

Interpolace obrazu pomocí směrových reprezentací

Image interpolation using directional image representations

Ján Zátyik, Zdeněk Průša

zatyik.jan@phd.feec.vutbr.cz, zdenek.prusa@phd.feec.vutbr.cz

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně.

Abstrakt: Článek se zabývá problematikou interpolace obrazu, kdy se pro tuto operaci použijí dvě různé transformace obrazu. Základ tvoří waveletová (vlnková) transformace, ve které se nahrazuje matice aproximačních koeficientů obrázkem potřebným zvětšit a prahování, pomocí kterých se prahují koeficienty druhé transformace. Na závěr jsou uvedeny a porovnány výsledky s již známou bikubickou interpolací.

Abstract: This article deals with image interpolation using two different transform methods. Method is based on the wavelet transform where the matrix of approximation coefficients is replaced by an image of low resolution and thresholding which is used for threshold coefficients of the second transform. At the end of this article the results are compared with well known bicubic interpolation.

Interpolace obrazu pomocí směrových reprezentací

Ján Zátyik, Zdeněk Průša

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně
Email: zatyik.jan@phd.feec.vutbr.cz, zdenek.prusa@phd.feec.vutbr.cz

Abstrakt – článek se zabývá problematikou interpolace obrazu, kdy se pro tuto operaci použijí dvě různé transformace obrazu. Základ tvoří waveletová (vlnková) transformace, ve které se nahrazuje matice aproximačních koeficientů obrázkem potřebným zvětšit a prahování, pomocí kterých se prahují koeficienty druhé transformace. Na závěr jsou uvedeny a porovnány výsledky s již známou bikubickou interpolací.

Klíčová slova – interpolace, contourlet, wave atom, wavelet, prahování

1 Úvod

Jedním z témat v oblasti zpracování obrazu, ke kterému se často vrací a kde se objevují zcela odlišné koncepty, je právě interpolace obrazu. Mezi ně patří i metoda spojující dva způsoby transformace [9]. V prvním kroku využívá waveletovou transformaci pro rozklad obrázku na matici aproximačních a detailních koeficientů a ve druhém kroku využívá transformaci schopnou zachytit obrysy obrazu. Umožňuje nám tedy potlačit některé negativní vlivy „klasických“ metod interpolace, jako např.: zubatost hran. Pro zvýšení efektivity zachycení obrysů se využívají prahovací techniky. Tato metoda byla vytvořena původně pro spolupráci waveletové transformace a transformace contourlet [4, 5, 7]. Přínos tohoto článku spočívá v modifikaci postupu v [9] tak, že transformaci contourlet nahradíme transformací typu wave atom [2, 3, 6].

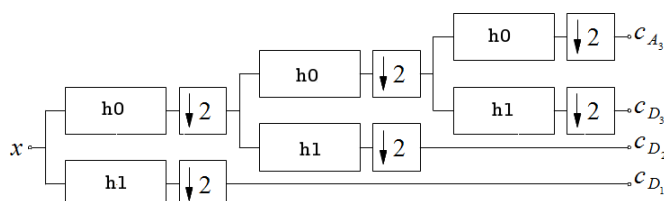
Účelem článku je přiblížit čtenáři nové způsoby analýzy obrazu, které jsou následně využity pro interpolaci obrazu. V kapitole 2 popisujeme nejprve transformace, které se využívají pro interpolaci. Dále v této kapitole popisujeme prahovací techniky, pomocí kterých je možné prahovat koeficienty waveletové transformace. V kapitole 3 úvodem popisujeme princip metody, definujeme vstupní parametry a určíme parametry, pomocí kterých budeme výsledky porovnávat. Pak uvedeme základní metodu 3.1 a vlastní modifikaci této metody 3.2. Účinnost metod otestujeme na obrázcích Barbara a Lena o rozměrech 128×128 bodů, které zvětšíme na čtyřnásobnou velikost, tedy 512×512 bodů.

2 Metody využitě pro interpolaci

Tato kapitola si neklade za cíl podrobně vysvětlit jednotlivé transformační metody, pouze poukázat na hlavní principy použitých transformací.

2.1 Diskrétní waveletová (vlnková) transformace

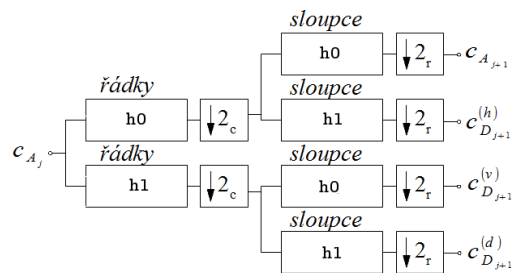
Diskrétní waveletovou transformaci (DWT) lze nejjednodušeji popsat průchodem signálu skrz řetězec filtrů, Obr. 1, kde x značí vstupní signál [8, 11, 12].



