varnothing D = 2R = 200 \text{ mm}$$

$$h = 14 \text{ mm}$$

$$p = 2,5 \text{ MPa}$$



Obrázek 4.3: Příklad 3.



Obrázek 4.4: Příklad 3 – Uvolnění.

ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ

Z Obrázku 4.3 je zřejmé, že máme pouze jeden interval, což indukuje potřebu dvou okrajových podmínek (OP) pro natočení a další jednu pro osový průhyb, k následnému dopočítání integračních konstant. Tyto OP jsou pro:

$$r = 0: \quad \vartheta = 0 \quad (4.5a)$$

$$r = R: \quad \vartheta = 0 \quad (4.5b)$$

$$w = 0 \quad (4.5c)$$

Z uvolnění desky (viz Obrázek 4.4), resp. z rovnic statické rovnováhy lze vyjádřit lineovou posouvající sílu T v závislosti na poloměru r :

$$T(r) = -\frac{2 \cdot p \cdot r}{2}; \quad \text{kde } r \in (0; R) \quad (4.6)$$

Dále bude potřeba pro jednodušší výpočet určit tuhost desky B podle vztahu:

$$B = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \quad (4.7)$$

Nyní již můžeme použít výchozí rovnici pro výpočet rotačně symetrické desky (4.8a), respektive její upravený tvar (4.8b):

$$\frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{\vartheta}{r} = -\frac{T}{B} \quad (4.8a)$$

$$\frac{d}{dr} \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \cdot (r \cdot \vartheta) \right] = -\frac{T}{B} \quad (4.8b)$$

Po dosazení za T , integraci a úpravě získáme následující rovnice pro natočení, respektive pro osový průhyb:

$$\vartheta(r) = \frac{p \cdot r^3}{16 \cdot B} + \frac{C_1 \cdot r}{2} + \frac{C_2}{r} \quad (4.9a)$$

$$w(r) = \frac{p \cdot r^4}{64 \cdot B} + \frac{C_1 \cdot r^2}{4} + C_2 \cdot \ln|r| + C_3 \quad (4.9b)$$

A konečně po dosazení OP, dopočítání integračních konstant C_1 , C_2 , C_3 a úpravě získáme předpis pro natočení resp. axiální průhyb v kterémkoli bodě desky:

$$\vartheta(r) = \frac{p \cdot r^3}{16 \cdot B} - \frac{p \cdot R^2 \cdot r}{16 \cdot B} \quad (4.10a)$$

$$w(r) = \frac{p \cdot r^4}{64 \cdot B} - \frac{p \cdot R^2 \cdot r^2}{32 \cdot B} + \frac{p \cdot R^4}{64 \cdot B} \quad (4.10b)$$

V naší úloze nás zajímá pouze osový průhyb, přičemž snadnou úvahou lze dospět k faktu, že maximální deformace bude uprostřed desky, tedy pro poloměr $r = 0 \text{ mm}$. Čili po dosazení do vztahu (4.10b) získáme následující hodnotu:

$$w(r=0) = w_{\max} = \frac{p \cdot R^4}{64 \cdot B} = 0,204 \text{ mm} \quad (4.11)$$

Právě tuto hodnotu, vypočtenou ze vztahu (4.11), budeme považovat za přesnou a vůči ní budeme porovnávat výsledky získané pomocí MKP na různých 3D sítí.

MKP ŘEŠENÍ POMOCÍ SALOME MECA

V modulu *Geometry* byla vytvořena základní geometrie, na kterou načež v modulu *Mesh* bylo generováno hned několik druhů 3D sítí:

- *Tetrahedron*
- *Tetrahedron 2*
- *Tetrahedron qa*
- *Netgen 3D*
- *Hexahedron*
- *Hexahedron qa*

První čtyři výše jmenované sítě používají tetraedrické prvky (viz *Obrázek 3.6*). Jako výchozí síť zvolme *Tetrahedron*, kde byla zadána maximální velikost prvku *10 mm*. *Tetrahedron 2* se liší pouze tím, že byla zadána poloviční velikost prvku, což má za následek přibližně dvojnásobný počet prvků (viz *Příloha VI*). Dále *Tetrahedron qa* vychází opět z naší základní sítě, ovšem zde byla použita funkce sloužící pro konverzi na kvadratické elementy²⁷. Další síť *Netgen 3D* byla vygenerována podle stejnojmenné hypotézy.

Pro sítě *Hexahedron* a *Hexahedron qa* bylo nutné částečně modifikovat i geometrii, poněvadž tyto sítě jsou již tvořeny hexaedrickými (kubickými) elementy (viz *Obrázek 1.1 a*)), což má úskalí v modulu *Mesh*, kde lze bezproblémově vygenerovat 3D hexaedrickou síť pouze na prostorové geometrické entity, mající dvanáct hran. Proto bylo nutné v modeláři vytvořit několik rovin a využít funkci *Partition*. Bonusem nám budiž souměrné mapované sítě. Obě sítě se vzájemně znovu liší pouze tím, že prvky *Hexahedron qa* byly převedeny na kvadratické.

Následně v modulu *Aster* pomocí průvodce bylo vytvořeno šest jednotlivých skriptů (pro každou síť zvlášť), sloužící pro výpočet pomocí řešiče *Code_Aster*, které ještě byly zkontrolovány, příp. mírně modifikovány v modulu *Eficas*. Všechny připravené *COMM* soubory prošly úspěšně MKP výpočtem. Výsledky byly naimportovány do prostředí *ParaViS*, kde následně byla vykreslena deformace ve směru normály rovinné plochy rotačně symetrické desky – viz *Příloha IX*.

MKP ŘEŠENÍ POMOCÍ ANSYS WORKBENCH

I zde byla vytvořena geometrie v prvním případě jednoduše pomocí náčrtu kružnice a následného vysunutí, respektive ve druhém případě tento postup byl obohacen o „rozřezání“ geometrie rovinami *yz* a *zx* s následným „slepením“ pomocí funkce *From new part* za účelem tvorby částečně mapované sítě. Jako první síť byla použita ta defaultně generovaná s nastavením velikosti prvků *10 mm*, kdežto druhá síť – mapovaná, byla vytvořena s nastavením velikostí prvku *5 mm*. Aplikace okrajových podmínek byla prakticky totožná jako v *Salome Meca*. Výsledky MKP řešení a náhledy sítí – viz *Příloha X*.

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Při výpočtu pomocí *Code_Aster* tetraedrickými elementy se znovu potvrzuje hypotéza, že s vyšším počtem prvků je řešení přesnější. Při použití hexaedrických, respektive kvadratických prvků se dostáváme na velice dobrou přesnost srovnatelnou s komerčním softwarem *ANSYS Workbench* (při výpočtu na síti *Hexahedron* dokonce vyšší přesnost s podobným počtem elementů i výpočtovým časem), což je dáno i tím, že výpočet probíhá v mnohem větším počtu uzlů, než je tomu u sítě tvořené čtyřstěnnými prvky. Paradoxně výpočet na síti *Hexahedron qa* (která vychází z *Hexahedron*) je nepřesnější i přes mnohem vyšší počet uzlových bodů. Vysoká nepřesnost výsledků na sítích *Tetrahedron* a *Netgen 3D* není způsobena pouze nerovnoměrností sítě (viz *Příloha VIII*), ale také vlivem nízkého počtu prvků po tloušťce desky (v obou případech pouze dva elementy), přičemž

²⁷ modul *Mesh* obsahuje i funkci pro konverzi na bikvadratické elementy, ovšem na takové síti se mi nepodařilo úspěšně dokončit výpočet

je obecně doporučeno vytvořit minimálně tři, lépe však čtyři prvky po tloušťce objemového tělesa.

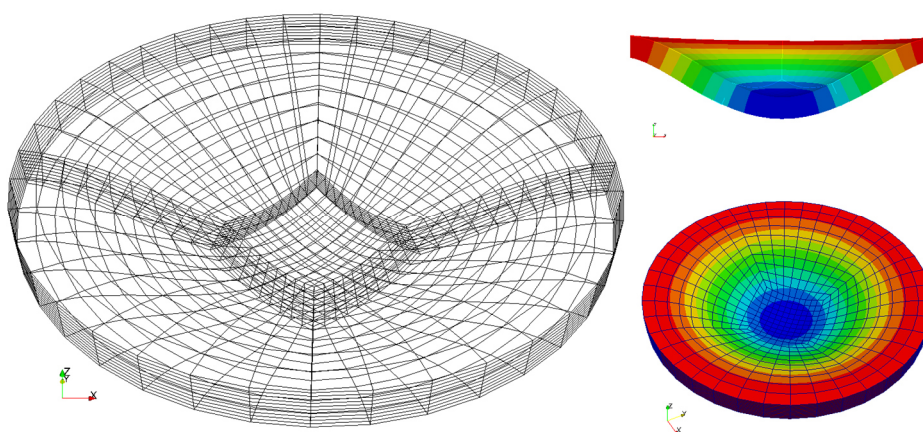
Je tedy zcela evidentní, že v *SALOME* je vhodnější používat hexaedrické (kubické) elementy, ovšem zde narážíme na problém se samotnou generací sítě, poněvadž – jak je již uvedeno výše – hexaedrickou síť lze vytvářet pouze na geometriích, které mají právě dvanáct hran, což bude velký problém při tvarově složitějších tělesech.

