VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA PODNIKATELSKÁ
FACULTY OF BUSINESS AND MANAGEMENT

ÚSTAV EKONOMIKY
INSTITUTE OF ECONOMICS

FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ EKONOMICKÝ RŮST V ČR
FACTORS AFFECTING ECONOMIC GROWTH IN THE CZECH REPUBLIC

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — **Bc. Jan Smečka**
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — **Ing. Jiří Luňáček, Ph.D., MBA**
SUPERVISOR

BRNO 2017

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA PODNIKATELSKÁ

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav ekonomiky
Student:	**Bc. Jan Smečka**
Studijní program:	Ekonomika a management
Studijní obor:	Podnikové finance a obchod
Vedoucí práce:	**Ing. Jiří Luňáček, Ph.D., MBA**
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 Sb., o vysokých školách ve znění pozdějších předpisů a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně zadává diplomovou práci s názvem:

Faktory ovlivňující ekonomický růst v ČR

Charakteristika problematiky úkolu:

Úvod
Cíle práce, metody a postupy zpracování
Teoretická východiska práce
Analýza současného stavu
Vlastní návrhy řešení
Závěr
Seznam použité literatury
Přílohy

Cíle, kterých má být dosaženo:

Primárním cílem práce je zhodnotit, které faktory ovlivňují ekonomický růst v České republice. Dílčím cílem je pak zjistit, které z nich se dají kvantifikovat. Dalším cílem je potom vybrat jeden z nich a zaměřit se na jeho vliv na ekonomický růst v ČR, případně ve vztahu k jednotlivým regionům. Posledním cílem je zjištění, zda v regionech s vyšší intenzitou působení tohoto faktoru dochází k vyššímu nárůstu HDP.

Základní literární prameny:

DOUGHERTY, CH. Introduction to Econometrics. 3. vyd. Oxford: Oxford University Press, 2007. 480 s. ISBN 978-0-19-928096-4.

FREEDMAN, D.A. Statistical Models: Theory and Practice. 2. vyd. Cambridge: Cambridge University Press, 2009, 458 s. ISBN 978-0521743853.

HINDLS, R. Statistika pro ekonomy. 8. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007, 415 s. ISBN 978-80-86946-43-6.

HUŠEK, R. Ekonometrická analýza. 1.vyd. Praha: Oeconomica, 2007. 368s. ISBN 978-80-245-1-00-3.

KROPÁČ, J. Statistika B. 1. vyd. Brno: VUTFP, 2006. 145 s. ISBN 80-214-3295-0.

KUBANOVÁ, J. Statistické metody pro ekonomickou a technickou praxi. 3. vyd. Bratislava: STATIS, 2008. 247 s. ISBN 978-80-85659-474.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně dne 28.2.2017

L. S.

doc. Ing. Tomáš Meluzín, Ph.D. ředitel	doc. Ing. et Ing. Stanislav Škapa, Ph.D. děkan

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá analýzou faktorů ovlivňujících ekonomický růst v České republice. Primárně je práce zaměřena na jeden z těchto faktorů (technologie – výzkum a vývoj) a pomocí statistických metod zjišťuje, jak se tento faktor v posledních letech vyvíjel a jaký dopad tento vývoj měl na hospodářský růst v ČR.

ABSTRACT

This diploma thesis deals with the analysis of the factors that affect economic growth in the Czech Republic. The thesis primarily focuses on one of these factors (technology – research and development) and it analyses its development in the last several years and how this development affected economic growth in the Czech Republic, using statistical methods.

KLÍČOVÁ SLOVA

Ekonomický růst, výzkum, vývoj, regresní analýza, časové řady

KEYWORDS

Economic growth, research, development, regression analysis, time series

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

SMEČKA, J. *Faktory ovlivňující ekonomický růst v ČR.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta podnikatelská, 2017. 91 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jiří Luňáček, Ph.D., MBA.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že předložená diplomová práce je původní a zpracoval jsem ji samostatně. Prohlašuji, že citace použitých pramenů je úplná, že jsem ve své práci neporušil autorská práva (ve smyslu Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském a o právech souvisejících s právem autorským).

V Brně dne 12. května 2017 podpis studenta

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval Ing. Jiřímu Luňáčkovi, Ph.D., MBA za jeho vedení, rady a návrhy, kterými mi pomohl při vypracování mé diplomové práce.

OBSAH

ÚVOD ..... - 10 -

1 VYMEZENÍ PROBLÉMU A CÍLE PRÁCE ..... - 11 -

1.1 Cíl práce ..... - 11 -

1.2 Metodika řešení ..... - 11 -

2 TEORETICKÁ VÝCHODISKA ..... - 12 -

2.1 Časové řady ..... - 12 -

2.1.1 Intervalové a okamžikové časové řady ..... - 12 -

2.1.2 Charakteristiky časových řad ..... - 13 -

2.1.3 Dekompozice časových řad ..... - 15 -

2.1.4 Důležité pojmy ..... - 16 -

2.2 Regresní analýza ..... - 17 -

2.2.1 Vícenásobná regrese ..... - 19 -

2.2.2 Index determinace ..... - 20 -

2.2.3 Spearmanův koeficient pořadové korelace ..... - 20 -

3 PRAKTICKÁ ČÁST ..... - 22 -

3.1 Faktory s vlivem na ekonomický růst ..... - 22 -

3.2 Výběr faktorů ..... - 25 -

3.3 Technologie (výzkum a vývoj) ..... - 26 -

3.4 Výzkum a vývoj v České republice ..... - 27 -

3.5 Stanovení proměnných ..... - 28 -

3.6 Česká republika celkem ..... - 29 -

3.7 Praha ..... - 33 -

3.8 Středočeský kraj ..... - 36 -

3.9 Jihomoravský kraj ..... - 39 -
3.10 Karlovarský kraj ..... - 43 -
3.11 Královéhradecký kraj ..... - 46 -
3.12 Liberecký kraj ..... - 50 -
3.13 Moravskoslezský kraj ..... - 53 -
3.14 Olomoucký kraj ..... - 56 -
3.15 Pardubický kraj ..... - 60 -
3.16 Ústecký kraj ..... - 63 -
3.17 Zlínský kraj ..... - 66 -
3.18 Jihočeský kraj ..... - 70 -
3.19 Kraj Vysočina ..... - 73 -
3.20 Plzeňský kraj ..... - 76 -
4 VYHODNOCENÍ ..... - 81 -
ZÁVĚR ..... - 84 -
ZDROJE ..... - 85 -
SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK ..... - 87 -
SEZNAM TABULEK ..... - 88 -
SEZNAM GRAFŮ ..... - 90 -
SEZNAM OBRÁZKŮ ..... - 91 -

ÚVOD

Faktorů, které ovlivňují ekonomický růst, je několik. Na začátku druhé části práce jsou nejdříve vyjmenovány a krátce popsány. První část práce je přirozeně věnována teoretickým východiskům pro řešení. Dále je uvedeno, které z faktorů se dají kvantifikovat, protože ne všechny je možné vyčíslit. Tento krok slouží k tomu, abychom mohli jeden z těchto kvantifikovatelných faktorů vybrat jako cíl našeho zkoumání. Pro tuto práci byl zvolen faktor technologií (výzkumu a vývoje). Nejdříve jsou technologie popsány obecně, než dojde k samotné analýze.

Používáme statistické metody analýzy časových řad, regresní a korelační analýzy. Za pomoci těchto analýz je možné určit, jaký vliv na ekonomický růst (měřený HDP) měl vybraný faktor. Intenzitu působení tohoto faktoru lze určit pomocí dílčích proměnných. Pro výběr těchto proměnných se vychází z práce turecké profesorky Ebru Beyza Bayarçelik (12). Jí vybrané proměnné jsou v této práci rozšířeny o další. Zároveň jsou v této práci uplatněny metody úprav vstupních dat tak, jak je určují základní požadavky dat vstupujících do regresní analýzy. Tímto se práce odlišuje od mnoha jiných prací, stavějících na podobných analýzách, neboť tyto úpravy nejsou běžnou praxí. V poslední části je pak samotné vyhodnocení a závěr.

Data jsou získána od Českého statistického úřadu.

1 VYMEZENÍ PROBLÉMU A CÍLE PRÁCE

1.1 Cíl práce

Prvotním cílem práce je určit, které faktory ovlivňují ekonomický růst v České republice. Z vybraných faktorů se určí ty, které je možné kvantifikovat. Z této části vychází stěžejní část práce, ve které se na jeden z těchto kvantifikovatelných faktorů zaměříme, a to ve smyslu, jak tento konkrétní faktor ovlivňuje ekonomický růst v České republice, respektive v jejích jednotlivých krajích. Nakonec zjistíme, jestli v krajích s vyšší intenzitou působení tohoto faktoru dochází k vyššímu nárůstu HDP.

1.2 Metodika řešení

Pro výpočty se budou využívat data Českého statistického úřadu. Samotné výpočty pak proběhnou s pomocí programů Statistica od firmy StatSoft, Inc., Gretl (open-source) a XLSTAT od firmy Addinsoft. Přímo v analytické části se uvedou samotná data, číselně i graficky. Otestují se na stacionaritu a normalitu, což jsou základní požadavky na data časových řad vstupující do regresní analýzy. Pokud nebudou data vykazovat stacionaritu nebo normalitu, budou následně upravena, aby tyto vlastnosti nabyla. Po provedení regresní analýzy se dále model otestuje na homoskedasticitu, která je také požadavkem pro dobrý model. Tímto se práce odlišuje od většiny jiných prací na podobném principu, neboť se v nich často počítá s původními, neupravenými daty, čímž nejsou splněny základní požadavky pro dobrý model. Před samotnou regresní analýzou je potřeba určit korelace vybraných ukazatelů s HDP, a do analýzy použít jen ty, pro které byla korelace prokázána. Z analýzy získáme i rovnici pro predikce možného budoucího vývoje v závislosti na vybraných ukazatelích.

2 TEORETICKÁ VÝCHODISKA

2.1 Časové řady

„*Statistická data, popisující společenské a ekonomické jevy v čase, zapisujeme pomocí tzv. časových řad. Zápis těchto jevů pomocí časových řad umožňuje provádět nejen kvantitativní analýzu zákonitostí v jejich dosavadním průběhu, ale dává zároveň možnost prognózovat jejich vývoj.*“ (1, s. 114)

Pojem časová řada vymezuje řadu hodnot určitého ukazatele, seřazených podle jejich posloupnosti v čase. Věcná náplň ukazatele a jeho vymezení v prostoru musí být shodné po celý časový úsek, který sledujeme. (2)

Časové řady v praxi slouží k popisování ekonomických a společenských jevů. Mohou nám pomoci nejen určit charakteristiky těchto jevů, ale zároveň s jejich pomocí můžeme i odhadnout budoucí vývoj. Není ale možné považovat zjištěné prognózy za stoprocentně věrohodné, protože budoucí vývoj je ovlivněn do značné míry i nepředvídatelnými jevy (např. hospodářská krize a podobné). Jejich schopnost predikce je postavena na zjištění předchozího vývoje a použití tohoto zjištění při přípravě na budoucnost.

Analýzou, případně i prognózou, časových řad pak rozumíme soubor metod sloužících k popisu těchto řad, případně i předvídání jejich vývoje v budoucnu. (2)

Časové řady můžeme podle jejich pravidelnosti rozdělit na dlouhodobé a krátkodobé. Krátkodobé se vyznačují tím, že mají periodicitu menší než jeden rok (měsíc, týden). Toto časové rozlišení je klíčové pro rozdělení řad na intervalové a okamžikové.

2.1.1 Intervalové a okamžikové časové řady

Intervalové časové řady popisují kolik jevů, věcí apod. v daném časovém intervalu vzniklo nebo zaniklo.

Okamžikové časové řady vyjadřují, kolik jevů, věcí apod. se vyskytuje v daném časovém úseku.

Zásadní rozdíl mezi těmito dvěma typy je ten, že údaje z intervalových řad můžeme spolu sčítat a vytvořit tím součty za více období. Oproti tomu nemá sčítání okamžikových řad žádnou reálnou interpretaci. S tímto zásadním rozdílem je potřeba počítat při zpracovávání a rozboru řad. Pokud pracujeme s intervalovými řadami, je také důležité brát ohled na to, jestli je délka intervalu rozdílná nebo stejná, neboť při rozdílné délce dochází k ovlivnění ukazatelů a jejich vývoj se tím zkresluje. (2)

„*Intervalové časové řady je možno znázornit třemi způsoby:*

- *Sloupkovými grafy, které jsou znázorněny obdélníky, jejichž základny jsou rovny délkám intervalů a výšky jsou rovné hodnotám časové řady v příslušném intervalu;*
- *Hůlkovými grafy, kde jednotlivé hodnoty časové řady se vynášejí ve středech příslušných intervalů jako úsečky;*
- *Spojnicovými grafy, kde jednotlivé hodnoty časové řady jsou vyneseny ve středech příslušných intervalů jako body, které jsou spojeny úsečkami.*

Okamžikové časové řady znázorňujeme výhradně spojnicovými grafy.“ (1, s. 116)

2.1.2 Charakteristiky časových řad

Časové řady můžeme znázornit graficky. Z tohoto zobrazení lze získat rychlou představu o tom, jaké základní vlastnosti daná řada má. Těmito vlastnostmi mohou být průběh, tendence průběhu nebo některé periodicky opakující se tendence. Pokud ale chceme získat hlubší informace a vazby mezi nimi, je potřeba vypočítat některé základní charakteristiky.

K nejjednodušším charakteristikám patří průměry časových řad, přesněji ***průměr intervalové řady*** a ***chronologický průměr***. (3)

Průměr intervalové řady

Značí se jako $\bar{y}$ a vypočítá se jako aritmetický průměr hodnot časové řady v jednotlivých intervalech. Vzorec pro výpočet je:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \,.$$

Chronologický průměr

Chronologický průměr, nebo také průměr okamžikové časové řady, je označen stejně jako průměr intervalové řady $\bar{y}$. Pokud je vzdálenost mezi jednotlivými časovými okamžiky stejná, mluvíme o neváženém chronologickém průměru. Určí se vzorcem:

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1}\left[\frac{y_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2}\right].$$

První diference

První diference (absolutní přírůstky) jsou charakteristikou pro popis vývoje časových řad. Značí se jako $_1d_i\,(y)$, lze je vypočítat jako rozdíl dvou po sobě jdoucích hodnot časové řady. Vzorec je tedy:

$$1d_i(y) = y_i - y_{i-1}, \qquad i = 2, 3, \ldots, n.$$

„První diference vyjadřují přírůstek hodnoty časové řady, tedy o kolik se změnila její hodnota v určitém okamžiku resp. období oproti určitému okamžiku resp. období bezprostředně předcházejícímu. Zjistíme-li, že první diference kolísají kolem konstanty, lze říci, že sledovaná časová řada má lineární trend, tedy její vývoj lze popsat přímkou.“ (1, s. 119)

Můžeme vypočítat i **průměr prvních diferencí**, který vyjadřuje, jak se v průměru změnila hodnota časové řady za jednotkový časový interval. Vzorec pro výpočet je:

$$\overline{1d(y)} = \frac{y_n - y_1}{n-1}.$$

Koeficient růstu

Slouží pro určení rychlosti růstu nebo poklesu hodnot. Značí se jako $k_i(y)$. Vypočítá se jako poměr dvou po sobě jdoucích hodnot časové řady. Vzorec pro výpočet je:

$$k_i(y) = \frac{y_i}{y_{i-1}}, \qquad i = 2,3,\ldots, n.$$

Můžeme vypočítat i **průměrný koeficient růstu**, který vyjadřuje průměrnou změnu koeficientu růstu za jednotkový časový interval. Vypočte se jako geometrický průměr podle vzorce:

$$\overline{k(y)} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

Ze vzorců pro průměr je patrné, že záleží pouze na prvním a posledním prvku časové řady. Ostatní hodnoty z intervalu do výpočtu nevstupují. Je tedy jasné, že pokud se ve zkoumaném intervalu střídá růst s poklesem, tyto charakteristiky nemají příliš velkou informační hodnotu. (1)

2.1.3 Dekompozice časových řad

Dekompozicí časových řad rozumíme jejich rozdělení na jednotlivé složky, a taky slouží pro pozorování trendu řady. Dekompozice se provádí za účelem snadnějšího pozorování zákonitostí v chování řady v jednotlivých složkách, oproti její nerozložené podobě. Pokud mluvíme o tzv. aditivní dekompozici, můžeme hodnoty y_i vyjádřit jako součet:

$$y_i = T_i + C_i + S_i + e_i .$$

Prvky vzorce znamenají:

Trendová složka T_i

Sezónní složka S_i

Cyklická složka C_i

Náhodná složka e_i

Všechny čtyři složky nemusí být vždy přítomny, některé mohou chybět.