Obr. 1: Tři stupně dekompozice pomocí DWT

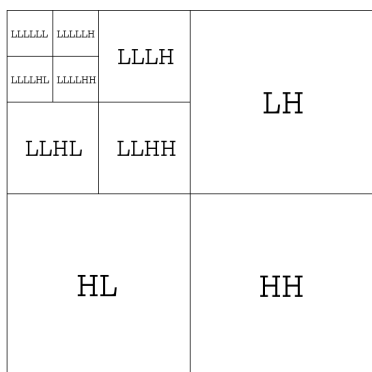
1D signál prochází dolní propustí h_0 , její výstup je podvzorkován dvěma, čímž se získají aproximační koeficienty c_A a horní propustí h_1 , po kterém je rovněž podvzorkována, se získají detailní koeficienty c_D . Tyto dva komplementární filtry se označují jako kvadraturní zrcadlové filtry (Quadrature Mirror Filter – QMF) [8].

Ke zvýšení kmitočtového rozlišení se stejným způsobem rozkládají dále získané aproximační koeficienty. U 2D signálu, viz Obr. 2, se dekompozice provádí podobným způsobem. Vstupem pro filtry je matice bodů obrazu a výstupem jsou matice transformačních koeficientů, Obr. 3. Pro 2D signál se však získají čtyři matice koeficientů na každé úrovni dekompozice.



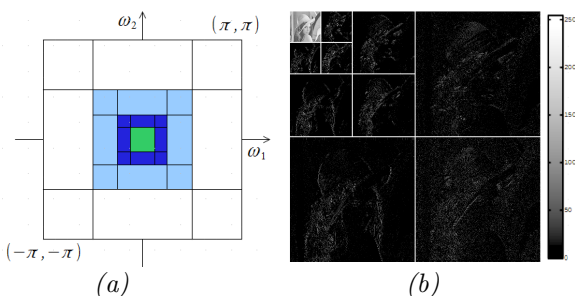
Obr. 2: 2D DWT dekompozice

Nejprve vstupní matice prochází po řádcích horní a dolní propustí. Získají se tím koeficienty pro každý řádek, které je dále potřebné podvzorkovat dvěma. Výstup tedy bude mít přibližně stejný (někdy i stejný) počet sloupců jako na vstupu, ale poloviční počet řádků. Po podvzorkování následuje filtrace po sloupcích a po filtraci se opět provede jejich podvzorkování. Na výstupu se získají matice aproximačních koeficientů – $c_A(LL)$, matice detailních koeficientů zachycující horizontální – $c_D^{(h)}(LH)$, diagonální – $c_D^{(d)}(HH)$ a vertikální hrany obrazu – $c_D^{(v)}(HL)$. V závorkách jsou značeny filtry, kterými vstupní 2D signál prochází. L značí dolní propust a H horní propust.



Obr. 3: Odpovídající kmitočtové dělení trojúhelníkové dekompozice

Obr. 4 zobrazuje možné kmitočtové dělení waveletové transformace a trojúhelníkovou dekompozici testovacího obrázku Lena.



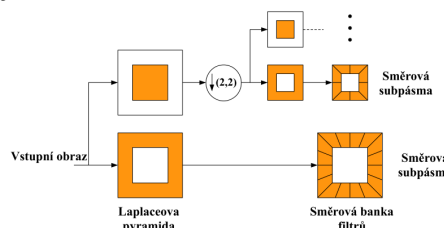
Obr. 4: (a) Kmitočtové dělení waveletové transformace [16] (b) Trojúhelníková dekompozice obrázku Lena

Vyjádření transformačních koeficientů je možné mimo jiné i pomocí waveletů Daubechies, které budou použity v tomto článku k dekompozici. Další wavelety lze najít např. v [8].

2.2 Diskrétní transformace Contourlet

Transformace contourlet je založena na seskupení blízkých vlnkových koeficientů, které jsou lokálně vázány. Vytváří tím souvislou konturu [4, 7, 16]. Toho je dosaženo pomocí mnohoměřítkové transformace a následně aplikace lokální směrové transformace. Tímto postupem se z blízkých básových funkcí stejného měřítka stávají souvislé struktury. Zjednodušeně se jedná o aplikaci transformace pro detekci hran a následně lokální směrové

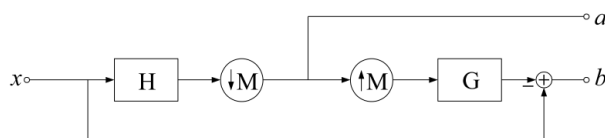
transformace pro detekci kontur. Na základě této myšlenky je navržena struktura banky filtrů zobrazena na Obr. 5.



Obr. 5: Banka filtrů pro Contourlet [16]

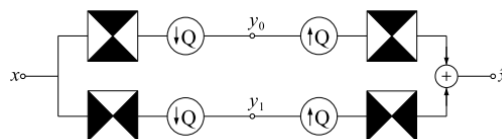
Laplaceova pyramida z Obr. 5 je banka filtrů, podobně jako 2D waveletová, ale výstupem jsou 2 matice koeficientů [4, 7]:

1. podvzorkovaná nízkofrekvenční verze vstupního obrazu, výstup a na Obr. 6
2. rozdíl mezi původním a predikovaným obrazem, který je v podstatě výstupem pásmové propusti (příp. horní propusti na první úrovni), výstup b na Obr. 6



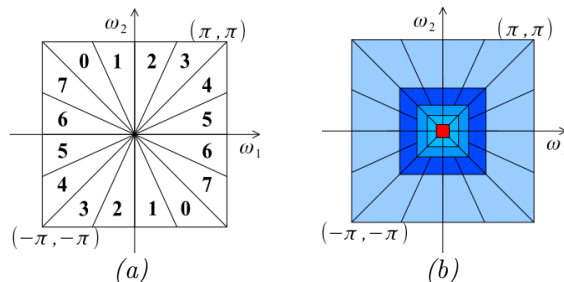
Obr. 6: Laplaceova pyramida [16]

Směrová banka filtrů je tvořena l -úrovňovým binárním stromem, který vytváří 2^l subpásem s klínovým tvarem kmitočtového dělení zobrazené na Obr. 8(a) pro $l=3$ je složena ze dvou částí [1, 4, 7]. První část tvoří banka filtrů typu quincunx [2, 4], které dělí 2D spektrum podle horizontálního a vertikálního směru.