Tabulka 4.2: Příklad 3 – porovnání výsledků.

| | Software | Typ prvků | Počet uzlů | Počet prvků | Čas ²⁸ | Max deformace | Odhylka |
|----------------|----------------|--------------------|------------|-------------|--------------------|---------------|----------|
| Analytický | - | - | - | - | - | 0,204 mm | 0,00 % |
| Tetrahedron | Salome Meca | TL | 1731 | 8703 | 5,01 s | 0,097 mm | 52,5 % |
| Tetrahedron 2 | | | 9717 | 50735 | 10,36 s | 0,180 mm | 11,8 % |
| Tetrahedron qa | | TQ | 10473 | 8703 | 9,48 s | 0,215 mm | 5,39 % |
| Netgen 3D | | TL | 2569 | 13998 | 6,55 s | 0,142 mm | 30,4 % |
| Hexahedron | | HL | 5731 | 7520 | 8,15 s | 0,197 mm | 3,43 % |
| Hexahedron qa | | HQ | 22161 | 7520 | 37,15 s 32,58 s | 0,219 mm | 7,35 % |
| Základní | | ANSYS Workbench | HQ | 7802 | 1374 | 5,65 s | 0,219 mm |
| Mapovaná | 21291 | | | 4116 | 5,92 s | 0,219 mm | 7,35 % |

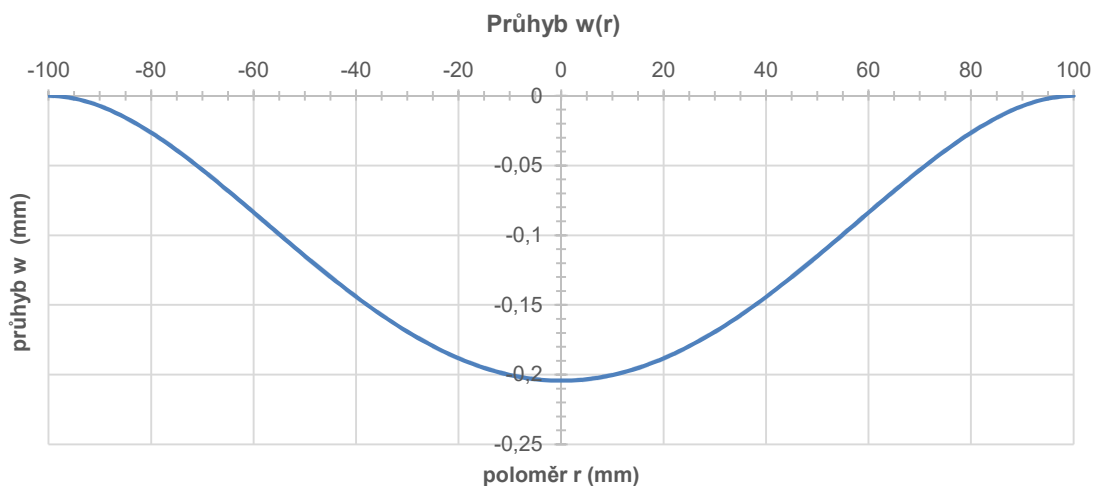
TL ... tetraedrické lineární prvky
TQ ... tetraedrické kvadratické prvky

HL ... hexaedrické lineární prvky
HQ ... hexaedrické kvadratické prvky

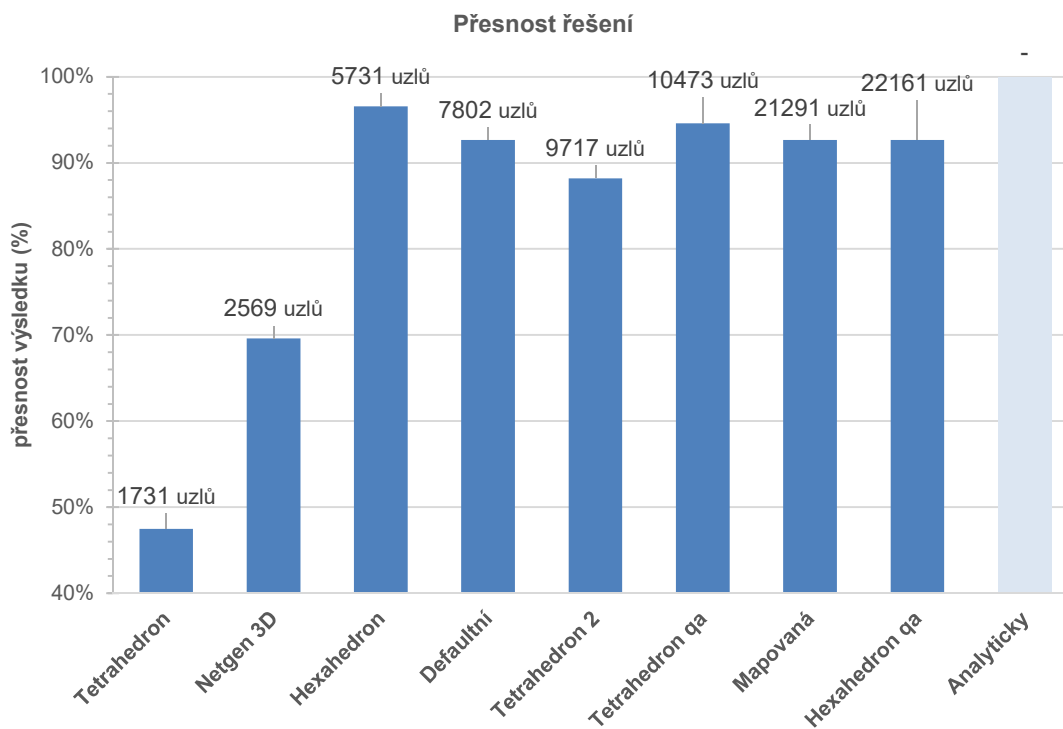


Obrázek 4.5: Příklad 3 – kontrola deformovaného tvaru (200krát zvětšeno).

²⁸ čas výpočtu byl měřen pro výchozí nastavení řešiče *Code_Aster* (512 RAM, 1 CPU) a pro stejné nastavení softwaru *ANSYS*; vzhledem k dlouhému výpočtu u sítě *Hexahedron qa* byl výpočetní čas měřen i pro nastavení řešiče *Code_Aster* viz Obrázek 3.8



Obrázek 4.6: Příklad 3 – průhyb desky v závislosti na poloměru – analytické řešení.



Obrázek 4.7: Příklad 3 – přesnost MKP řešení (seřazeno podle počtu prvků).

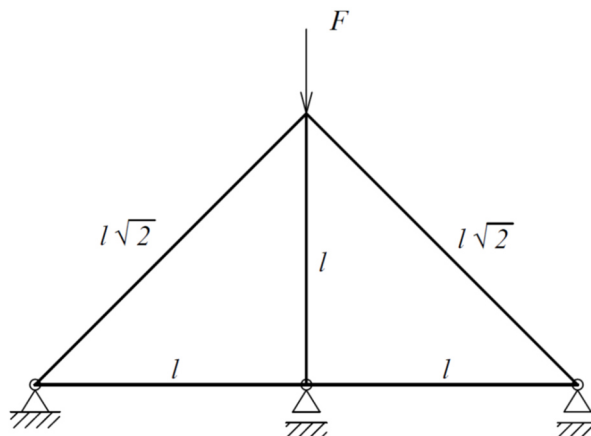
Poznámka 5:

Chce-li uživatel v modulu *Mesh* vygenerovat prostorovou síť tvořenou čistě hexaedrickými prvky, je nutno mít připravenou geometrii, kde každá entita bude mít zmiňovaných dvanáct hran. Dále lze použít algoritmus *Netgen*, který má implicitně nastaveny tetraedrické prvky, ovšem v pokročilém nastavení lze zvolit preferenci právě šestistěnných elementů, výsledkem je hexaedrická síť doplněna (dle geometrie) tetraedrickými prvky.

Příklad 4:

Soustava prutů kruhového příčného průřezu o průměru $D = 20 \text{ mm}$ je zatížena podle Obrázku 4.8 silou F . Úkolem je vyšetřit deformovaný tvar soustavy po zatažení, dále určit nejvíce namáhaný prut, zjistit extrémní normálových napětí resp. sil, popř. posoudit prutovou soustavu vůči meznímu stavu pružnosti. Modul pružnosti v tahu $E = 200000 \text{ MPa}$, Poissonův poměr $\mu = 0,3$.

$$\begin{aligned} l &= 1000 \text{ mm} \\ F &= 10 \text{ kN} \\ R_e &= 200 \text{ MPa} \end{aligned}$$



Obrázek 4.8: Příklad 4.

TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

V tomto případě se již obejdeme bez analytického výpočtu a budeme tuto úlohu řešit pouze numericky (s výjimkou výpočtu bezpečnosti vůči MSP viz rovnice (4.12)).

V prostředí *Salome Meca* i *ANSYS Workbench* se tvorba geometrie i následná generace sítě neliší od běžného postupu. Jediným rozdílem je přiřazení příčného průřezu prutům, kdy se tento úkon v komerčním softwaru provádí o něco pohodlněji, přímo v modeláři geometrie, kde si uživatel může vybrat s poměrně široké škály. Naproti tomu v *SALOME* se příčný průřez definuje až ve zdrojovém *COMM* souboru, nejsnadněji pomocí modulu *Eficas*, kde jsou předpřipraveny pouze dva (kruhový a obdélníkový) ovšem lze definovat pomocí příslušných příkazů vlastní příčný průřez.

Konečno-prvková síť byla v obou případech tvořena elementy o velikosti 50 mm . Výpočet v obou případech proběhl velice rychle. Jediný problém nastal až při post-processingu, kdy v modulu *ParaVis* se nedařilo správně vykreslit výsledky napjatosti a silových účinků. Z tohoto důvodu byl soubor výsledků (formát *RMED*) z MKP řešiče *Code_Aster* naimportován do modulu *Post-Pro* (v starší verzi *Salome Meca 2013.1*), kde vykreslení výsledků bylo v pořádku (viz *Příloha XI*).

Bezpečnost vůči MSP byla následně počítána ze vztahu:

$$k_{MSP} = \frac{R_e}{\sigma_{\max}} \quad (4.12)$$

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

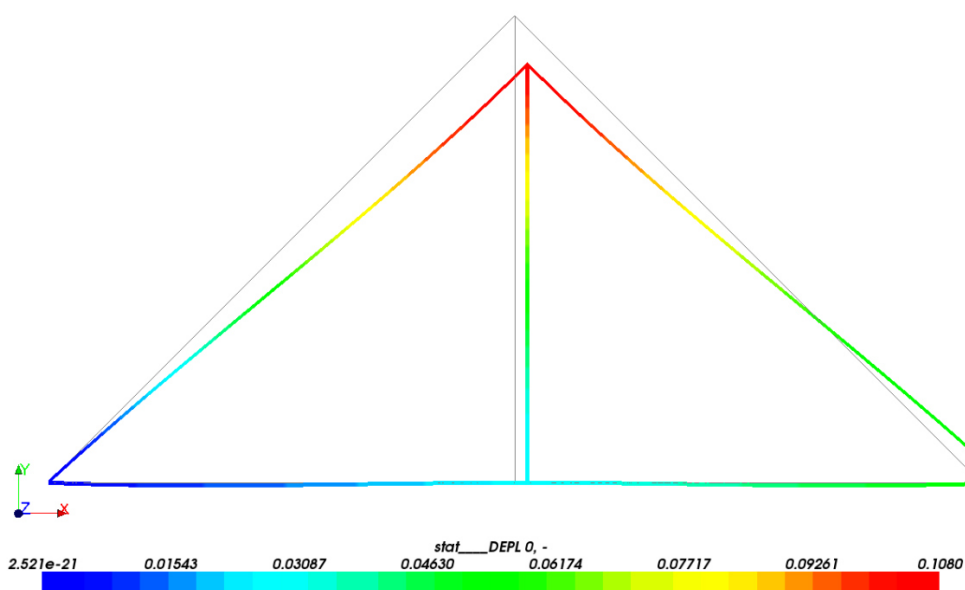
Výsledky z obou MKP řešičů jsou při zaokrouhlení na čtyři platné číslice prakticky totožné (viz *Tabulka 4.3*). Při výpočtu bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti (vztah (4.12)) byla za σ_{max} dosazena absolutní maximální hodnota napětí.