Trend

Popisuje tendence dlouhodobého vývoje sledovaného ukazatele v čase. Vzniká důsledkem systematického působení sil ve stejném směru. Jestli po celou dobu ukazatel kolísá kolem stejné úrovně, mluví se o časové řadě bez trendu.

Sezónní složka

Popisuje periodické změny odehrávající se v časové řadě během jednoho kalendářního roku a každý rok se opakují. Dobrým příkladem je střídání ročních období, změna objemu prodaného sezónního zboží apod. Vhodná jsou zejména měsíční a čtvrtletní měření.

Cyklická složka

Často označována taky jako periodická složka. Popisuje výkyvy okolo trendu, ve kterých se střídá fáze růstu a poklesu. Délka jednotlivých cyklů (vzdálenost mezi sousedními horními nebo dolními body zvratu) a taky jejich intenzita se mohou měnit.

Může být způsobena vnějšími, i mimoekonomickými vlivy a jejich určení není vždy snadné. Charakter této složky může být proměnlivý v čase, a to může komplikovat výpočty. Spolu s obtížným určením příčiny je pak její eliminace obtížná.

Náhodná složka

Vzniká náhodnými fluktuacemi v průběhu časové řady, které nemají rozpoznatelný systematický charakter. Tím se odlišuje od předchozích (systematických) složek časové řady. Zahrnuje i chyby v měření údajů a některé chyby způsobené zpracováním časové řady. (2)

2.1.4 Důležité pojmy

Při zpracování statistických dat je potřeba brát ohled na některé důležité pojmy. V této podkapitole se na některé z nich zaměříme.

Homoskedasticita a heteroskedasticita

„Podmínka sférické kovarianční matice klasického lineárního regresního modelu v sobě zahrnuje především požadavek konečného a konstantního rozptylu náhodných složek, a tudíž i reziduí modelu, který označujeme jako homoskedasticitu. V opačném případě se jedná o heteroskedasticitu.“ (4, s. 74)

V podstatě jde tedy o to, že pro celý rozsah uvažovaných proměnných *x* je hodnota reziduální směrodatné odchylky konstantní. Rozptyl bodů kolem regresní přímky je stejný pro všechny uvažované hodnoty proměnné *x*. Heteroskedasticita je opačným jevem a předpokládá se u ní, že rozptyl chybového členu není konstantní.

Tento jev se vyskytuje zejména při odhadu parametrů modelu z průřezových dat. Mnohem méně častý je tento jev při odhadu modelu z údajů časových řad. (4)

Heteroskedasticita bude pravděpodobně problém v případech, kdy se hodnoty proměnných ve vzorku zásadně liší mezi jednotlivými pozorováními. Pokud je skutečný vztah určen podle $Y = \beta_1 + \beta_2 X + u$, je dobře možné, že variace u vynechaných proměnných a chyby v měření budou relativně malé, pokud jsou Y a X malé, a velké, pokud jsou Y a X velké. (6)

Stacionarita

Časová řada $\{r_t\}$ se považuje za striktně stacionární, pokud je společné rozložení (r_{t1}, ..., r_{tk}) identické s (r_{t1+t}, ..., r_{tk+t}) pro všechny *t*, kde *k* je nahodilé kladné celé číslo a (t_1, ..., t_k) je soubor *k* kladných celých čísel. Jinými slovy, striktní stacionarita požaduje, aby společné rozdělení (r_{t1}, ..., r_{tk}) bylo neměnné pod vlivem času. To je velmi silná podmínka a je obtížné ji empiricky ověřit. Často se předpokládá slabší podmínka. Časová řada $\{r_t\}$ je slabě stacionární, pokud jsou průměr r_t a kovariance mezi r_t a $r_{t-\ell}$ časově neměnné, kde ℓ je nahodilé celé číslo. Pro příklad předpokládejme, že máme *T* datových záznamů $\{r_t \mid t = 1, ..., T\}$. Slabá stacionarita značí, že body v grafu datového souboru by ukázaly hodnoty T kolísající s konstantní změnou kolem konstantní úrovně. (9)

Normalita

Testy normality slouží k tomu, abychom určili, jestli má daný vzorek normální rozdělení. Normální rozdělení patří do skupiny spojitých náhodných rozdělení veličiny. Hodnoty spojité veličiny tvoří interval na ose reálných čísel a každý bod má nulovou pravděpodobnost. Normální rozdělení (někdy také Gaussovo, nebo zvonovité) je charakterizováno dvěma proměnnými: střední hodnotou a rozptylem. Hustota pravděpodobnosti (Gaussova křivka) vychází z těchto veličin- parametr střední hodnoty leží právě nad vrcholem této křivky a rozptyl udává, jak těsně se křivka přibližuje střední hodnotě. Z toho vyplývá tvar této křivky. (5)

Normální rozdělení je jedním ze základních předpokladů použití regresní analýzy. Nenormálně rozdělené proměnné mohou zkreslit vztahy a výsledky testů významnosti. (17)

2.2 Regresní analýza

„Nechť X a Y jsou náhodné veličiny. Podmíněnou střední hodnotu E(Y | x), považovanou za funkci proměnné x, budeme nazývat regresní funkcí náhodné veličiny Y vzhledem k X. Regresní funkce vyjadřuje změny podmíněné střední hodnoty jedné náhodné veličiny při změně hodnot druhé náhodné veličiny. Graf regresní funkce nazýváme regresní křivka.“ (3, s. 108)

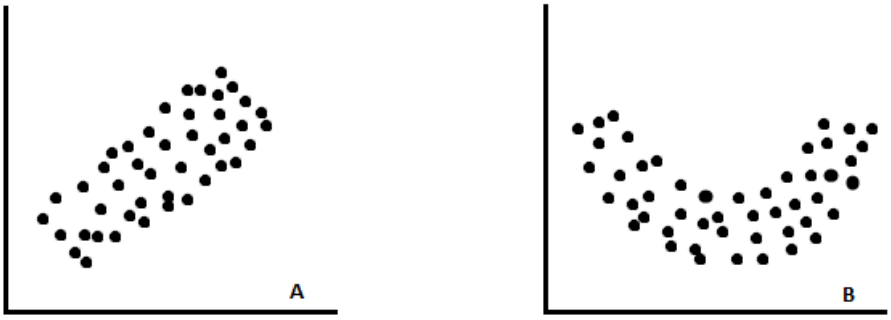
S pomocí regresní funkce můžeme předpovídat, jaké hodnoty nabude jedna náhodná veličina, pokud známe hodnotu druhé náhodné veličiny. Y je náhodná veličina, proto nemusí vždy při dané hodnotě x náhodné veličiny X nabýt hodnoty E(Y | x), ale bude nabývat hodnoty rozptýlené okolo ní.

Hlavním úkol regresní analýzy je zjištění tvaru stochastické závislosti a parametrů regresní funkce. Zabýváme se závislostí náhodné veličiny Y na veličině X (nezávisle proměnné, která nebude náhodná a může být m-rozměrná. (3)

Regresní analýza je nejběžnější metodou pro vyrovnání dat časové řady a pro prognózování budoucího vývoje.

Důležitým pojmem je v tomto kontextu i tzv. šum. Ten ovlivňuje závislost mezi *x* a *y*. Je to náhodná veličina, která se značí jako ***e***, a vyjadřuje vliv neuvažovaných a náhodných činitelů.

„O této náhodné veličině se předpokládá, že její střední hodnota je rovna nule, tj. ***E (e) = 0****, což značí, že při měření se nevyskytují systematické chyby a výchylky od skutečné hodnoty, způsobené „šumy“, jsou možné kolem této střední hodnoty jak v kladném, tak i v záporném slova smyslu.“* (1, s. 80)



Obrázek 1 Závislosti náhodných veličin

(Zdroj: Hindls, Hronová, vlastní zpracování)

Na obrázku A je vidět lineární průběh, zatímco B vykazuje nelineární průběh. V obou dvou obrázcích je vidět vysoká těsnost, ale jejich rozdíl spočívá v odlišném typu regresní funkce vhodné pro vystižení této závislosti. Hlavní úkoly zkoumání statistických závislostí se proto týkají průběhu závislosti a její intenzity. Nelineární funkce se ještě dále dělí na nelinearizovatelné a linearizovatelné. (2)

Nejčastěji se setkáváme s lineární regresní funkcí (často taky přímková regrese). Nejdříve je potřeba stanovit odhady parametrů β_0 (průsečík) a β_1 (sklon). Tento odhad je možné získat metodou nejmenších čtverců. To je aproximační metoda s požadavkem minimální hodnoty součtu čtverců odchylek hodnot. Součet čtverců je funkcí neznámých parametrů. Abychom mohli určit minimum, je potřeba vypočítat první parciální derivaci β_0 a β_1 a poté je položit rovny nule. Odhady β_i jsou nahrazeny parametry b_1. (8)

Parametr b_1 se nazývá výběrový regresní koeficient; závisle proměnnou je y a nezávisle proměnnou je x. Tento koeficient je podílem kovariance (míry vzájemné závislosti dvou veličin) obou proměnných a rozptylu proměnné x. Regresní koeficient je směrnicí regresní přímky a udává, jak se průměrně změní závisle proměnná při jednotkové změně nezávisle proměnné. Její hodnota může být kladná i záporná v závislosti na tom, jestli jde o přímou či nepřímou závislost, případně nulovou závislost, pokud je koeficient roven nule. (2)

2.2.1 Vícenásobná regrese

Pokud zkoumáme, jak závisí sledovaná závisle proměnná na více nezávislých proměnných, používáme metodu tzv. vícenásobné regrese.

Pokud je závisle proměnná y lineárně závislá na všech vysvětlujících proměnných (a tyto jsou vzájemně nezávislé, nebo ovlivňují změny závisle proměnné ve stejném směru), použije se pro odhad vývoje závisle proměnné mnohonásobná lineární funkce proměnných x. Koeficienty b_i se zde značí jako dílčí regresní koeficienty. Udávají, jak se změní parametr závisle proměnné při změně o jednotku parametru x_1 (pokud ostatní proměnné x zůstanou konstantní). Dílčí regresní koeficienty je možné spočítat za pomoci rekurentních vzorců. Pro srovnání a vyjádření vzájemného vlivu jednotlivých proměnných na závisle proměnnou je možné použít normalizované regresní B-koeficienty. Pokud bychom chtěli určit závislost proměnné y na více proměnných x lineární regresní funkcí, bylo by vhodné k měření těsnosti závislosti použít koeficienty dílčí korelace nebo koeficienty mnohonásobné korelace. Dílčí korelace určuje vztah proměnných x a y (ostatní x jsou neměnná), zatímco mnohonásobná korelace určuje vztah těsnosti proměnné y na všech parametrech x zároveň. (2)

Vícenásobná regrese umožňuje rozlišovat dopady vysvětlujících proměnných, čímž bere v úvahu skutečnost, že mohou být korelované. Regresní koeficient každé proměnné *X* poskytuje odhad jejího vlivu na *Y*, zatímco bere v potaz dopady všech dalších proměnných *X*. (6)

2.2.2 Index determinace

Stejně jako v běžné regresní analýze, ve vícenásobné regresní analýze určuje koeficient R^2 (I^2) podíl rozptylu Y, který je vystižen danou funkcí. Nemůže klesnout, a obecně bude narůstat, pokud přidáme další proměnnou do regresní rovnice za předpokladu, že ponecháme všechny stávající proměnné. (6)

Vzorec pro jeho vyjádření je:

$$I^2 = \frac{S_{\hat{\eta}}}{S_y} \text{ nebo } I^2 = 1 - \frac{S_{y-\hat{\eta}}}{S_y},$$

S_y v tomto vzorci vyjadřuje rozptyl empirických hodnot a je roven průměru ze součtu kvadrátů odchylek zadaných hodnot a jejich průměru. $S\hat{\eta}$ je rozptylem vyrovnaných hodnot a je rovno průměru ze součtu kvadrátů odchylek vyrovnaných hodnot od průměru zadaných dat. $S_{y-\hat{\eta}}$ je reziduálním rozptylem a je rovno průměru ze součtu kvadrátů odchylek zadaných hodnot od vyrovnaných. (1)

Koeficient nabývá hodnot od nuly do jedné. Pokud se hodnota blíží k jedné, jde o silnější závislost a lepší vyjádření regresní funkce. Pokud se naopak blíží spíše k nule, je daná závislost slabší a funkci vyjadřuje hůř. (2)

Mohlo by se zdát, že díky tomu, že R^2 měří proporci rozptylu vystiženou společně všemi vysvětlujícími proměnnými, mělo by být možné vydedukovat individuální vliv každé proměnné a tím získat měřítko její relativní významnosti. Bohužel takový rozklad není možný, jestli jsou vysvětlující proměnné korelované, protože se jejich vysvětlující schopnost bude překrývat. (6)

2.2.3 Spearmanův koeficient pořadové korelace

Spearmanův koeficient pořadové korelace (r_{Sp}) je charakteristikou závislosti dvou prvků. Je možné ho využít pro lineární i nelineární závislost, vychází ze srovnání pořadí. Nabývá hodnot z intervalu <-1; 1>. Pokud se hodnota blíží k nule, značí slabší

závislost, hodnoty blíže ke krajním hodnotám (-1 a 1) naopak značí silnější závislost. Krajní hodnota 1 odpovídá úplné shodě dvou pořadí a krajní hodnota -1 odpovídá přesně opačnému pořadí. Pro výpočet nahrazujeme hodnoty výběrového souboru x_i pořadovými čísly p_i a hodnoty y_i pořadovými čísly q_i. Vzorec pro výpočet je pak (7):

$$r_{Sp} = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n.(n^2 - 1)}$$

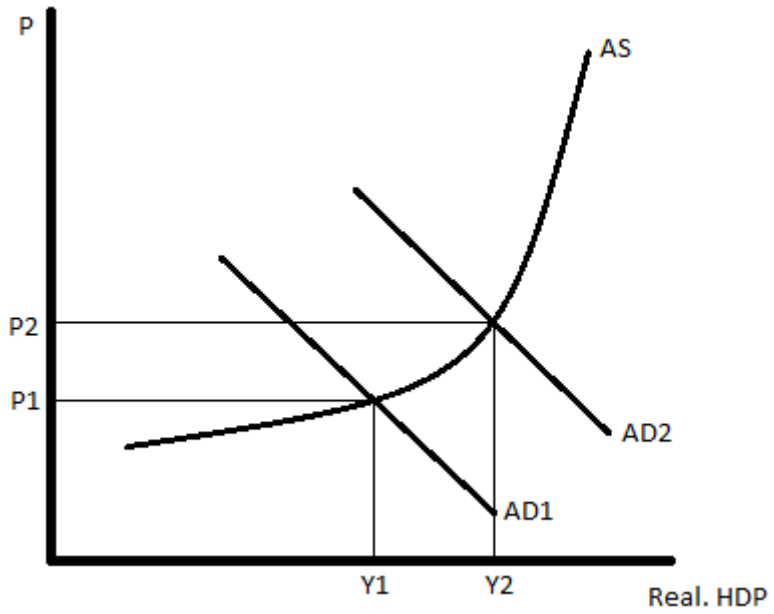
D_i = rozdíl mezi pořadím hodnot x_i a y_i příslušných korelačních dvojic
n = počet korelačních dvojic

3 PRAKTICKÁ ČÁST

3.1 Faktory s vlivem na ekonomický růst

V této práci (a nejen v ní) budeme využívat pro určení ekonomického růstu měřítko HDP. Proto jako faktory ovlivňující ekonomický růst vybereme faktory ovlivňující právě HDP. Tyto faktory je užitečné rozdělit na faktory na straně poptávky (spotřebitelské výdaje) a na straně nabídky (produkční kapacity).