Obr. 7: Dělení 2D spektra pomocí banky filtru typu quincunx [16]

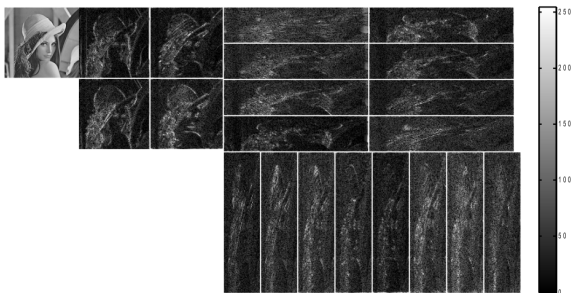
Na Obr. 7 značí černé části propustné pásmo (frequency support) a Q je vzorkovací matice typu quincunx. Druhou část tvoří tzv. operátor zkosení (shearing operator) [4], který zkosení obrázek pod úhlem vypočteným podle vybraného počtu směrů.



Obr. 8: (a) Kmitočtové dělení směrové banky filtrů (b) Příklad kmitočtového dělení transformace Contourlet

Na *Obr. 8(b)* je zobrazen příklad kmitočtového dělení [16]. Počet subpásem lze volit na každé úrovni dekompozice, pro správný rozklad se však dělení vybírají dle určitých pravidel popsanych v [4]. Pro interpolaci v této práci se využívá modifikovaná metoda této transformace, která vylepšuje některé nedostatky této metody: namísto Laplaceovy pyramidy se použijí tzv. steerable pyramidy.

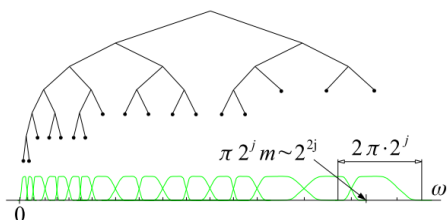
Rozdíl oproti Laplaceově pyramidě je v tom, že se používá jiná sada filtrů pro první úroveň a jiná pro další úrovně dekompozice a dosahuje se ostřejších přechodů mezi propustným a nepropustným pásmem, čímž se zamezuje aliasingu mezi filtry v různých úrovních [7].



Obr. 9: Příklad dvojúrovňové dekompozice obrázku Lena pomocí transformace Contourlet [16]

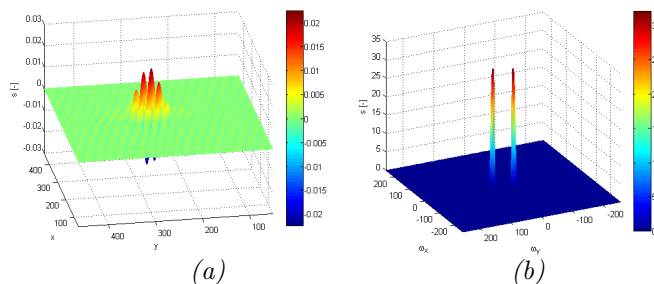
2.3 Transformace wave atom

Wave atomy popisují obraz pomocí orientovaných tekstur. Jsou tvořeny tenzorovým součinem speciálních typů 1D waveletových paketů [2, 6, 16], jejichž kmitočtové dělení je zobrazeno na *Obr. 10*.



Obr. 10: Kmitočtové dělení transformace Wave Atom [16]

Pro podrobný matematický popis 1D a 2D wave atomů viz [3, 6, 14]. Příklad báze 2D wave atomu a její spektrum zobrazuje *Obr. 11*. Na *Obr. 11(a)* jsou ořezány okraje kvůli lepšímu přiblížení [16], kmitočtové rozdělení se poněkud liší od ostatních zmíněných metod. Transformace provádí úplný rozklad a kmitočtové dělení závisí na rozměrech obrazu.



Obr. 11: Příklad báze wave atomu pro $j=4, m=(4,2)$ obrázek o velikosti 512×512 bodů (a) a její spektrum (b)

Možné kmitočtové dělení a dekompozice obrázku Lena o rozměrech 512×512 je zobrazeno na *Obr. 12*.

Obecně existuje několik způsobů kombinace jednorozměrných wave atomů pro vyjádření dvojrozměrných verzí [2, 3]:

1. Ortonormální báze:

Bázové vektory oscilují ve dvou různých směrech.