Z vykreslení normálových napětí popř. normálových sil v prutech (viz *Příloha XI*) je patrné, že nejvíce namáhaný je prostřední vertikální prut, přičemž absolutně nejvyšší hodnota napětí má záporné znaménko, čili se jedná o napjatost tlakovou, z čehož vyplývá, že by se tento prut měl posoudit na mezní stav ztráty vzpěrné stability.

Kontrola deformovaného tvaru soustavy vychází dle očekávání. Rotační vazba vlevo odebírá oba posuvy v osách x a y (jedná se prakticky o 2D úlohu), zbylé vazby zabraňují posuvům pouze ve směru osy y .

Tabulka 4.3: Příklad 4 – porovnání výsledků.

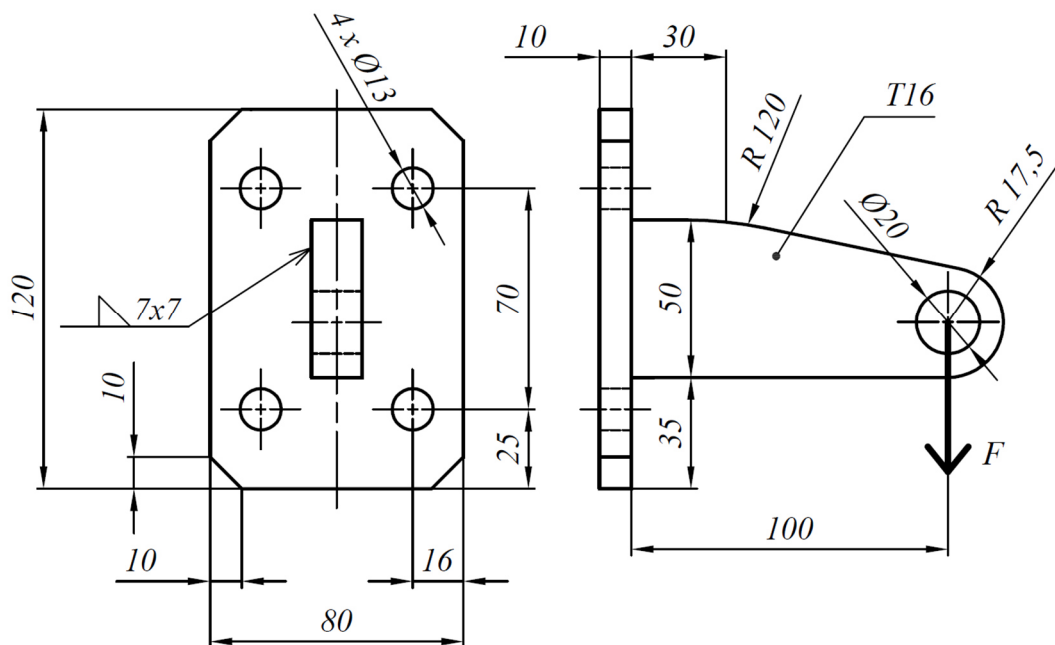
| | | Salome Meca | ANSYS Workbench |
|----------------------------|-----|-------------|-----------------|
| Normálová (axiální) síla | max | 1715 N | 1715 N |
| | min | -6568 N | -6568 N |
| Normálové napětí | max | 5,460 MPa | 5,465 MPa |
| | min | -20,91 MPa | -20,92 MPa |
| Celková deformace | | 0,1080 mm | 0,1081 mm |
| Deformace ve směru osy y | - | 0,1045 mm | 0,1046 mm |
| Bezpečnost MSP | | 9,565 | 9,560 |



Obrázek 4.9: Příklad 4 – celková deformace (1000krát zvětšeno).

Příklad 5:

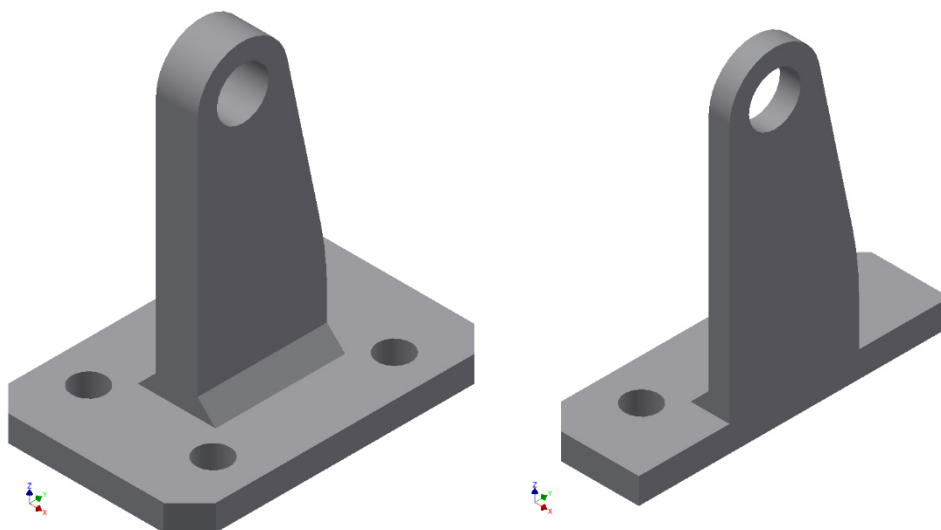
Ocelová konzola podle Obrázku 4.10 je zatížena silou $F = 2000 \text{ N}$. Úkolem je vyšetřit deformovaný tvar a posoudit svary jako koncentrátoři napětí. Modul pružnosti v tahu $E = 200000 \text{ MPa}$, Poissonův poměr $\mu = 0,3$.



Obrázek 4.10: Příklad 5.

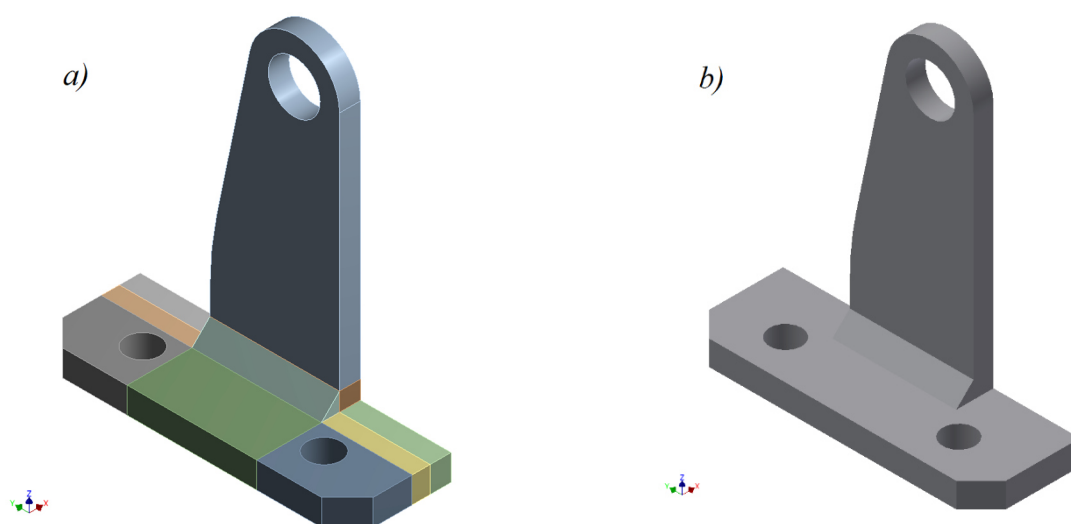
TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

Jedná se prostorové těleso, jež je symetrické podle jedné roviny (z hlediska materiálu, geometrie, zatížení, dále budeme předpokládat, že i oba svary jsou totožné), a proto s výhodou můžeme využít symetrii (viz Obrázek 4.11).



Obrázek 4.11: Příklad 5 – využití symetrie.

Geometrie pro řešič *ANSYS*, byla tvořena v příslušném modeláři přímo v prostředí *Workbench*, přičemž bylo výhodné – podobně jako v *Příkladu 3* – „rozřezat“ a následně „spojit“ geometrii za účelem generace lepší, mapované sítě. Naopak pro řešič *Code_Aster* bylo vystačeno se základní geometrií, která byla vytvořena v jiném CAD softwaru (*Autodesk Inventor 2015*), načež byla naimportována ve formátu *IGES*. Tentokrát byla dokonce přenesena i jakási informace o jednotkách (geometrie byla kótována v *mm*), ovšem modul *Geometry* si s tímto nedokázal úspěšně poradit, proto bylo nutno celou geometrii ještě tisíckrát zvětšit.



Obrázek 4.12: Příklad 5 – geometrie.

a) Geometrie pro ANSYS Workbench

b) Geometrie pro Salome Meca.

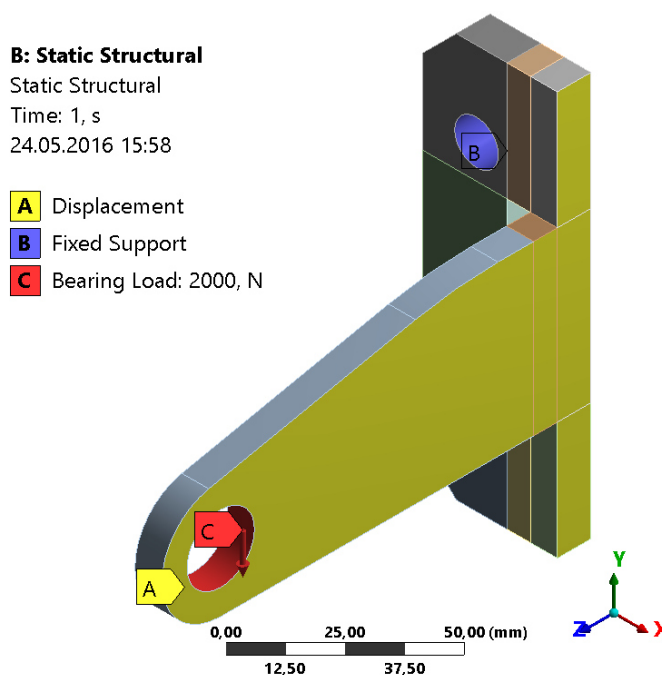
Generace sítě v prostředí *Workbench* byla provedena pro dosažení přesnějších výsledků metodou *Sweep*²⁹, kdy byla vytvořena prostorová hexaedrická kvadratická síť, přičemž všechny parametry byly nechány na výchozích hodnotách. V *Salome Meca* byla síť vygenerována pomocí algoritmu *Netgen 1D-2D-3D*, s volbou šestistěnných elementů (viz *Poznámka 5*), s požadavkem na maximální respektive minimální velikost prvku a to s hodnotou *2 mm* resp. *0,5 mm*, v poslední řadě s využitím konverze všech lineárních prvků na kvadratické. Pro srovnání výpočtové náročnosti byl výpočet proveden i na síti ve stavu před krokem převedení elementů na kvadratické.