Vzorec pro agregátní poptávku je AD = C + I + G + X. To znamená, že nárůst ve spotřebě, investicích, vládních výdajích nebo čistém exportu může způsobit nárůst agregátní poptávky a vyšší ekonomický růst, jak můžeme vidět v grafu:



Obrázek 2 Agregátní poptávka

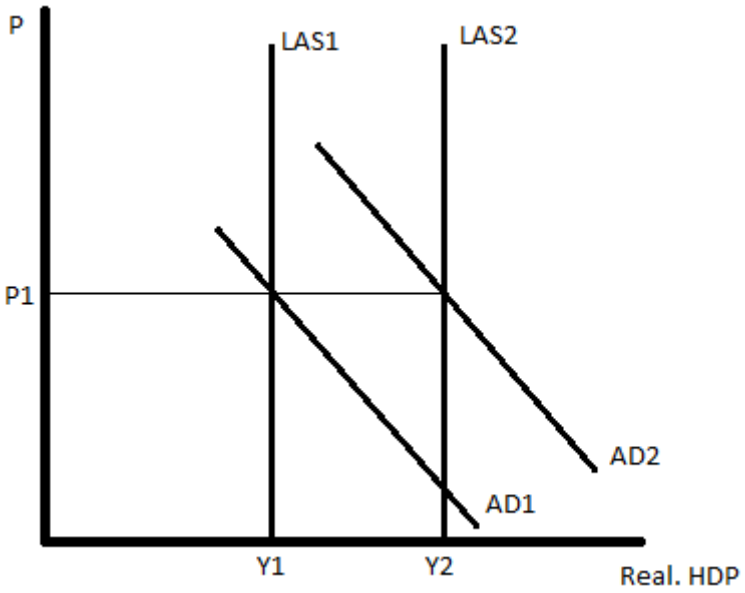
(Zdroj: vlastní zpracování)

Dále můžeme vyvodit faktory, které ovlivní agregátní poptávku.

- **Úroková míra**: Při nižší úrokové míře jsou peníze dostupnější. Firmy by to mělo podněcovat k vyšším investicím a spotřebitele k útratám. Nízká úroková míra ale nemusí nutně zajistit ekonomický růst, pokud nejsou banky ochotné půjčovat peníze nebo pokud není dostatečně silná spotřebitelská důvěra.

- **Spotřebitelská očekávání**: Pokud mají spotřebitelé vysokou důvěru v pozitivní vývoj budoucnosti, budou ochotnější si půjčovat a utrácet. Naopak pokud tuto důvěru nemají, budou šetřit a méně utrácet.
- **Reálná mzda**: Pokud je vliv inflace vyšší, než nárůst nominálních mezd, reálná mzda klesá, a tím pádem klesají i výdaje.
- **Směnný kurz**: Když naše měna oslabí, naše exporty se stanou konkurenceschopnějšími a import naopak dražším. To by způsobilo zvýšenou poptávku po domácím zboží a službách. Depreciace může způsobit inflaci, ale alespoň v krátkém období může způsobit růst ekonomiky.
- **Změna daní**: Pokles daní zvýší disponibilní důchod a lidé mohou více spotřebovávat, firmy více investovat.
- **Bankovní sektor**: Pokud banky přicházejí o peníze, nechtějí pak tolik půjčovat, a to může firmám a spotřebitelům ztížit situaci a způsobit pokles v investicích.
- **Důchod v zahraničí**: U exportních zemí (jako je ČR) má na HDP vliv i důchod v ostatních zemích (pokles důchodu v Německu způsobí pokles poptávky a tím i poptávky po českém zboží).

V dlouhém období je ekonomický růst podmíněn faktory, které ovlivňují dlouhodobou agregátní nabídku (LAS). Pokud nenastane nárůst v LAS, pak nárůst AD způsobí inflaci (patrné i z grafu 1). V dalším grafu můžeme vidět, jak při růstu AD i LAS zůstává cenová hladina stejná. (10)



Obrázek 3 Dlouhodobá agregátní nabídka

(Zdroj: vlastní zpracování)

Dlouhodobou agregátní nabídku ovlivňují zejména faktory:

- **Pracovní síla**: Nárůst v množství a kvalitě pracovní síly zvyšuje ekonomický růst; pokud pracuje více lidí, produkují více výrobků a služeb, a pokud pracují kompetentnější (kvalitnější) pracovníci, produkují zboží a služby vyšší kvality.
- **Přírodní zdroje**: Míra ekonomického růstu roste s přibývající kvalitou a množstvím přírodních zdrojů. Jedná se například o naleziště fosilních paliv, drahých kovů nebo přístup k oceánům.
- **Kapitál**: Továrny, stroje, ale i infrastruktura (cesty apod.) Zpočátku velké investice, ale časem mohou zvýšit produktivitu/snížit náklady. Lepší továrny a stroje jsou produktivnější, než fyzická práce, a to může zvýšit výstup.
- **Technologie (výzkum a vývoj)**: Technologický pokrok pomáhá zvyšovat produktivitu s omezeným množstvím zdrojů. Například zvýšit produktivitu při stejné úrovni práce, při stejných materiálových nárocích apod. Dopad na ekonomický růst by tak měl být zřejmý.

Do určité míry bychom sem mohli zařadit i další- **Sociální a politické faktory**: Například země s velmi konvenčním a konzervativním přístupem se může bránit přejímání nových postupů a způsobu života, čímž podstatně ztěžuje dosahování

ekonomického růstu. Zejména jde ale o to, jak se vláda podílí na tvorbě a implementaci různých nařízení a zákonů, jejichž důsledky mají na ekonomický růst značný dopad. Zároveň je nutné zdůraznit, že základními předpoklady k růstu jsou respektování a ochrana soukromého vlastnictví, svobodný obchod a svoboda podnikání. (10)

3.2 Výběr faktorů

Nyní musíme určit, které z výše zmíněných faktorů se dají kvantifikovat, abychom mohli jeden z nich vybrat a následně zhodnotit, jaký je jeho vliv na HDP, tedy jestli se vyšší investice do něj projeví vyšším růstem HDP, případně v jaké míře, a tím pádem jaký smysl má do tohoto faktoru investovat.

Úrokovou míru lze kvantifikovat jako procentní sazbu. **Reálná mzda** se počítá podle vzorce $R = \frac{W}{P}$, kde W jsou mzdy, P jsou spotřebitelské ceny a R reálné mzdy. Pro srovnání v čase se používá index reálných mezd. **Směnný kurz** je vyčíslen jako cena jedné měny vyjádřená v jiné měně, nebo jako jejich poměr, posilování nebo oslabování měny i jeho míru tak lze snadno určit. **Změnu daní** můžeme číselně vyjádřit pomocí současné a předchozí sazby, takže je opět zřejmé, k jakému rozdílu přesně došlo. **Důchod v zahraničí** lze vyčíslit průměrnou (reálnou) mzdou, její meziroční změnou apod. Pro **pracovní sílu** bychom mohli využít počet pracovníků (pracujících, ochotných pracovat), případně míru nezaměstnanosti. Vzhledem k tomu, že uvažujeme pracovní sílu (lidský kapitál) a běžný kapitál odděleně, mohli bychom zde do určité míry zahrnout i investice do lidského kapitálu. **Kapitál** lze vyjádřit klasicky finančně jako sumu vlastněného kapitálu, případně investice do kapitálu. **Technologie** bychom mohli vyjadřovat jako výdaje do výzkumu a vývoje, počet přihlášených patentů za rok a jiné. U některých faktorů bychom pravděpodobně mohli najít i jiné možnosti kvantifikace, ale pro momentální potřebu – nalezení kvantifikovatelných faktorů ekonomického růstu – nám stačí ty zmíněné.

Zbylé faktory buď vyčíslit nelze (očekávání- subjektivní), nebo by jejich vyčíslení bylo velmi obtížné a nepříliš přínosné.

3.3 Technologie (výzkum a vývoj)

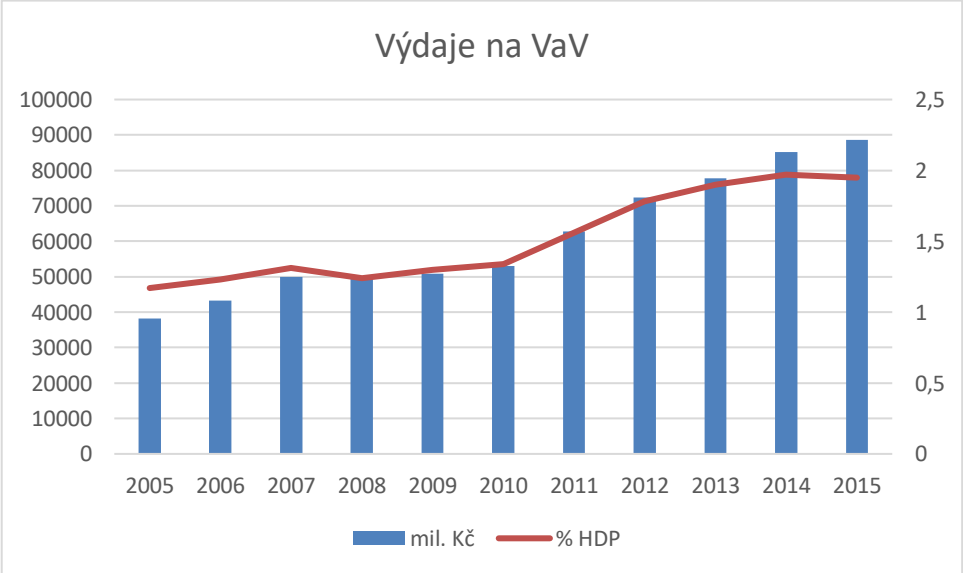
Pro další zkoumání byl vybrán právě faktor technologií a na začátek krátce popíšeme proč.

Technologický pokrok se obecně považuje za velmi důležitý faktor růstu. Toto ilustrují i ekonomické modely růstu. Podle Solowova modelu je technologický pokrok jediným faktorem, který ve stálém stavu zvyšuje produkt na reálného pracovníka (v tomto modelu znamená stálý stav situaci, kdy v ekonomice investice právě a pouze nahrazují opotřebení kapitálu. Představuje dlouhodobou rovnováhu.). Když neroste populace a ani nedochází k technologickému pokroku, pak ve stálém stavu produkt neroste. Pokud populace poroste tempem n, ale nebude probíhat technologický pokrok, pak produkt ve stálém stavu poroste tempem n, ale produkt na pracovníka neporoste. Pouze pokud technologický pokrok zvyšuje produktivitu práce tempem g, poroste ve stálém stavu produkt tempem $(n + g)$ a produkt na pracovníka tempem g. V tomto modelu se ale technologický pokrok považuje za exogenní faktor, to znamená, že model nevysvětluje, proč a jak pokrok probíhá, je pouze předpokládán. (10)

Oproti tomu v modelech s teorií endogenního růstu je snaha o objasnění příčin technologického pokroku, a jaké politiky by pro něj mohly být prospěšné. Zatímco v neoklasickém modelu nelze příčiny technologického pokroku vysvětlit, v modelu endogenního růstu je vysvětlit můžeme. Jsou jimi investice do znalostí, tj. do výzkumu a do lidského kapitálu. V této teorii se kapitál dělí na fyzický a znalostní. Zatímco se projevují klesající výnosy z fyzického kapitálu, u znalostního se neprojevují, nebo mohou být dokonce rostoucí. Pokud v zemi převládá fyzický kapitál, ale znalostní kapitál je nevýznamný, budeme pozorovat klesající výnosy z kapitálu a ekonomika se bude chovat spíše podle Solowova modelu (bude směřovat do stálého stavu), zatímco ve druhém případě, kdy má znalostní kapitál velkou váhu, se bude ekonomika chovat spíše podle modelu endogenního růstu. Poroste donekonečna, aniž by dosáhla stálého stavu. (10)

3.4 Výzkum a vývoj v České republice

V roce 2015 se v ČR vynaložilo na výzkum a vývoj (VaV) celkem 88,7 miliard Kč. Největší podíl na těchto výdajích pochází od podnikatelských subjektů (51,4%), dále z domácích veřejných zdrojů (32,2%), pak z veřejných zahraničních (15,6%) a zbytek pochází z ostatních zdrojů v ČR (0,8%). Výdaje na výzkum rostou pravidelně od roku 2010, ale tempo růstu se zpomaluje. Meziroční růst byl v roce 2015 4,2%, v předchozích dvou letech se pohyboval mezi 5-10% a mezi lety 2011 a 2012 přesahoval meziroční růst dokonce 15%. Tento prudký nárůst byl způsoben začátkem čerpání prostředků z Evropské unie. Ze zahraničních veřejných zdrojů se za poslední roky investovalo do VaV každý rok více než 10 mld. Čerpání z peněz EU nejspíš dosáhlo svého vrcholu v roce 2015, kdy ještě probíhalo čerpání z programového období 2007-2013. Pro další období 2014-2020 jsou projekty teprve na svém startu, pro rok 2016 proto můžeme očekávat pokles výdajů na VaV ze zahraničních veřejných zdrojů (data zatím nejsou k dispozici). (11) V grafu můžeme vidět výdaje na VaV v ČR v období 2005-2015 jednak absolutně, a taky jako procentní podíl na HDP:



Graf 1 Výdaje na VaV

(Zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

Jak je patrné, za celé období měly výdaje na VaV rostoucí tendenci, snad až na roky 2007-2010, kdy byly prakticky konstantní. Od roku 2008 je rostoucí i podíl na HDP až do roku 2015, kdy lehce poklesnul. Kdybychom srovnávali s ostatními státy,

pohybujeme se na průměrné úrovni v EU, která je těsně pod dvěma procenty. Nad tři procenta dosahuje pouze Švédsko, Rakousko a Dánsko. Pokud jde o absolutní hodnoty, vynaložilo se v ČR zhruba 1% celkových výdajů EU na VaV. (11)

Největší podíl na výdajích na VaV má podnikatelský sektor, dokonce nadpoloviční. Vysokoškolský sektor se na výdajích podílí zhruba čtvrtinově a vládní jednou pětinou. Většina výdajů na VaV je spotřebována jako běžné náklady (především mzdy), investiční náklady tvoří jen asi pětinu. Z pohledu krajů spotřebuje Praha a Jihomoravský kraj více než polovinu celkových zdrojů. Nejméně se vydalo v Karlovarském kraji (0,2%). (11)

3.5 Stanovení proměnných

V této části už budeme hodnotit, jaký vliv má výzkum a vývoj na hospodářský růst v jednotlivých krajích. Nejdříve musíme stanovit, podle jakých měřítek budeme hodnotit (které proměnné budou vstupovat do analýzy). Budeme vycházet z práce turecké profesorky Ebru Beyza Bayarçelik (12). V ní hodnotila dopad inovační intenzity na HDP pomocí tří proměnných, a to sice výdajů na VaV, počtu patentů a počtu zaměstnanců pracujících ve výzkumu a vývoji. V této práci přidáme ještě další dvě proměnné, které se zdají být vhodné, a to počet pracovišť výzkumu a vývoje a dále počet osob s terciárním vzděláním. Pro počet zaměstnanců budeme využívat hodnotu tzv. přepočtených osob tak, jak ji užívá Český statistický úřad. Vyjadřuje skutečnou hodnotu odvedenou čistě na pracích VaV během jednoho roku. Vhodnější je proto, že pouhý fyzický počet pracovníků VaV zahrnuje i lidi, co se zapojili i jen nepatrně, a zároveň existuje riziko dvojího započtení, protože mnozí výzkumníci pracují na více pracovištích zároveň. Pro počet patentů budeme používat počet udělených patentů přihlašovatelům z ČR v daných letech. (11)

3.6 Česká republika celkem

Předtím, než použijeme časové řady našich proměnných pro vícenásobnou regresi, musíme otestovat jejich stacionaritu a normalitu. (Výpočty provádíme v programu Gretl.)

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu. Nulová hypotéza je v našem případě taková, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,975
Výdaje= 0,4415
Patenty= 0,1845
Pracovníci= 0,9097
Pracoviště= 0,0892
Vzdělání= 1

V žádné z pozorovaných řad nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu. To znamená, že u žádné z řad nemůžeme zamítnout nestacionaritu.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,1682
Výdaje= 0,5320
Patenty= 0,8863
Pracovníci= 0,5765
Pracoviště= 0,1379
Vzdělání= 0,8253

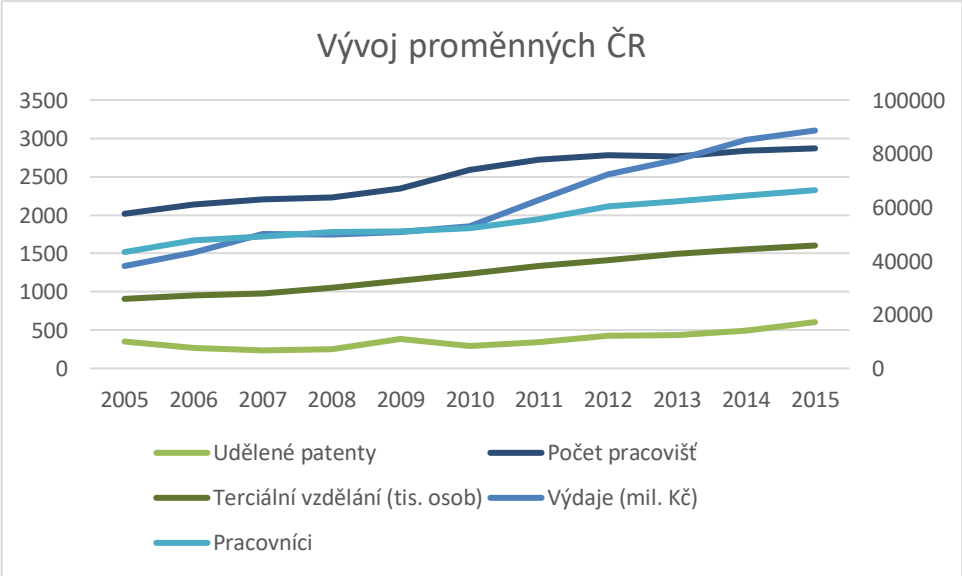
Z výsledných hodnot se tak zdá, že řady našich proměnných jsou rozděleny normálně. Nulovou hypotézu nemůžeme zamítnout.

Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 1 Hodnoty proměnných ČR (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	3257972	38146	347	43370	2017	907
2006	3507131	43268	265	47729	2142	955
2007	3831819	50009	235	49192	2204	975
2008	4015346	49872	251	50808	2233	1050
2009	3921827	50875	385	50961	2345	1147,2
2010	3953651	52974	293	52290	2587	1236,3
2011	4033755	62753	339	55697	2720	1337,1
2012	4059912	72360	422	60329	2778	1411,9
2013	4098128	77839	434	62198	2768	1495,7
2014	4313789	85104	492	64443	2840	1552,5
2015	4554615	88663	604	66433	2870	1603,1



Graf 2 Vývoj proměnných ČR
(Zdroj: vlastní zpracování)

Z grafu je patrné, že výdaje na výzkum a vývoj mají od roku 2005 rostoucí tendenci, stejně tak i počet pracovníků, i když roste pomalejším tempem. Počet udělených patentů lehce kolísá, ale obecně by se dalo říci, že roste. Počet pracovišť také roste, ale tempo růstu se v posledních letech zmírnilo. Osoby s terciárním vzděláním přibývají prakticky lineárně po celé sledované období. Zdá se tak, že v České republice není významnost technologického pokroku přehlížena.

Nejdříve vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a jednotlivé proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty ukazatele, pro které korelace platí, pak využijeme ve vícenásobné regresi. Zaprvé z ní poznáme, jak moc dané proměnné ovlivňují HDP, a taky určíme rovnici, podle které bychom mohli odhadnout vývoj v následujících letech. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,945 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,727 > 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,973 > 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,964 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,973 > 0,536

Spearmanův koeficient korelace musí být větší, než jeho kritická hodnota (tu získáme z tabulky kritických hodnot). Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné. U čtyř z pěti proměnných se blíží jedné, což je krajní hodnota korelačního koeficientu a značí pefektní lineární vztah. Všechny proměnné proto použijeme ve vícenásobné regresi (počítáno v programu Statistica). HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 2 Vyrovnání dat – ČR (Zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2008	4015346	3945922
2009	3921827	4162699
2010	3953651	3839833
2011	4033755	3966812
2012	4059912	4105663
2013	4098128	4133468
2014	4313789	4039611
2015	4554615	4640394

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,747. To značí, že daná regresní funkce vystihuje 74,7% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme následující tvar rovnice: **η(x) = 3687,47 + 22,78*Výdaje – 1037,53*Patenty – 22,08*Pracovníci – 440,11*Pracoviště – 264,33*Vzdělání.**

Tuto rovnici bychom mohli využít i k tomu, abychom odhadli budoucí vývoj HDP v závislosti na vývoji vybraných proměnných.

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Ty neodpovídají odhadům parametrů b_0 a b_1, ale slouží k porovnávání vlivů jednotlivých nezávisle proměnných na závisle proměnnou. Pro výdaje vyšlo b^* = 0,74, pro patenty vyšlo b^* = -1,02, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 0,27, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -0,27 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -0,06. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP má počet udělených patentů. Za ním jsou sestupně výdaje, počet pracovníků a počet pracovišť a nejmenší vliv se zdá mít počet lidí s vyšším vzděláním. U počtu pracovišť, počtu patentů a počtu lidí s vyšším vzděláním je koeficient záporný, s jejich růstem tak bude HDP klesat. Naopak u všech zbylých proměnných je koeficient kladný, což značí, že s jejich růstem bude HDP také růst.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test (výpočet v programu XLSTAT). Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. Je proto žádoucí, aby vypočítaná p-hodnota byla větší, než hladina významnosti (0,05) a my tím pádem nemohli zamítnout nulovou hypotézu. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,992.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

Zdá se, že v celé České republice má technologický pokrok vliv na ekonomický růst. Toto zjištění porovnáme se stavem v jednotlivých krajích ČR, což by nám mělo umožnit toto zjištění potvrdit, pokud budou výsledky srovnatelné v krajích. Například Karlovarský kraj by měl vykazovat pomalejší tempo růstu, než kraj Praha, v Karlovarském kraji se do výzkumu a vývoje investuje nejméně a v Praze nejvíce z ČR.

3.7 Praha

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,056
Výdaje= 0,895
Patenty= 0,131
Pracovníci= 0,055
Pracoviště= 0,817
Vzdělání= 0,785

V žádné z pozorovaných řad nemůžeme zamítnout nestacionaritu, i když se k tomu HDP a počet pracovníků blíží.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,057
Výdaje= 0,762
Patenty= 0,485
Pracovníci= 0,501
Pracoviště= 0,145
Vzdělání= 0,075

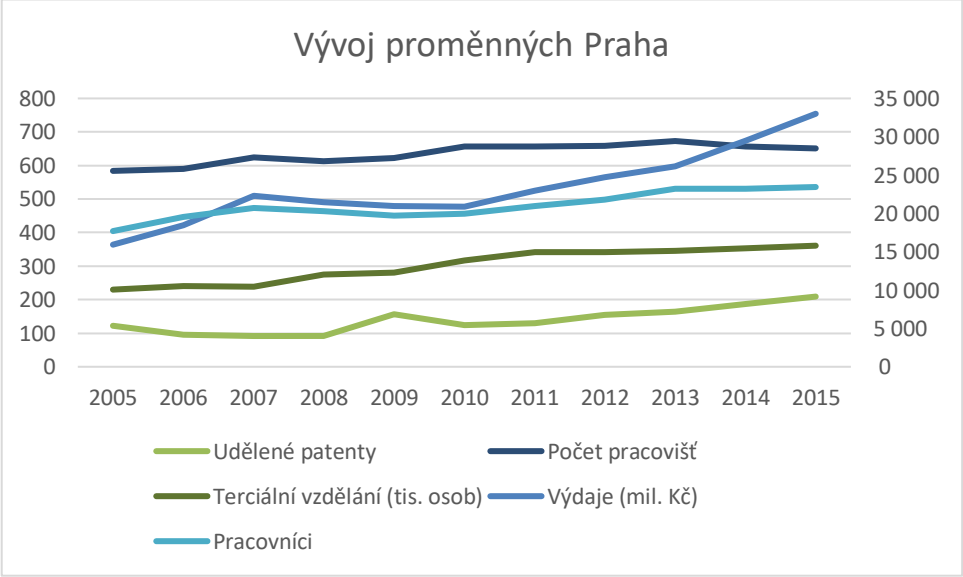
Z výsledných hodnot se tak zdá, že řady našich proměnných jsou rozděleny normálně. Nulovou hypotézu nemůžeme zamítnout.

Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 3 Hodnoty proměnných - Praha (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	799516	15925	122	17697	584	230
2006	864789	18485	96	19508	589	240
2007	966414	22283	93	20719	624	238
2008	1027527	21459	92	20294	612	274
2009	1001432	20978	156	19672	623	280
2010	1016179	20882	125	19980	656	317
2011	1003742	22941	129	20994	657	341
2012	1004400	24689	154	21810	659	341
2013	1011319	26165	164	23243	673	345
2014	1044120	29443	187	23203	656	354
2015	1112788	32999	209	23445	650	361



Graf 3 Vývoj proměnných - Praha

(vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve

vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,718 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,518 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,727 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,456 < 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,797 > 0,536

Kritická hodnota je opět pro všechny případy na úrovni 0,536. Korelace tak byla prokázána pro tři z pěti proměnných. Těmi jsou výdaje, pracovníci a počet lidí s terciárním vzděláním. Počet udělených patentů a počet pracovišť podle výsledků v Praze s HDP korelovány nejsou, proto je ve vícenásobné regresi používat nebudeme. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 4 Vyrovnání dat – Praha (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	966414	932664
2008	1027527	1045210
2009	1001432	1058071
2010	1016179	1016252
2011	1003742	1045937
2012	1004400	958438
2013	1011319	1005427
2014	1044120	1047963
2015	1112788	1077958

Index determinace je pro danou funkci $\boldsymbol{I^2}$ = 0,351. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 35,1% rozptylu HDP. To ale nutně nemusí vypovídat o nevhodnosti modelu a může to být způsobeno malým vzorkem dat. Problém s nízkým indexem determinace je však v tom, že schopnost predikce dané funkce je poměrně malá a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **$\eta(x)$ = -712,479 + 14,092*Výdaje + 0,49*Pracovníci + 1153,121*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty $\boldsymbol{b}^*$. Pro výdaje vyšlo $\boldsymbol{b}^* = 0{,}63$, pro počet pracovníků vyšlo $\boldsymbol{b}^* = 0{,}01$ a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo $\boldsymbol{b}^* = 0{,}61$. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP mají výdaje do VaV a počet lidí s vyšším vzděláním. Koeficient u počtu pracovníků je velmi malý a vliv této proměnné bude nejspíš nepatrný. U všech proměnných je koeficient kladný a HDP by tak mělo růst s růstem každé z nich.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,437.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.8 Středočeský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,3148
Výdaje= 0,7305
Patenty= 0,3256
Pracovníci= 0,0468
Pracoviště= 0,8045
Vzdělání= 0,4002

V žádné z řad až na počet pracovníků nemůžeme zamítnout nestacionaritu.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,8368

Výdaje= 0,0117

Patenty= 0,04

Pracovníci= 0,9475

Pracoviště= 0,0959

Vzdělání= 0,2784

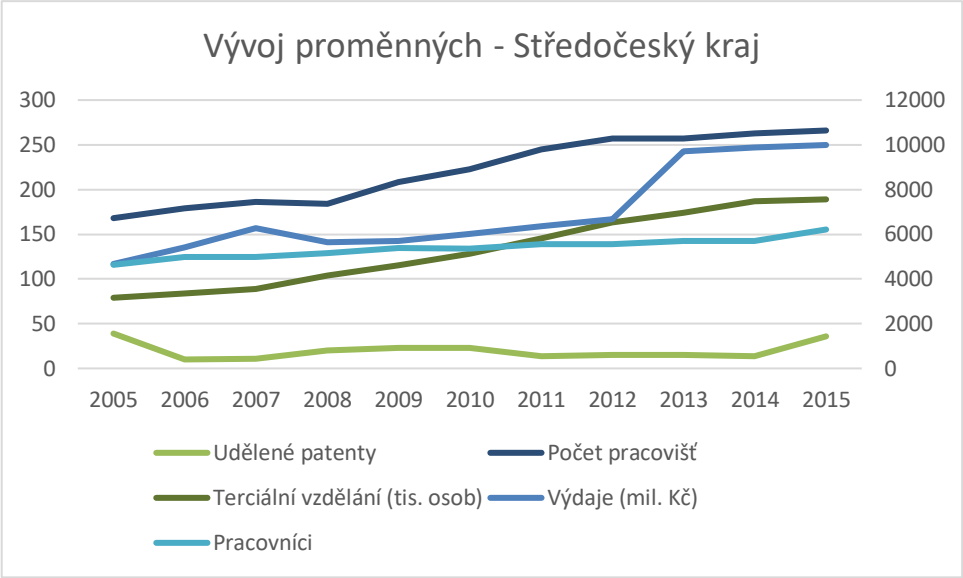
Řady proměnných jsou rozděleny normálně až na výdaje a počet patentů.

Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. Tímto postupem jsme dosáhli i normality ve dvou zmíněných řadách. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 5 Hodnoty proměnných - Středočeský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	337650	4672	39	4632	168	79
2006	376518	5406	10	4980	179	84
2007	414893	6263	11	4990	186	89
2008	439322	5630	20	5165	184	104
2009	419852	5697	23	5397	208	115
2010	419500	6017	23	5351	223	128
2011	441035	6350	14	5557	245	145
2012	449502	6677	15	5549	257	163
2013	452331	9718	15	5698	257	174
2014	493325	9879	14	5698	263	187
2015	527868	9991	36	6213	266	189



Graf 4 Vývoj proměnných - Středočeský kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,909 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,041 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,961 > 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,933 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,964 > 0,536

Kritická hodnota je opět pro všechny případy na úrovni 0,536. Korelace tak byla prokázána pro čtyři z pěti proměnných. Těmi jsou výdaje, pracovníci, počet pracovišť a počet lidí s terciárním vzděláním. Počet udělených patentů podle výsledků ve Středočeském kraji s HDP korelován není, proto ho ve vícenásobné regresi používat nebudeme. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 6 Vyrovnání dat – Praha (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	414893	418894
2008	439322	464542
2009	419852	440705
2010	419500	404656
2011	441035	409008
2012	449502	469311
2013	452331	442384
2014	493325	474530
2015	527868	533596

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,311. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 31,1% rozptylu HDP. To ale nutně nemusí vypovídat o nevhodnosti modelu a může to být způsobeno malým vzorkem dat. Problém s nízkým indexem determinace je však v tom, že schopnost predikce dané funkce je poměrně malá a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **η(x) = -1542,41 – 8,29*Výdaje – 10,44*Pracovníci – 635,3*Pracoviště – 353,07*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = -0,52, pro počet pracovníků vyšlo b^* = -0,12, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -0,32 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -0,09. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP ve Středočeském kraji mají výdaje do VaV a počet pracovišť VaV. Počet pracovníků a počet lidí s vyšším vzděláním se zdá v tomto kraji mít nepatrný význam. U všech proměnných je koeficient záporný a HDP by tak mělo klesat s růstem každé z nich.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,831.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.9 Jihomoravský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než

kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,054
Výdaje= 0,32
Patenty= 0,155
Pracovníci= 0,45
Pracoviště= 0,89
Vzdělání= 0,223

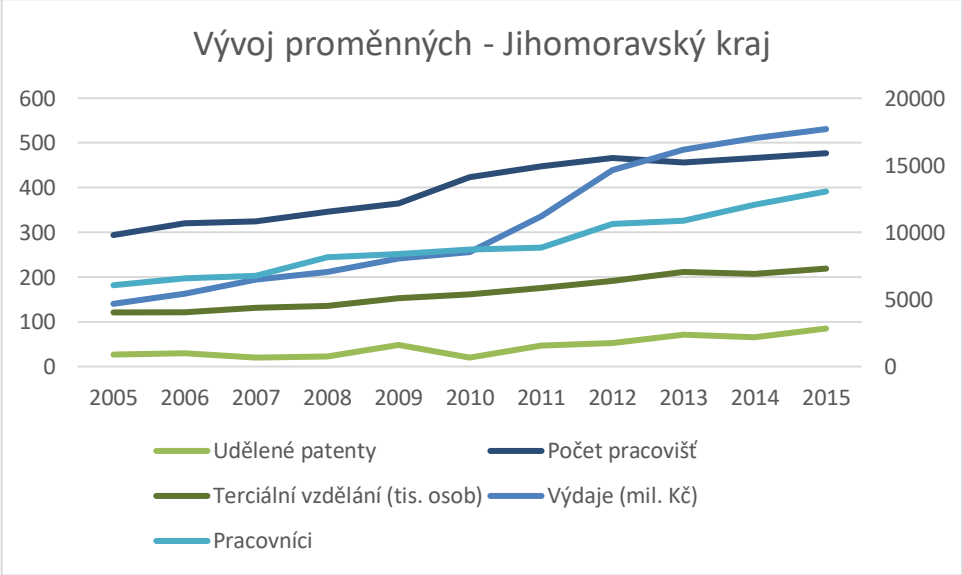
V žádné z řad nemůžeme zamítnout nestacionaritu.
Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,975
Výdaje= 0,125
Patenty= 0,251
Pracovníci= 0,601
Pracoviště= 0,073
Vzdělání= 0,25

Podle výsledků jsou všechny uvedené řady rozděleny normálně.
Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 7 Hodnoty proměnných - Jihomoravský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	321740	4675	27	6062	294	121
2006	346438	5450	30	6572	320	122
2007	382939	6481	20	6767	324	132
2008	412275	7072	22	8165	346	135
2009	403037	8050	48	8370	365	153
2010	407139	8519	20	8731	424	162
2011	421653	11192	47	8872	448	176
2012	434334	14645	53	10627	467	192
2013	452931	16185	71	10884	456	211
2014	473554	17012	65	12042	467	207
2015	498757	17699	85	13048	477	219