2. Těsný frame s dvojnásobnou nadbytečností:

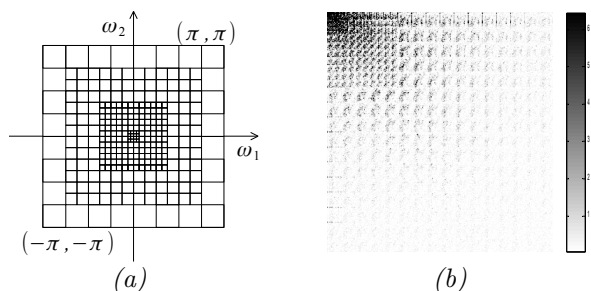
Největším nedostatkem prvního způsobu je, že bázové vektory oscilují ve dvou směrech. Odstraní se to kombinací primárních a duálních bází. Vytváří „čistě“ směrové wave atomy.

3. Těsný frame s čtyřnásobnou nadbytečností:

Tato modifikace je založena na definování těsných framů s komplexními hodnotami.

4. Zrcadlově rozšířený frame (Mirrorextended):

Fourierova transformace zachází s diskretními kmitočty jako periodickými kolem okrajů. Ostrý přechod na okrajích se tato metoda snaží odstranit kopírováním obrazu a jejím zrcadlovým obracením. Zrcadlením obrazu se však zvyšuje i nadbytečnost reprezentace na čtyřnásobek.



Obr. 12: Příklad kmitočtového dělení transformace Wave Atom pro 2D (a) a dekompozice obrázku Lena pomocí transformace Wave Atom (b) [16]

2.4 Prahovací techniky

Prahování je operace, při které se upravují podle nastaveného prahu λ vstupní hodnoty koeficientů podle předem definovaných pravidel. V tomto článku se pro nalezení nejlepších výsledků využívá pět různých prahovacích technik, ze kterých se vybere ta nejvhodnější.

1. Tvrdé prahování (Hard thresholding)

Transformační koeficienty pod hodnotou prahu jsou vynulovány a ostatní jsou ponechány beze změny, *Obr. 13(a)* [8, 10, 13].

$$\hat{c}_i^h = \begin{cases} 0 & \text{pro } |c_i| \leq \lambda \\ c_i & \text{pro } |c_i| > \lambda \end{cases} \quad (1)$$

2. Měkké prahování (Soft thresholding)

Transformační koeficienty pod hodnotou prahu jsou vynulovány a ostatní jsou zmenšeny o velikost prahu, *Obr. 13(b)* [8, 10, 13],

$$\hat{c}_i^s = \text{sgn}(c_i) \max\{0, |c_i| - \lambda\} \quad (2)$$

3. Poloměkké prahování (Semi-soft thresholding)

Pro tento typ prahování je třeba definovat další hodnotu prahu tak, aby platila následující podmínka: $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2$, Obr. 13(c) [13].

$$\hat{c}_i^{ss} = \begin{cases} 0 & \text{pro } |c_i| \leq \lambda_1 \\ \text{sgn}(c_i) \frac{\lambda_2(|c_i| - \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} & \text{pro } \lambda_1 < |c_i| \leq \lambda_2 \\ c_i & \text{pro } |c_i| > \lambda_2. \end{cases} \quad (3)$$

4. Nezáporná garota (Non-negative Garrote)

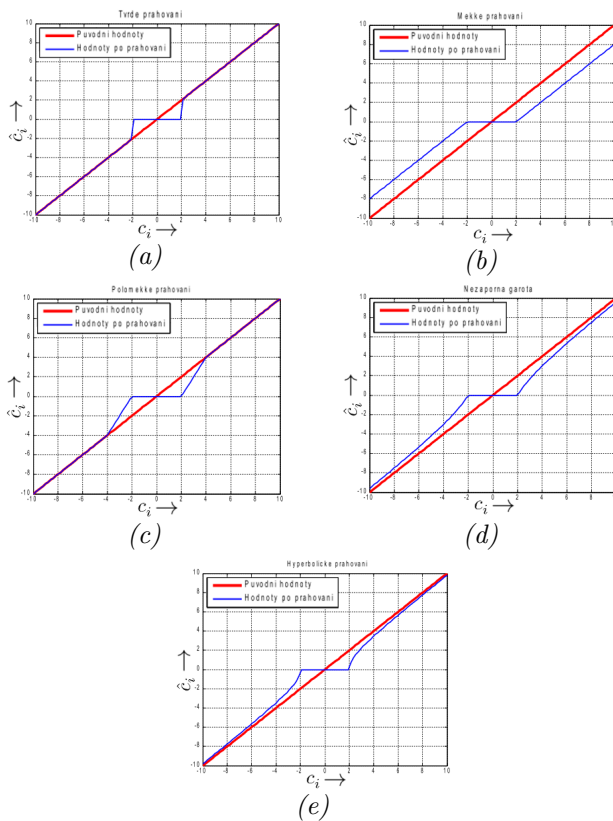
Pro nezápornou garotu, Obr. 13(d), platí [10, 13]:

$$\hat{c}_i^{ng} = \begin{cases} 0 & \text{pro } |c_i| \leq \lambda \\ c_i - \frac{\lambda^2}{c_i} & \text{pro } |c_i| > \lambda. \end{cases} \quad (4)$$