Tabulka 4.4: Příklad 5 – síť, výpočtová náročnost.

| | Salome Meca | | ANSYS Workbench |
|---------------|-------------|----------|-----------------|
| Typ sítě | HL | HQ | HQ |
| Počet uzlů | 19563 | 137116 | 9362 |
| Počet prvků | 98969 | 98969 | 1700 |
| Výpočetní čas | 18,48 s | 123,37 s | 7,64 s |

²⁹ metoda, při které se síť utváří pomocí vysunutí ve vrstvách

Aplikace okrajových podmínek byla provedena znovu v obou konfrontovaných softwarcích velice podobně. V obou případech byla nastavena pevná vazba vetknutí na vnitřní válcové plochy (dvě díry v základně konzoly), která má simulovat šroubové spojení konzoly se základním tělesem (např. rámem stroje). Dále z užití symetrie plyne další deformační podmínka a to zamezení normálového posuvu (v tomto případě směr osy x) na ploše roviny symetrie (rovina řezu). Poslední OP, tentokrát silová, byla aplikována na vnitřní válcovou plochu (díra o průměru 20 mm), která může znovu simulovat např. zatížený šroubový spoj. V prostředí *Workbench* byla tato OP realizována pomocí funkce *Bearing Load*, kdežto v *SALOME* tradičně pomocí funkce přidělující silové účinky každému uzlu příslušné skupiny (funkce *FORCE_NODALE*). V programu *Salome Meca* byl příkazový *COMM* soubor vygenerován pomocí průvodce v modulu *Aster*, s následnou editací (okrajových podmínek, modelu materiálu atp.) v modulu *Eficas*.



Obrázek 4.13: Příklad 5 – okrajové podmínky v prostředí ANSYS Workbench.

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Znovu aby bylo dosaženo výsledků srovnatelných s komerčním *ANSYS Workbench*, bylo nutno použít při řešení v *SALOME* o mnohem jemnější síť, což je zapláceno větší výpočtovou náročností a tím pádem i delším výpočetním časem. Z *Tabulky 4.4* vyplývá, že výpočetní doba je přímo úměrná počtu uzlů (lineární závislost) a to platí, možná trochu neočekávaně, nezávisle na použitém řešiči.

Pominu-li právě výpočetní dobu, dostáváme výsledky naprosto srovnatelné z obou řešičů. Co se týče deformace, při užití *SALOME* vychází prakticky totožné posuvy jako v komerčním prostředí *ANSYS*. Co se týká napětí³⁰, zde se již hodnoty lehce liší. Největší

³⁰ ve všech úlohách v této práci je vykresleno tzv. průměrované napětí (tj. napětí v uzlech) a to jak při použití prostředí *Salome Meca*, stejně i *ANSYS Workbench*

odchylka je při výpočtu normálového napětí v ose z (σ_z), která se je téměř 26 %. Ostatní hodnoty napětí se liší přibližně v řádu jednotek, což je při rozsahu hodnot od 15 MPa do přibližně 130 MPa ještě relativně přijatelné. Tyto odchylky jsou způsobeny tím, že se snažíme porovnávat extrémní napětí, které se nachází v oblasti geometrické singularity (svar slouží jako koncentrátor napětí) viz *Obrázek 4.15*. Tyto hodnoty extrémů napětí v geometrických singularitách jsou velice citlivé na velikost elementů sítě a vzhledem k tomu že máme různé sítě (viz *Tabulka 4.4*), právě proto dostáváme takové odchylky v napětích.

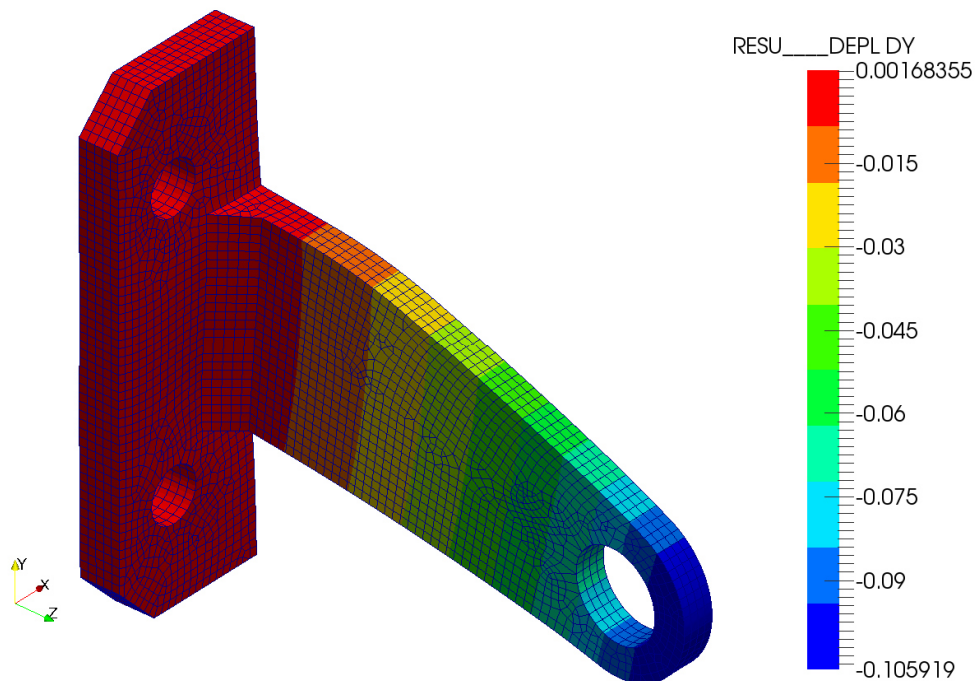
Tabulka 4.5: Příklad 5 – porovnání výsledků.

| | | Salome Meca (HQ) | | ANSYS Workbench (HQ) | |
|-------------------|------------|------------------|----------|----------------------|----------|
| | | MIN | MAX | MIN | MAX |
| Deformace | Celková | 0,00 mm | 0,106 mm | 0,00 mm | 0,107 mm |
| | x | -0,001 mm | 0,001 mm | -0,001 mm | 0,001 mm |
| | y | -0,106 mm | 0,002 mm | -0,106 mm | 0,002 mm |
| | z | -0,026 mm | 0,016 mm | -0,027 mm | 0,016 mm |
| Redukované napětí | HMH | 0,0690 MPa | 166 MPa | 0,0901 MPa | 146 MPa |
| | max τ | 0,0765 MPa | 175 MPa | 0,1014 MPa | 151 MPa |
| Normálové napětí | x | -109 MPa | 111 MPa | -100 MPa | 100 MPa |
| | y | -126 MPa | 108 MPa | -117 MPa | 117 MPa |
| | z | -142 MPa | 136 MPa | -110 MPa | 108 MPa |
| Smykové napětí | xy | -44,6 MPa | 32,8 MPa | -39,6 MPa | 30,4 MPa |
| | yz | -68,1 MPa | 10,7 MPa | -59,8 MPa | 15,0 MPa |
| | zx | -58,1 MPa | 57,9 MPa | -67,9 MPa | 65,2 MPa |

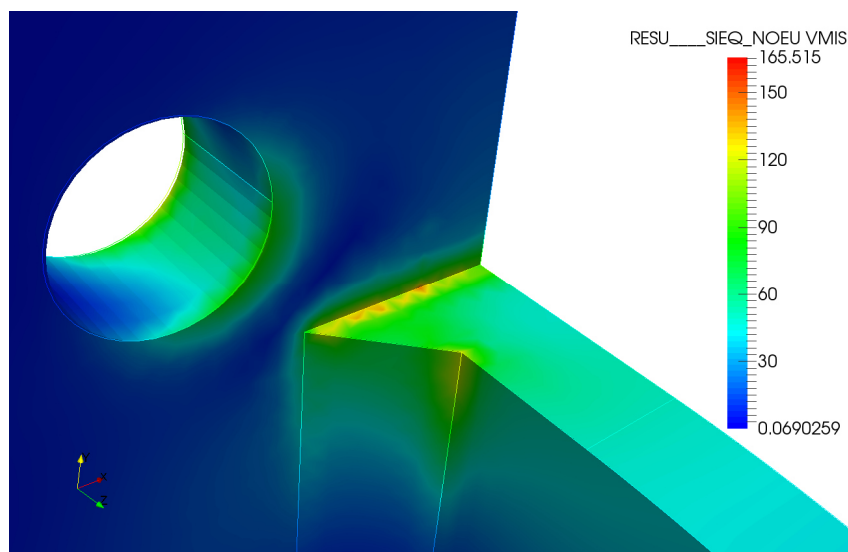
HQ ... hexaedrické (kubické) kvadratické prvky

takto zvýrazněné hodnoty jsou podstatné z praktického hlediska řešení úlohy

Kontrola deformovaného tvaru konzole dopadá dle očekávání (viz *Obrázek 4.14*). Největší posuv nastává ve směru zatížení (záporný směr osy y), jehož hodnota je 0,106 mm resp. 0,107 mm, v závislosti na použitém výpočetním softwaru. Hodnota maximálního redukovaného napětí vzniká v místě svarů (kde se nachází geometrická nespojitost (viz *Obrázek 4.15*)). Samozřejmě v naší úloze předpokládáme ideální svar (žádná tepelně ovlivněná oblast materiálu, stejný materiál, dokonalá geometrie a přesnost), což v praxi není možné. Důležité je si uvědomit, že každý svar na součásti nebo sestavě působí jako koncentrátor napětí a s ohledem na tento fakt je nutné přistupovat k vyhodnocování napětí a k následné pevnostně-deformační analýze.



Obrázek 4.14: Příklad 5 – deformovaný stav (200krát zvětšeno).



Obrázek 4.15: Příklad 5 – koncentrátor napětí.

Nejen z této úlohy plyne, že oba srovnávané řešiče používají velice podobné algoritmy pro řešení MKP matice (viz rovnice (1.19)). Budeme-li předpokládat stejnou konečno-prvkovou síť (shodný počet uzlových bodů a stejný typ a velikost prvků) vstupující do obou řešičů, bude při řešení statické strukturální úlohy výsledná doba výpočtu prakticky totožná, podobě jako dosažená přesnost výsledků. Ovšem v čem má *ANSYS Workbench* jednoznačně navrch, je samotná generace MKP sítě. Pravděpodobně při tomto procesu používá mnohem lépe naprogramované algoritmy nebo popř. i samotné prvky, a tudíž následně řešiči stačí síť o mnohem menším počtu uzlů, než je tomu u *Code_Aster*.