Graf 5 Vývoj proměnných - Jihomoravský kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,973 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,756 > 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,973 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,957 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,964 > 0,536

Kritická hodnota je opět pro všechny případy na úrovni 0,536. Korelace tak byla prokázána pro všechny proměnné. Všechny proto použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 8 Vyrovnání dat - Jihomoravský kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2008	412275	422902
2009	403037	424845
2010	407139	371228
2011	421653	421549
2012	434334	459078
2013	452931	452317
2014	473554	478074
2015	498757	473684

Index determinace je pro danou funkci $\boldsymbol{I^2}$ = 0,266. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 26,6% rozptylu HDP. To ale nutně nemusí vypovídat o nevhodnosti modelu a může to být způsobeno malým vzorkem dat. Problém s nízkým indexem determinace je však v tom, že schopnost predikce dané funkce je poměrně malá a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **η(x) = 1555,627 – 2,68*Výdaje – 205,833*Patenty + 1,726*Pracovníci – 442,181*Pracoviště – 528,203*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty $\boldsymbol{b^*}$. Pro výdaje vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = -0,18, pro počet patentů vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = -0,54, pro počet pracovníků vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = 0,14, pro počet pracovišť vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = -0,81 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = -0,49. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Jihomoravském kraji má počet pracovišť VaV. Velký význam se zdají mít i počet patentů a počet lidí s vyšším vzděláním a nejmenší význam mají

výdaje a počet pracovníků. U všech proměnných kromě počtu pracovišť je koeficient záporný a HDP by tak mělo klesat s růstem každé z nich.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,992.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.10 Karlovarský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,004
Výdaje= 0,146
Patenty= 0,344
Pracovníci= 0,954
Pracoviště= 0,903
Vzdělání= 0,08

Stacionární je jen řada s proměnnou HDP, ostatní jsou nestacionární.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,027
Výdaje= 0,119
Patenty= 0,167

Pracovníci= 0,146

Pracoviště= 0,246

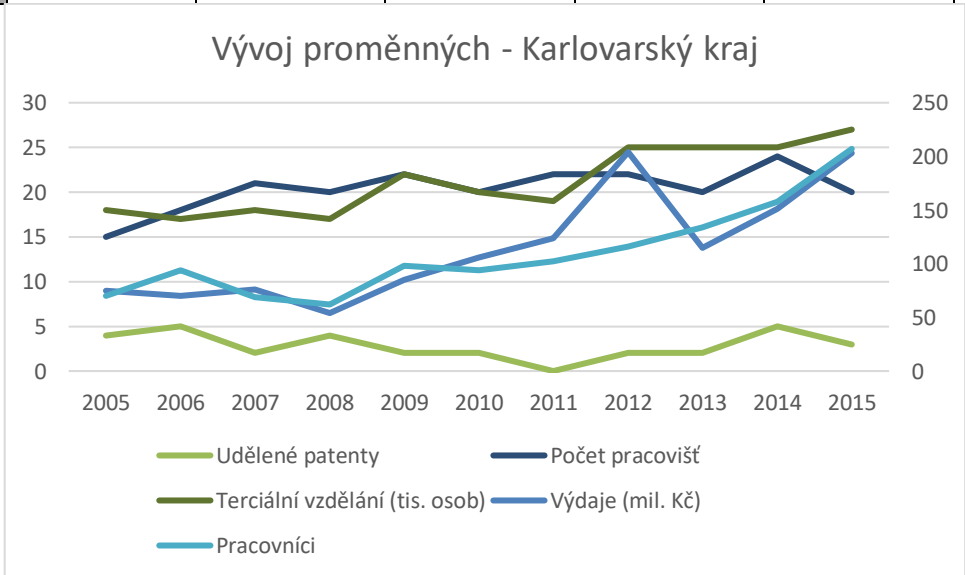
Vzdělání= 0,086

Podle výsledků je pět ze šesti uvedených řad rozděleno normálně, jen HDP není. Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. Tím dosáhneme i normality. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 9 Hodnoty proměnných - Karlovarský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	74130	75	4	70	15	18
2006	76540	70	5	94	18	17
2007	83137	76	2	69	21	18
2008	84114	54	4	62	20	17
2009	84468	85	2	98	22	22
2010	82811	106	2	94	20	20
2011	83105	124	0	102	22	19
2012	82405	204	2	116	22	25
2013	82009	115	2	134	20	25
2014	84595	151	5	158	24	25
2015	86956	203	3	207	20	27



Graf 6 Vývoj proměnných - Karlovarský kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Zatímco u většiny předchozích krajů byl rostoucí trend proměnných zřejmý ve všech případech, v Karlovarském kraji tomu tak není. V něm se obecně do výzkumu a vývoje investuje nejméně. Zatímco u předchozích krajů zejména v posledních letech výdaje rostly, v Karlovarském kraji v roce 2013 významně poklesly a na hodnotu z roku 2012 se dostaly až v roce 2015. Počet pracovišť kolísá kolem 20 po celou sledovanou dobu. Zajímavé ale je, že počet pracovníků roste po celé období. Patentů se v tomto kraji za průměrný rok neudělí ani deset.

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,318 < 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,014 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,333 < 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,568 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,406 < 0,536

Kritická hodnota je opět pro všechny případy na úrovni 0,536. Korelace tak byla prokázána jen pro počet pracovišť. Toto zjištění asi není překvapivé, když uvažujeme například počet udělených patentů, který je v tomto kraji zanedbatelný a nejspíš je tak jejich vliv na HDP také zanedbatelný. Pro regresi použijeme pouze počet pracovišť, ale vzhledem k tomu, že do výpočtu vstupuje jen jedna proměnná, bude výsledek spíše orientační. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 10 Vyrovnání dat - Karlovarský kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	83137	79225
2008	84114	88568
2009	84468	86447
2010	82811	83656
2011	83105	82870
2012	82405	82953
2013	82009	81259
2014	84595	84050
2015	86956	84573

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,307. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 30,7% rozptylu HDP. Schopnost predikce dané funkce je poměrně malá, jednak díky nízkému indexu determinace a taky kvůli tomu, že do modelu vstupuje jen jedna proměnná, a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **η(x) = 274,8134 + 360,3315*Pracoviště.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro počet pracovišť vyšlo b^* = 0,55. Koeficient je kladný a HDP by tak mělo růst s přibývajícím počtem pracovišť výzkumu a vývoje. Jak už ale bylo řečeno, je třeba brát v potaz omezení modelu.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,558.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.11 Královéhradecký kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,043
Výdaje= 0,013
Patenty= 0,181
Pracovníci= 0,976
Pracoviště= 0,398
Vzdělání= 0,009

Stacionární jsou tři ze šesti řad- HDP, výdaje a počet osob s vyšším vzděláním. Naopak počet patentů, pracovníků a pracovišť jsou všechny nestacionární.

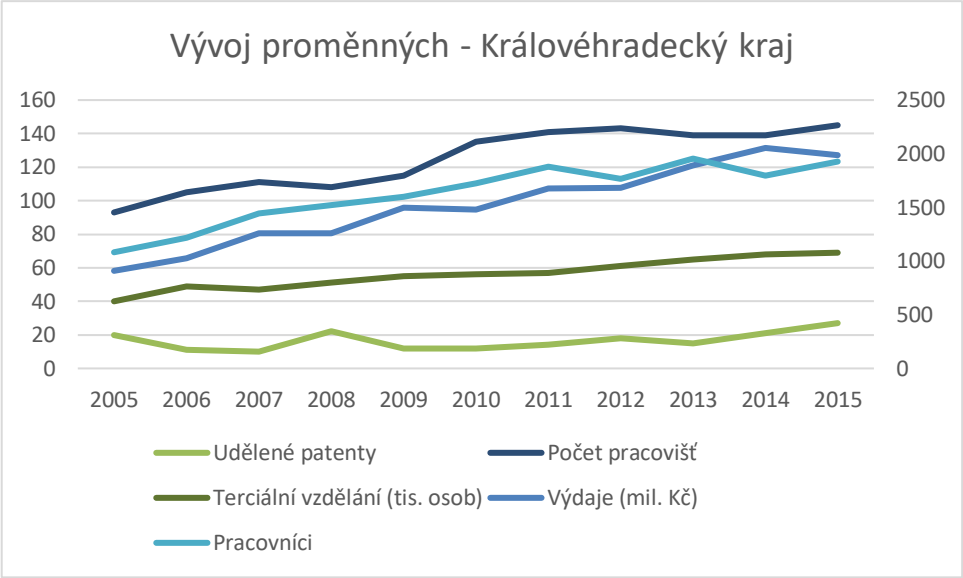
Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,491
Výdaje= 0,739
Patenty= 0,427
Pracovníci= 0,324
Pracoviště= 0,066
Vzdělání= 0,879

Podle výsledků jsou všechny vybrané řady normálně rozděleny.
Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 11 Hodnoty proměnných - Královéhradecký kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	150598	909	20	1082	93	40
2006	158007	1029	11	1218	105	49
2007	173565	1259	10	1446	111	47
2008	180543	1257	22	1522	108	51
2009	179315	1499	12	1600	115	55
2010	181499	1479	12	1725	135	56
2011	183508	1679	14	1879	141	57
2012	184483	1680	18	1764	143	61
2013	185110	1890	15	1955	139	65
2014	198157	2054	21	1796	139	68
2015	208560	1987	27	1926	145	69



Graf 7 Vývoj proměnných - Královéhradecký kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,945 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,547 > 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,927 > 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,897 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,982 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné. Všechny proměnné proto použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 12 Vyrovnání dat - Královéhradecký kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2006	158007	152234
2007	173565	166243
2008	180543	181993
2009	179315	182938
2010	181499	185709
2011	183508	190556
2012	184483	187553
2013	185110	188332
2014	198157	193221
2015	208560	203969

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,216. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 21,6% rozptylu HDP. To ale nutně nemusí vypovídat o nevhodnosti modelu a může to být způsobeno malým vzorkem dat. Problém s nízkým indexem determinace je však v tom, že schopnost predikce dané funkce je poměrně malá a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **η(x) = 1676,493 + 21,038*Výdaje + 615,112*Patenty + 3,685*Pracovníci + 235,908*Pracoviště - 40,153*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = 0,43, pro počet patentů vyšlo b^* = 0,72, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 0,08, pro počet pracovišť vyšlo b^* = 0,29 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -0,02. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Královéhradeckém kraji má počet udělených patentů. Velký význam se zdají mít i výdaje a nejmenší význam mají počet pracovníků a počet lidí s vyšším vzděláním. U všech proměnných kromě počtu osob s vyšším vzděláním je koeficient kladný a HDP by tak mělo růst s růstem každé z nich. U počtu osob s vyšším vzděláním je ale koeficient velmi malý a vliv tedy bude taky malý.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,968.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.12 Liberecký kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,916
Výdaje= 0,369
Patenty= 0,177
Pracovníci= 0,619
Pracoviště= 0,223
Vzdělání= 0,555

Žádná z řad vybraných proměnných není stacionární.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,885
Výdaje= 0,093
Patenty= 0,514
Pracovníci= 0,088
Pracoviště= 0,316
Vzdělání= 0,067

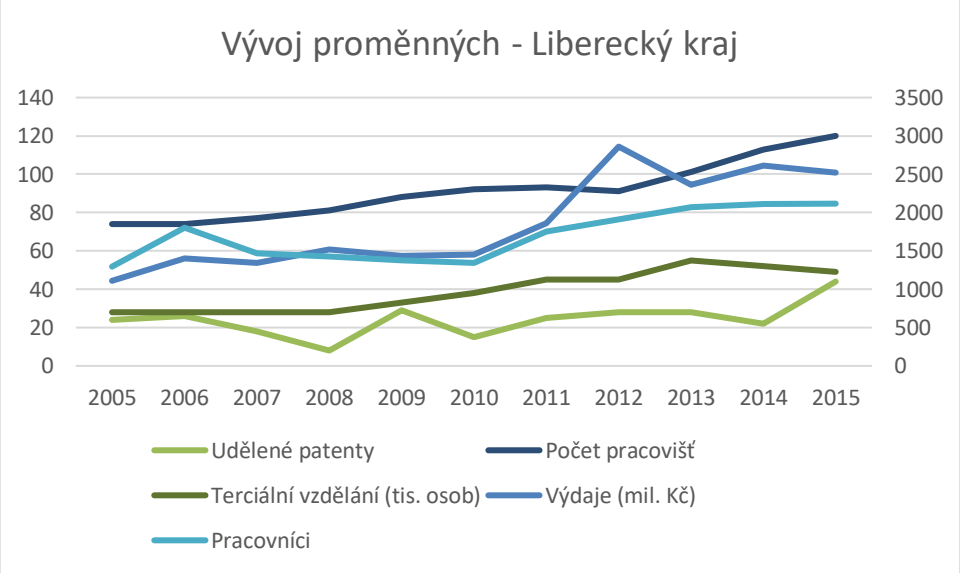
Podle výsledků jsou všechny vybrané řady normálně rozděleny.

Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 13 Hodnoty proměnných - Liberecký kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	113823	1110	24	1295	74	28
2006	120553	1400	26	1800	74	28
2007	125101	1340	18	1468	77	28
2008	127616	1517	8	1423	81	28
2009	123138	1435	29	1373	88	33
2010	126195	1452	15	1343	92	38
2011	129025	1861	25	1756	93	45
2012	131580	2860	28	1912	91	45
2013	132469	2366	28	2068	101	55
2014	139430	2614	22	2112	113	52
2015	147208	2520	44	2116	120	49



Graf 8 Vývoj proměnných - Liberecký kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,909 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,259 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,818 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,916 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,858 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu patentů. Zbývající čtyři proměnné proto použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 14 Vyrovnání dat - Liberecký kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	125101	124387
2008	127616	129361
2009	123138	126594
2010	126195	119121
2011	129025	128256
2012	131580	133782
2013	132469	131517
2014	139430	138723
2015	147208	150021

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,482. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 48,2% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = 76,576 - 6,492*Výdaje + 5,163*Pracovníci - 307,858*Pracoviště - 869,21*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = -0,99, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 0,42, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -0,36 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -1,29. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP

v Libereckém kraji má počet lidí s vyšším vzděláním. Velký význam se zdají mít i výdaje, za nimi jsou počet pracovníků a počet pracovišť. U všech proměnných kromě počtu pracovníků je koeficient záporný a HDP by tak mělo klesat s růstem každé z nich. Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,831.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.13 Moravskoslezský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,0001
Výdaje= 0,18
Patenty= 0,985
Pracovníci= 0,249
Pracoviště= 0,503
Vzdělání= 0,156

Nestacionaritu můžeme zamítnout jen v případě HDP. Žádná z ostatních řad vybraných proměnných není stacionární.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,710

Výdaje= 0,061

Patenty= 0,056

Pracovníci= 0,771

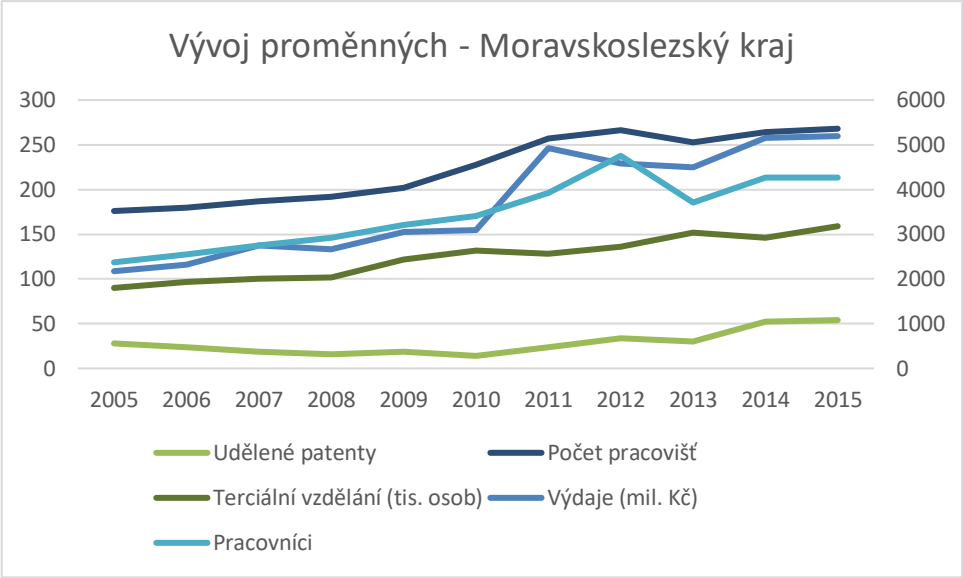
Pracoviště= 0,039

Vzdělání= 0,479

Podle výsledků jsou všechny vybrané řady kromě počtu pracovišť normálně rozděleny. Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. Tím jsme dosáhli i normality. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 15 Hodnoty proměnných - Moravskoslezský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	334202	2174	28	2372	176	90
2006	350131	2321	24	2550	180	97
2007	382825	2751	19	2743	187	100
2008	402777	2658	16	2927	192	102
2009	378993	3045	19	3202	202	122
2010	387858	3100	14	3412	228	132
2011	405979	4924	24	3925	257	128
2012	408739	4584	34	4754	266	136
2013	397261	4500	30	3708	253	152
2014	419985	5155	52	4261	264	146
2015	434971	5194	54	4267	268	159