5. Hyperbolické prahování (Hyperbolic thresholding)

Obr. 13(e), pro které platí [10]:

$$\hat{c}_i^{hy} = \begin{cases} 0 & \text{pro } |c_i| \leq \lambda \\ \text{sgn}(c_i) \sqrt{c_i^2 - \lambda^2} & \text{pro } |c_i| > \lambda. \end{cases} \quad (5)$$



Obr. 13: Grafy prahovacích pravidel pro $\lambda=2$. Pro poloměkké prahování je nastaveno $\lambda_1=2$ a $\lambda_2=4$

3 Interpolace obrazu opakovaným prahováním

V této části je popsán způsob interpolace obrazu spojením dvou metod a zvolené prahovací techniky. Hlavní myšlenkou metod je náhrada bloku aproximačních koeficientů obrazem, který chceme zvětšit. V prvním kroku jsou nastaveny hodnoty všech bloků koeficientů na nulové hodnoty. Matice aproximačních koeficientů se

nahradí obrazem, který chceme interpolovat. Provede se rekonstrukce pomocí zpětné waveletové transformace a poté dekompozice pomocí transformace contourlet. Získané transformační koeficienty se prahují zvoleným prahem a zvolenou prahovací metodou a provede se zpětná transformace contourlet. Tímto se provedl první krok interpolace. Hodnota prahu se určila experimentálně. Důraz byl kladen na určení nejvhodnější hodnoty prahu a kroků. Při dalším opakování se nejprve získají pomocí waveletové dekompozice matice aproximačních a detailních koeficientů, kde se opět nahradí matice aproximačních koeficientů obrázkem potřebným interpolovat, Obr. 15.

Pro postupné obohacování obrazu o detaily se hodnota prahu v každém kroku sníží o zvolenou hodnotu. V [2, 3, 9] se doporučuje nejvíce deset opakování popsaného postupu. Myšlenka, ze které se vychází, využívá spolupráci waveletové transformace a modifikované transformace Contourlet. Bude tedy popsána jako první. V dalším bude popsána interpolace pomocí modifikace transformace wave atom, popsána v kap. 2 jako zrcadlově rozšířený wave atom. Účinnost metod je porovnávána na obrázcích Lena a Barbara o rozměrech 128×128 , které se získaly zmenšením původních obrázků s rozměrem 512×512 . Simulace jsou prováděny v programu MATLAB. Předmětem porovnání budou hodnoty poměru signálu k šumu (SNR), špičkový poměr signálu k šumu (PSNR), střední kvadratická chyba (MSE) a strukturální podobnost (SSIM) [15, 20] a subjektivní ohodnocení dosažených výsledků.



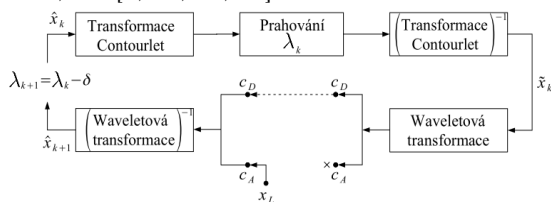
Obr. 14: Obrázek Lena 128×128 (a) a Barbara 128×128 (b)

3.1 Interpolace obrazu s využitím modifikované transformace contourlet (ContourletSD)

Blokové schéma je zobrazeno na Obr. 15, kde x_L značí matici vstupních hodnot, které nahrazují aproximační koeficienty waveletové dekompozice. Tento typ interpolace je zaměřen na sledování kontur obrazu. Má tedy pozitivní účinek na eliminaci „schodovitého“ zobrazení hran, který je velice výrazný např. u klobouku v detailním zobrazení Obr. 16,

Důležitým parametrem transformace contourlet je počet úrovní dekompozice a rozdělení směrů v jednot-

livých úrovních. V [7] se doporučuje alespoň dvojnásobné zvětšení počtu směrů dekompozice v každé druhé úrovni dekompozice. Pro interpolaci však lépe vyhovuje zmenšující se počet směrů s rostoucí úrovní dekompozice. Nastavení na jednotlivých úrovních dekompozice je tedy: [4,2,2]. Ostatní parametry se ponechaly v základním nastavení, viz [7, 16, 18, 19].



Obr. 15: Blokové schéma interpolace pomocí transformace ContourletSD

3.2 Interpolace obrazu s využitím modifikace transformace wave atom

Na Obr. 15 bude jedinou změnou, že se transformace a zpětná transformace contourlet nahradí transformací wave atom. Wave atomy nezachycují pouze kontury obrazu, ale sledují danou texturu v obrazu, Obr. 11(a). Transformace se snaží co nejlépe přizpůsobit velikost orientovaných textur potřebám obrázku. Pro transformaci wave atom se nastavila směrová báze, která osciluje ve dvou směrech. Ostatní vstupní parametry se ponechaly v základním nastavení [2, 3, 16, 17].

3.3 Výsledky metod

Interpolace se provedla na obrázcích Lena a Barbara o rozměrech 128×128 , které se zvětšovaly na rozměr 512×512 . Interpolace se dále provedla pomocí dvojúrovňové dekompozice a rekonstrukce waveletové transformace a prahováním v oblasti koeficientů transformací contourlet a wave atom, popsané v kapitole 2. Pro waveletovou transformaci se použila vlnka db7, pro kterou vycházely nejlepší výsledky. Použitá prahovací technika (prah), hodnota prahu (t1, příp. t2), hodnota, o kterou se v každé iteraci sníží úroveň prahu (iter) a další vstupní parametry jsou vypsány pro každý obrázek a metodu ve výsledcích [16].