4.2 MODÁLNÍ ANALÝZA

Modální analýza je moderní obor dynamiky, který k popisu kmitavých vlastností a kmitavého chování soustav používá možnosti rozkladu složitého kmitavého procesu na dílčí, tzv. modální (vidové, vlastní) příspěvky. Každý příspěvek je charakterizován vlastní frekvencí a vlastním tvarem kmitu. Modální analýzu je možno provádět buď analyticky, jako výpočet modálních parametrů pomocí matematického modelu, nebo experimentálně.

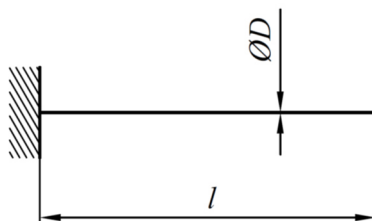
Většina mechanických soustav a konstrukcí vykonává za určitých okolností kmitavý pohyb. Ten může být zdrojem hluku a chvění. Účinky tohoto chvění jsou nejen nepříjemné, ale i nebezpečné. Mohou způsobovat zvýšené opotřebení, snížení výkonu či totální selhání součástí. Uměle vybuzené kmity však můžeme využít při konstrukci vibračních sítí, dopravníků, zhutňovačů a podobných zařízení. [28].

Většina problémů vznikajících v důsledku kmitání je spojena s jevem známým jako rezonance³¹. Rezonance vzniká vybuzením vlastních kmitů mechanických soustav. Z důvodu zajištění funkce součástí mechanických soustav se provádí jejich kontroly a analýzy.

V následujících úlohách budeme právě zkoumat tyto vlastní tvary a frekvence. Pro výpočet je nutné vedle Youngova modulu pružnosti v tahu a Poissonova poměru znát další materiálovou charakteristiku a tou je hustota materiálu ρ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]. Vzhledem k tomu, že pracuji v systému jednotek [mm] [N] [MPa], je nutné hustotu zadávat v [$\text{t}\cdot\text{mm}^{-3}$].

Příklad 5:

Ocelová kruhová tyč o průměru $\varnothing D = 30 \text{ mm}$, délky $l = 500 \text{ mm}$ je na jednom svém konci vetknuta podle Obrázku 4.16. Úkolem je vyšetřit prvních patnáct vlastních frekvencí a několik prvních vlastních tvarů. Hustota oceli $\rho = 7850 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, modul pružnosti v tahu $E = 200000 \text{ MPa}$, Poissonův poměr $\mu = 0,3$.



Obrázek 4.16: Příklad 6.

TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

Vytvoření geometrie bylo velice jednoduché v obou porovnávaných softwarech. Vzhledem k tomu, že tyč byla řešena pomocí prutových i prostorových prvků, bylo nutné nejprve připravit dvě geometrie – úsečku pro prutovou teorii a válec pro 3D prvky. Zásady generování sítě pro modální analýzu se lehce liší od těch pro strukturální analýzu. Nyní není potřeba jemná síť, s co největším počtem uzlových bodů (při akceptovatelném výpočtovém čase), ale obecně platí, že při modální analýze je potřeba mít rovnoměrnou síť

³¹ snaha systému kmitat na větší amplitudě při určitých frekvencích (tzv. rezonanční frekvence)

(podobná velikost prvků). Pro pruty byly použity lineární prvky, kdežto pro objemové těleso hexaedrické kvadratické (platí pro oba softwary). V prostředí *Workbench* byla provedena aplikace okrajové podmínky dle klasického postupu a dále byl nastaven kýžený počet vlastních frekvencí. V *SALOME* si bylo dopomoženo předpřipraveným průvodcem, kde byly zadány materiálové charakteristiky (v prostředí *ANSYS* jsou defaultně zadány naše hodnoty), dále počet vlastních frekvencí a okrajová podmínka. U prutu bylo nutné navíc zadat parametry příčného průřezu (navíc je zde možnost zvolit typ prutu – dle *Eulera* nebo *Timoshenka*). Po takto připravených modelech následoval samotný výpočet, který u řešiče *Code_Aster* trval o něco déle (u 3D tělesa), než tomu bylo u *ANSYS Workbench*.

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

V následující tabulce je ucelené porovnání vlastních frekvencí pro jednotlivé módy. Pro prostorové prvky je maximální rozdíl frekvencí při užití rozdílných řešičů pouhé 2 Hz, což lze považovat za prakticky totožné hodnoty. Dále potom při užití prutových prvků se dokázal mnohem více přiblížit k hodnotám pro 3D těleso řešič *ANSYS*, ovšem u *Code_Aster* do devátého módu odchylna nepřesahuje 5 %, což lze považovat za přesný výsledek.

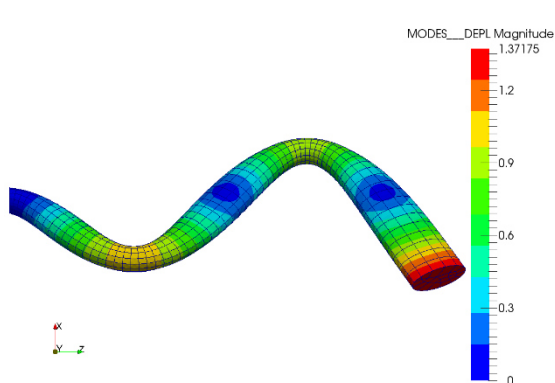
Tabulka 4.6: Příklad 6 – porovnání vlastních frekvencí [Hz].

| Mód | Prut ³² | | Prostorové těleso | |
|-----|--------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
| | Salome Meca | ANSYS Workbench | Salome Meca | ANSYS Workbench |
| 1. | 84 | 85 | 85 | 85 |
| 2. | 84, | 85 | 85 | 85 |
| 3. | 531 | 523 | 525 | 525 |
| 4. | 531 | 523 | 525 | 525 |
| 5. | 1487 | 1437 | 1443 | 1443 |
| 6. | 1487 | 1437 | 1443 | 1443 |
| 7. | 1565 | 1565 | 1565 | 1565 |
| 8. | 2524 | 2524 | 2528 | 2528 |
| 9. | 2914 | 2743 | 2757 | 2757 |
| 10. | 2914 | 2743 | 2758 | 2757 |
| 11. | 4698 | 4393 | 4421 | 4420 |
| 12. | 4817 | 4393 | 4422 | 4421 |
| 13. | 4817 | 4696 | 4696 | 4695 |
| 14. | 7195 | 6333 | 6380 | 6378 |
| 15. | 7195 | 6333 | 6380 | 6379 |

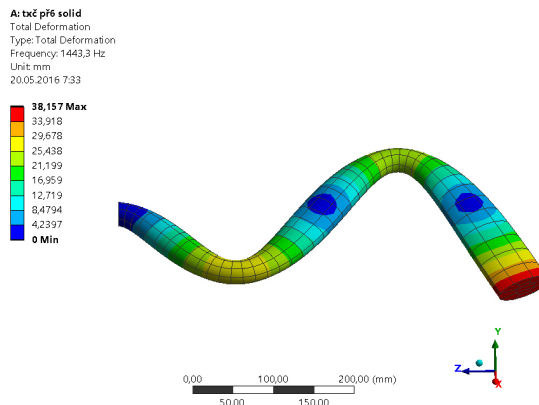
Je zajímavé sledovat opakující se vlastní frekvence. Tyto, vždy dvě sdružené hodnoty, můžeme prohlásit za stejné, poněvadž se jedná o tentýž deformovaný tvar, pouze s rozdílem deformací v jiné rovině.

³² v *Salome Meca* zvolen prut podle Eulerovy hypotézy

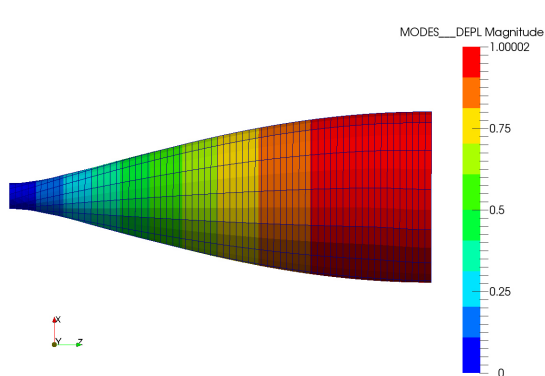
Vlastní tvary jsou pro lepší názornost porovnávány pouze u prostorových prvků (3D těles). Pro prvních pět vlastních frekvencí jsou vlastní tvary stejné pro výsledky z obou řešičů. V šestém módu u výsledku ze *SALOME* již nastává deformace v krutu, kdežto při použití prostředí *ANSYS* tento jev nastává až jako sedmý vlastní tvar (viz následující obrázky).



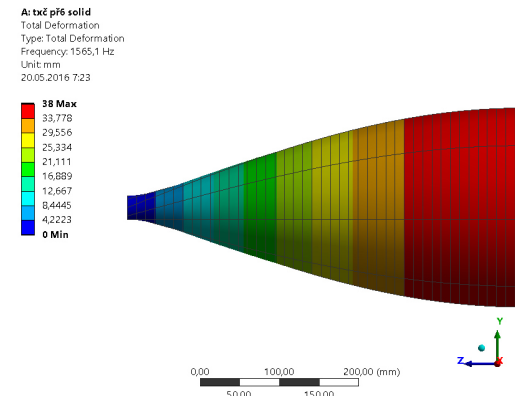
Obrázek 4.17: *SALOME* – 5. mód.



Obrázek 4.18: *ANSYS* – 6. mód.



Obrázek 4.19: *SALOME* – 6. mód.



Obrázek 4.20: *ANSYS* – 7. mód.

Přehledný bodový graf vlastních frekvencí v závislosti na použitém řešiči a typu elementů v *Příloze XIV*.

Poznámka 6:

Měřítka vyjadřující deformaci je v tomto případě bezpředmětné. Jedná se pouze o hodnotu celkové poměrné deformace. Absolutní hodnota deformace, a tím i skutečný vlastní tvar součásti, závisí na buzení a tlumení soustavy.

4.3 TEPLOTNÍ ANALÝZA

Termická analýza se zabývá teplotním chováním materiálů, kdy se studují zejména fyzikální vlastnosti jako funkce teploty a času. Následující dvě úlohy budou zaměřeny na základní teplotní analýzu, kdy požadovaná konečno-prvková řešení budou omezena pouze na vykreslení teplotních polí, popř. na určení extrémů teplot. Tepelná energie jako taková se může šířit třemi způsoby:

Prvním způsobem přenosu tepla je přenos vedením (kondukcí). Vyznačuje se tím, že je vázáno na látku, takže se vedení tepla může odehrávat jen mezi bezprostředně sousedícími částicemi hmoty. Pro tento způsob je nutné znát materiálovou charakteristiku zvanou součinitel tepelné vodivosti λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]. [27].