Graf 9 Vývoj proměnných - Moravskoslezský kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,890 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,543 > 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,9 > 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,918 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,818 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné. Proto všechny použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 16 Vyrovnání dat - Moravskoslezský kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	382825	380018
2008	402777	414987
2009	378993	379154
2010	387858	388499
2011	405979	410632
2012	408739	406322
2013	397261	391875
2014	419985	413255
2015	434971	434648

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,949. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje 94,9% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = 3074,85 + 3,66*Výdaje - 2021,24*Patenty + 21,78*Pracovníci - 243,95*Pracoviště - 2057,88*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = 0,15, pro počet patentů vyšlo b^* = -1,12, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 0,77, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -0,14 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -1,17. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Moravskoslezském kraji má počet lidí s vyšším vzděláním. Velký význam se zdá mít i počet pracovníků, zbylé tři proměnné mají srovnatelný a nepříliš velký význam. Počet udělených patentů, počet pracovišť a počet lidí s vyšším vzděláním mají záporný koeficient, HDP tak bude s jejich růstem klesat. Výdaje a počet pracovníků mají koeficient kladný a HDP by mělo s jejich růstem růst.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,983.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.14 Olomoucký kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než

kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,03
Výdaje= 0,44
Patenty= 0,802
Pracovníci= 0,962
Pracoviště= 0,189
Vzdělání= 0,721

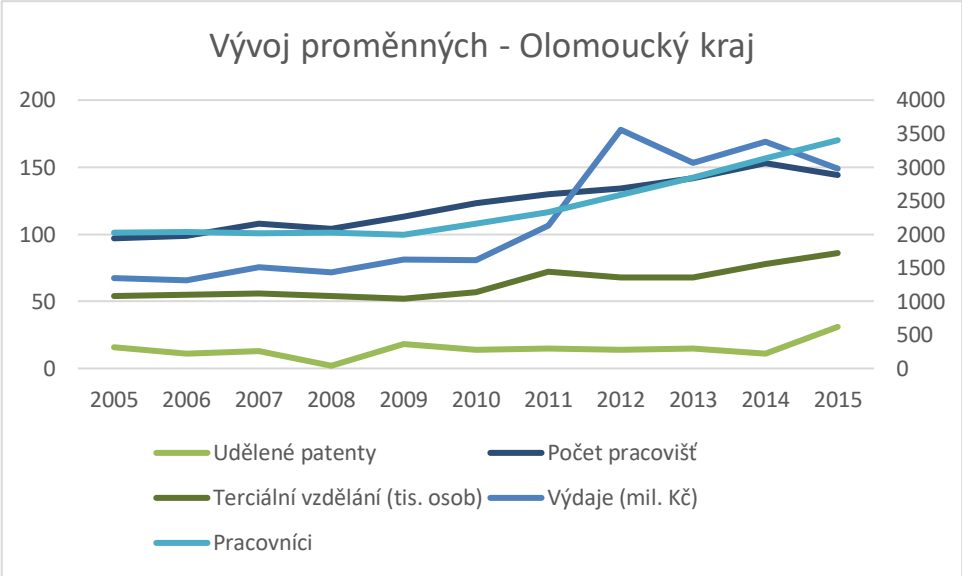
Nestacionaritu můžeme zamítnout jen v případě HDP. Žádná z ostatních řad vybraných proměnných není stacionární.
Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,922
Výdaje= 0,02
Patenty= 0,047
Pracovníci= 0,015
Pracoviště= 0,505
Vzdělání= 0,074

Podle výsledků jsou tři z vybraných řad rozděleny normálně, řada výdajů, patentů a počtu pracovníků není.
Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. Tím jsme dosáhli i normality. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 17 Hodnoty proměnných - Olomoucký kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	152393	1347	16	2026	97	54
2006	160528	1314	11	2035	99	55
2007	174709	1512	13	2011	108	56
2008	183300	1430	2	2020	104	54
2009	179233	1619	18	1993	113	52
2010	183272	1613	14	2156	123	57
2011	189721	2133	15	2331	130	72
2012	191847	3558	14	2583	134	68
2013	191738	3061	15	2846	142	68
2014	202678	3377	11	3129	153	78
2015	215650	2983	31	3402	144	86



Graf 10 Vývoj proměnných - Olomoucký kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici,

podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,864 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,105 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,818 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,927 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,821 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu udělených patentů. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 18 Vyrovnání dat - Olomoucký kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	174709	166009
2008	183300	189113
2009	179233	188176
2010	183272	183228
2011	189721	193692
2012	191847	190432
2013	191738	190378
2014	202678	197860
2015	215650	213260

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,467. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje 46,7% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = -910,856 + 2,288*Výdaje + 31,414*Pracovníci - 176,372*Pracoviště + 518,203*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = 0,27, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 0,29, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -0,24 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = 0,62. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Olomouckém kraji má počet lidí s vyšším vzděláním. Ostatní tři proměnné mají srovnatelná vliv na HDP v kraji. Výdaje, počet pracovníků a počet lidí s vyšším vzděláním mají kladné koeficienty, HDP by tak s jejich růstem mělo růst. Naopak počet pracovišť má koeficient záporný a HDP by tak s jejich růstem mělo klesat.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,831.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.15 Pardubický kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,05
Výdaje= 0,176
Patenty= 0,212
Pracovníci= 0,571
Pracoviště= 0,305
Vzdělání= 0,063

Žádná z vybraných řad není stacionární.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,402
Výdaje= 0,097
Patenty= 0,684
Pracovníci= 0,379
Pracoviště= 0,146
Vzdělání= 0,475

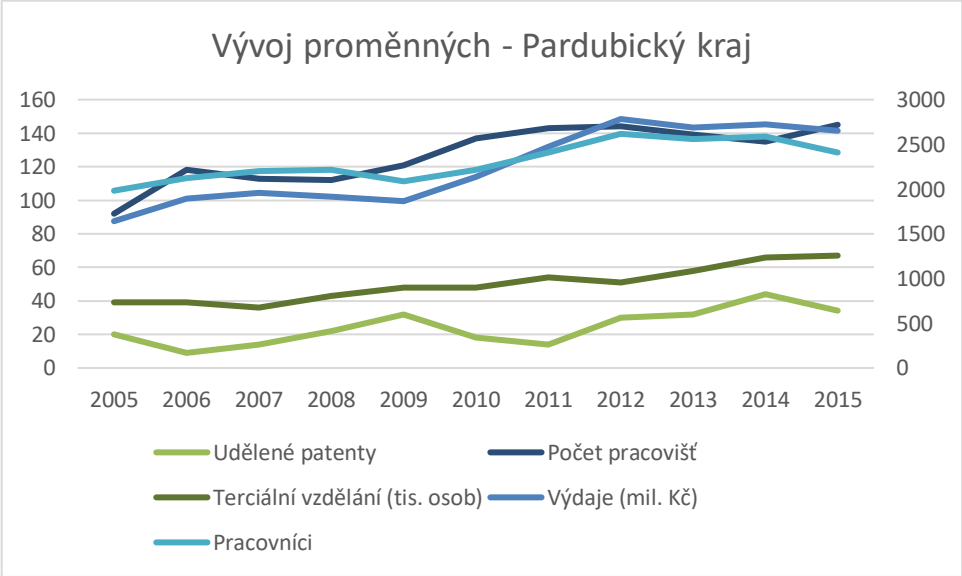
Všechny řady vybraných proměnných jsou rozděleny normálně.

Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 19 Hodnoty proměnných - Pardubický kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	131411	1641	20	1982	92	39
2006	144434	1893	9	2124	118	39
2007	158720	1958	14	2198	113	36
2008	161898	1916	22	2218	112	43
2009	156531	1865	32	2089	121	48
2010	159564	2136	18	2212	137	48
2011	165724	2472	14	2408	143	54
2012	158240	2783	30	2618	144	51
2013	161809	2687	32	2562	139	58
2014	171921	2727	44	2585	135	66
2015	180168	2650	34	2409	145	67



Graf 11 Vývoj proměnných - Pardubický kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,618 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,466 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,664 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,536 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,749 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu udělených patentů. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 20 Vyrovnání dat - Pardubický kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2006	144434	141074
2007	158720	150524
2008	161898	167134
2009	156531	165508
2010	159564	160997
2011	165724	161016
2012	158240	168893
2013	161809	163782
2014	171921	165105
2015	180168	174978

Index determinace je pro danou funkci $\boldsymbol{I^2}$ = 0,129. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 12,9% rozptylu HDP. To ale nutně nemusí vypovídat o nevhodnosti modelu a může to být způsobeno malým vzorkem dat. Problém s nízkým indexem determinace je však v tom, že schopnost predikce dané funkce je poměrně malá a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu

koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = 6313,401 - 51,545*Výdaje + 58,016*Pracovníci + 311,561*Pracoviště - 130,493*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = -1,25, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 1,06, pro počet pracovišť vyšlo b^* = 0,44 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -0,08. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Pardubickém kraji mají výdaje do VaV, za nimi je počet pracovníků. Dále počet pracovišť a poslední je počet lidí s vyšším vzděláním. U výdajů a počtu lidí s vyšším vzděláním je koeficient záporný, HDP by tak mělo s jejich růstem klesat. U zbylých dvou je koeficient kladný a HDP by s jejich růstem mělo také růst.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,762.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.16 Ústecký kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,517
Výdaje= 0,345
Patenty= 0,074
Pracovníci= 0,209
Pracoviště= 0,175
Vzdělání= 0,438

Žádná z vybraných řad není stacionární.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než

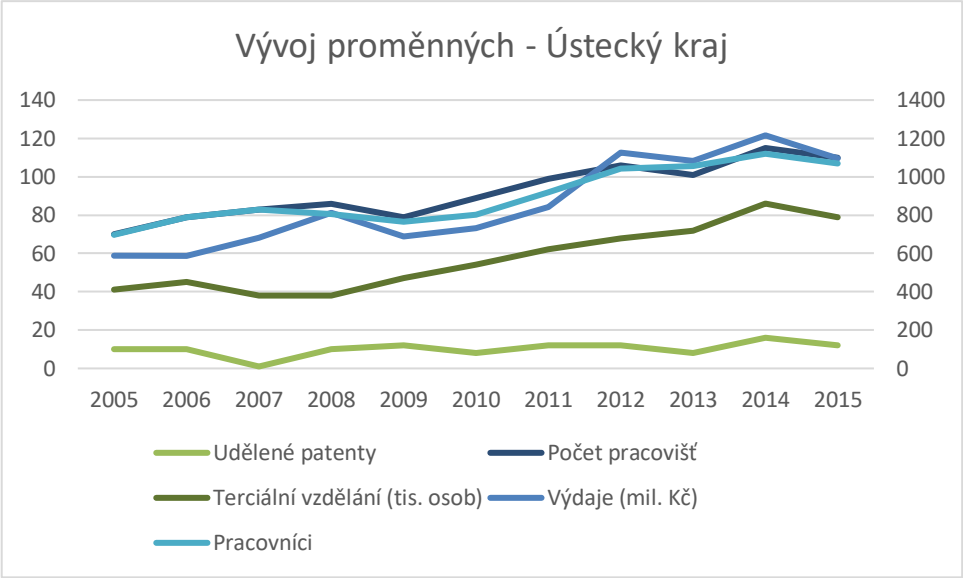
kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,127
Výdaje= 0,142
Patenty= 0,072
Pracovníci= 0,149
Pracoviště= 0,719
Vzdělání= 0,300

Všechny řady vybraných proměnných jsou rozděleny normálně.
Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 21 Hodnoty proměnných - Ústecký kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	213774	589	10	697	70	41
2006	228374	587	10	787	79	45
2007	243914	681	1	828	83	38
2008	255494	812	10	806	86	38
2009	256371	687	12	765	79	47
2010	249591	731	8	801	89	54
2011	250484	843	12	919	99	62
2012	250778	1125	12	1042	106	68
2013	249748	1084	8	1056	101	72
2014	255572	1216	16	1120	115	86
2015	275214	1097	12	1069	110	79



Graf 12 Vývoj proměnných - Ústecký kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,681 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,683 > 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,518 < 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,592 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,524 < 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu pracovníků a počtu lidí s vyšším vzděláním. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 22 Vyrovnání dat - Ústecký kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2008	255494	264937
2009	256371	257610
2010	249591	246402
2011	250484	244585
2012	250778	261729
2013	249748	246004
2014	255572	250120
2015	275214	271862

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,349. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje jen 34,9% rozptylu HDP. To ale nutně nemusí vypovídat o nevhodnosti modelu a může to být způsobeno malým vzorkem dat. Problém s nízkým indexem determinace je však v tom, že schopnost predikce dané funkce je poměrně malá a je potřeba na to brát ohled při jejím použití pro odhad budoucího vývoje. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = 1860,926 + 20,108*Výdaje + 202,27*Patenty - 398,208*Pracoviště.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = 0,89, pro počet patentů vyšlo b^* = 0,47, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -1,09. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Ústeckém kraji má počet pracovišť VaV. Druhý největší vliv mají výdaje a nejmenší vliv ze sledovaných proměnných má počet patentů. U výdajů a počtu udělených patentů je koeficient kladný, HDP by tak mělo s jejich růstem také růst. Pro počet pracovišť je koeficient záporný a HDP by tak mělo s jejich růstem klesat. Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,534.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.17 Zlínský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než

kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,359
Výdaje= 0,539
Patenty= 0,028
Pracovníci= 0,140
Pracoviště= 0,202
Vzdělání= 0,895

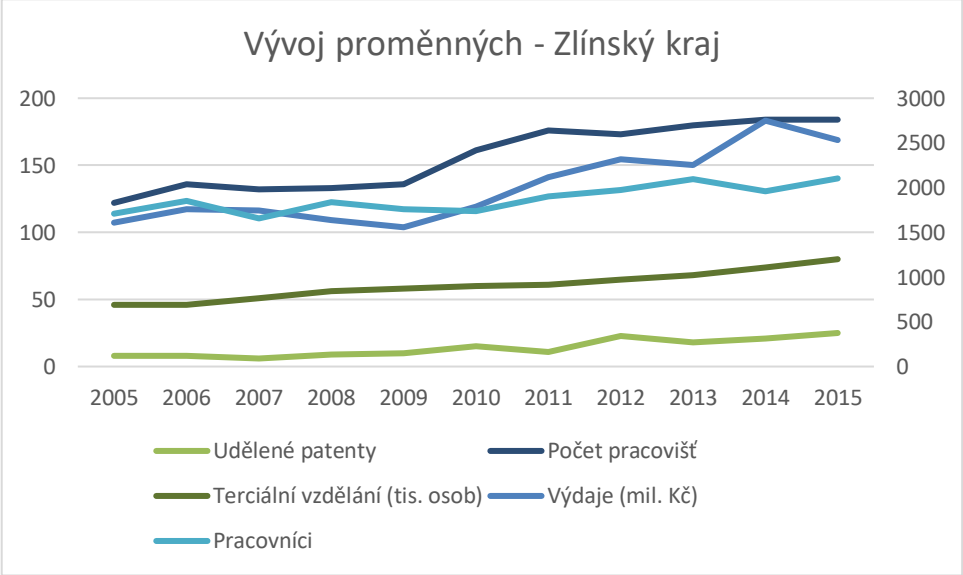
Žádná z vybraných řad není stacionární kromě řady s počtem udělených patentů.
Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,631
Výdaje= 0,176
Patenty= 0,173
Pracovníci= 0,644
Pracoviště= 0,042
Vzdělání= 0,806

Všechny řady vybraných proměnných jsou rozděleny normálně kromě řady s počtem pracovišť.
Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. Tím jsme dosáhli i normality. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 23 Hodnoty proměnných - Zlínský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	150304	1605	8	1710	122	46
2006	164361	1760	8	1854	136	46
2007	177344	1743	6	1656	132	51
2008	191064	1640	9	1840	133	56
2009	186856	1557	10	1757	136	58
2010	184895	1787	15	1739	161	60
2011	191345	2118	11	1902	176	61
2012	190952	2317	23	1971	173	65
2013	194047	2254	18	2094	180	68
2014	214013	2749	21	1956	184	74
2015	222918	2533	25	2103	184	80



Graf 13 Vývoj proměnných - Zlínský kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,727 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,788 > 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,809 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,868 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,916 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 24 Vyrovnání dat - Zlínský kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	177344	181422
2008	191064	193321
2009	186856	188325
2010	184895	187820
2011	191345	192501
2012	190952	190315
2013	194047	190851
2014	214013	208645
2015	222918	220234

Index determinace je pro danou funkci $\boldsymbol{I^2}$ = 0,907. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje 90,7% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **η(x) = -1376,96 + 27,6*Výdaje - 658,98*Patenty + 27*Pracovníci - 54,94*Pracoviště + 3211,04*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty $\boldsymbol{b^*}$. Pro výdaje vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = 0,95, pro počet patentů vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = -0,61, pro počet pracovníků vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = 0,67, pro počet pracovišť vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = -0,07 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo $\boldsymbol{b^*}$ = 0,77. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP ve Zlínském kraji má objem výdajů do VaV. Druhý největší vliv má počet lidí s vyšším vzděláním. Za ním jsou srovnatelně významné počet patentů a počet pracovníků. Nejmenší vliv ze sledovaných proměnných má počet pracovišť. Počet patentů a počet pracovišť mají záporný koeficient, HDP tak bude s jejich růstem klesat. Zbylé tři proměnné mají koeficient kladný a HDP by tak mělo s jejich růstem také růst.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,983.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.18 Jihočeský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,832
Výdaje= 0,002
Patenty= 0,375
Pracovníci= 0,380
Pracoviště= 0,344
Vzdělání= 0,311

Žádná z vybraných řad není stacionární kromě řady s objemem výdajů do VaV.

Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,727
Výdaje= 0,470
Patenty= 0,742
Pracovníci= 0,267
Pracoviště= 0,075
Vzdělání= 0,250

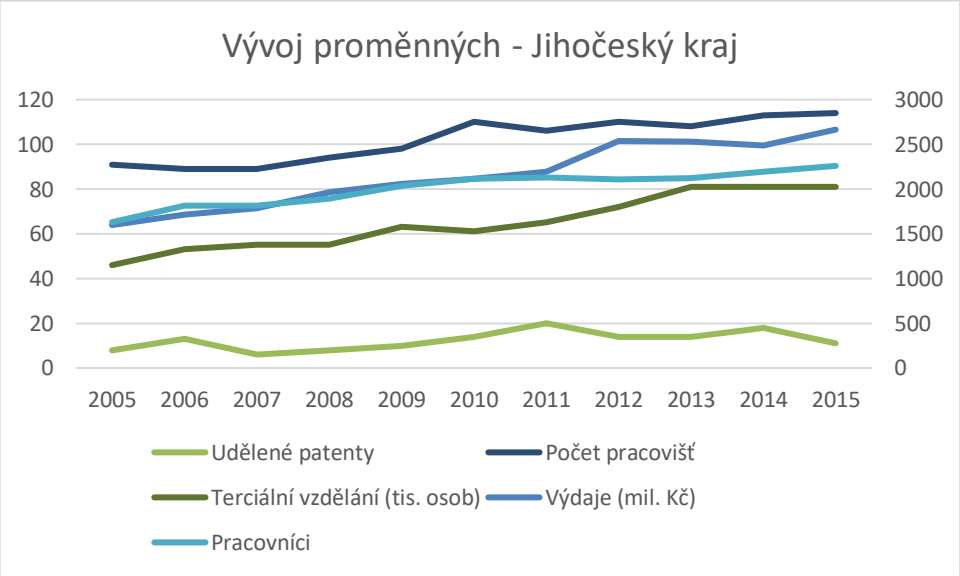
Všechny řady vybraných proměnných jsou rozděleny normálně.

Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 25 Hodnoty proměnných - Jihočeský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	180082	1598	8	1630	91	46
2006	191540	1716	13	1815	89	53
2007	200653	1785	6	1815	89	55
2008	203332	1966	8	1895	94	55
2009	203518	2060	10	2033	98	63
2010	202252	2114	14	2116	110	61
2011	203770	2193	20	2129	106	65
2012	208433	2537	14	2107	110	72
2013	212001	2534	14	2121	108	81
2014	219426	2488	18	2192	113	81
2015	230508	2665	11	2259	114	81



Graf 14 Vývoj proměnných - Jihočeský kraj

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,936 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,533 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,907 > 0,536

Počet pracovišť: r_{Sp}: 0,845 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,975 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu udělených patentů. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 26 Vyrovnání dat - Jihočeský kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2008	203332	204138
2009	203518	201151
2010	202252	203256
2011	203770	201755
2012	208433	209877
2013	212001	213159
2014	219426	215559
2015	230508	234344

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,503. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje 50,3% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = 1054,596 + 3,39*Výdaje - 19,985*Pracovníci + 38,863*Pracoviště + 98,701*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = 0,29, pro počet pracovníků vyšlo b^* = -0,63, pro počet pracovišť vyšlo b^* = 0,17 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = 0,31. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v Jihočeském kraji má počet pracovníků VaV. Druhý největší vliv má počet lidí s vyšším vzděláním. Srovnatelný vliv má objem výdajů do VaV a nejmenší vliv má počet

pracovišť. Počet pracovníků má záporný koeficient, HDP tak bude s jeho růstem klesat. Zbylé tři proměnné mají koeficient kladný a HDP by tak mělo s jejich růstem také růst.
Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,889.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.19 Kraj Vysočina

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.
Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,007
Výdaje= 0,449
Patenty= 0,006
Pracovníci= 0,183
Pracoviště= 0,184
Vzdělání= 0,199

Žádná z vybraných řad není stacionární kromě řady kromě HDP a počtu patentů.
Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,877
Výdaje= 0,039
Patenty= 0,097

Pracovníci= 0,150

Pracoviště= 0,849

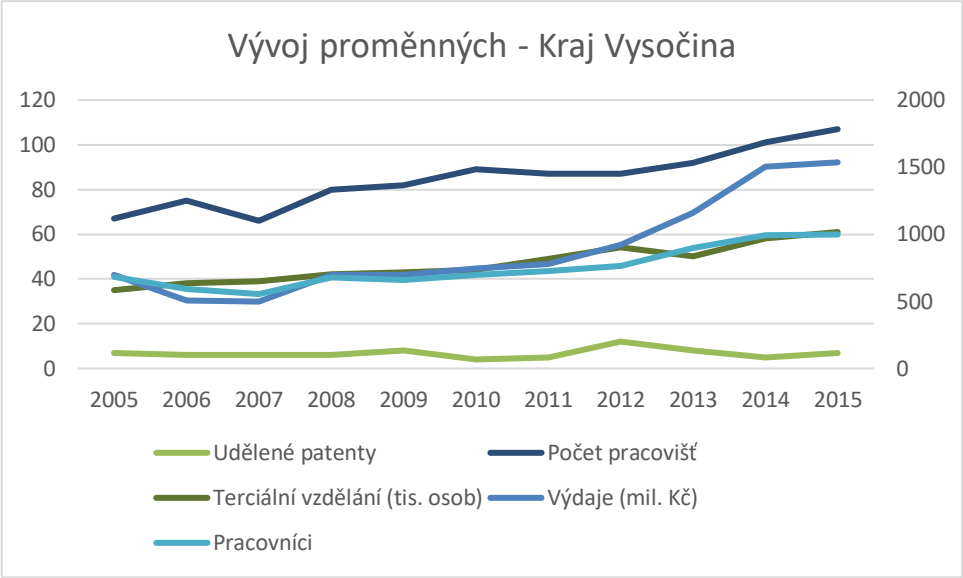
Vzdělání= 0,696

Všechny řady vybraných proměnných jsou rozděleny normálně kromě objemu výdajů. Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. Tím jsme dosáhli i normality v potřebných řadách. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.

Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 27 Hodnoty proměnných - Kraj Vysočina (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	133333	697	7	685	67	35
2006	143355	504	6	592	75	38
2007	157330	498	6	554	66	39
2008	156970	695	6	679	80	42
2009	155747	696	8	661	82	43
2010	154713	743	4	696	89	44
2011	162057	780	5	725	87	49
2012	165755	922	12	765	87	54
2013	167216	1160	8	898	92	50
2014	174056	1502	5	995	101	58
2015	180155	1536	7	998	107	61



Graf 15 Vývoj proměnných - Kraj Vysočina

(zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,755 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,148 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,764 > 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,743 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,900 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu udělených patentů. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 28 Vyrovnání dat - Kraj Vysočina (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	157330	159801
2008	156970	162124
2009	155747	159357
2010	154713	152379
2011	162057	160467
2012	165755	166629
2013	167216	162167
2014	174056	170944
2015	180155	180132

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,735. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje 73,5% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Ŋ(x) = -542,304 - 14,46*Výdaje + 32,978*Pracovníci - 537,108*Pracoviště + 637,406*Vzdělání.** Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = -0,38, pro počet pracovníků vyšlo b^* = 0,48, pro počet pracovišť vyšlo b^* = -0,98 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = 0,58. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v kraji Vysočina má počet pracovišť VaV. Druhý největší vliv má počet lidí s vyšším vzděláním. Třetí největší vliv má počet pracovníků a nejmenší vliv má objem výdajů. Počet pracovišť a objem výdajů mají koeficient záporný, HDP tak bude s jejich růstem klesat. Zbylé proměnné mají koeficient kladný a HDP by tak mělo s jejich růstem také růst.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,831.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

3.20 Plzeňský kraj

Časové řady proměnných testujeme na stacionaritu a normalitu.

Nejdříve testujeme stacionaritu jednotlivých proměnných. K určení stacionarity používáme rozšířený Dickey-Fullerův test. Pokud je výsledná p-hodnota větší, než kritická hodnota α (0,05), nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu, že je sledovaná řada

nestacionární. Je pro nás tedy žádoucí nulovou hypotézu zamítnout. Výsledné p-hodnoty pro jednotlivé řady proměnných jsou uvedeny níže:

HDP= 0,666
Výdaje= 0,570
Patenty= 0,529
Pracovníci= 0,465
Pracoviště= 0,459
Vzdělání= 0,359

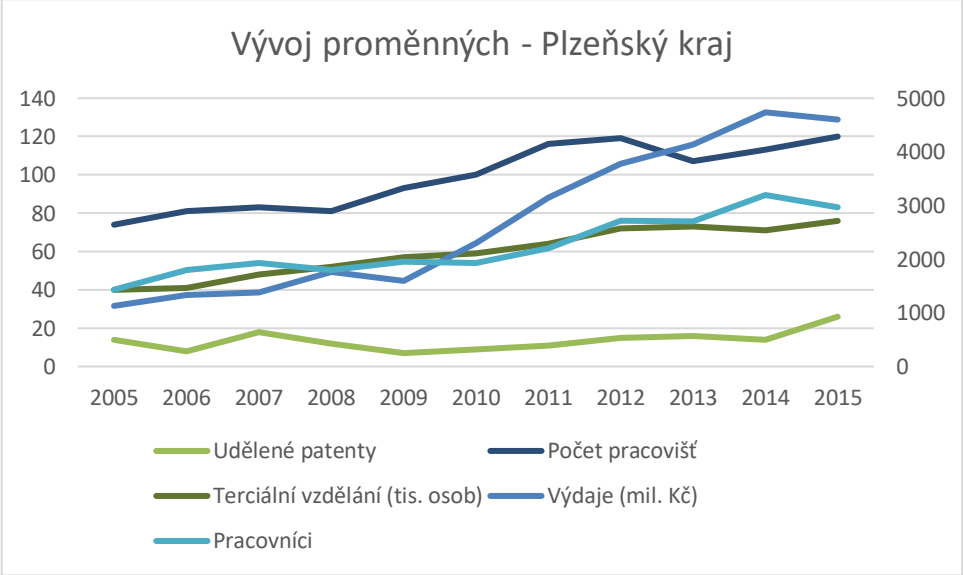
Žádná z vybraných řad není stacionární.
Dále testujeme normalitu pomocí Shapiro-Wilkova testu. V něm je nulová hypotéza taková, že jsou data rozdělena normálně. Pokud je tedy výsledná p-hodnota menší, než kritická hodnota α (0,05), je nulová hypotéza zamítnuta. Pokud je p-hodnota větší, nemůžeme nulovou hypotézu zamítnout a data jsou normálně rozdělena. Výsledky p-hodnot jsou:

HDP= 0,903
Výdaje= 0,093
Patenty= 0,332
Pracovníci= 0,280
Pracoviště= 0,179
Vzdělání= 0,353

Všechny řady vybraných proměnných jsou rozděleny normálně.
Abychom mohli s daty pracovat dále, byla upravena odstraněním trendu tak, aby byly výsledné řady stacionární. V tabulkách a grafech uvádíme původní neupravené hodnoty, do výpočtů vstupují jen upravené hodnoty.
Hodnoty proměnných jsou uvedeny v tabulce a zaznamenány do grafu:

Tabulka 29 Hodnoty proměnných - Plzeňský kraj (zdroj: ČSÚ, vlastní zpracování)

	HDP (mil. Kč)	Výdaje (mil. Kč)	Udělené patenty	Pracovníci	Počet pracovišť	Terciární vzdělání (tis. osob)
2005	165016	1130	14	1432	74	40
2006	181563	1334	8	1799	81	41
2007	190275	1380	18	1929	83	48
2008	189114	1767	12	1793	81	52
2009	193336	1599	7	1951	93	57
2010	198183	2295	9	1933	100	59
2011	202607	3142	11	2198	116	64
2012	198464	3779	15	2712	119	72
2013	208139	4133	16	2708	107	73
2014	222957	4737	14	3196	113	71
2015	232894	4607	26	2971	120	76



Graf 16 Vývoj proměnných - Plzeňský kraj

(Zdroj: vlastní zpracování)

Vypočítáme Spearmanův korelační koeficient pro HDP a ostatní proměnné, abychom zjistili, jestli mezi nimi existuje korelace. Ty, pro které platí, pak použijeme ve vícenásobné regresi. Určíme, které proměnné mají největší vliv na HDP a taky rovnici, podle které bychom mohli odhadovat budoucí vývoj. Spearmanův korelační koeficient vyšel pro jednotlivé proměnné takto:

Výdaje: r_{Sp}: 0,955 > 0,536

Patenty: r_{Sp}: 0,432 < 0,536

Pracovníci: r_{Sp}: 0,945 > 0,536

Počet pracovišť': r_{Sp}: 0,916 > 0,536

Vzdělání: r_{Sp}: 0,945 > 0,536

Kritická hodnota je pro všechny případy na úrovni 0,536. To znamená, že vzájemná korelace byla prokázána pro všechny proměnné kromě počtu udělených patentů. Proto všechny kromě nich použijeme ve vícenásobné regresi. HDP a vyrovnaná data jsou zapsána v tabulce:

Tabulka 30 Vyrovnání dat - Plzeňský kraj (zdroj: vlastní zpracování)

Rok	HDP	Vyrovnání
2007	190275	188936
2008	189114	199687
2009	193336	193389
2010	198183	193793
2011	202607	198688
2012	198464	200719
2013	208139	203794
2014	222957	223622
2015	232894	233340

Index determinace je pro danou funkci I^2 = 0,653. To znamená, že daná regresní funkce vystihuje 65,3% rozptylu HDP. Po výpočtu koeficientů dostáváme tvar rovnice: **Η(x) = -402,12- 8*Výdaje - 0,66*Pracovníci + 221,85*Pracoviště - 1513,9*Vzdělání.**

Při výpočtech můžeme také zjistit koeficienty b^*. Pro výdaje vyšlo b^* = -0,50, pro počet pracovníků vyšlo b^* = -0,03, pro počet pracovišť vyšlo b^* = 0,32 a pro počet lidí s vyšším vzděláním vyšlo b^* = -0,91. Z toho vyplývá, že největší vliv na HDP v kraji Vysočina má počet lidí s vyšším vzděláním. Druhý největší vliv mají výdaje do VaV. Třetí největší vliv má počet pracovišť a nejmenší vliv má počet pracovníků. Výdaje, počet pracovníků a lidí s vyšším vzděláním mají koeficient záporný, HDP tak bude s jejich růstem klesat. Počet pracovišť má koeficient kladný a HDP by tak mělo s jejich růstem také růst.