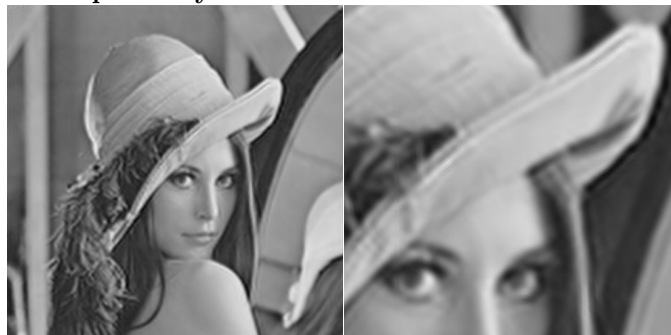
Vypočtené výsledky popisovaných způsobů interpolace pro obrázek Lena vykazují pouze malý rozdíl oproti bikubické interpolaci. Obrázek získaný pomocí bikubické interpolace dosahuje nejlepší výsledky podle všech počítaných parametrů. Je však nejhorší z hlediska zobrazení hran, které nejlépe zrekonstruuje interpolace pomocí contourlet. Zobrazení hran pomocí této transformace není zubaté.

Lepší zobrazení hran však způsobilo zobrazení méně detailů. Interpolace pomocí transformace wave atom zobrazuje více detailů v porovnání s interpolací contourlet, ale zubatost hran není eliminována do takové úrovně jak tomu bylo u interpolace pomocí transformace contourlet [16]. Důvodem tohoto rozdílu může být tvar bází wave

atomů a omezený počet směrů pro větší segmenty obrazu, viz Obr. 12. Pro transformaci contourlet lze nastavit více směrů i pro vyšší úrovně dekompozice. Tím pádem pro větší segmenty obrazu může vykazovat větší souvislost.

Interpolovaný obrázek

Detail obrazu



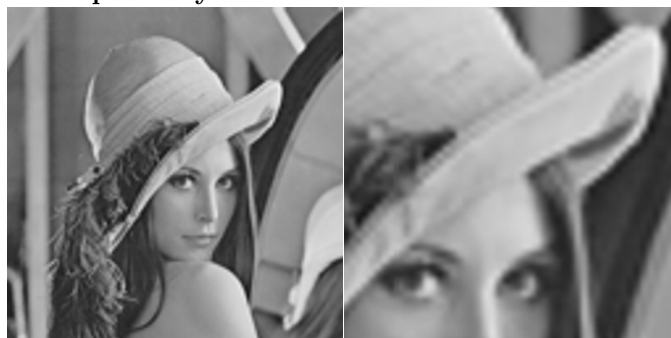
PSNR = 38,2228dB
SNR = 22,6245dB
MSE = 0,0014741
SSIM = 0,91135

prah = 'garrote'
iter = 9
t1 = 0,0055
sigma = 0,00055

Obr. 16: Interpolace contourlet obrázku Lena

Interpolovaný obrázek

Detail obrazu

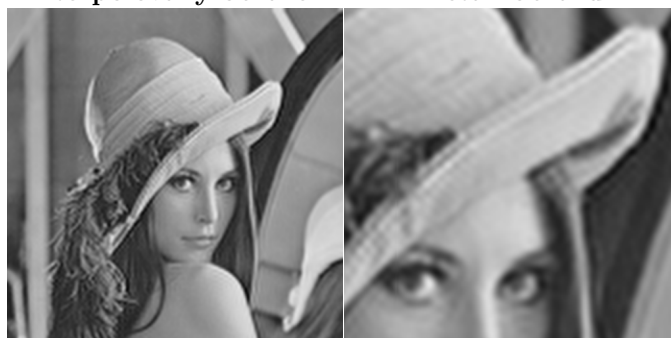


PSNR = 38,4941dB
SNR = 23,1697dB
MSE = 0,001301
SSIM = 0,91601

Obr. 17: Bikubická interpolace obrázku Lena

Interpolovaný obrázek

Detail obrazu



PSNR = 38,237dB
SNR = 22,6528dB
MSE = 0,0014645
SSIM = 0,91099

prah = 'hyperbolic'
iter = 9
t1 = 0,00042
sigma = 0,000042

Obr. 18: Interpolace wave atom obrázku Lena

Nejlepší objektivní výsledky pro obrázek Barbara vykazuje opět bikubická interpolace. Výsledky popisovaných metod jsou mírně horší než bikubická interpolace. Rozdíl v indexu SSIM transformací pomocí contourlet a wave atom je pouze nepatrný. Opět byla transformace

contourlet schopna vytvořit hladké hrany v obrazu. Navíc byla nejlepší metodou pro zobrazení oblasti tváře. Zobrazení spojitých hran opět způsobilo ztrátu určitých detailů obrazu. V práci popisované metody byly schopny zobrazit objekty v pozadí detailněji než bikubická interpolace[16].