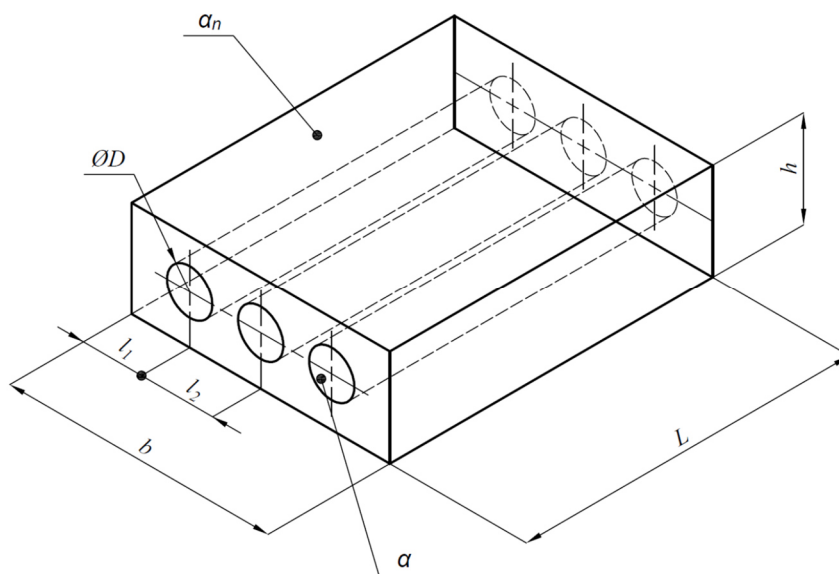
Druhým způsobem přenosu tepla je proudění (konvekce). Uskutečňuje se tím, že částice hmoty mění místo v prostoru a přenášejí přitom svoji energii. Tento děj se odehrává v proudících tekutinách a je doprovázen současně i kondukcí. I zde je potřeba znát určitou konstantu nazývanou se součinitel přestupu tepla α [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$], který závisí na vlastnostech tekutiny, na tvaru obtékaného povrchu, na konkrétním místě na povrchu a především na rychlosti proudění. [27].

Třetí způsob je přenos tepla zářením (radiací), ovšem v následujících úlohách se budeme zaobírat pouze kondukcí a konvekcí.

Příklad 7:

Ocelový blok zadanych rozměrů (Obrázek 4.21) slouží k vedení oleje o teplotě $t = 80$ °C. Součinitel přestupu tepla na stěnách potrubí je $\alpha = 200$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$; na povrchu bloku potom $\alpha_n = 5$ $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$. Teplota okolí je 20 °C. Úkolem je zjistit rozložení teplotního pole po příčném průřezu blokem. Součinitel tepelné vodivosti oceli je $\lambda = 47$ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

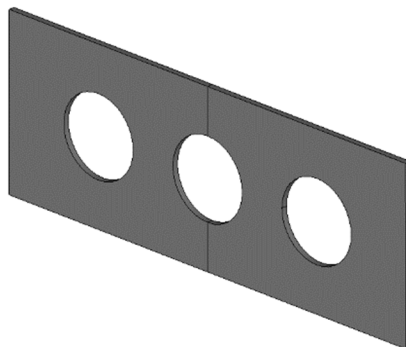
$L = 100$ mm
 $b = 80$ mm
 $h = 30$ mm
 $\varnothing D = 14$ mm
 $l_1 = 18$ mm
 $l_2 = 22$ mm



Obrázek 4.21: Příklad 7.

TVORBA VÝPOČTOVÝCH MODELŮ

V tomto případě lze znovu s výhodou využít symetrii. Po délce (L) bloku bude teplotní pole ve všech řezech stejné, proto si vyjmeeme jeden „příčný dílec“ o tloušťce 1 mm viz *Obrázek 4.22*. Tato část je znovu symetrická jak z hlediska geometrie, materiálu, tak i zatížení, a proto můžeme naše řešení provést pouze na polovině tohoto dílu. Tvorba výpočtového modelu je stejná jak pro *Workbench*, tak i pro *Salome Meca*, s jediným rozdílem, a to tím, že pro *ANSYS* byly použity prostorové hexaedrické³³ prvky, kdežto v *SALOME* prostorové tetraedrické.



Obrázek 4.22: Příklad 7 – oblast řešení.

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Výsledky získané pomocí obou MKP řešičů jsou prakticky totožné jak co do rozložení teplotního pole, tak i co se týče minimální a maximální teploty. Výpočtová náročnost v obou případech je znovu téměř totožná, i přes fakt, že byly použity odlišné typy prvků.

Tabulka 4.7: Příklad 7 – výsledky.

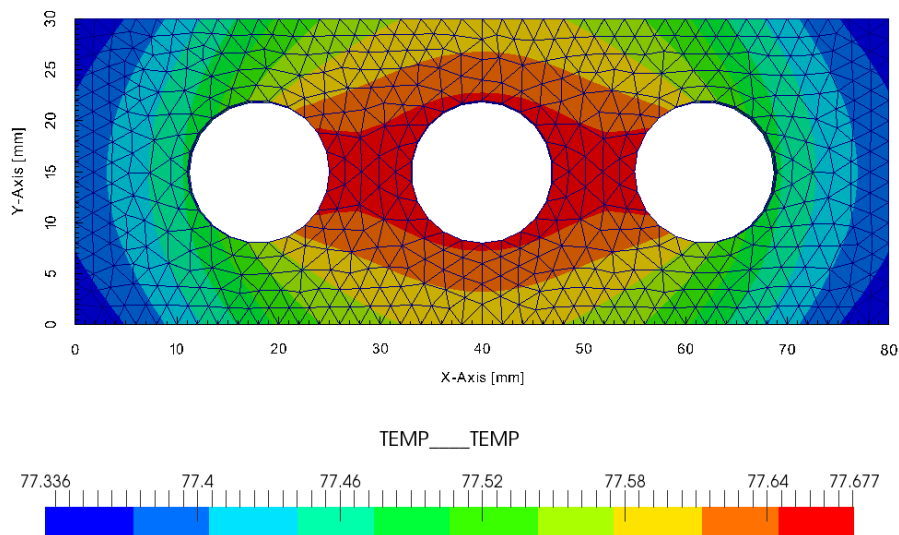
| Software | Typ prvků | Počet uzlů | Počet prvků | MIN teplota | MAX teplota |
|-----------------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Salome Meca | T | 602 | 1529 | 77,34 °C | 77,68 °C |
| ANSYS Workbench | HQ | 1418 | 147 | 77,34 °C | 77,69 °C |

T ... tetraedrické prvky

HQ ... hexaedrické (kubické) kvadratické prvky

Srovnání výsledků z obou programů je v *Tabulce 4.7*, příp. v *Příloze XV* jsou jednotlivá řešení. Na *Obrázku 4.23* je vykresleno rozložení teplotního pole po celém průřezu bloku (bez využití symetrie).

³³ v tomto případě je nutné použít 3D prvky, nelze výpočet zjednodušit na skořepinu apod., poněvadž okrajovou podmínku konvekce nelze zadat na jednorozměrnou geometrickou entitu (hrana), ale pouze na 2D geometrii (plochu)

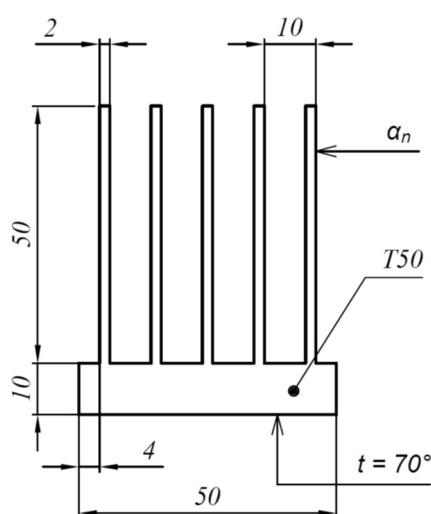


Obrázek 4.23: Příklad 7 – rozložení teplotního pole.

Je evidentní, že největší tepelná zátěž bude v okolí prostředního potrubí, a že se zvyšující se vzdáleností od středu součásti teplota klesá. Teplotní minima potom můžeme hledat na hranách nejvzdálenějších od středu bloku.

Příklad 8:

Porovnejte vodivostní vlastnosti dvou pasivních chladičů určených pro chlazení integrovaných obvodů o teplotě $t = 70^\circ\text{C}$. Obě součásti mají stejné rozměry (viz Obrázek 4.24), ovšem jsou vyrobeny z různých materiálů – oceli (λ_1), hliníku (λ_2). Uvažujte přirozenou konvekci kolem žeber chladiče $\alpha_n = 5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.



$$\lambda_1 = 47 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$\lambda_2 = 237 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Obrázek 4.24: Příklad 8.

TVORBA VÝPOČTOVÝCH MODELŮ

V této úloze byla geometrie vytvořena pomocí softwaru *ANSYS Workbench*, která byla posléze importována ve formátu *IGES* do prostředí *Salome Meca*, čímž byly ověřeny schopnosti modulu *Mesh* vytvářet sítě na geometrii, jež nebyla zhotovena v modulu *Geometry*. Jediný menší problém s importem byl v jednotkách, poněvadž geometrie vytvořena na platformě *Workbench* byla kótována v milimetrech a tato informace nebyla exportem (nebo importem) uchována, a tudíž bylo nutné následně v modulu *Geometry* celou geometrii tisíckrát zvětšit.

Následně byly vygenerovány různé sítě a v modulu *Aster* pomocí průvodce byl vytvořen vstupní *COMM* soubor, který bylo nutné znovu značně upravit pomocí prostředí *Eficas*. Tvorba modelu na platformě *Workbench* proběhla standardně s nastavením velikosti prvku 5 mm při generaci MKP sítě.

POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Ač bylo řešení provedeno na různých sítích s různými elementy, výsledky jsou podobně jako v předchozím případě prakticky totožné, z čehož vyplývá, že při řešení teplotních problémů je *Code_Aster* mnohem méně náchylnější na kvalitu sítě oproti např. strukturálním úlohám. Jednotlivé výsledky jsou v *Příloze XVI*, srovnání potom v následující tabulce:

Tabulka 4.8: Příklad 8 – výsledky.

| Materiál | Software | Typ prvků | Počet uzlů | Počet prvků | MIN teplota |
|------------------------|-----------------|-----------|------------|-------------|-------------|
| Ocel (λ_1) | Salome Meca | HQ | 72609 | 44188 | 349,8 °C |
| | ANSYS Workbench | HQ | 9237 | 1280 | 349,9 °C |
| Hliník (λ_2) | Salome Meca | TQ | 19124 | 9988 | 389,1 °C |
| | ANSYS Workbench | HQ | 9237 | 1280 | 389,1 °C |

HQ ... hexaedrické (kubické) kvadratické prvky

TQ ... tetraedrické kvadratické prvky

Srovnání obou materiálů nám dává jasnou představu, proč se při výrobě chladičů používají materiály především na bázi hliníku. Hliník nabízí stále za relativně nízkou cenu skvělé vodivé vlastnosti a to jak tepelné, tak i elektrické. Vidíme, že při stejných okrajových podmínkách, koncové body žebër chladiče z hliníku mají asi o 10 % vyšší teplotu, než je tomu u ocelového, z čehož vyplývá mnohem lepší odběr tepla právě hliníkem.