Zbývá už jen otestovat model na homoskedasticitu. K tomu byl použit Whiteův test. Nulová hypotéza je taková, že je v modelu homoskedasticita, alternativní hypotéza tvrdí, že je v modelu heteroskedasticita. P-hodnota pro tento model vyšla: **0,831.** Zdá se tak, že je v modelu přítomna homoskedasticita.

4 VYHODNOCENÍ

V tabulce jsou zaznamenány hodnoty koeficientu b^* pro každý kraj a každou proměnnou:

Tabulka 31 Souhrnné údaje (Zdroj: vlastní zpracování)

	Výdaje	Patenty	Pracovníci	Pracoviště	Vzdělání
ČR	**0,74**	**-1,02**	**0,27**	**-0,27**	**-0,06**
Praha	0,63	/	0,01	/	0,61
Středočeský	-0,52	/	-0,12	-0,32	-0,09
Jihomoravský	-0,18	-0,54	0,14	-0,81	-0,49
Karlovarský	/	/	/	0,55	/
Královéhradecký	0,43	0,72	0,08	0,29	-0,02
Liberecký	-0,99	/	0,42	-0,36	-1,29
Moravskoslezský	0,15	-1,12	0,77	-0,14	-1,17
Olomoucký	0,27	/	0,29	-0,24	0,62
Pardubický	-1,25	/	1,06	0,44	-0,08
Ústecký	0,89	0,47	/	-1,09	/
Zlínský	0,95	-0,61	0,67	-0,07	0,77
Jihočeský	0,29	/	-0,63	0,17	0,31
Vysočina	-0,38	/	0,48	-0,98	0,58
Plzeňský	-0,5	/	-0,03	0,32	-0,91

Lomítko v buňce znamená, že nebyla prokázána korelace dané proměnné s HDP příslušného kraje.

V první části vyhodnocení analýzy vycházíme z korelace vybraných proměnných s HDP v ČR, respektive jednotlivých krajích. Proměnné můžeme rozdělit do tří skupin podle toho, v kolika krajích byla pro danou proměnnou prokázána korelace. Do první skupiny patří výdaje a počet pracovišť VaV. U těchto dvou proměnných byla prokázána korelace s HDP ve všech sledovaných územích kromě jednoho (výdaje nejsou korelovány s HDP v Karlovarském kraji, počet pracovišť není korelován v kraji Praha). V druhé skupině je korelace prokázána pro všechny kraje kromě dvou, a patří sem počet pracovníků VaV a počet lidí s dosaženým terciárním vzděláním (počet pracovníků VaV ani počet lidí s vyšším vzděláním není korelován s HDP v Karlovarském a Ústeckém kraji). Do poslední skupiny patří počet udělených patentů, ten byl korelován s HDP pouze v pěti krajích a v ČR celkově. Ve většině krajů tedy na HDP vliv neměl.

Dále však bylo potřeba určit, jaký vliv měly dané proměnné na HDP v krajích. K tomu jsme využili koeficienty $\boldsymbol{b^*}$. Podle korelace víme, že v celé České republice ovlivňují HDP všechny vybrané proměnné, nejvíce by ho měl ovlivňovat počet udělených patentů (dále sestupně výdaje, stejnou měrou počet pracovníků i pracovišť a téměř zanedbatelný vliv mělo vzdělání). Zároveň je potřeba říct, že počet patentů, pracovišť a lidí s vyšším vzděláním má koeficient záporný, tedy že HDP bude s růstem těchto proměnných klesat. Naopak s růstem výdajů a počtu pracovníků by mělo HDP růst. Za pozornost stojí zejména počet udělených patentů, protože má zaprvé největší vliv na HDP a zadruhé ho ovlivňuje negativně. To může být způsobeno zpožděným efektem z patentů, kdy jsou na jejich vývoj vynaloženy prostředky v jednom období, ale samotné efekty z nich se projeví až v dalších obdobích. Negativní efekt může také plynout z toho, že patentová ochrana ve skutečnosti ekonomice škodí, a to z důvodu nadbytečné patentové ochrany, která způsobí, že k inovacím chráněným patenty mají přístup jen jejich přihlašovatelé a zbytek ekonomiky k těmto inovacím přístup nemá, čímž se jejich potenciální pozitivní efekt zmenšuje. Nicméně naše analýza ukazuje, že výdaje (bez ohledu na jejich konkrétní zaměření) do VaV mají na HDP jednoznačně pozitivní efekt.

Samotné kraje České republiky vykazují přirozeně velmi rozmanité výsledky. Každý kraj je specifický a nelze tak očekávat stejný vliv proměnných jako v celé Republice souhrnně. Například právě počet patentů nemá ve většině krajů na jejich HDP vliv žádný. Nicméně pokud se podíváme na znaménka u koeficientů v jednotlivých krajích, výsledky nám v podstatě potvrzují. Ve většině krajů měly výdaje do VaV a počet pracovníků VaV kladný koeficient, záporný koeficient byl ve většině krajů pro počet udělených patentů, počet pracovišť VaV a počet lidí s terciárním vzděláním. Samotná významnost jednotlivých koeficientů je pak v každém kraji různá a zdůvodnění tohoto faktu by bylo třeba hledat ve specifických podmínkách jednotlivých krajů. Pokud se ale podíváme například na Karlovarský kraj, který se inovační činnosti věnuje nejméně ze všech krajů, uvidíme, že v tomto kraji není korelována žádná z vybraných proměnných s místním HDP, kromě počtu pracovišť. Toto zjištění pravděpodobně není příliš překvapivé.

Za sledované období se tak zdá, že technologie (výzkum a vývoj) mají vliv na ekonomický růst (vyjádřený pomocí HDP). Určitě ale není možné říct, že mají jen pozitivní vliv. Zvýšená výzkumná aktivita nemusí nutně vést k vyššímu ekonomickému

růstu. To můžeme ilustrovat na případu počtu udělených patentů, s jejichž rostoucím počtem bude podle výpočtů docházet k poklesu HDP. Příčiny tohoto efektu by bylo vhodné prozkoumat hlouběji pro lepší pochopení a z něho plynoucí možná doporučení. Nemůžeme tedy jednoznačně tvrdit, že v krajích s vyšší intenzitou působení technologického výzkumu a vývoje dochází k vyššímu nárůstu HDP.

ZÁVĚR

V této části už můžeme naše zjištění z předchozích částí shrnout. Určili jsme, které faktory ovlivňují hospodářský růst. Z těchto faktorů jsme určili ty, které je možné kvantifikovat, a z nich jsme vybrali technologický pokrok (výzkum a vývoj) pro bližší zkoumání jeho dopadů na hospodářský růst. Technologický pokrok byl vybrán, protože se obecně považuje za velmi důležitý faktor ekonomického růstu. To je podloženo i ekonomickými modely, jako například Solowovým modelem, který uvažuje, že technologický pokrok je jediným prvkem, který zvyšuje produkt na reálného pracovníka ve stálém stavu, nebo modelem endogenního růstu. Tyto modely jsou blíže popsány v praktické části.

Před samotnou analýzou je uvedeno krátké shrnutí výzkumu a vývoje v České republice obecně. Výdaje na výzkum a vývoj u nás dlouhodobě rostou, i když se tempo růstu v posledních letech zpomaluje. Většina těchto výdajů pochází od podnikatelských subjektů. Suma našich výdajů do VaV se pohybuje na průměrné úrovni zemí EU.

Pro potřeby naší analýzy bylo třeba určit proměnné, které budou do výpočtů vstupovat. Vycházeli jsme zde z práce turecké profesorky Ebru Beyza Bayarçelik (12). Ta využívala tři proměnné- výdaje na VaV, počet patentů a počet zaměstnanců výzkumu a vývoje. V naší práci jsme přidali navíc dvě další, a to počet pracovišť VaV a počet osob s dosaženým terciárním vzděláním. Zásadním rozdílem mezi těmito dvěma pracemi je ale to, že jsme v té naší upravovali hodnoty proměnných tak, abychom dosáhli stacionarity a normality, což jsou základní předpoklady pro tvorbu dobrého modelu. I přesto jsou ale tyto úpravy ne zcela běžné a v pracích se s nimi setkáváme poměrně zřídka, pokud vůbec. Standardem jsou výpočty s původními, neupravenými daty.

Vyhodnocení provedených analýz je věnována předchozí kapitola.

U každé oblasti je navíc uveden vzorec, s jehož pomocí bychom mohli odhadovat budoucí vývoj HDP v závislosti na našich sledovaných proměnných. Je ale potřeba brát ohled na omezení plynoucí z indexů determinace.

Tato práce by měla poskytnout lepší představu o vlivu technologických inovací na ekonomiku České republiky a využít by se tak dala kýmkoli, kdo má zájem na technologickém pokroku nebo ekonomice obecně, a to jak prakticky, tak i teoreticky.

ZDROJE

1) KROPÁČ, J. *Statistika B.* 3. vyd. Brno: VUTFP, 2012. 145 s. ISBN 978-80-7204-822-9.
2) HINDLS, R., S. HRONOVÁ, J. SEGER a J. FISHER. *Statistika pro ekonomy*. 8. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. 415 s. ISBN 978-80-86946-43-6.
3) KUBANOVÁ, J. *Statistické metody pro ekonomickou a technickou praxi*. 3. vyd. Bratislava: STATIS, 2008. 247 s. ISBN 978-80-85659-474.
4) HUŠEK, R. *Ekonometrická analýza*. 1. vyd. Praha: VŠE v Praze, 2007. 368 s. ISBN 978-80-245-1300-3.
5) KROPÁČ, J. *Statistika A.* 3. vyd. Brno: VUTFP, 2008. 139 s. ISBN 978-80-214-3578-2.
6) DOUGHERTY, CH. *Introduction to Econometrics*. 3. vyd. Oxford: Oxford University Press, 2007. 480 s. ISBN 978-0-19-928096-4.
7) HUDEC, O., J. SISÁKOVÁ, A. TARTAĽOVÁ a T. ŽELINSKÝ. *Štatistické metódy v ekonomických vedách.* 1. vyd. Košice: elfa, s.r.o., 2007. 196 s. ISBN 978-80-8086-059-2
8) FREEDMAN, D.A. *Statistical Models: Theory and Practice*. 2. vyd. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 458 s. ISBN 978-0521743853.
9) TSAY, R.S. *Analysis of Financial Time Series*. 1. vyd. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2002. 448 s. ISBN 0-471-41544-8.
10) HOLMAN, J. *Makroekonomie*. 2. vyd. Mnichov: C. H. Beck, 2004. 424 s. ISBN 80-7179-764-2.

11) ČSÚ. Shrnutí základních údajů o výzkumu a vývoji za rok 2015. *Czso.cz* [online]. [cit. 2017-1-20]. Dostupné z: https://www.czso.cz/documents/10180/34193315/21100216a.pdf/cbdfbef0-c013-43ac-a8a2-b1dbcee41fb9?version=1.1
12) ScienceDirect. Research and Development: Source of Economic Growth. Sciencedirect.com [online]. [cit. 2017-1-20]. Dostupné z: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812045144
13) ČSÚ. Patentová statistika. *Czso.cz* [online]. [cit. 2017-2-18]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/czso/patentova_statistika
14) ČSÚ. Výzkum a vývoj. *Czso.cz* [online]. [cit. 2017-2-18]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/czso/statistika_vyzkumu_a_vyvoje
15) ČSÚ. Osoby s terciárním vzděláním podle pohlaví a věku. *Czso.cz* [online]. [cit. 2017-2-18]. Dostupné z: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=vystup-objekt&pvo=VAV04A&z=T&f=TABULKA&katalog=30851&u=v35__VUZEMI__97__19&&str=v99#w=
16) ČSÚ. Hrubý domácí produkt v běžných cenách. *Czso.cz* [online]. [cit. 2017-2-18]. Dostupné z: http://apl.czso.cz/pll/rocenka/rocenka.presmsocas
17) Practical Assessment, Research and Evaluation. Four Assumptions of Multiple Regression That Researchers Should Always Test. *Pareonline. net* [online]. [cit. 2017-3-10]. Dostupné z: http://pareonline.net/getvn.asp?n=2&v=8

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

HDP	–Hrubý domácí produkt
C	–Spotřeba
I	–Hrubé investice
G	–Veřejné výdaje
X	–Čistý vývoz
P	–Cenová hladina
R	–Reálná mzda
AD	–Agregátní poptávka
LAS	–Dlouhodobá agregátní nabídka
VaV	–Výzkum a vývoj
ČSÚ	–Český statistický úřad
EU	–Evropský unie
ČR	–Česká republika
r_{Sp}	–Spearmanův koeficient korelace
I^2	–Index determinace

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 Hodnoty proměnných ČR ..... - 30 -
Tabulka 2 Vyrovnání dat – ČR ..... - 31 -
Tabulka 3 Hodnoty proměnných - Praha ..... - 34 -
Tabulka 4 Vyrovnání dat – Praha ..... - 35 -
Tabulka 5 Hodnoty proměnných - Středočeský kraj ..... - 37 -
Tabulka 6 Vyrovnání dat – Praha ..... - 39 -
Tabulka 7 Hodnoty proměnných - Jihomoravský kraj ..... - 41 -
Tabulka 8 Vyrovnání dat - Jihomoravský kraj ..... - 42 -
Tabulka 9 Hodnoty proměnných - Karlovarský kraj ..... - 44 -
Tabulka 10 Vyrovnání dat - Karlovarský kraj ..... - 45 -
Tabulka 11 Hodnoty proměnných - Královéhradecký kraj ..... - 47 -
Tabulka 12 Vyrovnání dat - Královéhradecký kraj ..... - 49 -
Tabulka 13 Hodnoty proměnných - Liberecký kraj ..... - 51 -
Tabulka 14 Vyrovnání dat - Liberecký kraj ..... - 52 -
Tabulka 15 Hodnoty proměnných - Moravskoslezský kraj ..... - 54 -
Tabulka 16 Vyrovnání dat - Moravskoslezský kraj ..... - 56 -
Tabulka 17 Hodnoty proměnných - Olomoucký kraj ..... - 58 -
Tabulka 18 Vyrovnání dat - Olomoucký kraj ..... - 59 -
Tabulka 19 Hodnoty proměnných - Pardubický kraj ..... - 61 -
Tabulka 20 Vyrovnání dat - Pardubický kraj ..... - 62 -
Tabulka 21 Hodnoty proměnných - Ústecký kraj ..... - 64 -
Tabulka 22 Vyrovnání dat - Ústecký kraj ..... - 66 -
Tabulka 23 Hodnoty proměnných - Zlínský kraj ..... - 68 -
Tabulka 24 Vyrovnání dat - Zlínský kraj ..... - 69 -
Tabulka 25 Hodnoty proměnných - Jihočeský kraj ..... - 71 -
Tabulka 26 Vyrovnání dat - Jihočeský kraj ..... - 72 -
Tabulka 27 Hodnoty proměnných - Kraj Vysočina ..... - 74 -
Tabulka 28 Vyrovnání dat - Kraj Vysočina ..... - 76 -
Tabulka 29 Hodnoty proměnných - Plzeňský kraj ..... - 78 -

Tabulka 30 Vyrovnání dat - Plzeňský kraj ..... - 79 -
Tabulka 31 Souhrnné údaje ..... - 81 -

SEZNAM GRAFŮ

Graf 1 Výdaje na VaV ..... - 27 -
Graf 2 Vývoj proměnných ČR ..... - 30 -
Graf 3 Vývoj proměnných - Praha ..... - 34 -
Graf 4 Vývoj proměnných - Středočeský kraj ..... - 38 -
Graf 5 Vývoj proměnných - Jihomoravský kraj ..... - 41 -
Graf 6 Vývoj proměnných - Karlovarský kraj ..... - 44 -
Graf 7 Vývoj proměnných - Královéhradecký kraj ..... - 48 -
Graf 8 Vývoj proměnných - Liberecký kraj ..... - 51 -
Graf 9 Vývoj proměnných - Moravskoslezský kraj ..... - 55 -
Graf 10 Vývoj proměnných - Olomoucký kraj ..... - 58 -
Graf 11 Vývoj proměnných - Pardubický kraj ..... - 61 -
Graf 12 Vývoj proměnných - Ústecký kraj ..... - 65 -
Graf 13 Vývoj proměnných - Zlínský kraj ..... - 68 -
Graf 14 Vývoj proměnných - Jihočeský kraj ..... - 71 -
Graf 15 Vývoj proměnných - Kraj Vysočina ..... - 75 -
Graf 16 Vývoj proměnných - Plzeňský kraj ..... - 78 -

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 Závislosti náhodných veličin ..... - 18 -
Obrázek 2 Agregátní poptávka ..... - 22 -
Obrázek 3 Dlouhodobá agregátní nabídka ..... - 24 -