Interpolace contourlet → 10,66s
Interpolace wave atom → 33,86s

3.4 Účinná interpolace

Výsledky nových popisovaných metod se z hlediska objektivních ukazatelů od známé bikubické interpolace moc neliší. V některých hodnotách dosahuje dokonce horších výsledků. Tyto výsledky však jsou zapříčiněny mírným posunutím obrázků oproti původnímu, které způsobila waveletová transformace. Použitím delších vlnek vzniká redundance, která slouží pro eliminaci chyb vznikajících na krajích obrázků při víceúrovňové dekompozici. Tudíž obrázky vzniklé interpolací contourlet a wave atom nejsou přesným zvětšením obrázků.

V [9] popisovaná metoda interpoluje matici aproximačních koeficientů pomocí matlabovské funkce `wavedec2` z původního obrázku požadovaného rozměru. Použitím této matice pro interpolaci se tedy získá obrázek, který vůči původnímu obrázku není posunut. Tento způsob interpolace nemá praktické využití, protože malý obrázek, který chceme zvětšit, získáme z obrázku o rozměrech požadovaných po interpolaci. Slouží pouze jako ukázka účinnosti metody, kde získaný obrázek není posunut vůči původnímu obrázku. Správná poloha bodů obrazu ovlivňuje i výsledky, kde se pro interpolovaný obrázek Lena a Barbara získaly následující výsledky [16]:

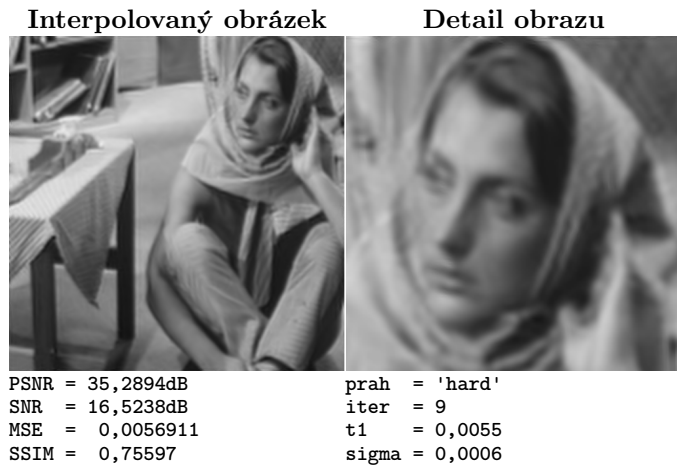
Lena:
PSNR = 38.8455dB prah = 'garrote'
SNR = 23.8698dB iter = 9
MSE = 0.0011066 t1 = 0,0055
SSIM = 0.93746 sigma = 0,0006

Barbara:
PSNR = 35.9798dB prah = 'garrote'
SNR = 17.9075dB iter = 9
MSE = 0.0041412 t1 = 0,0055
SSIM = 0.83384 sigma = 0,0006

Z hlediska objektivních ukazatelů jsou takto získané výsledky lepší, než výsledky bikubická interpolace. Svědčí to o účinnosti metod. Ze subjektivního hlediska se mírným posunutím bodů obrazu nedochází k viditelné změně. Dalším důležitým faktorem metod je počet iterací. Volba malého počtu iterací s větším rozdílem prahu v jednotlivých iteracích nepřináší tak dobré výsledky, jako více iterací s menším odstupem mezi hodnotami prahu v jednotlivých iteracích. Použitím většího, než doporučeného počtu iterací, se výsledky nezlepší, Zvyšuje se pouze výpočetní doba.

4 Závěr

V článku byl uveden stručný popis transformací contourlet a wave atom, které se využívaly společně s waveletovou transformací k interpolaci obrazu. Dále článek shrnuje metody prahování, ze kterých se vybrala u každé interpolace nejvhodnější prahovací technika. Vhodnost prahovací techniky určily získané výsledky. Cílem bylo ukázat nejlepší výsledky, které mohou metody získat a k získání nejlepších hodnot hodně přispěla i správná vol-



Obr. 19: Interpolace contourlet obrázku Barbara



Obr. 20: Bikubická interpolace obrázku Barbara



Obr. 21: Interpolace wave atom obrázku Barbara

Větší výpočetní složitost popisovaných metod vyžaduje i větší časovou náročnost:

Bikubická interpolace → 0,054s

ba prahovací techniky.

Objektivní ukazatele v kapitole 3.3 vykazují horší výsledky než bikubická interpolace. Je to však způsobeno mírným posunutím bodů obrazu zapříčiněné waveletovou transformací. V kapitole 3.4, kde se eliminuje vliv waveletové transformace na pozici bodů obrazu, jsou získané výsledky mnohem lepší než výsledky bikubické interpolace. Z hlediska subjektivního ohodnocení jsou výsledky kapitoly 3.3 získané popisovanými metodami lepší. Největším přínosem je odstranění zubatosti na hranách v obrazech. Navíc posun bodů obrazu vlivem waveletové transformace je volným okem nepatrný.

Interpolace wave atom z hlediska objektivních ukazatelů dosahuje ve většině sledovaných parametrů lepší výsledky. Ze strany subjektivního ohodnocení hůře odstraňuje zubatost hran, ale do obrazu přináší více detailů než interpolace pomocí transformace contourlet.