ZÁVĚR

V rešeršní části této práce je stručně popsán historický vývoj metody konečných prvků, respektive softwaru využívající MKP, který je doplněn o ucelený přehled konečno-prvkových programů a to jak na bázi open-source (zdarma), tak i těch komerčních (placených). Nechybí teoretický základ MKP a základní vztahy a návaznosti, důležité pro pochopení funkčnosti programů využívající tuto přibližnou variační metodu a produktivní práci v nich.

Jako každý software, který byl kdy napsán, má i *Salome Meca* své výhody stejně jako nevýhody. Hlavním a největším plusem tohoto prostředí je bezesporu jeho cena. Jelikož se jedná o open-source software, celé využívání tohoto programu je zdarma. Dalšími výhodami mohou být např. hezké, relativně intuitivní grafické prostředí, logické rozdělení fází tvorby výpočtových modelů do jednotlivých modulů, promyšlené uspořádání jednotlivých panelů a funkcí nebo poměrně svižné uživatelské prostředí.

Dalším kladem, ale zároveň i záparem je celkem ošemetná instalace, kdy je nutné toto prostředí provozovat na platformě *Linux*, což lze „obejít“ instalací tzv. virtuálního počítače (vhodné např. pro uživatele *Windows*). Při instalaci *CAELinux* (dostupné z webových stránek [25]) je obrovským bonusem balík inženýrských aplikací, který je obsažen již v základu, což může ušetřit spoustu času. Neposlední předností výpočtového softwaru *Salome Meca* je i možnost provádění více druhů analýz, jako jsou např. strukturální, modální, lomová, teplotní atd..

V poslední řadě bych rád uvedl ještě jeden, možná pro někoho překvapivý, pozitivní faktor. Co se týče samotného řešiče a výpočetního času, *Salome Meca*, respektive přesněji *Code_Aster*, si nic nezadá s komerčním systémem *ANSYS Workbench*. Z mnou testovaných modelů jasně vyplývá, že za předpokladu stejné sítě a stejného počtu uzlových bodů, jsou výpočetní časy analýz prakticky totožné.

Naopak nevýhodou tohoto výpočtového prostředí je vedle nutnosti provozu pod *Linux* také stabilita samotného prostředí, kdy ve verzi 2014.1 (*SALOME 6*) docházelo k častému padání a zamrznutí modulu *Geometry* při přechodu do modulu *Mesh*. Tento nešvar byl s příchodem novější verze 2015.2 (*SALOME 7*) (obě verze ke stažení z webových stránek [24]) odstraněn, ovšem vlivem nahrazení modulu *Post-Pro* modulem *ParaViS* se tento problém objevuje právě v *ParaViS*. Tyto chyby jsou pravděpodobně způsobeny samotným ovladačem grafické karty, resp. nastavením OS *Linux*, což může být na této platformě velký problém. Vyhnout se tomuto pochybení je tedy možné snad jen tím, že před odchodem z *ParaViS* je nutné zavřít veškeré zobrazené výsledky i se samotným oknem pracovní plochy, ovšem tento způsob je velice neefektivní s ohledem na případné další prohlížení.

Dalším problémem je občasná chyba aplikace okrajových podmínek, respektive chybné vytvoření geometrických skupin, na které se následně OP aplikují. Někdy se stane, že např. pevná vazba vetknutí se aplikuje i na element z jiné skupiny, a tudíž jsou výsledky totálně znehodnoceny a jsou nepoužitelné. Tato občasná chyba se vyskytuje prakticky pouze v novější verzi SW balíku (verze 2015.2 – *SALOME 7*), což s nejvyšší pravděpodobností je zapříčiněno špatným propojením mezi prostředím a samotným řešičem

Code_Aster (verze 12.4). Vyvarovat se tomuto problému lze jen poměrně složitě. Je nutné při každé analýze přezkoumávat deformovaný stav, dále provést kontrolu vylistováním reakčních sil ve vazbách, a v neposlední řadě také sledovat samotné skupiny jednotlivých elementů.

Poměrně dost zásadním problémem je generace prostorové konečno-prvkové sítě a s tím spojena přesnost řešení. Chce-li uživatel hexaedrickou síť (šestistěnné prvky), musí mít připravenou 3D geometrii, jejíž každá jednotlivá entita bude mít právě dvanáct hran, což je při složitější geometrii nemyslitelné. Je zde možnost použít tetraedrické elementy, ovšem při zachování požadované přesnosti je nutné použít několikanásobně vyšší počet prvků, což má za následek dlouhý výpočetní čas. Nejrozumnější volbou se jeví možnost střední cesty, a to použití algoritmu *Netgen* s nastavením použití šestistěnných elementů, čímž je dosažena jakási kombinovaná síť (hexaedrické a tetraedrické elementy).

Menší překážkou může být aplikace silových OP, kdy pomocí předpřipraveného průvodce v modulu *Aster* lze zadat pouze tlak ve směru normály k ploše. Chce-li uživatel zadat osamocenou sílu je nutné si dopomoci modulem *Eficas* a příslušnou funkcí, přičemž jako nejvýhodnější se mi subjektivně jeví užít funkci pro zadání síly do každého uzlového bodu příslušné skupiny (má-li skupina více jak jeden uzel je nutné celkovou kýženou velikost síly podělit počtem uzlů).

Z pohledu úplně nového uživatele *Salome Meca* je prvotní orientace v tomto prostředí poměrně složitá, ovšem existuje spousta podpůrných výukových materiálů (dostupné např. z [1, 23, 24, 25]), které vstup do tajů tohoto open-source softwaru značně ulehčí. Co bylo pro mne asi nejsložitější, bylo porozumění kódovacím jazyku *Code_Aster*, který vychází z francouzštiny. Byť je zde připraven průvodce plně v ANG, při tvorbě komplexnějších výpočtových modelů se uživatel nevyhne editaci kódu ať už ručně, nebo pomocí modulu *Eficas*.

Už tak relativně složitému vstupu do práce v tomto prostředí rozhodně nepřispívá i fakt, že prakticky neexistuje žádná zdarma oficiální podpora mimo diskuzního fóra. Sice je možné si podporu dokoupit, která je realizována telefonicky, nebo navštívit několik kurzů, ovšem tím částečně zaniká největší výhoda tohoto softwaru a to ta, že používání, upravování a šíření tohoto programu, respektive výsledků z něj získaných je plně zdarma. Na druhou stranu z mého pohledu, vzhledem ke kvalitě a propracovanosti samotného prostředí, jistě by nebylo na škodu, nějakým způsobem podpořit vývojáře tohoto softwaru, kteří to prakticky dělají zadarmo ve svém volném čase.

Výpočtové prostředí *Salome Meca* je velice mocným nástrojem k různým typům MKP analýzy. Přes pár nedostatků, které lze ovšem uživatelsky velmi dobře eliminovat, je *SALOME* plnohodnotný software připraven pro nasazení v inženýrské praxi, za podmínky poněkud větší míry kritického myšlení vůči získaným výsledkům než je tomu u komerčních programů, a také o trochu větší uživatelské trpělivosti při začátcích s tímto výpočtovým prostředím.

Poznámka 7:

Výpis pozitivních vlastností, ale i klíčových nedostatků výpočtového prostředí *Salome Meca* uvedených v závěru této práce je seřazen do přehledné tabulky v *Příloze XVII*.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] AUBRY, Jean-Pierre. *Beginning with Code_Aster. A Practical Introduction to Finite Element Method Using Code_Aster, Gmsh and Salome*. Framasoft, 2013. ISBN 9791092674033.
- [2] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Brno, [2011]. Dostupné také z: <http://wumt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>. Studijní opora. FSI VUT Brno.
- [3] TOMÁNEK, Jiří. *Zpracování přehledu MKP aplikací na bázi Open Source*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2010. Bakalářská práce. FSI VUT Brno. Vedoucí práce Tomáš Návrat.
- [4] BROŽOVSKÝ, Jiří a Alois MATERNA. *Metoda konečných prvků ve stavební mechanice*. Ostrava, 2012. Učební text. Fakulta stavební, VŠB-TU Ostrava.
- [5] FUSEK, Martin a Radim HALAMA. *MKP a MHP*. Ostrava, 2011. Učební text. Fakulta stavební, VŠB-TU Ostrava.
- [6] TURNER, M. J., R. W. CLOUGH, H. C. MATRIN a L. J. TOPP. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures. *Journal of the Aeronautical Sciences*. 23. 1956, (9), 805-823.
- [7] ZIENKIEWICZ, O. C. a Y. K. CHEUNG. *The finite element method in structural and continuum mechanics: numerical solution of problems in structural and continuum mechanics*. New York [etc.]: McGraw-Hill, 1967.
- [8] CLOUGH, R. W. The finite element in plane stress analysis. *American Society of Civil Engineers*. Pittsburgh. 1960, (2).
- [9] FREE SOFTWARE FOUNDATION. GNU Operating System [online]. 2001, 2016/03/21 [cit. 2016-04-05]. Dostupné z: <http://www.gnu.org/>
- [10] MACKERLE, Jaroslav. MAKEBASE: an information system on structural mechanics software and applications. *Advances in Engineering Software (1978)* [online]. 1986, 8(2), 81-87 [cit. 2016-04-04]. DOI: 10.1016/0141-1195(86)90095-1. ISSN 01411195. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0141119586900951>
- [11] Numerická metoda. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-03-29]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Numerick%C3%A1_metoda
- [12] Crash test. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-03-29]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Crash_test