Literatura

- [1] CHEN, Y. *Design and Application of Quincunx Filter Banks* [online], M.A.Sc. thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Victoria, Květen 2006.[cit. 21.11.2011] Dostupné z: <http://www.ece.uvic.ca/~frodo/publications/ychen_mascthis.pdf>
- [2] DEMANET, L. - YING, L. *Curvelets and Wave Atoms for Mirror-Extended Images* [online]. Červenec 2007 [cit. 25.2.2011]. Dostupné z: <<http://math.mit.edu/icg/papers/mirrorextended.pdf>>
- [3] DEMANET, L. - YING, L. *Wave Atoms and Sparsity of Oscillatory Patterns* [online]. Červen 2006, rev. Únor 2007 [cit. 25.2.2011]. Dostupné z: <<http://math.mit.edu/icg/papers/WaveatomsImage.pdf>>
- [4] DO, M. N. - VETTERLI, M. *The Contourlet Transform: An Efficient Directional Multiresolution Image Representation*[online]. IEEE Transactions Image on Processing. 2005 [cit. 10.11.2010]. Dostupné z: <http://www.ifp.illinois.edu/~minhdo/publications/contourlet_txform.pdf>
- [5] DO, M. N. *Directional Multiresolution Image Representations* [online]. Dizertační práce, Department of Communication Systems, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne. Listopad 2001 [cit. 7.11.2010] Dostupné z: <<http://www.ifp.illinois.edu/~minhdo/publications/thesis.pdf>>
- [6] LEUNG, H. Y. - CHENG, L. M. *Robust Blind Watermarking Scheme Using Wave Atoms* [online]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. Leden 2011 [cit. 25.2.2011]. Dostupné z: <<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1945449>>
- [7] LU, Y. - DO, M. N. *A New Contourlet Transform with Sharp Frequency Localization* [online]. Proc. IEEE International Conference on Image Processing, Atlanta, 2006 [cit. 10.11.2010]. Dostupné z: <<http://lu.seas.harvard.edu/papers/ContourletSD.pdf>>
- [8] MALLAT, S. G. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 2. vyd. Academic Press, 1999. 637 s. ISBN 012466606X
- [9] MUELLER, N. - LU, Y. - DO, M. N. *Image interpolation using multiscale geometric representations*[online]. Proc. Of SPIE Conference on Electronic Imaging, San Jose, 2007 [cit. 12.3.2011]. Dostupné z: <http://lu.seas.harvard.edu/papers/interp_contourlet.pdf>
- [10] PHINYOMARK, A. et al. *Optimal Wavelet Functions in Wavelet Denoising for Multifunction Myoelectric Control* [online]. ECTI Transactions on Electrical Eng. Electronics, and Communications, Vol. 8, No. 1, Únor 2010, s. 43-52 [cit. 25.3.2011]. Dostupné z: <http://www.ecti-thailand.org/assets/papers/812_pub_26.pdf>
- [11] RAJMÍČ, P. *Využití waveletové transformace a matematické statistiky pro separaci signálu a šumu*, Doktorská dizertační práce, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 2004.
- [12] VETTERLI, M. - KOVAČEVIĆ, J. - GOYAL, V.K. *Fourier and Wavelet Signal Processing* [online]. 4.10.2010 [cit. 6.11.2010]. Dostupné z: <<http://www.fourierandwavelets.org/book.pdf>>
- [13] VIDAČKOVIĆ, B. *Statistical modeling by wavelets*. John Wiley and Sons, 1999, 382 s. ISBN 0471293652
- [14] VILLEMOES, L. F. *Wavelet packets with uniform time-frequency localization* [online]. Comptes Rendus Mathématique, 335-10, 15.11.2002, s. 793-796 [cit. 25.2.2011].
- [15] WANG, Z. et al. *Image quality assessment: From error visibility to structural similarity*[online]. IEEE Transactions on Image Processing, vol. 13, no. 4, s.600-612, Duben 2004 [cit. 12.4.2011]. Dostupné z: <<http://www.cns.nyu.edu/pub/eero/wang03reprint.pdf>>
- [16] ZÁTYIK, J. *Směrové reprezentace obrazů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 76 s. Vedoucí semestrální práce Ing. Zdeněk Průša.

5 Použité toolboxy

- [17] DEMANET, L. - YING, L. *WaveAtom toolbox* [knihovna programu MATLAB]. Ver.1.1.1. Duben 2003.[cit. 26.2.2011] Dostupné z: <<http://www.waveatom.org/software/WaveAtom-1.1.1.tar.gz>>
- [18] LU, Y. - DO, M. N. *ContourletSD* [knihovna programu MATLAB]. Ver. Září 2009. [cit. 2.11.2010]. Dostupné z: <<http://lu.seas.harvard.edu/code/ContourletSD.zip>>
- [19] MUELLER, N. - LU, Y. - DO, M. N. *Contourlet Interpolation Toolbox* [knihovna programu MATLAB] Ver. 2007 [cit. 14.3.2011]. Dostupné z: <<http://lu.seas.harvard.edu/code/interpcontourlet.zip>>
- [20] WANG, Z. et al. *Structural SIMilarity index* [funkce programu MATLAB] Ver. 1.0, 2009. [cit. 12.4.2011] Dostupné z: <<https://ece.uwaterloo.ca/~z70wang/research/ssim/ssim.m>>