- [13] IACM EXPRESSIONS. *Bulletin for The International Association for Computational Mechanics*. 25. Sydney, 2010. Dostupné také z: <http://www.cimne.com/iacm/News/Expressions%2025.pdf>
- [14] Diskretizace. *Encyklopedie Vševed* [online]. ©2005-2011 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://encyklopedie.vseved.cz/diskretizace>
- [15] VRBKA, Martin a Michal VAVERKA. MKP: ke stažení. VUT BRNO. *Ústav konstruování* [online]. 2007 [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: <http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/MKP/>
- [16] Piezoelektrický jev. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-04-03]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrick%C3%BD_jev
- [17] Poissonova konstanta (mechanika). *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-04-04]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Poissonova_konstanta_%28mechanika%29
- [18] Otevřený software. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-04-04]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Otev%C5%99en%C3%BD_software
- [19] MIRUN. A co že je to OpenSource ? DOČEKAL, (c) Daniel. *POOH.cz* [online]. 2003 [cit. 2016-04-04]. Dostupné z: <http://www.pooh.cz/aktovka-x/a.asp?a=2006553>
- [20] PATZÁK B., OOFEM project home page, <http://www.oofem.org>, 2000.
- [21] PETRUŠKA, Jindřich. *Výpočtové modelování v mechanice těles*. 5. dubna 2016. Přednáška Science & Technology Club a SKAS FSI - Studentská komora Akademického senátu FSI VUT v Brně. FSI VUT Brno.
- [22] KRATOCHVÍL, J, F LEITNER a A ŽENÍŠEK. *Výpočet plošných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1972. Řada teoretické literatury.
- [23] *SALOME* [online]. [cit. 2016-04-11]. Dostupné z: <http://www.salome-platform.org>
- [24] *Code_Aster* [online]. [cit. 2016-04-11]. Dostupné z: <http://www.code-aster.org>
- [25] *CAE Linux* [online]. [cit. 2016-04-11]. Dostupné z: <http://caelinux.com>
- [26] *Mechanical Engineering* [online]. Invision Power Services, Inc. [cit. 2016-04-11]. Dostupné z: <http://mechanical-engg.com>
- [27] ŠTĚTINA, Josef, Přednášky z Termomechaniky, předmět 3. ročníku BX, FSI VUT v Brně. FSI VUT Brno.
- [28] MILÁČEK, S.: *Modální analýza mechanických kmitů*, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1996, 154 stran, ISBN 80-01-00872-X.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

| | | |
|-----------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| E | [MPa] | modul pružnosti v tahu |
| f | [Hz] | frekvence |
| F | [N] | matice zatížení |
| F | [N] | síla |
| G | [MPa] | modul pružnosti ve smyku |
| K | [N·mm] | matice tuhosti |
| l | [mm] | délka |
| m | [kg] | hmotnost |
| n | [-] | normála plochy |
| o_x | [N·m ⁻³] | objemová síla ve směru osy x |
| o_y | [N·m ⁻³] | objemová síla ve směru osy y |
| o_z | [N·m ⁻³] | objemová síla ve směru osy z |
| p | [MPa] | tlak |
| p_x | [Pa] | plošné zatížení ve směru osy x |
| p_y | [Pa] | plošné zatížení ve směru osy y |
| p_z | [Pa] | plošné zatížení ve směru osy z |
| t | [°C] | teplota |
| t | [s] | čas |
| T | [K] | termodynamická teplota |
| u | [mm] | posuv ve směru osy x |
| U | [mm] | matice neznámých parametrů |
| v | [mm] | posuv ve směru osy y |
| w | [mm] | posuv ve směru osy z |
| α | [W·m ⁻² ·K ⁻¹] | součinitel přestupu tepla |
| γ_{xy} | [-] | úhlové přetvoření v rovině xy |
| γ_{yz} | [-] | úhlové přetvoření v rovině yz |
| γ_{zx} | [-] | úhlové přetvoření v rovině zx |
| ε_x | [-] | délkové přetvoření v ose x |
| ε_y | [-] | délkové přetvoření v ose y |
| ε_z | [-] | délkové přetvoření v ose z |

| | | |
|-------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| λ | $[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$ | součinitel tepelné vodivosti |
| μ | [-] | Poissonův poměr |
| ρ | $[kg \cdot m^{-3}]$ | hustota |
| σ_x | $[MPa]$ | normálové napětí ve směru osy x |
| σ_y | $[MPa]$ | normálové napětí ve směru osy y |
| σ_z | $[MPa]$ | normálové napětí ve směru osy z |
| τ_{xy} | $[MPa]$ | smykové napětí v rovině xy |
| τ_{yz} | $[MPa]$ | smykové napětí v rovině yz |
| τ_{zx} | $[MPa]$ | smykové napětí v rovině zx |

| | |
|--------------|---------------|
| <i>aj.</i> | a jiné |
| <i>ANG</i> | angličtina |
| <i>apod.</i> | a podobně |
| <i>atd.</i> | a tak dále |
| <i>atp.</i> | a tak podobně |
| <i>cca</i> | cirka |
| <i>FRA</i> | francouzština |
| <i>JAP</i> | japonština |
| <i>mj.</i> | mimo jiné |
| <i>např.</i> | například |
| <i>popř.</i> | popřípadě |
| <i>př.</i> | příklad |
| <i>příp.</i> | případně |
| <i>resp.</i> | respektive |
| <i>tj.</i> | to jest |
| <i>tzv.</i> | takzvaný |
| <i>zejm.</i> | zejména |

SEZNAM OBRÁZKŮ

| | |
|---|----|
| Obrázek 1.1: Příklady různých 3D elementů sítě. [15]. | 21 |
| Obrázek 1.2: Definice Poissonova čísla. [17]. | 23 |
| Obrázek 1.3: Obecně zatížené těleso. [15]. | 24 |
| Obrázek 3.1: Modul Salome-Meca. | 32 |
| Obrázek 3.2: Modul Efficas. | 34 |
| Obrázek 3.3: Příklad 1. | 36 |
| Obrázek 3.4: Modul Geometry. | 37 |
| Obrázek 3.5: Modul Mesh. | 37 |
| Obrázek 3.6: 3D tetraedrický prvek. [2]. | 38 |
| Obrázek 3.7: Modul Aster s náhledem COMM skriptu. | 38 |
| Obrázek 3.8: Možnosti nastavení řešiče Code_Aster. | 39 |
| Obrázek 3.9: Modul ParaViS. | 39 |
| Obrázek 3.10: Příklad 1 – průběhy normálových napětí. | 40 |
| Obrázek 4.1: Příklad 2. | 41 |
| Obrázek 4.2: Příklad 2 – kontrola deformovaného tvaru (5krát zvětšeno). | 43 |
| Obrázek 4.3: Příklad 3. | 45 |
| Obrázek 4.4: Příklad 3 – Uvolnění. | 45 |
| Obrázek 4.5: Příklad 3 – kontrola deformovaného tvaru (200krát zvětšeno). | 48 |
| Obrázek 4.6: Příklad 3 – průhyb desky v závislosti na poloměru – analytické řešení. ... | 49 |
| Obrázek 4.7: Příklad 3 – přesnost MKP řešení (seřazeno podle počtu prvků). | 49 |
| Obrázek 4.8: Příklad 4. | 50 |
| Obrázek 4.9: Příklad 4 – celková deformace (1000krát zvětšeno). | 51 |
| Obrázek 4.10: Příklad 5. | 52 |
| Obrázek 4.11: Příklad 5 – využití symetrie. | 52 |
| Obrázek 4.12: Příklad 5 – geometrie. | 53 |
| Obrázek 4.13: Příklad 5 – okrajové podmínky v prostředí ANSYS Workbench. | 54 |
| Obrázek 4.14: Příklad 5 – deformovaný stav (200krát zvětšeno). | 56 |
| Obrázek 4.15: Příklad 5 – koncentrátor napětí. | 56 |
| Obrázek 4.16: Příklad 6. | 57 |
| Obrázek 4.17: SALOME – 5. mód. | 59 |
| Obrázek 4.18: ANSYS – 6. mód. | 59 |
| Obrázek 4.19: SALOME – 6. mód. | 59 |
| Obrázek 4.20: ANSYS – 7. mód. | 59 |
| Obrázek 4.21: Příklad 7. | 60 |
| Obrázek 4.22: Příklad 7 – oblast řešení. | 61 |
| Obrázek 4.23: Příklad 7 – rozložení teplotního pole. | 62 |
| Obrázek 4.24: Příklad 8. | 62 |

SEZNAM TABULEK

| | |
|---|----|
| Tabulka 2.1: Programové systémy MKP do roku 1990. [2]..... | 26 |
| Tabulka 2.2: Seznam komerčního MKP softwaru. [26]. | 27 |
| Tabulka 2.3: Přehled open-source softwaru využívající MKP. [3]. | 28 |
| Tabulka 2.4: Legenda k přehled open-source softwaru využívající MKP. [3]..... | 29 |
| Tabulka 3.1: Hardwarové požadavky SALOME 7.7.1. [24]. | 31 |
| Tabulka 3.2: Jednotky. [1]. | 35 |
| Tabulka 4.1: Příklad 2 – porovnání výsledků. | 44 |
| Tabulka 4.2: Příklad 3 – porovnání výsledků. | 48 |
| Tabulka 4.3: Příklad 4 – porovnání výsledků. | 51 |
| Tabulka 4.4: Příklad 5 – síť, výpočtová náročnost. | 53 |
| Tabulka 4.5: Příklad 5 – porovnání výsledků. | 55 |
| Tabulka 4.6: Příklad 6 – porovnání vlastních frekvencí [Hz]..... | 58 |
| Tabulka 4.7: Příklad 7 – výsledky. | 61 |
| Tabulka 4.8: Příklad 8 – výsledky. | 63 |

SEZNAM PŘÍLOH

| | |
|---|-------|
| Příloha I: CD-ROM..... | I |
| Příloha II: Příklad 1 – vykreslení hlavních napětí..... | I |
| Příloha III: Příklad 1 – průběh smykových napětí..... | I |
| Příloha IV: Příklad 2 – řešení pomocí Salome Meca..... | II |
| Příloha V: Příklad 2 – řešení pomocí ANSYS Workbench..... | IV |
| Příloha VI: Příklad 3 – informace o sítích..... | VI |
| Příloha VII: Příklad 3 – geometrie..... | VII |
| Příloha VIII: Příklad 3 – náhledy sítí..... | VIII |
| Příloha IX: Příklad 3 – výsledky deformace..... | X |
| Příloha X: Příklad 3 – řešení ANSYS Workbench..... | XIII |
| Příloha XI: Příklad 4 – výsledky..... | XIV |
| Příloha XII: Příklad 5 – řešení pomocí Salome Meca..... | XVIII |
| Příloha XIII: Příklad 5 – řešení pomocí ANSYS Workbench..... | XXIV |
| Příloha XIV: Příklad 6 – porovnání vlastních frekvencí..... | XXX |
| Příloha XV: Příklad 7 – porovnání teplotních polí..... | XXXI |
| Příloha XVI: Příklad 8 – porovnání teplotních polí..... | XXXII |
| Příloha XVII: Hlavní výhody a nevýhody výpočtového prostředí Salome Meca..... | XXXIV |